

กิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนจิตรลดา กรุงเทพมหานคร

นางสาววีระนุช บุญถาวร

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต
แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

พ.ศ. 2550

**Mathematics Learning Activities with the Use of Computer Media on the Topic
of Calculus for Mathayom Suksa VI Students at Chitralada School
in Bangkok Metropolis**

Miss Weranut Boonthavorn

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for
the Degree of Master of Education in Curriculum and Instruction

School of Educational Studies

Sukhothai Thammathirat Open University

2007

ชื่อวิทยานิพนธ์ กิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนจิตรลดา กรุงเทพมหานคร
ผู้วิจัย นางสาววีระนุช บุญถาวร **ปริญญา** ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (หลักสูตรและการสอน)
อาจารย์ที่ปรึกษา (1) รองศาสตราจารย์ ดร.ปรีชา เนาว์เย็นผล (2) รองศาสตราจารย์ ดร.สาคร
บุญถาวร **ปีการศึกษา** 2550

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ (1) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
ของนักเรียน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ (2) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
ระหว่างก่อนและหลังใช้สื่อคอมพิวเตอร์ และ (3) ศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัด
กิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์

กลุ่มตัวอย่างในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของโรงเรียนจิตรลดา
กรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2549 จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียน 36 คน โดยการสุ่มแบบกลุ่ม
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ เรื่อง
แคลคูลัส แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มี
ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่
ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที

ผลการวิจัยปรากฏว่า (1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 13.28
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.71 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 20.83
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.79 จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน (2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลัง
เรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ (3) ความคิดเห็นของนักเรียนที่มี
ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ อยู่ในระดับพอใจมาก

คำสำคัญ แคลคูลัส การสอนคณิตศาสตร์ สื่อคอมพิวเตอร์ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

Thesis title: Mathematics Learning Activities with the Use of Computer Media on the Topic of Calculus for Mathayom Suksa VI Students at Chitralada School in Bangkok Metropolis

Researcher: Miss Weranut Boonthavorn; **Degree:** Master of Education (Curriculum and Instruction); **Thesis advisors:** (1) Dr. Preecha Nowyenphon, Associate Professor; (2) Dr. Sakorn Boondao, Associate Professor; **Academic year:** 2007

ABSTRACT

The objectives of this research were (1) to study mathematics learning achievement of students learning the topic of Calculus with the use of computer media; (2) to compare student's mathematics learning achievements before and after learning with the use of computer media; and (3) to study the student's opinions towards the learning activities with the use of computer media.

The research sample was selected using cluster sampling and consisted of a class of 36 Mathayom Suksa VI students in the 2006 academic year at Chitralada School in Bangkok Metropolis.

The employed research instruments were a learning activity plan with the use of computer media on the topic of Calculus, an achievement test, and a questionnaire on student's opinions towards the learning activities with the use of computer media.

The research findings showed that (1) students' pre-test learning achievement mean score was 13.28 with the standard deviation of 4.71, their post-test learning achievement mean score was 20.83 with the standard deviation of 4.79; (2) their post-learning achievement mean score was significantly higher than their pre-learning counterpart at the .05 level; and (3) the opinions of students on learning activities with the use of computer media were at the very satisfied level.

Keywords: Calculus, Mathematics teaching, Computer media, Learning achievement

กิตติกรรมประกาศ

การทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยได้รับความอนุเคราะห์อย่างยิ่งจาก รองศาสตราจารย์ ดร. ปรีชา เนาว่าเย็นผล และรองศาสตราจารย์ ดร. สาคร บุญควา อาจารย์แขนงหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำและติดตามการทำวิทยานิพนธ์นี้อย่างใกล้ชิดเสมอมา นับตั้งแต่เริ่มต้นจนสำเร็จเรียบร้อยสมบูรณ์ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาของท่านเป็นอย่างยิ่ง และขอขอบคุณ อาจารย์ ดร. สมเดช บุญประจักษ์ ที่ให้คำแนะนำเพิ่มเติม

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงต่อ อาจารย์ประชุมศรี คุณวัฒน์ หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนจิตรลดา อาจารย์พลอนันต์ แสงประสิทธิ์ และอาจารย์ จุฑารัตน์ อุยยะพัฒน์ ที่ได้กรุณาช่วยตรวจสอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน อาจารย์ ธนุศรี เอี่ยมอร่าม ที่ได้ให้คำแนะนำในการเขียนแผนจัดการเรียนรู้ อาจารย์จิราพร วัชรสินธุ์ ที่ได้กรุณาช่วยตรวจสอบในส่วนของข้อมูลภาษาอังกฤษ

ผู้วิจัยได้รับคำแนะนำและสนับสนุนจาก รองศาสตราจารย์ อุษาวดี จันทร์สนธิ และรองศาสตราจารย์ กัญจนา ลินทรตันศิริกุล อาจารย์แขนงหลักสูตรและการสอนมหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช ผู้วิจัยขอขอบพระคุณไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบคุณครูและอาจารย์โรงเรียนจิตรลดา เพื่อน ๆ พี่ ๆ และน้อง ๆ ตลอดจนเพื่อนร่วมรุ่น ที่ช่วยสนับสนุนให้ความช่วยเหลือและให้กำลังใจในการทำวิทยานิพนธ์

สุดท้ายนี้ขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงสำหรับคุณแม่ปรางณี และคุณพ่ออาจ บุญถาวร ครอบครัวของผู้วิจัยทุกคนที่ได้ให้การสนับสนุน ส่งเสริมและเป็นกำลังใจในการทำวิทยานิพนธ์เรื่อยมาตั้งแต่เริ่มต้นจนสำเร็จสมบูรณ์

วีระนุช บุญถาวร

มีนาคม 2551

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญตาราง	ณ
สารบัญภาพ	ญ
บทที่ 1 บทนำ	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	6
สมมติฐานการวิจัย	6
ขอบเขตของการวิจัย	6
นิยามศัพท์เฉพาะ	7
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	8
บทที่ 2 วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง	9
ทฤษฎีจิตวิทยาที่เป็นรากฐานของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในตัวผู้เรียนเอง	9
ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	14
เทคโนโลยีคอมพิวเตอร์กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์	23
หลักการจัดกิจกรรม โดยใช้เทคโนโลยีคอมพิวเตอร์เป็นสื่อการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริม ให้เกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์	24
รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้คอมพิวเตอร์เป็นสื่อประกอบการเรียนการสอน	29
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	31
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	35
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	40
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	40
รูปแบบการวิจัย	40
ตัวแปรที่ต้องการศึกษา	41
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	41

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
การเก็บรวบรวมข้อมูล	46
การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้	46
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	48
การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน - หลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัด กิจกรรมการเรียนการสอนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้ สื่อคอมพิวเตอร์	48
ผลการประเมินความคิดเห็นของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์	51
บทที่ 5 สรุปการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	54
สรุปการวิจัย	54
อภิปรายผล	57
ข้อเสนอแนะ	63
บรรณานุกรม	65
ภาคผนวก	71
ก แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องแคลคูลัส	72
ข ตารางแสดงข้อมูล	164
ค ตัวอย่างความคิดเห็นของนักเรียน	175
ประวัติผู้วิจัย	182

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 4.1 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน - หลังเรียนของนักเรียน จำนวน 36 คน ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์.....	48
ตารางที่ 4.2 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน - หลังเรียนของนักเรียน จำนวน 36 คน ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ จากการทดสอบค่าที (t – test)	49
ตารางที่ 4.3 ความคิดเห็นของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ ของนักเรียน 36 คน	50

ญ

สารบัญภาพ

	หน้า
ภาพที่ 2.1 พฤติกรรมการเรียนรู้ด้านพุทธพิสัยวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นจั้นบันได พฤติกรรมการเรียนรู้ในขั้นต้นจะเป็นพื้นฐานของพฤติกรรมในขั้นที่สูงขึ้น	32

บทที่ 1

บทนำ

1. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

สภาพสังคมปัจจุบันคนกำลังตื่นตัวต่อความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ทำให้มนุษย์ทุกคนให้ความสนใจและให้ความสำคัญกับการใช้เทคโนโลยีมากขึ้น เพื่อให้ทันต่อเทคโนโลยีที่เข้ามามีบทบาทและมีความสำคัญต่อชีวิตประจำวันอยู่ตลอดเวลาซึ่งส่งผลให้การดำเนินชีวิตของมนุษย์เกิดการเปลี่ยนแปลงไปอย่างรวดเร็ว เพราะไม่ว่าจะอยู่มุมไหนของโลกก็ตามเทคโนโลยีก็เข้ามามีบทบาทกับชีวิตมนุษย์ทั้งสิ้น เทคโนโลยีเข้ามามีบทบาทและความสำคัญในงานหลาย ๆ ด้าน โดยเฉพาะทางด้านการศึกษา ดังจะเห็นได้จากพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ซึ่งเป็นกฎหมายหลักทางด้านการศึกษา ได้กำหนดให้สถานศึกษาใช้วิธีการที่หลากหลายในการประเมินผลผู้เรียน และการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพ รวมทั้งส่งเสริมและสนับสนุนให้ผู้เรียนได้รับการพัฒนาความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเพื่อการศึกษา และให้มีการวิจัยและพัฒนาเกี่ยวกับเทคโนโลยีทางการศึกษา

เทคโนโลยีทางการศึกษาที่นับวันจะมีความสำคัญและจำเป็นต่อการจัดการเรียนการสอนในปัจจุบันคงจะเป็นเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ ซึ่งเป็นเทคโนโลยีที่ซับซ้อนในเชิงเทคนิคและเสียค่าใช้จ่ายสูงสุด การใช้เทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ในฐานะสื่อการเรียนการสอนนั้น มีข้อดีคือ ช่วยให้ผู้เรียนสามารถย้อนกลับ เพื่อทบทวนบทเรียนหากไม่เข้าใจ และสามารถกำหนดเวลาเรียนของตนเองได้ นอกจากนี้ยังสามารถเก็บข้อมูลการเรียนของผู้เรียนแต่ละคนไว้ด้วย เพื่อการปรับปรุงแก้ไขในภายหลัง และที่สำคัญอีกประการหนึ่งก็คือ มีการโต้ตอบทันทีระหว่างผู้เรียนกับคอมพิวเตอร์ ซึ่งเปรียบเสมือนครูผู้สอน ช่วยให้การเรียนรู้ได้ผลมากขึ้น อย่างไรก็ตาม ข้อจำกัดที่สำคัญของเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ในฐานะสื่อการเรียนการสอนก็คือ การออกแบบและการผลิตชุดการสอนด้วยคอมพิวเตอร์ (courseware) จำเป็นต้องใช้ผู้ที่มีความรู้และความชำนาญในด้านนี้ จึงเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้ค่าใช้จ่ายสูงในการผลิตชุดการสอนด้วยคอมพิวเตอร์ ผสมผสานกับเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์และเทคโนโลยีภาพเคลื่อนไหว ในฐานะสื่อการเรียนการสอนทางไกลคือ คอมพิวเตอร์ช่วยสอน หรือ computer assisted instruction-CAI และวีดิทัศน์ชนิดมีการโต้ตอบ หรือ interactive video (สมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี 2538)

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับแนวการจัดการศึกษาตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบันมุ่งเน้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่แท้จริง ซึ่งจำเป็นต้องจัดกระบวนการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการคิด โดยเฉพาะทักษะการคิดขั้นสูง คือการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และประเมินค่า เน้นให้นักเรียนได้ฝึกปฏิบัติด้วยตนเอง คิดเป็น ทำเป็นและประยุกต์ความรู้ไปใช้ได้ โดยเฉพาะกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งมีเนื้อหาเป็นนามธรรม ต้องอาศัยความรู้ ความเข้าใจในหลักการ ความคิดรวบยอด และทักษะเบื้องต้นในทุกเรื่องอย่างเป็นลำดับขั้นตอน จึงเป็นวิชาที่ยากแก่การสอนของครูและความเข้าใจของนักเรียน (นริสรา ญานะ 2548)

สำหรับเนื้อหาเรื่องแคลคูลัส (Calculus) ซึ่งเป็นสาระการเรียนรู้หนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลง เช่น การเจริญเติบโตของร่างกายในแต่ละวัน การเพิ่มของผลเมืองในแต่ละประเทศ การเกิดและการตายของพืชและสัตว์ การละลายของสารเคมี หรือการเคลื่อนที่ของวัตถุ เป็นต้น (รุ่งฟ้า จันทร์จากรุณ 2550)

แคลคูลัส พัฒนามาจากพีชคณิต เรขาคณิต และปัญหาทางฟิสิกส์ แคลคูลัสมีต้นกำเนิดจากสองแนวคิดหลัก โดยแนวคิดแรกคือ แคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ (Differential Calculus) เป็นทฤษฎีที่ว่าด้วยอัตราการเปลี่ยนแปลง และเกี่ยวข้องกับการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างเช่น การหา ความเร็ว ความเร่ง หรือความชันของเส้นโค้ง บนจุดที่กำหนดให้ ทฤษฎีของอนุพันธ์หลายส่วนได้แรงบันดาลใจจากปัญหาทางฟิสิกส์ สำหรับแนวคิดที่สองคือ แคลคูลัสเชิงปริพันธ์ (Integral Calculus) เป็นทฤษฎีที่ได้แรงบันดาลใจจากการคำนวณหาพื้นที่หรือปริมาตรของรูปทรงทางเรขาคณิตต่าง ๆ ทฤษฎีนี้ใช้กราฟของฟังก์ชันแทนรูปทรงทางเรขาคณิต และใช้ทฤษฎีปริพันธ์ (หรืออินทิเกรต) เป็นหลักในการคำนวณหาพื้นที่และปริมาตร

ทั้งสองแนวคิดที่กำเนิดจากปัญหาที่ต่างกันกลับมีความสัมพันธ์กันลึกซึ้ง โดยทฤษฎีบทมูลฐานของแคลคูลัสกล่าวว่า แท้จริงแล้วทฤษฎีทั้งสองเปรียบเสมือนเป็นด้านทั้งสองของเหรียญอันเดียวกัน นั่นคือเป็นสิ่งเดียวกันเพียงแต่มองคนละมุมเท่านั้น (โดยคร่าว ๆ เรากล่าวได้ว่าอนุพันธ์และปริพันธ์เป็นฟังก์ชันผกผันของกันและกัน) ในการสอนแคลคูลัสเพื่อความเข้าใจตัวทฤษฎีอย่างลึกซึ้ง ควรกล่าวถึงทั้งสองทฤษฎีและความสัมพันธ์นี้ก่อน แต่การศึกษาในปัจจุบันมักจะกล่าวถึงแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ก่อนเพียงอย่างเดียว เนื่องจากนำไปใช้งานได้ง่ายกว่า (ชาววิกิพีเดีย 2550)

เนื่องจากแคลคูลัสเป็นเนื้อหาที่เป็นนามธรรม และเข้าใจยากสำหรับนักเรียน ทำให้นักเรียนต้องเรียนด้วยการท่องจำโดยไม่เข้าใจในเนื้อหาอย่างแท้จริง ส่งผลให้เกิดความท้อแท้ เบื่อหน่าย ไม่อยากเรียน ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนค่อนข้างต่ำ

การจัดการเรียนการสอนแคลคูลัส ตามแนวคิดของ รุ่งฟ้า จันทร์จารุภรณ์ (2550) กล่าวว่า นอกจากครูต้องเข้าใจเนื้อหาแคลคูลัสที่สอนอย่างถ่องแท้แล้ว ครูจะต้องมีแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนฝึกทักษะการคิด ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา และเรียนรู้จากประสบการณ์จริงด้วย แนวทางหนึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน คือ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแคลคูลัส ผ่านการแก้ปัญหา

ด้วยเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงคิดวิธีการจัดการเรียนการสอน เรื่องแคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ โดยได้นำโปรแกรม The Geometer 's Sketchpad (GSP) และ โปรแกรมเพาเวอร์พอยต์ (Microsoft Office PowerPoint) เข้ามาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เนื่องจากมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับสภาพปัจจุบัน อีกทั้งสอดคล้องกับ พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 หมวด 9 มาตรา 66 ซึ่งได้กล่าวไว้ว่า ผู้เรียนมีสิทธิได้รับการพัฒนาขีดความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเพื่อการศึกษาในโอกาสแรกที่ทำให้ เพื่อให้มีความรู้และทักษะเพียงพอที่จะใช้เทคโนโลยีเพื่อการศึกษาในการแสวงหาความรู้ด้วยตนเองได้อย่างต่อเนื่องตลอดชีวิต (สำนักนโยบายและแผนการศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม 2542)

นักการศึกษาได้กล่าวถึงโปรแกรม GSP สรุปได้ดังนี้

ชิกาลิส (Shigalis ,1998:162 – 165 อ้างในสุจิรา มุสิกะเจริญ 2542) กล่าวว่า การนำโปรแกรม GSP มาประยุกต์ใช้ในการเพิ่มความรู้หลากหลายของการหาคำตอบ โดยการใช้การสืบเสาะด้วยการเคลื่อนไหวของรูปทำให้ง่ายและรวดเร็วกว่าการใช้กระดาษและดินสอ ส่งผลให้นักเรียนสนุกต่อการเรียนรู้และเข้าใจในการแก้ปัญหา

กาลินโด (Galindo, 1998:76 – 82 อ้างในสุจิรา มุสิกะเจริญ 2542) กล่าวว่า การใช้โปรแกรม GSP ช่วยในการสร้างรูปเรขาคณิต สืบหาความสัมพันธ์ของรูปเหล่านั้น ตั้งข้อคำถามสมบัติต่าง ๆ และทดสอบข้อคำถามนั้น ๆ เป็นกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนเรียนรู้การให้เหตุผลอย่างมีความหมาย ไม่ใช่การพิสูจน์แบบเดิมที่เขียนกันมา นักเรียนสามารถเชื่อมโยงระหว่างการสร้างรูปโดยใช้ โปรแกรม GSP

สโตน (Stone 1994 : 590 – 594) ฟินเซอร์และเบเนตต์ (Finzer and Benett , 1995 : 428 – 431) เกียร์มาติ (Giamati ,1995 :456 – 458) เชอร์ (Scher ,1996 :330 – 332) ซีบิก (Zbiek ,1996 : 86 – 89) (อ้างในสุจิรา มุสิกะเจริญ 2542) ได้กล่าวถึง โปรแกรม GSP ว่าเป็นซอฟต์แวร์ที่มีคุณสมบัติใช้งานง่าย ทำให้ผู้เรียนสามารถสำรวจและสร้างความสัมพันธ์ทางความคิดในเรื่องเรขาคณิต จากการวิเคราะห์ สังเคราะห์ และการแปลง ผู้เรียนสามารถทดลองได้เอง วิเคราะห์และมองภาพได้ชัดเจน ใช้เวลาน้อยในการศึกษา สามารถเคลื่อนไหวเปลี่ยนแปลงรูปได้หลายลักษณะตามความต้องการของผู้ใช้ ทำให้นักเรียนรู้สมบัติของรูปเรขาคณิตจากการสร้างภาพนามธรรม นักเรียน

สามารถมีปฏิสัมพันธ์กับบทเรียนได้ ทดลองสร้าง ปรับเปลี่ยนรูปได้อย่างรวดเร็วหลายครั้ง ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความคิดหรือรัน ดึงดูดความสนใจอยากค้นคว้าด้วยการตอบสนองทันทีของโปรแกรม สามารถใช้แทนกระบวนการที่สร้างบนกระดาษได้อย่างสมบูรณ์ หรือการแก้ปัญหาที่ไม่สามารถสร้างด้วยดินสอและกระดาษได้ และผู้สอนสามารถทำสคริปต์ใช้ในการสาธิตหรือสรุปให้นักเรียนศึกษา เพื่อเป็นการทบทวนเนื้อหาได้ จากผลการสอนพบว่าผู้เรียนส่วนใหญ่มีความพึงพอใจและมีความเข้าใจได้ดีและลึกซึ้ง นักเรียนมีความคงทนในความรู้ มีเจตคติที่ดี สามารถมองเห็นสิ่งแตกต่างของสิ่งที่คาดเดาระหว่างความมีเหตุผลและความไม่มีเหตุผลในการพิสูจน์

ปัจจุบันนี้นักคณิตศาสตร์ ครู อาจารย์ และหน่วยงานที่เกี่ยวข้องในประเทศไทยได้ให้ความสนใจและสนับสนุนให้มีการนำโปรแกรม GSP มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมากขึ้น ดังจะเห็นได้จากการที่สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดอบรมโปรแกรม GSP ให้กับบุคลากรทางการศึกษา เพื่อส่งเสริมให้ครูพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และพัฒนาทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม GSP เป็นเครื่องมือ

จากความคิดเห็นของนักการศึกษาเหล่านี้ ผู้วิจัยเล็งเห็นว่าโปรแกรม GSP เป็นโปรแกรมที่มีคุณสมบัติใช้งานง่าย ทำให้ผู้เรียนสามารถสำรวจและสร้างความสัมพันธ์ทางความคิด ทดลองได้เอง วิเคราะห์ มองเห็นภาพชัดเจน ใช้เวลาน้อยในการศึกษา ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความคิดหรือรัน และดึงดูดความสนใจอยากค้นคว้าด้วยการตอบสนองทันทีของโปรแกรม ผู้สอนสามารถสร้างกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนเรียนรู้การให้เหตุผลอย่างมีความหมาย ด้วยเหตุผลเหล่านี้จึงควรจะนำโปรแกรม GSP มาใช้ในการจัดการเรียนการสอน ซึ่งนอกจากช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ได้ความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาวิชา แล้วยังช่วยให้นักเรียนได้ฝึกคิดวิเคราะห์และสังเคราะห์สิ่งใหม่ ๆ อีกด้วย

ผู้วิจัยเห็นความสำคัญและประโยชน์ของ โปรแกรม GSP ที่จะช่วยพัฒนาความคิดรวบยอดของนักเรียน ช่วยเร้าความสนใจของนักเรียน เป็นการสนับสนุนให้มีการใช้โปรแกรม GSP ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทยให้แพร่หลายมากยิ่งขึ้นและในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ยังช่วยให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่น ๆ ที่นักเรียนได้เคยเรียนผ่านมาแล้ว ไม่ว่าจะเป็น สมการกราฟ ฟังก์ชันต่าง ๆ การให้เหตุผล เรขาคณิต เป็นต้น

ตัวอย่างหนึ่งสำหรับเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส ที่ผู้สอนสามารถนำโปรแกรม GSP มาสร้างสื่อการสอนได้และช่วยให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดได้ เช่น การหาลิมิตของฟังก์ชันต่าง ๆ ซึ่งการหาลิมิตของฟังก์ชัน $f(x)$ เมื่อ x เข้าใกล้ a นั้น เราจะพิจารณาค่าของ

ฟังก์ชัน $f(x)$ ว่าเข้าใกล้จำนวนจริงค่าใดในขณะที่ x เข้าใกล้ a แต่ $x \neq a$ สำหรับการสอนโดยทั่วไป ครูจะวาดกราฟของฟังก์ชันนั้น ๆ บนกระดานและให้นักเรียนสังเกตค่าของฟังก์ชันเมื่อเลื่อนจุดต่าง ๆ บนกราฟเข้าหาค่า a ทางด้านซ้ายและสังเกตดูว่าเมื่อใกล้ a มาก ๆ ค่าของ $f(x)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด สังเกตด้านซ้ายแล้วเปลี่ยนมาสังเกตทางด้านขวาบ้าง ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่เห็นว่าไม่น่าสนใจ เนื่องจากมองไม่เห็นภาพ รวมทั้งจินตนาการไม่ออกกว่าการเคลื่อนของจุดเป็นอย่างไร นอกจากนี้นักเรียนก็ไม่สามารถเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่ที่เกิดขึ้นกับความรู้เดิมได้ และเกิดความยุ่งยากในการสอนไม่ว่าจะเป็นการวาดกราฟ หรือการเลื่อนจุด เมื่อนักเรียนอยากทดลองกับฟังก์ชันอื่น ๆ จะทำให้เสียเวลามาก

สำหรับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP นั้น ครูสามารถกำหนดฟังก์ชันขึ้นมาซักถามเพื่อเชื่อมโยงความรู้เดิมของนักเรียนในเรื่องต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นฟังก์ชัน ลักษณะของกราฟ เป็นต้น ซึ่งเป็นการทบทวนความรู้และแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเห็นระหว่างครูกับนักเรียนอีกด้วย และสามารถเขียนกราฟเพื่อตรวจสอบคำตอบได้ในทันที สำหรับการสังเกตการเคลื่อนของจุดและค่าของฟังก์ชันที่เกิดขึ้นนั้น ครูสามารถสร้างกราฟ กำหนดจุดขึ้นมาบนกราฟ และใช้คำสั่งในโปรแกรมให้จุดเคลื่อนที่อย่างต่อเนื่องเพื่อให้นักเรียนสังเกตค่าของฟังก์ชันเมื่อจุดมีการเคลื่อนที่เข้าหาค่าใดค่าหนึ่ง ซึ่งครูสามารถกำหนดให้การเคลื่อนให้เร็วหรือช้าตามความต้องการได้ และแสดงหรือไม่แสดงค่าของฟังก์ชันได้ สิ่งหนึ่งการสอนโดยใช้กระดานดำไม่สามารถทำได้แต่การสอนโดยใช้โปรแกรม GSP ทำได้ดีมาก คือ การปล่อยให้จุดเคลื่อนอย่างช้า ๆ พร้อมทั้งแสดงค่าของฟังก์ชัน เมื่อเคลื่อนเข้ามาทับจุดที่ต้องการ นักเรียนจะเกิดความรู้ใหม่ทันทีว่า ค่าของฟังก์ชันที่เกิดขึ้นจะมีค่าเท่ากับความชันของเส้นสัมผัสโค้งที่จุดนั้น ๆ ซึ่งครูสามารถสั่งให้โปรแกรมวาดเส้นสัมผัสโค้งและหาค่าของความชันให้นักเรียนเห็นได้ทันที ถ้านักเรียนสนใจฟังก์ชันอื่น ๆ ก็สามารถทำได้เช่นเดียวกัน

เนื่องจากผู้วิจัยสังเกตเห็นประโยชน์ของการนำโปรแกรม GSP มาใช้ในการจัดการเรียนการสอน ซึ่งช่วยให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้ได้ด้วยตนเองอย่างรวดเร็ว ทำให้นักเรียนมีเวลาในการพัฒนาทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น และเมื่อนักเรียนเกิดความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาแคลคูลัสแล้ว นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้กับสถานการณ์ ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้ รวมทั้งครูสามารถสร้างสื่อการสอนให้มีสีสัน ให้มีการเคลื่อนไหวได้ตามความต้องการ ช่วยในการสร้างความสนใจของผู้เรียน และเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงได้จัดทำวิจัยเรื่องกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนจิตรลดา กรุงเทพมหานคร ขึ้น

2. วัตถุประสงค์การวิจัย

- 2.1 เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
- 2.2 เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง แคลคูลัส ระหว่างก่อนและหลังการใช้สื่อคอมพิวเตอร์
- 2.3 เพื่อศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์

3. สมมติฐานการวิจัย

- 3.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง แคลคูลัส หลังการใช้สื่อคอมพิวเตอร์สูงกว่าก่อนการใช้สื่อคอมพิวเตอร์
- 3.2 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์อยู่ในระดับพอใจมาก

4. ขอบเขตของการวิจัย

ขอบเขตการวิจัยได้แก่

- 4.1 ประชากรที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนจิตรลดา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ห้องเรียน จำนวน 79 คน ซึ่งมีพื้นฐานความรู้ในการใช้คอมพิวเตอร์ และโปรแกรม The Geometer 's Sketchpad (GSP)
- 4.2 เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นเนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 6 หัวเรื่องย่อย ดังนี้
 - 4.2.1 กราฟของฟังก์ชัน
 - 4.2.2 ลิมิตของฟังก์ชัน
 - 4.2.3 ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน
 - 4.2.4 ความชันของเส้นโค้ง
 - 4.2.5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

4.2.6 การประยุกต์ของอนุพันธ์

4.3 ระยะเวลาดำเนินการ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 ประกอบด้วยแผนจัดการเรียนรู้ 6 แผนรวมระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง 11 คาบ

4.4 ตัวแปรที่ศึกษา ในการทดลองเพื่อตรวจสอบสมมติฐานของการวิจัยและหาข้อมูลต่าง ๆ มีตัวแปรที่ต้องการศึกษา ดังนี้

4.4.1 **ตัวแปรต้น** คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์

4.4.2 **ตัวแปรตาม** คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง แคลคูลัส และความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์

5. นิยามศัพท์เฉพาะ

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ มีดังต่อไปนี้

5.1 **สื่อคอมพิวเตอร์** หมายถึง การนำเสนอภาพชิ้นงาน ตัวอย่าง สถานการณ์ปัญหา ข้อสรุปและเฉลยใบกิจกรรม เรื่องแคลคูลัส ซึ่งผู้วิจัยพัฒนาขึ้นโดยนำเสนอผ่านโปรแกรม The Geometer 's Sketchpad (GSP) และ โปรแกรมเพาเวอร์พอยต์ (Microsoft Office PowerPoint)

5.2 **การสอนโดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์** หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนได้เรียนรู้จากครูผู้สอนโดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนร่วมกับการปฏิบัติกิจกรรมอื่น ๆ เช่น ใบกิจกรรม เกม เป็นต้น

5.3 **ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน** หมายถึง คะแนนสอบก่อนและหลังเรียนของนักเรียน ในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนจิตรลดา

5.4 **ความคิดเห็นของนักเรียน** หมายถึง ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ วัดได้จากการตอบแบบสอบถามความคิดเห็น

6. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย ได้แก่

6.1 ได้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ ที่เหมาะสมกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6

6.2 ได้ตัวอย่างและแนวทางในการจัดทำสื่อคอมพิวเตอร์ เพื่อเป็นเครื่องมือการเรียนรู้ และเป็นการนำเทคโนโลยีมาทดลองใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์

6.3 เพื่อเป็นแนวทางในการวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่ใช้สื่อคอมพิวเตอร์ สำหรับนักเรียนในระดับอื่น และเนื้อหาต่าง ๆ ต่อไป

บทที่ 2

วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนจิตรลดา กรุงเทพมหานคร ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ ซึ่งแบ่งประเด็นการศึกษาวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องออกเป็น 7 ประเด็นหลัก ๆ ดังนี้

1. ทฤษฎีจิตวิทยาที่เป็นรากฐานของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในตัวผู้เรียนเอง
2. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
3. เทคโนโลยีคอมพิวเตอร์กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
4. หลักการจัดกิจกรรมโดยใช้เทคโนโลยีคอมพิวเตอร์เป็นสื่อการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
5. รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้คอมพิวเตอร์เป็นสื่อประกอบการเรียนการสอน
6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. ทฤษฎีจิตวิทยาที่เป็นรากฐานของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในตัวผู้เรียนเอง

ปัจจุบัน ความเชื่อเกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์เน้นผู้เรียนเป็นผู้กระทำ คิดค้น ศึกษา ตำรวจด้วยตนเอง เพราะนอกจากจะทำให้ผู้เรียนให้เกิดความรู้ความเข้าใจ แล้วก็ต้องให้เกิดทักษะด้วยจึงจะเกิดประโยชน์เพราะสามารถนำความรู้นั้นไปใช้ได้ทุกเมื่อ (ปานทอง กุลนาถศิริ 2541) ซึ่งแนวคิดนี้มีรากฐานของจิตวิทยาการเรียนรู้ คือ ทฤษฎีจิตวิทยาการเรียนรู้ของกลุ่มปัญญานิยม และบูรณาการแนวคิดนี้ไปสู่หลักการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้กระทำ

1.1 ทฤษฎีจิตวิทยาการเรียนรู้ของกลุ่มปัญญานิยม

สุรางค์ โคว์ตระกูล (2544) กล่าวถึงแนวคิดพื้นฐานของการเรียนรู้ในมุมมองของนักจิตวิทยากลุ่มปัญญานิยม ซึ่งพอจะสรุปได้ดังนี้

1.1.1 ทฤษฎีพัฒนาการเขาวัวปัญญาของเพียเจต์

เพียเจต์เชื่อว่าคนเราทุกคนตั้งแต่เกิดมาพร้อมที่จะมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมและโดยธรรมชาติของมนุษย์เป็นผู้พร้อมที่จะมีกิจกรรมหรือเริ่มกระทำก่อน (active) นอกจากนี้เพียเจต์ถือว่ามนุษย์เรามีแนวโน้มพื้นฐานที่คิดว่ามาตั้งแต่กำเนิด 2 ชนิด คือ การซึมซาบหรือดูดซึม (assimilation) เมื่อมนุษย์มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม และการปรับโครงสร้างทางปัญญา (accomodation) ที่มีอยู่แล้วให้เข้ากับสิ่งแวดล้อมหรือประสบการณ์ใหม่ หรือเป็นการเปลี่ยนแปลงความคิดเดิมให้สอดคล้องกับสิ่งแวดล้อมใหม่

รากฐานทางปรัชญาของทฤษฎีมาจากความพยายามที่จะเชื่อมโยงประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่ด้วยกระบวนการที่พิสูจน์อย่างมีเหตุผล เพียเจต์เชื่อว่า การเรียนรู้เกิดขึ้นจากการปรับตัวเข้าสู่ภาวะสมดุล (equilibrium) ระหว่างอินทรีย์และสิ่งแวดล้อม โดยแบ่งลำดับขั้นของพัฒนาการเขาวัวปัญญาของมนุษย์ไว้ 4 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 Sensorimotor (แรกเกิด - 2 ขวบ)

เด็กวัยนี้เป็นวัยที่เด็กมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม โดยประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหวของอวัยวะต่างๆของร่างกาย

ขั้นที่ 2 Preperational (อายุ 18 เดือน - 7 ปี)

เด็กวัยนี้มีโครงสร้างของสติปัญญา (structure) ที่จะใช้สัญลักษณ์แทนวัตถุสิ่งของที่อยู่รอบ ๆ ตัวได้ หรือมีพัฒนาการทางด้านภาษา เริ่มด้วยการพูดเป็นประโยคและเรียนรู้คำต่างๆเพิ่มขึ้น รู้จักคิด ความคิดของของเด็กวัยนี้ยังมีข้อจำกัดหลายอย่าง

ขั้นที่ 3 Concrete Operations (อายุ 7 - 11 ปี)

เด็กวัยนี้จะสามารถสร้างกฎเกณฑ์และตั้งกฎเกณฑ์ในการแบ่งสิ่งแวดล้อมออกเป็นหมวดหมู่ได้ และคิดย้อนกลับ (reversibility) ได้ ความเข้าใจเกี่ยวกับกิจกรรมและความสัมพันธ์ของตัวเลขก็เพิ่มมากขึ้น

ขั้นที่ 4 Formal Operations (อายุ 12 ปีขึ้นไป)

เด็กวัยนี้เป็นผู้ที่คิดเหนือไปกว่าสิ่งปัจจุบัน สนใจที่จะสร้างทฤษฎีเกี่ยวกับทุกสิ่งทุกอย่าง และมีความพอใจที่จะคิดพิจารณาเกี่ยวกับกับสิ่งที่ไม่มีตัวตนหรือสิ่งที่เป็นนามธรรม

กล่าวโดยสรุป เพียเจต์ เชื่อว่ากระบวนการรู้คิดและความสามารถจะมี แนวโน้มที่จะพัฒนาเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ เช่น เด็กสามารถเรียนรู้ได้เร็วขึ้น จำได้มากขึ้น และสามารถ ปฏิบัติงานที่ซับซ้อนเพิ่มขึ้น ในขณะที่เจริญเติบโตขึ้น

1.1.2 ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการค้นพบของบรูเนอร์

เจอร์โรม บรูเนอร์ (Jerome Bruner) เชื่อว่าการเรียนรู้จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อ ผู้เรียนได้ประมวลข้อมูลข่าวสารจากการที่มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมและสำรวจสิ่งแวดล้อม การรับรู้ของมนุษย์เป็นสิ่งที่เลือกหรือสิ่งที่รับรู้ขึ้นกับความใส่ใจของผู้เรียนที่มีต่อสิ่งนั้น ๆ การ เรียนรู้จะเกิดจากการค้นพบ เนื่องจากผู้เรียนมีความอยากรู้อยากเห็น ซึ่งเป็นแรงผลักดันให้เกิด พฤติกรรมสำรวจสิ่งแวดล้อมและเกิดการเรียนรู้โดยการค้นพบขึ้น แนวคิดพื้นฐานของทฤษฎีการ เรียนรู้โดยการค้นพบ คือ

1. การเรียนรู้เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมด้วย ตนเอง การเปลี่ยนแปลงที่เป็นผลของการปฏิสัมพันธ์ นอกจากเกิดขึ้นในตัวผู้เรียนแล้วยังเป็นผล ให้มีการเปลี่ยนแปลงในสิ่งแวดล้อมด้วย

2. ผู้เรียนแต่ละคนมีประสบการณ์และพื้นฐานความรู้แตกต่างกัน การ เรียนรู้จะเกิดขึ้นจากการที่ผู้เรียนสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่พบใหม่กับประสบการณ์และมีความหมายใหม่

3. พัฒนาการทางเชาว์ปัญญาจะเห็นได้ชัดจาก โดยที่ผู้เรียนสามารถรับ สิ่งเร้าที่ให้เลือกได้หลายอย่างพร้อม ๆ กัน วิธีการที่ผู้เรียนใช้เป็นเครื่องมือในการค้นพบความรู้ ขึ้นกับขั้นพัฒนาการของผู้เรียน ซึ่งบรูเนอร์เสนอไว้ 3 ขั้น ดังนี้

3.1 ขั้นเอนแอคทีฟ (enactive mode) ซึ่งเป็นขั้นปฏิสัมพันธ์กับ สิ่งแวดล้อม โดยการสัมผัสจับต้องด้วยมือหลักคิง การใช้ปากกับวัตถุสิ่งของที่อยู่รอบ ๆ ตัว และ สำคัญที่สุดคือการกระทำของเด็ก

3.2 ขั้นไอคอนนิค (Iconic mode) เมื่อเด็กสามารถที่จะสร้าง จินตนาการหรือมโนภาพ (imagery) ขึ้นในใจได้ โดยเด็กสามารถใช้รูปภาพแทนของจริงโดยไม่ จำเป็นจะต้องแตะต้องหรือสัมผัสของจริง สามารถรู้จักของจากภาพแม้ว่าจะมีขนาดและสีที่ เปลี่ยนไป บรูเนอร์ได้เสนอแนะให้นำวัสดุทัศนวัสดุมาใช้ในการสอน

3.3 ขั้นใช้สัญลักษณ์ (symbolic mode) ในขั้นนี้ผู้เรียนจะใช้ในการ เรียนรู้ เมื่อผู้เรียนมีความสามารถที่จะเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรม หรือความคิดรวบยอดที่ซับซ้อน และเป็นนามธรรม จึงสามารถที่จะสร้างสมมติฐาน และพิสูจน์ว่าสมมติฐานถูกหรือผิดได้

หลักการเกี่ยวกับการสอนของบรูเนอร์

1. กระบวนการคิดของเด็กแตกต่างกับผู้ใหญ่ ครูผู้สอนจะต้องเข้าใจว่าเด็กแต่ละวัยมีการรู้คิดอย่างไร และกระบวนการคิดของเด็กไม่เหมือนผู้ใหญ่ (intellectual empathy)

2. เน้นความสำคัญของผู้เรียน ถือว่าผู้เรียนสามารถควบคุมกิจกรรมการเรียนรู้ของตนเองได้ (self - regulation) และเป็นผู้ที่ริเริ่มหรือลงมือกระทำ ผู้สอนมีหน้าที่จัดสิ่งแวดล้อมให้เอื้อต่อการเรียนรู้โดยการค้นพบ ให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม

3. ในการสอนควรจะริเริ่มจากประสบการณ์ที่ผู้เรียนคุ้นเคยหรือประสบการณ์ที่ใกล้ตัวไปหาประสบการณ์ที่ไกลตัว เพื่อผู้เรียนจะได้มีความเข้าใจ (Elkind , 1976)

บรูเนอร์เชื่อว่า ถ้าครูเข้าใจพัฒนาการทางเชาว์ปัญญาของเด็ก และจัดสภาพสิ่งแวดล้อมของห้องเรียน ให้นักเรียนมีโอกาสเรียนรู้ตามขั้นพัฒนาการทางเชาว์ปัญญาของตน หรือใช้วิธีการที่จะใช้เป็นเครื่องมือในการปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมที่เหมาะสมกับวัย เด็กจะสามารถเรียนรู้ได้

1.1.3 ทฤษฎีการเรียนรู้ Constructivism

ทฤษฎีการเรียนรู้ Constructivism มีหลักการที่สำคัญว่าในการเรียนรู้ ผู้เรียนจะเป็นผู้กระทำ (active) และสร้างความรู้ โดยความเชื่อพื้นฐานของ Constructivism มีรากฐานมาจาก 2 แหล่ง คือ ทฤษฎีพัฒนาการของเพียเจต์และวิกออสกี ทฤษฎี Constructivism จึงแบ่งออกเป็น 2 ทฤษฎี คือ

1. Cognitive Constructivism กล่าวว่า ผู้เรียนเป็นผู้กระทำและเป็นผู้สร้างความรู้ขึ้นในใจเอง ปฏิสัมพันธ์ทางสังคมมีบทบาทในการก่อให้เกิดความไม่สมดุลทางพุทธิปัญญาขึ้น เป็นเหตุให้ผู้เรียนปรับความเข้าใจเดิมที่มีอยู่ให้เข้ากับข้อมูลข่าวสารให้จนกระทั่งเกิดความสมดุลทางพุทธิปัญญาหรือเกิดความรู้ใหม่ขึ้น

2. Social Constructivism กล่าวว่า ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกับผู้อื่น (ผู้ใหญ่หรือเพื่อน) ในขณะที่ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมหรืองาน ในสถานะสังคม (social context) ซึ่งเป็นตัวแปรที่สำคัญและขาดไม่ได้ ปฏิสัมพันธ์ทางสังคมทำให้ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยการเปลี่ยนแปลงความเข้าใจเดิมให้ถูกต้องหรือซับซ้อนกว้างขวางขึ้น

ลักษณะของ Constructivism มีดังนี้

1. ผู้เรียนสร้างความเข้าใจในสิ่งที่เรียนรู้ด้วยตนเอง
2. การเรียนรู้สิ่งใหม่ขึ้นกับความรู้เดิมและความเข้าใจที่มีอยู่ในปัจจุบัน

3. การมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมมีความสำคัญต่อการเรียนรู้
4. การจัดสิ่งแวดล้อม กิจกรรมที่คล้ายคลึงกับชีวิตจริงทำให้

ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมาย

1.1.4 การเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative Learning)

การเรียนรู้แบบร่วมมือ เป็นการจัดการเรียนการสอนที่แบ่งผู้เรียนออกเป็นกลุ่มเล็กๆ สมาชิกในกลุ่มมีความสามารถแตกต่างกันมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น มีการช่วยเหลือ สนับสนุนซึ่งกันและกัน และมีความรับผิดชอบร่วมกันทั้งในส่วนตน และส่วนรวม เพื่อให้กลุ่ม ได้รับความสำเร็จตามเป้าหมายที่กำหนด

จอห์นสัน เสนอว่า การเรียนแบบร่วมมือแรงร่วมใจควรมีลักษณะ ดังนี้

1. แบ่งนักเรียนในห้องเรียนออกเป็นกลุ่มย่อยๆ แต่ละกลุ่ม

ประกอบด้วยสมาชิกที่มีความรู้ความสามารถต่างกัน ประมาณ 2-6 คน

2. สมาชิกทุกคนภายในกลุ่มต่างมีเป้าหมายที่จะทำให้คะแนน ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยเฉลี่ยสูงขึ้น

3. สมาชิกแบ่งงานหรือหน้าที่ความรับผิดชอบ โดยถือว่า ความสำเร็จของสมาชิกทุกคนถือเป็นความสำเร็จของกลุ่ม

4. สมาชิกของกลุ่มต่างยอมรับและไว้วางใจซึ่งกันและกัน แต่ละคนยอมรับในบทบาทและผลงานของสมาชิกในกลุ่มเสมือนหนึ่งเป็นผลงานของตนเอง และพร้อมที่จะยอมรับความสามารถ จุดเด่น และจุดด้อยของเพื่อนสมาชิก

5. สมาชิกของกลุ่มต่างช่วยเหลือแลกเปลี่ยนและให้ความร่วมมือแก่กันและกัน นักเรียนเก่งจะให้กำลังใจนักเรียนอ่อน และกระตุ้นให้เพื่อนขยันยิ่งขึ้น เพื่อจะได้ประสบความสำเร็จทางการเรียน และเมื่อพยายามมากแล้ว แต่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนยังไม่เพิ่มมากขึ้น เขาก็ยังได้รับการยกย่องจากเพื่อนในกลุ่ม นักเรียนแต่ละคนต้องรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ ของตนเองและการเรียนรู้ของเพื่อนในกลุ่ม (สุรางค์ โคว์ตระกูล 2544)

1.2 การบูรณาการแนวคิดจิตวิทยาการเรียนรู้กลุ่มปัญญานิยมไปสู่หลักการเรียนรู้ทาง คณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้กระทำ

- 1.2.1 เรียนรู้การคิดแบบคณิตศาสตร์และคิดแก้ปัญหา
- 1.2.2 ผู้เรียนสร้างสิ่งแทนความคิดตนเอง จากการมีปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่นและสื่อ การเรียนรู้ที่ครูกำหนดขึ้น
- 1.2.3 เรียนรู้โดยการสังเกตและฟังผู้อื่น

- 1.2.4 รับผิดชอบและมีส่วนได้ส่วนเสียสำหรับเรียนรู้ของตนเอง
- 1.2.5 ครูเป็นผู้สนับสนุนโดยจัดเตรียมงาน กิจกรรม สื่อ เพื่อให้เด็กสร้างสิ่งแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง
- 1.2.6 การให้ข้อมูลป้อนกลับ การให้แรงเสริม การสร้างความภาคภูมิใจในความสำเร็จเป็นสิ่งสำคัญในบรรยากาศการเรียนรู้
- 1.2.7 การเรียนรู้ต้องเกี่ยวข้องกับประสาทสัมผัสทั้ง 6 ด้าน
- 1.2.8 เปิดโอกาสให้ทำงานเป็นกลุ่ม แลกเปลี่ยนในกลุ่มและรับผิดชอบในภารกิจของคนที่ทำในกลุ่ม
- 1.2.9 ถือว่าการประเมินการกระทำปฏิบัติของผู้เรียน เป็นส่วนสำคัญของการเรียนรู้
- 1.2.10 ให้เวลาในการลงมือทำ การคิด อย่างเต็มที่
- 1.2.11 ใช้เทคโนโลยีเพื่อให้เห็นหนทางในการคิด วิชิตคิด และเกิดการเรียนรู้

2. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผล กระบวนการคิด และการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่ช่วยสร้างให้นักเรียนเป็นคนมีเหตุผล มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณและเป็นระบบ ตลอดจนมีทักษะการแก้ปัญหา ทำให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ซึ่งเป็นประโยชน์ในชีวิตประจำวัน ยิ่งกว่านั้นคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่นๆ มากมาย (สาขาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษา สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 2550)

ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 (กระทรวงศึกษาธิการ 2544) ได้กำหนดสาระที่ 6 ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานการเรียนรู้ทางด้านทักษะ/กระบวนการ ที่ต้องสอดแทรกไปในกระบวนการจัดการเรียนรู้ ได้แก่

- 2.1 ทักษะและกระบวนการแก้ปัญหา
- 2.2 ทักษะและกระบวนการให้เหตุผล
- 2.3 ทักษะและกระบวนการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ
- 2.4 ทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

2.5 ความคิดสร้างสรรค์

2.1 ทักษะและกระบวนการแก้ปัญหา

2.1.1 ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา โดยอาศัยทักษะที่สำคัญและจำเป็น ได้แก่ ทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา ทักษะการแปลความหมายทางภาษา

2.1.2 วางแผนแก้ปัญหา อาศัยทักษะในการนำความรู้ หลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรู้มาแล้วและทักษะในการเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม

2.1.3 ดำเนินการแก้ปัญหา อาศัยทักษะในการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบาย และแสดงเหตุผล

2.1.4 ตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ อาศัยทักษะในการคำนวณ การประมาณคำตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่ทำได้ ซึ่งต้องอาศัยความรู้สึกรั้งจำนวน (number sense) หรือความรู้สึกรั้งปริภูมิ (spatial sense) ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สอดคล้องกับสถานการณ์ หรือปัญหา

2.2 ทักษะและกระบวนการให้เหตุผล

2.2.1 ทำความเข้าใจปัญหา หรือวิเคราะห์ปัญหา ที่ไม่ยากเกินความสามารถที่จะคิดและให้เหตุผล

2.2.2 กำหนดแนวคิดพร้อมทั้งมีเหตุผล ในการหาคำตอบของปัญหา

2.2.3 เสนอแนวคิดและให้เหตุผลประกอบ

2.2.4 พิจารณาว่าเหตุผลนั้นถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ บอกพร้อมอย่างไร

2.2.5 เสนอแนวคิดที่เกิดจากการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล

2.3 ทักษะและกระบวนการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

2.3.1 ทำความเข้าใจปัญหาที่น่าสนใจ และเหมาะสมกับความสามารถ

2.3.2 ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตัวเองภายใต้การชี้แนะแนวทางในการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ

2.3.3 นำเสนอผลการปฏิบัติ

2.3.4 อภิปรายและสรุปผลการปฏิบัติ

2.4 ทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

- 2.4.1 นำเสนอ ความรู้ กฎ นิยาม สูตร ทฤษฎี หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์
- 2.4.2 นำเสนอความเกี่ยวข้องเชื่อมโยง ระหว่างความรู้เกี่ยวกับ กฎ นิยาม สูตร ทฤษฎี หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ กับสถานการณ์หรืองานอื่นๆที่ต้องการ
- 2.4.3 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆหรือสถานการณ์ หรืองานอื่นๆที่ต้องการ
- 2.4.4 หาคำตอบจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล

2.5 ความคิดสร้างสรรค์

- 2.5.1 ทำความเข้าใจกับปัญหาปลายเปิดที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะสมกับวัย และเป็นปัญหาที่สามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้แก้ปัญหาได้
- 2.5.2 เสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาโดยการอภิปรายร่วมกัน
- 2.5.3 เสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา หลากๆวิธีการ หรือหลายๆคำตอบ
- 2.5.4 สร้างปัญหาขึ้นเองโดยให้มีโครงสร้างของปัญหา คล้ายกับปัญหาเดิมที่มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาแล้ว ซึ่งเป็นการส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์พร้อมทั้งแก้ปัญหา นั้น

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จะต้องจัดกิจกรรมโดยกำหนดสถานการณ์หรือปัญหา เพื่อพัฒนานักเรียนให้บรรลุมาตรฐานด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM) ได้ให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อการเรียนการสอนและการจัดสภาพแวดล้อมในการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อให้เกิดผลในการพัฒนาที่สมบูรณ์แบบมากยิ่งขึ้นและสอดคล้องกับศักยภาพนักเรียน (ถนอมเกียรติ งานสกุล 2544 : 17 อ้างอิงจาก Tan , 2000 : 377) ดังนี้

“...กระบวนการตัดสินใจและการค้นคว้าเพื่อการแก้ปัญหาได้พยายามใช้เครื่องมือหรืออุปกรณ์เสริมเท่าที่จำเป็น แต่ให้เน้นความสำคัญของการรู้จักวิเคราะห์และการนำไปใช้ และการเชื่อมโยงองค์ความรู้อย่างต่อเนื่อง ต้องเน้นแนวคิดและการประยุกต์ใช้ในสาขาวิชาอื่น ๆ ที่สามารถทำได้ เพื่อให้เห็นคุณค่าและประโยชน์ที่แท้จริงของคณิตศาสตร์ ”

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 (ยุพิน พิพิธกุล 2545 : 69 – 71) พอสรุปได้ว่า “ ... เมื่อผู้สอนจะจัดการเรียนการสอน ผู้สอนต้องถามตัวเองว่าจะสอนอย่างไรจึงจะสามารถบูรณาการความรู้ได้ เช่นต้องการให้

นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้ สอนอย่างไรจึงจะเกิดทักษะคณิตศาสตร์ เป็นต้น” โดยครูผู้สอนควรใช้ปัญหาปลายเปิด (ปรีชา เนาว์เย็นผล 2544) ซึ่งเป็นปัญหาที่เปิดกว้าง มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ มีวิธีการหาคำตอบหรือแนวทางการเข้าสู่คำตอบของปัญหาหลายวิธี เข้ามามีบทบาทในการจัดการเรียนรู้ การทำใบกิจกรรมและใบงาน อย่างสอดคล้องสัมพันธ์กับบรรยากาศในห้องเรียน ที่สนุกสนาน เพลิดเพลิน (ระวีวรรณ พ่วงวิจิตร 2537) ก็จะช่วยให้สามารถพัฒนาทักษะการให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนด้วยแนวคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ตามข้อเสนอของกรมวิชาการและสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) มีดังนี้

แนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหา

การแก้ปัญหาเป็นหัวใจของคณิตศาสตร์ (สมเดช บุญประจักษ์ 2540) และเป็นเป้าหมายสูงสุดของหลักสูตร และการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สมาคมศึกษานานาชาติในสหรัฐอเมริกา (NCSM, 1977 : 19 - 22) ได้กำหนดให้การแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐานที่สำคัญอันดับแรกในจำนวนทักษะที่จำเป็น 10 ประการ อีกทั้งสมาคมผู้สอนคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1980 : 1-3) ได้เสนอให้การแก้ปัญหาเป็นจุดเน้นที่สำคัญของหลักสูตร เป็นเป้าหมายแรกของการเรียนการสอน และเป็นส่วนสำคัญของกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ได้ให้ความสำคัญของการแก้ปัญหา โดยกำหนดให้การแก้ปัญหาเป็นทักษะที่สำคัญ และจำเป็นอันดับแรก ของทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ เพราะการแก้ปัญหามathematics ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ ช่วยกระตุ้นการเรียนรู้ และการสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียน นอกจากนี้ การแก้ปัญหายังช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนคติ หลักการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ความสำเร็จในการแก้ปัญหาก็จะทำให้เกิดการพัฒนาคูณลักษณะที่ต้องการแก่ผู้เรียน เช่น ความใฝ่รู้ ความอยากรู้อยากเห็น (ศูนย์พัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ 2550)

การจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเกิดทักษะและกระบวนการในการแก้ปัญหา นับว่าเป็นเรื่องยากพอสมควรสำหรับผู้สอน ผู้เรียนส่วนใหญ่จะพัฒนาได้ดีในทักษะการคิดคำนวณ แต่เมื่อพบโจทย์ปัญหามักจะมีปัญหาในเรื่องของทักษะการอ่านทำความเข้าใจโจทย์ การวิเคราะห์โจทย์ รวมถึงการหาแบบรูป แนวคิดในการแก้ปัญหานั้น

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะและกระบวนการแก้ปัญหาได้ ผู้สอนต้องให้โอกาสผู้เรียนได้ฝึกคิดด้วยตนเองให้มาก โดยจัดสถานการณ์หรือปัญหาหรือเกมที่น่าสนใจ ทำท่ายให้อยากคิด เริ่มด้วยปัญหาที่เหมาะสมกับศักยภาพของผู้เรียนแต่ละคนหรือผู้เรียนแต่ละกลุ่ม โดยอาจเริ่มด้วยปัญหาที่ผู้เรียนสามารถใช้ความรู้ที่เรียนมาแล้วมาประยุกต์ก่อน ต่อจากนั้นจึงเพิ่มสถานการณ์หรือปัญหาที่แตกต่างจากที่เคยพบมา สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถสูงผู้สอนควรเพิ่มปัญหาที่ยากซึ่งต้องใช้ความรู้ที่ซับซ้อนหรือมากกว่าที่กำหนดไว้ในหลักสูตรให้ผู้เรียนได้ฝึกคิดด้วย

ในการเริ่มต้นพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะในกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนจะต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นก่อน แล้วจึงฝึกทักษะในการแก้ปัญหา

กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน มีดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ

ในกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนนี้ ยังอาศัยทักษะอื่น ๆ ประกอบด้วย

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญ และจำเป็นอีกหลายประการ เช่น ทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา ทักษะการแปลความหมายทางภาษา ซึ่งผู้เรียนควรแยกแยะได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้ และโจทย์ต้องการให้หาอะไร หรือพิสูจน์ข้อความใด

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้หลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรู้อมาแล้ว ทักษะในการเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม เช่น เลือกใช้การเขียนรูปหรือแผนภาพ ตาราง การสังเกตหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ เป็นต้น ในบางปัญหาอาจใช้ทักษะในการประมาณค่า คาดการณ์ หรือคาดเดาคำตอบมาประกอบด้วย ผู้สอนจะต้องหาวิธีฝึกวิเคราะห์แนวคิดในขั้นนี้ให้มาก

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบาย และแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ ต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณ การประมาณ คำตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่หาได้โดยอาศัยความรู้สึกเชิงหรือความรู้สึกเชิงปริภูมิ ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สอดคล้องกับสถานการณ์หรือปัญหา

การจัดการเรียนรู้ที่ใช้กระบวนการแก้ปัญหาดังกล่าวนี้ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนเรียนรู้อย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยกำหนดประเด็นคำถามมาให้คิดและหาคำตอบเป็นลำดับเรื่อยไปจน ผู้เรียนสามารถหาคำตอบได้ หลังจากนั้นในปัญหาต่อ ๆ ไป ผู้สอนจึงค่อย ๆ ลดประเด็นคำถามลงจนสุดท้ายเมื่อเห็นว่าผู้เรียนมีทักษะในการแก้ปัญหาเพียงพอแล้วก็ไม่จำเป็นต้องให้ประเด็นคำถามนี้ขึ้นมาก็ได้

ในการจัดการเรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอนนั้นแล้ว การพัฒนาให้มีทักษะ ผู้สอนควรเน้นฝึกการวิเคราะห์แนวคิดอย่างหลากหลายในชั้นวางแผนแก้ปัญหาให้มาก เพราะเป็น ขั้นตอนที่มีความสำคัญและยากสำหรับผู้เรียน

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหามาตามแนวคิดของ อาจารย์ ดร.รุ่งฟ้า จันทร์จารุภรณ์ กล่าวไว้ว่า นอกจากครูต้องเตรียมปัญหาให้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ ครูควรจะต้องดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องและเหมาะสม ซึ่งครูควรใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือหรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย เพื่อให้ นักเรียนได้มีโอกาสทำงานร่วมกันเป็นทีมหรือเป็นกลุ่ม ได้ลงมือแก้ปัญหาและปฏิบัติการกิจต่าง ๆ จนบรรลุจุดประสงค์ที่คาดหวังไว้

แนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการให้เหตุผล

การจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ โดยทั่วไปเข้าใจกันว่า การฝึกรู้จักใช้เหตุผลที่ง่ายที่สุด คือ การฝึกจากการเรียนเรขาคณิตตามแบบยูคลิด เพราะมีโจทย์เกี่ยวกับการให้เหตุผลมากมาย มีทั้งการให้เหตุผลอย่างง่าย ปานกลาง และอย่างยาก แต่ที่จริงแล้ว การฝึกให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้นสามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ ด้วย

องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผลมีดังนี้

- 1) ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิด และให้เหตุผลในการหาคำตอบได้
- 2) ให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้ และให้เหตุผลของตนเอง
- 3) ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

การเริ่มต้นที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนรู้และเกิดทักษะในการให้เหตุผลผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียน และคอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้าง ๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม”

“อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า.....แล้ว ผู้เรียนคิดว่า.....จะเป็นอย่างไร” ผู้เรียนที่ให้เหตุผลไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่าไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรง และให้กำลังใจว่าคำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีบางส่วนถูกต้อง ผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อน ได้อีกบ้าง เพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น

ในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (open-ended problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็น หรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

แนวการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาการพัฒนากทักษะและกระบวนการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ทำให้ทุกเนื้อหาที่ต้องการให้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา เช่น ในวิชาเรขาคณิตมีเนื้อหาที่ต้องฝึกวิเคราะห์ การใช้เหตุผลและการพิสูจน์ ผู้เรียนต้องฝึกทักษะในการสังเกต การนำเสนอรูปภาพต่าง ๆ เพื่อการสื่อความหมาย แล้วนำความรู้เรื่องเรขาคณิตไปอธิบายปรากฏการณ์และสิ่งแวดล้อมต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอในวิชาพีชคณิต เป็นการฝึกทักษะให้ผู้เรียนรู้จักวิเคราะห์ปัญหา สามารถเขียนปัญหาในรูปแบบของ ตาราง กราฟ หรือข้อความ เพื่อสื่อสารความสัมพันธ์ของจำนวนเหล่านั้น ขั้นตอนในการดำเนินการเริ่มจากการกำหนดโจทย์ปัญหาให้ผู้เรียนวิเคราะห์ กำหนดตัวแปร เขียนความสัมพันธ์ของตัวแปรในรูปแบบของสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด และดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการทางพีชคณิต

การจัดการเรียนรู้ให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอมีแนวทางในการดำเนินการดังนี้

- 1) กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน
- 2) ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ และแสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยผู้สอนช่วย

ชี้แนะแนวทางในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ

การฝึกทักษะ/กระบวนการนี้ต้องทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีแก้ปัญหาอย่างไร เขียนรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อความหมาย

แนวการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการเชื่อมโยง

ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจ เพื่อเป็นพื้นฐานในการที่จะนำไปศึกษาต่อ ซึ่งจำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เช่น การใช้ความรู้ในเรื่องเซต ในการให้คำจำกัดความหรือบทนิยามในเรื่องต่าง ๆ เช่น บทนิยามของฟังก์ชันในรูปของเซต บทนิยามลำดับในรูปของฟังก์ชัน บทนิยามของลำดับในรูปของฟังก์ชัน เป็นต้น

นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ด้วยกันแล้ว ยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และใช้ในการแก้ปัญหา เช่น เรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยแบบทบต้น ก็อาศัยความรู้ในเรื่องเลขยกกำลังและผลบวกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต ในงานด้านศิลปะ และการออกแบบบางชนิดก็ใช้ความรู้เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

นอกจากนี้แล้วยังมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในวิชาชีพต่าง ๆ โดยตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร งานเกษตร งานออกแบบสร้างบรรจุภัณฑ์ต่าง ๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การซื้อขาย การชั่ง ตวง วัด การคำนวณระยะทางและเวลาที่ใช้ในการเดินทาง การคำนวณค่าภาษีเงินได้แบบต่าง ๆ การวางแผนในการออมเงินไว้ใช้ในชว่บั้นปลายของชีวิต หรือการคำนวณเกี่ยวกับการซื้อรถ บ้าน แบบเงินผ่อน เป็นต้น

องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมการพัฒนาการเรียนรู้ทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ มีดังนี้

1. มีคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น ๆ
2. มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่น ๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี
3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้ ทักษะและกระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้องเข้าด้วยกัน
4. มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่ต้องเกี่ยวข้อง
5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่หาได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล

ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียน ได้พัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์

นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดคล้องในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน เพื่อให้ผู้เรียนได้มีการปฏิบัติจริงและมีทักษะกระบวนการเชื่อมโยงความรู้นี้ ผู้สอนอาจมอบหมายงานหรือกิจกรรมให้ผู้เรียนไปศึกษาค้นคว้าหาความรู้เกี่ยวกับกิจกรรมนั้น แล้วนำเสนองานต่อผู้สอนและผู้เรียน ให้มีการอภิปรายและหาข้อสรุปร่วมกัน

ในการจัดการเรียนรู้ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีการพัฒนาการเรียนรู้ ผู้สอนควรจัดกิจกรรมหรือให้ปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด สามารถบอกแนวคิด และแสดงเหตุผลได้ ผู้สอนไม่ควรดูเฉพาคำตอบที่ทำได้จากการคำนวณเท่านั้น คำตอบของปัญหาอาจมีมากกว่า 1 คำตอบ ขึ้นอยู่กับการให้เหตุผลประกอบที่สมเหตุสมผลด้วย

แนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความคิดสร้างสรรค์

บรรยากาศช่วยส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ ได้แก่การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดและนำเสนอแนวคิดของตนเอง อย่างอิสระภายใต้การให้คำปรึกษาแนะนำของผู้สอน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้สามารถเริ่มต้นจากการนำเสนอปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะกับวัยของผู้เรียนและเป็นปัญหาที่ผู้เรียนสามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้แก้ปัญหาได้ การแก้ปัญหาควรจัดกิจกรรมในลักษณะร่วมกันแก้ปัญหา ให้ผู้เรียนได้อภิปรายร่วมกัน การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เสนอแนวคิดหลายๆ แนวคิด เป็นการช่วยเสริมเติมเต็มทำให้ได้แนวคิดในการแก้ปัญหาที่สมบูรณ์และหลากหลาย

ปัญหาปลายเปิดซึ่งเป็นปัญหาที่มีคำตอบหลายคำตอบหรือมีแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบได้หลายอย่าง เป็นปัญหาที่ช่วยส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ของผู้เรียน สำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบ เมื่อผู้เรียนคนหนึ่งหาคำตอบหนึ่งได้แล้ว ก็ยังมีสิ่งท้าทายให้นักเรียนคนอื่น ๆ คิดหาคำตอบอื่น ๆ ที่เหลืออยู่ สำหรับปัญหาที่มีแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบได้หลายอย่าง แม้ว่าผู้เรียนจะหาคำตอบได้ ผู้สอนต้องแสดงให้ผู้เรียนตระหนักถึงการให้ความสำคัญกับแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบนั้น ด้วยการส่งเสริมและยอมรับแนวคิดหรือวิธีการอย่างหลากหลายของผู้เรียน ในการให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์ในการเรียนรู้แนวคิดหรือวิธีการหลายๆ อย่างในการแก้ปัญหาปัญหาหนึ่งเป็นสิ่งที่มีความสำคัญมากกว่าการให้ผู้เรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลายๆ ปัญหาโดยใช้แนวคิดหรือวิธีการเพียงอย่างเดียว นอกจากนี้การให้ผู้เรียนได้มีโอกาสสร้างปัญหาขึ้นเองให้มีโครงสร้างของปัญหาล้ายกับปัญหาเดิมที่ผู้เรียนมีประสบการณ์ในการแก้มาแล้ว จะเป็น

การช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในปัญหาเดิมอย่างแท้จริง และเป็นการช่วยส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ของผู้เรียนอีกด้วย (ถนอมเกียรติ งานสกุล 2544)

นอกจากจะฝึกความคิดสร้างสรรค์โดยอาศัยโจทย์ปัญหาแล้ว ผู้สอนสามารถพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ในการเรียนรู้ในกิจกรรมอื่น ๆ ได้อีก เช่น กิจกรรมเกี่ยวกับการออกแบบ การต่อรูป การประดิษฐ์จากเงื่อนงำที่กำหนดให้

3. เทคโนโลยีคอมพิวเตอร์กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

การนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในวงการศึกษาเริ่มมีขึ้นในประเทศสหรัฐอเมริกา ซึ่งในช่วงแรกนั้นคอมพิวเตอร์ยังใหญ่เทอะทะ ไม่ค่อยมีปฏิสัมพันธ์นัก และราคาแพง คอมพิวเตอร์ส่วนใหญ่จึงถูกนำมาใช้เพื่อการศึกษา ลักษณะของเครื่องกลสำหรับงานคิดคำนวณ และสำหรับใช้ในงานธุรการ มากกว่าที่จะถูกนำมาใช้เพื่อช่วยในด้านการเรียนการสอน หลังจากนั้นไม่นาน คอมพิวเตอร์ช่วยสอนได้เริ่มขึ้น ด้วยวัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนที่เรียน ไม่ทันคนอื่น ในชั้นเรียน ได้มีโอกาสที่จะเรียนซ่อมเสริมนอกเวลากับการเรียนด้วยคอมพิวเตอร์ ราคาของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนนั้น มาจากบทเรียนแบบโปรแกรม (Programmed Instruction : PI) แต่แทนที่บทเรียนแบบโปรแกรมจะใช้เครื่องช่วยสอน (teaching machine) เป็นตัวนำเสนอเนื้อหา ตามความนิยมในขณะนั้น บทเรียนแบบโปรแกรมนี้อาจใช้หนังสือเป็นตัวนำเสนอเนื้อหาแทน (programmed textbook) โดยออกแบบหนังสือในลักษณะของการนำเสนอเนื้อหาให้ดึงดูดความสนใจ ของผู้เรียน โดยมีการตั้งคำถามๆ ผู้เรียนอย่างสม่ำเสมอและใช้เทคนิคของการเสริมแรง (reinforcement)

หลังจากเริ่มมีการนำไมโครคอมพิวเตอร์เข้ามาในโรงเรียนเป็นจำนวนมาก ได้เกิดการนำคอมพิวเตอร์ ช่วยสอนประเภทแบบฝึกหัดมาใช้มากขึ้น และเริ่มมีการอบรมครูอาจารย์เกี่ยวกับภาษาระดับสูง ที่ใช้ในการสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอน (authoring languages) เช่น ภาษาคิวเตอร์และภาษาไพลอต เพื่อให้ครูอาจารย์สามารถพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนด้วยตนเองได้ แต่การอบรมไม่ได้ผลเท่าที่ควร เนื่องจากการเรียนภาษาคอมพิวเตอร์ประเภทนี้ต้องการเวลา และการฝึกฝนจากครูอาจารย์ที่เข้ารับการ อบรมอย่างต่อเนื่อง บทเรียนในยุคแรกนี้มีลักษณะโบราณและมีข้อจำกัดมากมาย เช่น ใช้พัฒนาบทเรียน ได้เฉพาะคอมพิวเตอร์ช่วยสอนประเภทคิวเตอร์ และแบบฝึกหัดแบบง่าย ๆ เป็นต้น

ต่อมาในช่วงต้น ค.ศ.1980 จำนวนของคอมพิวเตอร์ในโรงเรียน (สหรัฐอเมริกา) เริ่มมีเพิ่มมากขึ้นเรื่อยๆ ในช่วงนี้ได้เกิดแนวคิดสำคัญในการนำวิชาความรู้คอมพิวเตอร์ขึ้นพื้นฐาน

(computer literacy) เข้าไปไว้ในหลักสูตรการศึกษาของทุกโรงเรียน มีการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน สำหรับฝึกทักษะพื้นฐาน ในวิชาการอ่าน (ภาษา) และในวิชาคณิตศาสตร์ และการใช้โปรแกรม ประมวลผลค่าอย่างแพร่หลาย ในช่วงนี้โปรแกรมช่วยสร้างบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ได้เกิด การพัฒนาเปลี่ยนแปลงไปมาก การสร้างบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีความสะดวก และยืดหยุ่น มากยิ่งขึ้น ซึ่งส่งผลให้การสร้าง บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนได้รับความนิยมเพิ่มขึ้นอีกครั้งหนึ่ง

จากการที่คอมพิวเตอร์ได้รับการพัฒนาไปอย่างต่อเนื่องและรวดเร็ว โปรแกรมช่วย สร้างบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน จึงได้รับการพัฒนาให้มีศักยภาพมากขึ้นด้วยเช่นกัน ทั้งในแง่ ของความสะดวกในการใช้ และความสามารถในการรวมสื่อหลายรูปแบบ หรือมัลติมีเดียเข้าด้วยกัน จนในขณะนี้สามารถกล่าวได้ว่า มัลติมีเดียได้กลายมาเป็นองค์ประกอบหลักของบทเรียน คอมพิวเตอร์ช่วยสอนแล้ว นอกจากนี้การนำคอมพิวเตอร์มาเชื่อมโยงเป็นเครือข่าย ทำให้ เกิดการเรียนการสอน ในรูปแบบใหม่ๆ ที่น่าสนใจ เช่น การเรียนการสอนวิชาการเขียน โดย ผู้เรียนสามารถที่จะเขียนงานร่วมกัน บนเครือข่ายคอมพิวเตอร์ และเกิดการให้คำแนะนำแก่กันและ กันระหว่างครูกับผู้เรียน หรือผู้เรียนกับผู้เรียนผ่านทางเครือข่าย เป็นต้น นอกจากนี้ยังมีเทคโนโลยี สื่อหลายมิติ (hypermedia) หรือการเชื่อมโยงหลายมิติ (hyperlink) ซึ่งเป็นเทคโนโลยีเกี่ยวกับการจัด ระเบียบเชื่อมโยงข้อมูล ในลักษณะโยงใย โดยที่ผู้เรียนสามารถเรียกใช้ หรือเข้าถึงข้อมูลที่เชื่อมโยง กันอยู่ตามแหล่งต่างๆ นี้ได้ (การสื่อสารข้อมูลและระบบเครือข่ายคอมพิวเตอร์

<http://www.chauat.thcity.com/web-c/hanakan/index.htm>)

สำหรับนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นจะอยู่ใน รูปแบบของ คอมพิวเตอร์ช่วยสอน (CAI) หรือการใช้คอมพิวเตอร์ในการนำเสนอเนื้อหา ทาง คณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมเพาเวอร์พอยต์เสียเป็นส่วนใหญ่ เนื่องจากการนำคอมพิวเตอร์มาใช้ ทางด้านการสอนคณิตศาสตร์จะช่วยดึงดูดความสนใจแก่ผู้เรียนและสร้างความกระตือรือร้นในการ เรียนเป็นอย่างมาก และในปัจจุบันประเทศไทยได้นำโปรแกรมGSP มาใช้ในการเรียนการสอน คณิตศาสตร์โดยเฉพาะในวิชาเรขาคณิต เนื่องจากโปรแกรมนี้เหมาะสำหรับการเรียนโดยให้ นักเรียนทดลอง สืบค้น ตรวจสอบ ได้ด้วยตนเอง ช่วยให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดในเรื่องนั้น ๆ ด้วยการค้นพบด้วยตนเองรู้สึกเป็นอิสระจากการคำนวณที่น่าเบื่อ ทำให้มีสมาธิยิ่งขึ้นในการ แก้ปัญหาและช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้ได้โดยง่าย นอกจากโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ใช้ในการสอนเรขาคณิต ก็ยังมีโปรแกรม Microsoft Office Excel ใช้ในการสอนสถิติ Graphmatica และ Mathematica ใช้ในการสร้างกราฟ 2 มิติ และ 3 มิติมีการใช้ สีเพื่อเปรียบเทียบได้ชัดเจน

4. หลักการจัดกิจกรรมโดยใช้เทคโนโลยีคอมพิวเตอร์เป็นสื่อการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

4.1 หลักการออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนหรืองานที่ใช้คอมพิวเตอร์เป็นสื่อการใช้คอมพิวเตอร์ในเรื่องการเรียนการสอน แบ่งได้เป็น 3 ลักษณะดังนี้

1. โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับนักเรียน (student programming)
2. การสอนด้วยคอมพิวเตอร์ (computer-based instruction)
3. การใช้คอมพิวเตอร์เพื่อประโยชน์สำหรับครู (teacher utilities)

4.1.1 โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับนักเรียน

การเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เชื่อกันว่าช่วยพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหาเพราะอาศัยกระบวนการคิดที่มีระบบระเบียบ ขั้นตอน มีความเป็นเหตุเป็นผล มีการประเมินความคิดของตนเองจากโปรแกรมที่เขียนตั้งแต่เริ่มทำงานถึงการได้คำตอบที่ต้องการ ภาษาที่ใช้ในการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ได้แก่ ภาษาเบสิก ภาษาโลโก ภาษาปาสคาล ภาษาโคบอล และภาษาฟอร์แทรน เป็นต้น การเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดในลักษณะที่มีแบบแผนขั้นตอนการคิด (algorithms) มีความเป็นเหตุเป็นผล (logic) การเขียนโปรแกรมจะทำให้ผู้อยู่ในบทบาทของ “ครู” “สอน” คอมพิวเตอร์ทำงานตามที่สั่ง วิธีการทำดังนี้จะช่วยเพิ่มความเข้าใจแก่นักเรียนในกระบวนการคิด ในการเขียนโปรแกรมนักเรียนจะต้องใช้ทักษะในการแก้ปัญหา การวิเคราะห์แยกแยะ การสรุปนัยทั่วไปและการสังเคราะห์ (generalization and synthesis of a process) ดังนั้นการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์จึงเป็นกิจกรรมหนึ่งที่ใช้ฝึกการแก้ปัญหา (สิริพร ทิพย์คง 2537 : 231-237)

4.1.2 คอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ครูสามารถนำคอมพิวเตอร์ไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน 8 ประการ (วารินทร์ รัตมีพรหม 2531) ดังนี้

1. การฝึกหัด เมื่อนักเรียนเข้าใจบทเรียนต่าง ๆ ดีแล้วจากการที่ครูสอนนักเรียนอาจจะฝึกการทำแบบฝึกหัดด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์เพื่อการกระตุ้นนักเรียน โปรแกรมสำเร็จที่ครูสร้างอาจประกอบด้วยบททวนบทเรียนอย่างสั้น ๆ และแบบฝึกหัดให้นักเรียนทำและอาจมีคำอธิบายสั้น ๆ ที่วิเคราะห์การทำแบบฝึกหัดของนักเรียนเมื่อนักเรียนทำผิด
2. การทบทวน ทำได้โดยการที่ครูเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อเป็นการทบทวน เป็นการจัดกิจกรรมให้คล้ายกับการเรียนการสอน ซึ่งจะประกอบด้วยบทนำ การอธิบายซึ่งประกอบด้วยตัวอย่าง คำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน การให้รางวัลด้วยคำพูดที่พิมพ์

บนจอทีวีของคอมพิวเตอร์ เมื่อนักเรียนตอบถูกเป็นการให้กำลังใจ และมีการบันทึกคำตอบของนักเรียนว่าตอบอะไร คิดอย่างไร มีการตอบทุกทั้งหมัดก็คำตอบ เป็นต้น

3. การจำลองสถานการณ์ เป็นการสร้างเสริมประสบการณ์ความจริงที่เป็นปรากฏการณ์ในชีวิตจริง โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้จะเป็นเหตุการณ์ของโมเดลที่สร้างขึ้น เพื่อที่จะมองเห็นการเปลี่ยนแปลง เช่น การสำรวจจำนวนประชากรของแมลงหวี่ตามเวลาที่เปลี่ยนไป (ตัวแปรต้น :แมลงหวี่ และเวลา มีผลทำให้จำนวนของแมลงหวี่เพิ่มขึ้น)

4. การเล่นเกม เกมเป็นสิ่งที่จะกระตุ้นนักเรียนได้ดีที่สุด เพราะการแข่งขันผู้เล่นอาจจะ 1 คน หรือหลาย ๆ คนที่สามารถเล่นได้ เมื่อเล่นชนะก็จะได้คะแนนเป็นรางวัล เกมที่เลือกมาใช้ในการเรียนการสอนควรจะสอดคล้องกับจุดประสงค์ของเรื่องที่ครูสอน ตลอดจนเนื้อหาและกระบวนการที่มีอยู่ในหลักสูตร

5. การสาธิต เป็นการนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไปใช้ในการสาธิตการคิด และกระบวนการคิด โดยการยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง การสรุป การให้ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง ที่ผิด การอธิบาย หรือการถามคำถามต่าง ๆ เครื่องคอมพิวเตอร์สามารถแสดงได้อย่างรวดเร็ว ถูกต้อง แม่นยำ มากหรือน้อยตามที่เราต้องการ ในการเรียนการสอนครูจำเป็นต้องสาธิต แนะนำถามคำถามชักนำให้การเรียนการสอนดำเนินไปสู่จุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนในเนื้อหานั้น ๆ ที่มีอยู่ตามหลักสูตรที่กำหนดไว้

6. การสอบ เป็นการนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในการสอบ โดยที่โปรแกรมคอมพิวเตอร์นั้นจะแสดงโจทย์ปัญหาต่าง ๆ ให้นักเรียนตอบได้ บันทึกคำตอบและให้คะแนน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินผลการเรียนของนักเรียน โปรแกรมคอมพิวเตอร์นั้นอาจเป็นการสุ่มคำถามที่ถามได้ มีการตอบและให้ผลของคำตอบนั้นทันทีว่าถูกหรือผิด ในกรณีผิดอาจจะให้ลองตอบใหม่อีกครั้ง ทั้งนี้แล้วแต่เงื่อนไขที่ครูกำหนดให้นักเรียนทราบผลเลยว่านักเรียนผ่านการสอบหรือไม่ทันทีที่ทำข้อสอบเสร็จ

7. การให้ข้อมูล นักเรียนสามารถหาข้อมูลต่าง ๆ ได้จากคอมพิวเตอร์ ซึ่งอาจจะมีเครื่องพ่วงกับวิดีโอ (video cassettes) เพื่อเก็บข้อมูลต่าง ๆ ไว้ สิ่งสำคัญคือข้อมูลที่เก็บนั้นจะต้องเป็นสถานการณ์หรือสิ่งที่กระตุ้นนักเรียนในการเรียนการสอน ช่วยส่งเสริมนักเรียนในการเรียน

8. การสื่อสาร การใช้คอมพิวเตอร์ในการพิมพ์ ในการติดต่อสื่อสาร การใช้โปรแกรมการพิมพ์ จะช่วยนักเรียนในการพิมพ์ข้อความ บทความ เพราะมีโปรแกรมช่วยในการสะกดให้ถูกต้อง ถ้านักเรียนพิมพ์ผิดก็จะแก้ไขใหม่ได้ตลอดจนแก้ไขไวยากรณ์ที่ไม่ถูกต้องได้

รวดเร็ว อาจจะมีโปรแกรมให้นักเรียนวาดภาพเพื่อทำป้ายโฆษณา ดังนั้น จึงเป็นการสร้างเสริมความคิดสร้างสรรค์แก่นักเรียนในการเขียน การวาดภาพและการคิด

4.1.3 การใช้คอมพิวเตอร์เพื่อประโยชน์สำหรับครู

โปรแกรมคอมพิวเตอร์เป็นเครื่องช่วยของครูในการทำข้อสอบ การจัดทำหลักสูตร การให้คะแนนและการวิเคราะห์ข้อสอบ การให้เกรดหรือลำดับคะแนน การจัดการและการสื่อสาร

การนำคอมพิวเตอร์ไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน (สมชาย ชูชาติ 2529)

1. คณิตศาสตร์นันทนาการ การเล่นเกม คอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการเล่นเกมนี้อยู่มากมาย ทั้งเกมทางคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ภาษา และอื่น ๆ ซึ่งในการเลือกเกมถ้าครูรู้จักเลือกเกมที่มีเนื้อหาสาระเกี่ยวกับการฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์ เช่น การคิดคำนวณ การคิดหาเหตุผลหรือตรรกวิทยา ที่มีระดับความยากง่ายของเกมอยู่ในระดับที่เหมาะสมกับนักเรียนแล้ว นักเรียนจะมีโอกาสได้ฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์ควบคู่ไปกับการเล่นเกมคอมพิวเตอร์ ทั้งยังเป็นการเปลี่ยนบรรยากาศในด้านการเรียนการสอนอีกอย่างหนึ่ง แต่ครูจะต้องระมัดระวังในการเลือกเกมจะต้องไม่เลือกเกมที่ง่ายจนเกินไป จะทำให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย เพราะไม่มีความท้าทายหรือยากจนเกินไป เพราะจะทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกล้มเหลวและคับข้องใจจนกระทั่งไม่อยากเล่นเกม

2. การสอนซ่อมเสริม ครูอาจนำคอมพิวเตอร์ไปใช้ในการสอนซ่อมเสริม โดยครูอาจเขียนโปรแกรมขึ้นเองหรือซื้อหาโปรแกรมสำเร็จรูปเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่ขาดตามท้องตลาดมาให้นักเรียนเรียน โปรแกรมที่ครูเขียนขึ้นอาจเป็น โปรแกรมที่ใช้ฝึกทักษะทางเลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ โปรแกรมที่จะนำมาใช้สอนซ่อมเสริมนี้ไม่ควรจะเป็น โปรแกรมที่จำกัดอยู่เพียงแต่การบอกให้นักเรียนทราบว่าคำตอบนั้นถูกหรือผิดเท่านั้น แต่ควรจะเป็นโปรแกรมที่สามารถชี้บ่งถึงข้อผิดพลาดของคำตอบ พร้อมทั้งชี้แนะแนวทางหรือข้อเสนอแนะให้เมื่อนักเรียนตอบผิด เพื่อช่วยในการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน ให้นักเรียนสามารถคิดแก้ไขโจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง

3. การสอนรายบุคคล การใช้คอมพิวเตอร์สำหรับการสอนรายบุคคลนี้ไม่ได้เป็นการที่จะนำคอมพิวเตอร์มาสอนแทนครู เพราะครูเป็นบุคคลที่มีบทบาทสำคัญที่สุดในการเรียนการสอนที่ไม่อาจจะหาสิ่งใดมาทดแทนได้ คอมพิวเตอร์เป็นเพียงเครื่องมือที่ถูกนำมาใช้ในการส่งเสริมการเรียนการสอนเท่านั้น ซึ่งคอมพิวเตอร์ช่วยสอน เป็นวิธีหนึ่งของการสอนรายบุคคล โดย

อาศัยคอมพิวเตอร์เป็นสื่อในการเสนอเนื้อหาและเรื่องราวที่นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง การเรียนแบบนี้มีปฏิสัมพันธ์กันระหว่างนักเรียนกับคอมพิวเตอร์

4.2 การจัดกิจกรรมโดยใช้เทคโนโลยีคอมพิวเตอร์เป็นสื่อการเรียนการสอนเรื่อง แคลคูลัส เพื่อส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้เทคโนโลยีคอมพิวเตอร์เป็นสื่อเรื่อง แคลคูลัสเพื่อส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยพื้นฐานทางจิตวิทยาการเรียนรู้ตามทฤษฎีจิตวิทยาการเรียนรู้กลุ่มปัญญานิยมที่เชื่อว่าการเรียนรู้เกิดขึ้นจากการปรับตัวเข้าสู่ภาวะสมดุลระหว่างอินทรีย์และสิ่งแวดล้อม พฤติกรรมของมนุษย์จะเน้นเรื่องภายในจิตใจที่แตกต่างกัน การจัดกิจกรรมจึงต้องคำนึงถึงความสามารถและความแตกต่างระหว่างบุคคล นอกจากนี้ตามแนวคิดทฤษฎีจิตวิทยาการเรียนรู้โดยการค้นพบของบรูเนอร์ที่เชื่อว่าการเรียนรู้จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อผู้เรียนได้รับข่าวสารและประมวลข่าวสารจากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมและการค้นพบที่เกิดจากความอยากรู้อยากเห็น ผู้วิจัยได้นำทฤษฎีทั้ง 2 มาประยุกต์ร่วมกับทฤษฎีการเรียนรู้ Constructivism และใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ โดยให้ผู้เรียนเป็นผู้กระทำ สร้างความรู้ขึ้นเองโดยใช้ปฏิสัมพันธ์ทางสังคม มีการแบ่งกลุ่มย่อย โดยแบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่มเล็กๆ ที่มีความสามารถแตกต่างกัน เพื่อให้มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน มีการช่วยเหลือกัน มีความรับผิดชอบต่อกันและสนับสนุนกัน เพื่อให้กลุ่มสำเร็จตามเป้าหมาย

นอกจากผู้เรียนได้มีความรู้ตามเนื้อหาแล้วยังสร้างคุณลักษณะอันพึงประสงค์ให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียนด้วย โดยกำหนดบทบาทของครูและผู้เรียนในกิจกรรมการเรียนการสอนดังนี้

4.2.1 บทบาทของครู

1. เตรียมความพร้อมด้านเนื้อหา สื่อคอมพิวเตอร์ เอกสารใบงาน ใบกิจกรรมตลอดจนสภาพแวดล้อมภายในห้องเรียน
2. ปูพื้นฐานความรู้เดิมเพื่อให้ผู้เรียนนำมาใช้เชื่อมโยงเพื่อแสวงหาความรู้ใหม่ได้
3. ส่งเสริมให้มีการปฏิสัมพันธ์กับครูและเพื่อนนักเรียนโดยการสร้างคำถาม สร้างสถานการณ์หรืออื่นๆ เพื่อให้มีการแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน มีเหตุมีผลที่ขัดแย้งกันได้ ใช้สื่อเพื่อเป็นไปสู่อุปสรรค หรือให้ผู้เรียนสามารถสร้างสื่อแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง

4. กระตุ้นและแนะนำเมื่อผู้เรียนมีปัญหา ให้ช่วยกันแก้ไขในกลุ่มก่อน ถ้าไม่ได้จึงจะแนะนำหรือกระตุ้นให้เกิดการคิดในแนวทางโดยการตั้งคำถามให้ตอบเพื่อให้เกิดความเชื่อมโยง

5. ให้แรงเสริม การคิดแก้ปัญหาการมีเหตุผล มีการให้ข้อมูลป้อนกลับ สร้างความภาคภูมิใจในความสำเร็จเพื่อส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนรู้

4.2.2 บทบาทของผู้เรียน

1. มีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน ครู และสื่อ โดยนำความรู้เดิมมาแลกเปลี่ยนกัน เพื่อสร้างความรู้ใหม่เกิดการสื่อสารและการเชื่อมโยงความรู้
2. ยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่น ใ้วางใจซึ่งกันและกัน รู้จักบทบาทหน้าที่ของตนเองในแต่ละหน้าที่ มีทักษะการให้เหตุผล
3. สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากความรู้เดิมและข้อมูลใหม่ที่ได้รับ เพื่อเป็นการสร้างความรู้ใหม่ๆ เป็นการสร้างทักษะกระบวนการเชื่อมโยง สื่อสาร ความคิดสร้างสรรค์

5. รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้คอมพิวเตอร์เป็นสื่อประกอบการเรียนการสอน

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องแคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำโปรแกรมคอมพิวเตอร์มาใช้ในการสร้างสื่อประกอบการเรียนการสอน 2 โปรแกรม คือ

5.1 โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นระบบซอฟต์แวร์ที่ใช้สำหรับสร้าง สำนวน และวิเคราะห์สิ่งต่างๆ ที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์หลายด้าน เราสามารถใช้เรขาคณิตพลวัตสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีปฏิสัมพันธ์ได้หลากหลายตั้งแต่การค้นหาในระดับพื้นฐานซึ่งเกี่ยวกับรูปร่างและจำนวนไปจนถึงภาพวาดขั้นสูงที่มีความซับซ้อน และเคลื่อนไหวได้สำหรับนักเรียน โปรแกรม GSP ไม่เพียงช่วยส่งเสริมความรู้ความเข้าใจเรขาคณิตในชั้นเรียน ซึ่งโปรแกรม GSP สามารถสร้างและวัดค่าต่างๆ ของรูปเรขาคณิตได้อย่างแม่นยำด้วยเครื่องมือและคำสั่งจากเมนู โปรแกรม GSP สามารถสร้างรูปเรขาคณิตและวิเคราะห์ได้แทบทุกรูป แต่ยังคงช่วยเสริมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับพีชคณิต ตรีโกณมิติ แคลคูลัส และเรื่องอื่นๆ อีก สำหรับครูผู้สอน โปรแกรม GSP จะช่วยเอื้อต่อการอธิบายหลักการคณิตศาสตร์ การตอบปัญหา และกระตุ้นให้นักเรียนสร้างข้อคาดการณ์ โดยครูผู้สอนอาจให้นักเรียนฝึกทำเองบนเครื่อง

คอมพิวเตอร์ หรืออาจสาธิตให้ดูหน้าชั้นเรียน นักวิจัยและผู้สนใจคณิตศาสตร์สามารถใช้โปรแกรม GSP ในการทดลองหรือทดสอบเพื่อดูว่า “จะเกิดอะไรขึ้น ถ้า ...” หรือใช้ตรวจสอบสมบัติของการสร้าง และช่วยในการค้นหาคำตอบใหม่ ๆ ตลอดจนใช้ในการสร้างภาพทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนสำหรับการใช้ในการทำรายงาน หรืองานที่ได้รับมอบหมาย หรือเพียงเพื่อชื่นชมความงามที่มีอยู่ในภาพ

(สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 2548)

จุดเด่นโปรแกรม GSP คือ เป็นซอฟต์แวร์ที่มีคุณสมบัติใช้งานง่าย ทำให้ผู้เรียนสามารถสำรวจและสร้างความสัมพันธ์ทางความคิดในเรื่องเรขาคณิต จากการวิเคราะห์ สังเคราะห์ และการแปลง ผู้เรียนสามารถทดลองได้เอง วิเคราะห์และมองภาพได้ชัดเจน ใช้เวลาน้อยในการศึกษาการใช้ เคลื่อนไหวเปลี่ยนแปลงรูปได้หลายลักษณะตามความต้องการของผู้ใช้ ทำให้นักเรียนเรียนรู้การให้เหตุผลอย่างมีความหมาย ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจได้ดีและลึกซึ้ง มีความคงทนในความรู้ มีเจตคติที่ดี

กรองทอง ตรีอากรณ์ (2540) ได้กล่าวว่าโปรแกรม GSP เป็นเครื่องมือที่มีประโยชน์มากสำหรับครูและนักเรียนในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยครูสามารถเชื่อมโยงความรู้ทางด้านเรขาคณิต พีชคณิตและแคลคูลัสเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และโปรแกรม GSP เป็นเครื่องมือที่ช่วยให้เกิดความคิดรวบยอดได้อย่างชัดเจน นอกจากนี้ยังทำให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

5.2 โปรแกรมเพาเวอร์พอยต์ (Microsoft Office PowerPoint)

โปรแกรมเพาเวอร์พอยต์ เป็นโปรแกรมที่ช่วยในการจัดทำสไลด์เพื่อนำเสนอหรือฉายให้บุคคลทั่วไปได้ดู ในปัจจุบัน โปรแกรมเพาเวอร์พอยต์ ได้เข้ามามีบทบาทกับการนำเสนอเป็นอย่างมากไม่ว่าจะใช้ นำเสนองาน การประชุม สัมมนา ตลอดจนถึงแวดวงการศึกษาก็นำมาใช้อย่างแพร่หลาย เช่น อาจารย์ใช้เป็นสื่อช่วยสอน ส่วนนักศึกษาก็ใช้สำหรับนำเสนองานกับอาจารย์ เป็นต้น

จุดเด่นของโปรแกรมก็คือ สามารถสร้างงานที่จะนำเสนอได้อย่างง่ายดาย สามารถใส่ภาพ เสียง ตลอดจนภาพการเคลื่อนไหวในลักษณะวิดีโอ เรียกได้ว่าเป็นสื่อที่นำเสนอแบบมัลติมีเดีย ทำให้สื่อที่น่าสนใจ น่าฟัง และน่าติดตามยิ่งขึ้น

โปรแกรมเพาเวอร์พอยต์มีเครื่องมือใหม่ ๆ ที่ช่วยในการสร้าง นำเสนอ และช่วยทำให้งานนำเสนอต่าง ๆ มีความน่าสนใจขึ้นได้ เป็นเครื่องมือที่ช่วยในการระดมความคิดและสร้างสื่อเพื่อการนำเสนอข้อมูลในเวลาอันรวดเร็ว (วิภา เพิ่มทรัพย์ 2548 : 463)

ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนการ ออกแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามทฤษฎีการเรียนรู้คอนสตรัคติวิสต์และการสอนแบบ ร่วมมือเป็นหลัก กล่าวคือ เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนสามารถสร้างความรู้ ด้วยตนเอง โดยใช้สื่อเป็นเครื่องมือกระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้ ใช้สื่อประกอบการบรรยาย และใช้ กิจกรรมกลุ่มเพื่อให้เกิดการปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียน ผู้เรียนกับครู เพื่อแลกเปลี่ยน ความคิดเห็น มีการเรียนรู้ร่วมกัน โดยผู้วิจัยนำโปรแกรม GSP เป็นซอฟต์แวร์หลักในการสร้างเป็น สื่อการเรียนการสอน เนื่องจากภาพนิ่งบนกระดาน ในสมุดโน้ตหรือหนังสือไม่สามารถแสดงให้เห็น ความสัมพันธ์ระหว่างกันได้เท่ากับภาพที่เป็นพลวัตโดยโปรแกรม GSP นักเรียนสามารถ สร้าง ตำรวจ และวิเคราะห์สิ่งต่าง ๆ ที่นักเรียนเกิดความสงสัยได้ ช่วยให้นักเรียนเห็นข้อเท็จจริง ทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนและเกิดความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเรื่อง นั้น ๆ ได้ชัดเจน สำหรับ โปรแกรมเพาเวอร์พอยต์ จะใช้ในการนำเสนอบทนิยาม ทฤษฎีบท และข้อสรุปแต่ละเนื้อหา

6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คือ ผลที่เกิดขึ้นจากการเรียนการสอน หรือประสบการณ์ ต่าง ๆ ทั้งที่โรงเรียน ที่บ้านและสิ่งแวดล้อมอื่นๆ (อารีย์ วชิรวารการ 2542: 143)

ความหมายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สรุปได้ว่า เป็นคุณลักษณะและความสามารถ ของบุคคลที่เกิดจากการได้เรียนรู้ การสอน การวัดผลสัมฤทธิ์เป็นการตรวจระดับความสามารถของ บุคคลหลังจากที่สอนไปแล้ว (ไพศาล หวังพานิช 2526)

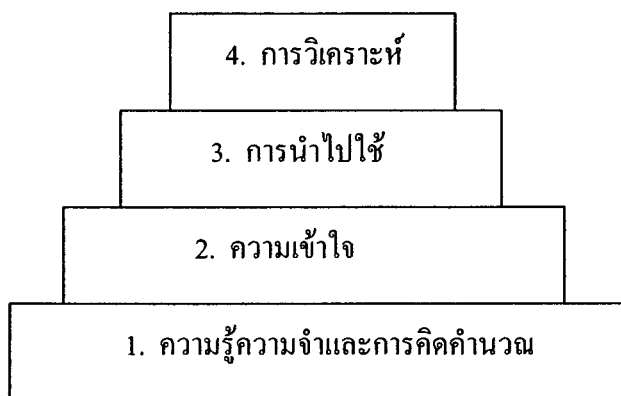
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนส่วนใหญ่สร้างขึ้นมักมีจุดมุ่งหมายที่สำคัญ คือ เพื่อใช้ในการวัดผลการเรียนรู้ด้านเนื้อหาวิชาและทักษะต่างๆ ของแต่ละสาขาวิชา โดยเฉพาะอย่าง ยิงสาขาวิชาทั้งหลายที่ได้จัดสอนในระดับชั้นเรียนต่างๆ ของแต่ละโรงเรียน (เขาวดี วิบูลย์ศรี 2540 :16)

การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยส่วนใหญ่จะวัดพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัย (cognitive domain) ซึ่งเป็นพฤติกรรมการเรียนรู้ทางด้านความคิด ใช้ความสามารถทางสมอง บลูม (Bloom, 1956) ได้จำแนกพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัยออกเป็น 6 ชั้น คือ ความรู้ - ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ กาสังเคราะห์ และการประเมินค่า ซึ่งสามารถ นำไปใช้จำแนกพฤติกรรมการเรียนรู้วิชาต่าง ๆ ได้อย่างกว้างขวาง แต่สำหรับพฤติกรรมการเรียนรู้

วิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา วิลสัน(Wilson, 1971 : 645 – 696) ได้พัฒนาแนวความคิดของ บลูม โดยจำแนกพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัยในระดับมัธยมศึกษาออกเป็น 4 ชั้น คือ

1. ความรู้ความจำและการคิดคำนวณ
2. ความเข้าใจ
3. การนำไปใช้
4. การวิเคราะห์

พฤติกรรมกรเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัยวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นขั้นบันได พฤติกรรม การเรียนรู้ในขั้นต้นจะเป็นพื้นฐานของพฤติกรรมในขั้นที่สูงขึ้นดังภาพที่ 2.1



ภาพที่ 2.1 พฤติกรรมกรเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัยวิชาคณิตศาสตร์

1. ความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ เป็นความสามารถในการระลึกสิ่งที่ได้ เรียน มาแล้วทั้งในด้านข้อเท็จจริง ศัพท์ นิยาม ตลอดจนความสามารถในการดำเนินการคิด โจทย์ปัญหา อย่างง่าย ๆ ไม่ยุ่งยากซับซ้อน ไม่ต้องอาศัยการตัดสินใจ ทั้งนี้รวมถึงโจทย์ปัญหาที่เหมือนกับ ตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดที่เคยทำมาแล้ว พฤติกรรมขั้นนี้ยังแบ่งออกเป็น 3 ชั้นย่อยๆ คือ

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เป็นความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริง ต่างๆ ที่ได้เรียนมาแล้ว ตลอดจนพื้นฐานต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสร้างสมมาเป็นเวลานาน อีกด้วย

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์ และนิยาม เป็นความสามารถในการระลึกถึงศัพท์ นิยามต่างๆ ที่ได้เรียนมาแล้วได้โดยไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณแต่อย่างใดและไม่ต้องการความรู้อื่น มาช่วย

1.3 ความรู้ความจำเกี่ยวกับการใช้กระบวนการคิดคำนวณ เป็นความสามารถใน การใช้ข้อเท็จจริง ศัพท์หรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามกระบวนการ

ที่ได้เรียนมาแล้ว ในที่นี้หมายถึงการดำเนินการตามลำดับขั้นตอนที่ครูเคยสอนมาแล้ว เช่นลำดับขั้นตอนในการหารยาว ลำดับขั้นการหา ค.ร.น .หรือ ห.ร.ม.

2. ความเข้าใจ เป็นความสามารถในการนำความรู้ที่ได้เรียนมาแล้วมาสัมพันธ์กับ โจทย์หรือปัญหาใหม่ ตลอดจนความสามารถในการตีความ แปลความและขยายความได้ พฤติกรรมขั้นนี้แบ่งออกเป็น 6 ขั้นย่อย ๆ คือ

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ เป็นความสามารถในการนำข้อเท็จจริงที่มีอยู่มา ประมวลเข้าเป็นมโนคติ มโนคตินั้นมีความซับซ้อนกว่าข้อเท็จจริง ซึ่งต้องอาศัยความรู้ต่าง ๆ มา ผสมผสานกัน คำถามเกี่ยวกับมโนคตินี้ ครูจะต้องไม่เคยบอกหรือสอนมาก่อน เพราะว่าถ้าเคยบอก มาก่อนแล้วจะกลายเป็นวัดความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎ และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไปทาง คณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และความรู้เกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับ โจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหาโจทย์ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ คำถามที่วัดพฤติกรรมในขั้นนี้ต่าง จากพฤติกรรมขั้นความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม เรามักจะใช้คำถามเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม ในคณิตศาสตร์แผนใหม่มาใช้วัดพฤติกรรมเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์อยู่บ่อยๆ

2.4 ความสามารถในการแปลงโจทย์ปัญหา จากรูปแบบหนึ่ง ไปยังอีกรูปแบบหนึ่ง เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้ออกเป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่อีกรูปแบบหนึ่ง ซึ่งมีความหมายคงเดิม เป็นต้นว่า เปลี่ยนโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการ ซึ่งการวัดในขั้นนี้ไม่ รวมถึงวิธีการในการหาคำตอบจากสมการนั้น

2.5 ความสามารถในการดำเนินความคิดตามแนวของเหตุผลที่วางไว้ ความสามารถในการดำเนินความคิดตามแนวของเหตุผลเป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจกับข้อความทาง คณิตศาสตร์และสามารถบอกได้ว่าผลสรุปในแต่ละขั้นมาจากเหตุผลใด

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหา เป็นความสามารถในการอ่าน และตีความจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้เพื่อทราบว่ โจทย์ต้องการอะไร โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ยังขาดส่วนใดบ้าง รวมทั้งการแปลความหมายจากกราฟหรือข้อมูลทางสถิติ ตลอดจนการแปลสมการหรือตัวเลขให้เป็นรูปภาพ

3. การนำไปใช้ เป็นความสามารถในการแก้ปัญหา ต่างๆที่คล้ายคลึงกับที่เคยเรียน มาแล้ว นั่นคือนักเรียนจะต้องผสมผสานความรู้ความสามารถจากขั้นที่ 1 และ 2 ในการนำมาใช้แก้ โจทย์ปัญหาซึ่งจะมีหลายขั้นตอนในการจัดกระทำเพื่อให้ได้คำตอบออกมา ดังนั้นจึงมีความ

จำเป็นต้องมีการเลือกการตัดสินใจว่าจะทำขั้นตอนใด ก่อน-หลัง พฤติกรรมขั้นนี้ยังแบ่งออกเป็น 4 ขั้นย่อย คือ

3.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่คุ้นเคย หรือปัญหาที่เคยเรียนมาแล้ว พฤติกรรมขั้นนี้เป็นความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่คล้ายคลึงแต่ไม่ใช่ข้อเดียวกันกับตัวอย่าง หรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนเคยทำมาแล้ว นักเรียนจะต้องอาศัยความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ และความเข้าใจ มาผสมผสานกับแก้ปัญหเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ เป็นความสามารถในการหาความสัมพันธ์ โดยการ เปรียบเทียบข้อมูลที่โจทย์ให้มา 2 ชุด ในการแก้ปัญหาก็จะต้องใช้วิธีการคิดคำนวณ ความเข้าใจ แล้วจึงนำมาเปรียบเทียบเพื่อตัดสินใจ

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล เป็นความสามารถในการจำแนกและตัดสินใจว่าข้อมูลส่วนใดจำเป็นหรือไม่จำเป็นต่อการแก้โจทย์ปัญหา

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบ ลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตรพฤติกรรมในขั้นนี้จะเกี่ยวกับการระลึกถึงข้อมูล แปลงปัญหาการกระทำกับข้อมูล การมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่คุ้นเคยกับข้อมูลที่กำหนดให้ หรือ จากปัญหาที่กำหนดขึ้น

4. การวิเคราะห์ พฤติกรรมขั้นนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดด้านสติปัญญา นักเรียนจะตอบปัญหาที่วัดพฤติกรรมขั้นนี้ได้ต้องมีความสามารถในระดับสูง โจทย์ปัญหาจะมีลักษณะซับซ้อน พลิกแพลง ซึ่งนักเรียนไม่เคยลองฝึกทำมาก่อน แต่ทั้งนี้มิได้หมายความว่าโจทย์ปัญหานั้นจะอยู่นอกขอบข่ายเนื้อหาวิชาที่เคยเรียนมา ดังนั้น การแก้โจทย์ปัญหาที่วัดพฤติกรรมในขั้นนี้จึงครอบคลุมความรู้ความสามารถในสามขั้นที่กล่าวมาแล้ว รวมทั้งการมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์เพื่อสามารถค้นพบวิธีการหรือแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหานั้น ๆ ได้ พฤติกรรมขั้นวิเคราะห์แบ่งออกเป็น 5 ขั้นย่อย ๆ คือ

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ต้องคิดซับซ้อน เป็นโจทย์ที่ไม่ได้อยู่ในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนจะแก้ปัญหาก็ต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ของคณิตศาสตร์ ต้องเข้าใจ โนมตี หรือนิยามตลอดจนทฤษฎีต่างๆที่ครูสอนมาแล้วเป็นอย่างดีแล้วใช้ความรู้เหล่านั้นมาผสมผสานกันแก้ปัญห

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ ข้อสอบที่วัดพฤติกรรมในขั้นนี้ นักเรียนจะต้องจัดส่วนต่างๆที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นเพื่อใช้ในการแก้ปัญห พฤติกรรมในขั้นนี้ต่างไปจากขั้นนำไปใช้ตรงที่นักเรียนต้องรวบรวมสิ่งที่โจทย์

กำหนดให้มาเป็นความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ แทนที่จะจำความสัมพันธ์อันเดิมที่เคยพบมาแล้ว มาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ เป็นความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ โจทย์ปัญหาไม่เคยพบมาก่อน นักเรียนจะต้องอาศัยนิยามและทฤษฎีความรู้ต่าง ๆ มาช่วยแก้ปัญหา

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ การพิสูจน์ เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่ไป กับความสามารถในการพิสูจน์ ซึ่งต้องการให้นักเรียนมองเห็นหรือเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดบ้าง

4.5 ความสามารถในการสร้างสูตร และการทดสอบความถูกต้องของสูตรนั้น ซึ่งใช้เป็นกรณีทั่วไปได้ พฤติกรรมขั้นนี้คล้ายกับ 4.3 แต่อาจซับซ้อนมากกว่า นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่ โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องที่เคยเรียนมาแล้ว และต้องสมเหตุสมผล สามารถใช้ได้ทุกกรณี แต่พฤติกรรมนี้จะออกข้อสอบค่อนข้างยากและยากที่จะออกข้อสอบ ถึงแม้จะออกข้อสอบได้นักเรียนส่วนใหญ่ก็ทำไม่ได้

7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

7.1 งานวิจัยในประเทศไทย

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ ผู้วิจัยขอแนะนำเสนอดังต่อไปนี้

มะลิ จุลวงษ์ (2530) ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมและแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนจากคอมพิวเตอร์กับที่เรียนโดยครูสอนปกติ พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ทองคำ สาระวงษ์สุทธิ (2538) ทำการวิจัยเรื่อง การใช้ชุดการสอนแบบสื่อประสม รายวิชา ค 011 เรื่อง พหุนาม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสามชุกรัตนโกการาม จังหวัดสุพรรณบุรี โดยมีกลุ่มทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 90 คน ผลปรากฏว่า ผู้เรียนที่ได้เรียนด้วยชุดการสอนแบบสื่อประสมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนปกติ อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

กรองทอง ตรีอาภรณ์ (2540) ได้ทำการวิจัยเรื่องการพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น โดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน สำหรับนักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 5 ในกรุงเทพมหานคร โดยมีกลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ปี การศึกษา 2539 สุ่มอย่างเจาะจง 2 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 จำนวน 18 คน ใช้ทดลองเพื่อหาประสิทธิภาพ ของบทเรียน กลุ่มที่ 2 จำนวน 80 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่มใช้ประเมินการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน และสำรวจความคิดเห็นของการเรียนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน โดยกลุ่มหนึ่งเรียนกับ ครูผู้สอนตามปกติ อีกกลุ่มเรียนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ผลปรากฏว่า บทเรียน คอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพ 73.7/77.6 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่ เรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนกับกลุ่มที่เรียนกับครูผู้สอนตามปกติแตกต่างกันอย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่เรียน โดยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีความคิดเห็น ที่ดีต่อการเรียน โดยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

สุนันท์ แสงงามมงคล (2541) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลอการิทึม โดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกันของนักศึกษาระดับ ประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาการตลาด โรงเรียนกรุงเทพการบัญชีวิทยาลัย โดยใช้ชุด การเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกันกับการเรียนการสอนปกติ พบว่า นักศึกษาที่ใช้ชุด การเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกันมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักศึกษาที่เรียน โดยวิธีการสอนปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุจิตรา มุสิกะเจริญ (2542) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การเปรียบเทียบความสัมพันธ์ด้าน มิติสัมพันธ์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนานและความคล้ายของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้และไม่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต ซึ่ง ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต คือโปรแกรม The Geometer 's Sketchpad ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียน โดยใช้และไม่ใช้คอมพิวเตอร์ซอฟต์แวร์ทางเรขาคณิตมีความสามารถด้านมิติ สัมพันธ์ไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์ทางเรขาคณิตเรื่องเส้นขนานและความคล้าย ไม่ แยกต่างจากนักเรียนที่เรียน โดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์ทางเรขาคณิต อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศิริวรรณ คงใจ (2542) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ ค011 เรื่อง ความสัมพันธ์ โดยใช้ชุดการสอน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยมีกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลการวิจัยปรากฏว่า กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และ นักเรียนกลุ่มทดลองเห็นด้วยกับการ นำชุดการสอนที่พัฒนามาใช้ในการสอน

อรธศาสน์ นิมิตรพันธ์ (2542) ได้ศึกษาผลของการใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ ประเภทกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น ที่มีต่อความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่องความเท่ากันทุกประการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ประเภทกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น ที่มีต่อความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ประเภทกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เพชรพล เจริญศักดิ์ (2543) ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาชุดการเรียนรู้ด้วยคอมพิวเตอร์ ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ต วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร โดยมีกลุ่มทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 44 คน ผลปรากฏว่า ผู้เรียนที่ได้เรียนด้วยชุดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นมีความก้าวหน้าทางการเรียนสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

พรไพโร เผ่าอินทร์จันทร์ (2546) ได้ทำการวิจัย เรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสงวนหญิง จังหวัดสุพรรณบุรี โดยมีกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสงวนหญิง จังหวัดสุพรรณบุรี จำนวน 36 คน มีผลการวิจัยดังนี้ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนของกลุ่มตัวอย่างที่เรียนโดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และนักเรียนยังสามารถสร้างชิ้นงานที่ใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต และอธิบายโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

วัชรสันต์ อินธิสาร (2547) ได้ศึกษาผลของการพัฒนามโนทัศน์ทางเรขาคณิต และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้โปรแกรม The Geometer ' s Sketchpad ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุนารีวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา ปีการศึกษา 2547 จำนวน 60 คนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงปานกลาง และต่ำ ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลังการเรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50
2. นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงปานกลาง และต่ำ มีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลังการเรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

3. นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ มีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลังเรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงและปานกลาง หลังเรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สูงกว่าก่อนเรียน และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำมีเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนและก่อนเรียนไม่แตกต่างกันที่นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ระหว่างนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ หลังเรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นริศรา ฐานะ (2548) ได้ศึกษาผลการพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ส่งเสริมทักษะการคิดขั้นสูง โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้ร่วมกิจกรรมการนำรูปเรขาคณิตมาออกแบบเป็นสิ่งประดิษฐ์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของพฤติกรรมที่แสดงถึงทักษะการคิดขั้นสูง คิดเป็นร้อยละ 82.61 โดยทักษะที่นักเรียนใช้มากที่สุดคือ การคิดสังเคราะห์ มีนักเรียนผ่านเกณฑ์คิดเป็นร้อยละ 95.65 รองลงมาคือ การคิดวิเคราะห์ มีนักเรียนผ่านเกณฑ์คิดเป็นร้อยละ 82.61 ส่วนการประเมินค่า มีนักเรียนผ่านเกณฑ์คิดเป็นร้อยละ 67.39

7.2 งานวิจัยต่างประเทศ

งานวิจัยในต่างประเทศ ได้มีผู้วิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ ใ้มากมายและหลากหลาย ผู้วิจัยขอนำเสนอเฉพาะงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนำโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ดังต่อไปนี้

โยสเซฟ (Yousef 1997) ได้ทำการศึกษาผลของการใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อเจตคติที่มีต่อการเรียนเรขาคณิตของนักเรียน ผลการศึกษาพบว่าเจตคติของกลุ่มทดลองก่อนเรียนและหลังเรียนมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และคะแนนหลังเรียนที่เพิ่มขึ้นจากคะแนนก่อนเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

เลสเตอร์ (Lester 1996) ได้ทำการศึกษาผลของการใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ซึ่งกลุ่มทดลองเรียนด้วยโปรแกรม GSP กลุ่มควบคุมเรียนโดยใช้ไม้บรรทัด ดินสอ ไม้โปรแทรกเตอร์ และวงเวียน ผลการศึกษาพบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนหลังเรียนเกี่ยวกับความรู้ทางด้านเรขาคณิตของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันที่นัยสำคัญทางสถิติ .05 และค่าเฉลี่ยของผลการสอบหลัง

เรียนเกี่ยวกับการตั้งข้อคาดการณ์ทางเรขาคณิตของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่นัยสำคัญทางสถิติ .05

อัลเมคเดดี (Almeqdadadi 1999) ทำการศึกษาผลของการใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อความเข้าใจความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตของนักเรียน โดยมีกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนจากโรงเรียนสาธิตของมหาวิทยาลัยขามุก ประเทศจอร์แดน จำนวน 52 คน แยกเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ซึ่งนักเรียนในกลุ่มทดลองใช้โปรแกรม GSP สัปดาห์ละ 1 ครั้ง และใช้หนังสือเรียน และนักเรียนกลุ่มควบคุมใช้เฉพาะหนังสือเรียน ทั้ง 2 กลุ่มมีการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยข้อสอบฉบับเดียวกัน ที่ผู้วิจัยเป็นผู้ออกข้อสอบ ผลการศึกษาพบว่า คะแนนเฉลี่ยหลังเรียนของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ และคะแนนหลังเรียนในกลุ่มทดลองสูงกว่าคะแนนก่อนเรียน ผู้วิจัยเสนอแนะว่าควรใช้โปรแกรม GSP ในการเรียนการสอนให้มากขึ้น

เตียว บูน และฟงซุนฟูค (Teoh Boon & Fong Soon Fook 2005) ทำการศึกษาผลของการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad และเครื่องคิดเลขกราฟฟิก (Graphic Calculator) ในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชันกำลังสอง ในประเทศมาเลเซีย ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลการศึกษาพบว่า คะแนนหลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และคะแนนหลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยใช้เครื่องคิดเลขกราฟฟิก ไม่มีความแตกต่างกัน

เมื่อผู้วิจัย ได้ศึกษาทั้งเอกสาร ตำรา ตลอดจนงานวิจัยที่เกี่ยวข้องแล้ว จึงได้พิจารณาจัดทำสื่อการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ และนำเสนอสื่อที่จัดทำด้วยคอมพิวเตอร์ ส่วนโปรแกรมที่นำมาใช้ในการผลิตสื่อจะเป็นโปรแกรมเพาเวอร์พอยต์ และโปรแกรม GSP ซึ่งทำงานในระบบปฏิบัติการวินโดวส์ เป็นโปรแกรมที่สามารถศึกษาได้เข้าใจง่าย สร้างงานทั้งที่เป็นข้อความ รูปภาพ เสียง มีเครื่องมือช่วยสร้างงานที่เป็นแบบรูปทางคณิตศาสตร์ สะดวกและสามารถนำเข้าข้อมูล รูปภาพ หรือวัตถุ จากโปรแกรมอื่นๆ ได้ การนำเสนอด้วยโปรแกรมเพาเวอร์พอยต์ และโปรแกรม GSP จะสามารถทำได้ด้วยแป้นพิมพ์หรือนำเสนอโดยอัตโนมัติตามเวลาที่ตั้งไว้ การแสดงรูปแบบของข้อความ รูปภาพหรือวัตถุในเนื้อหา จะทำได้หลาย ๆ รูปแบบเป็นที่ดึงดูดและสร้างความสนใจแก่ผู้เรียนได้

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัย เรื่อง กิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนจิตรลดา กรุงเทพมหานคร ในการดำเนินการวิจัย ผู้วิจัยขอแนะนำเสนอตามหัวข้อดังต่อไปนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. รูปแบบของการวิจัย
3. ตัวแปรที่ศึกษา
4. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

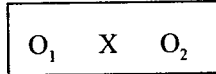
1.1 ประชากร คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนจิตรลดา กรุงเทพมหานคร ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 จำนวน 3 ห้องเรียน รวม 79 คน โดยจัดนักเรียนเข้าห้องเรียนแต่ละห้องแบบคละความสามารถ

1.2 กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนจิตรลดา กรุงเทพมหานคร ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 จำนวน 1 ห้องเรียน รวม 36 คน ซึ่งผู้วิจัยได้มาโดยใช้วิธีการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)

2. รูปแบบของการวิจัย

รูปแบบการวิจัยเป็นการวิจัยเชิงทดลอง โดยมีรูปแบบการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดก่อนและหลังการทดลอง (One – Group Pretest Posttest Design) ซึ่งมีรูปแบบการวิจัยแสดงได้ดังนี้

กลุ่มทดลอง



โดยที่ X แทน ทดลองการใช้กิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์

O₁ แทน ทดสอบก่อนเรียน

O₂ แทน ทดสอบหลังเรียน

3. ตัวแปรที่ศึกษา

ในการทดลองเพื่อตรวจสอบสมมติฐานของการวิจัยและหาข้อมูลต่าง ๆ มีตัวแปรที่ต้องการศึกษา ดังนี้

3.1 ตัวแปรต้น ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์

3.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

3.2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง แคลคูลัส

3.2.2 ความคิดเห็นของนักเรียน ที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์

4. เครื่องมือในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยจำแนกเป็น 2 ประเภท คือ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล มีรายละเอียดดังนี้

4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง แคลคูลัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ มีขั้นตอนการสร้างและพัฒนา ดังนี้

4.1.1 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องและหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

4.1.2 ศึกษาคู่มือครูสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ เกี่ยวกับเนื้อหา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และหน่วยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

4.1.3 ศึกษา ค้นคว้า ตำรา เอกสาร และคู่มือการสอน เกี่ยวกับเนื้อหาและ
กิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส

4.1.4 วิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์ในเนื้อหาเรื่อง แคลคูลัส ซึ่งเป็น
เนื้อหาที่จะพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

4.1.5 สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องแคลคูลัส โดยใช้
สื่อคอมพิวเตอร์ได้จำนวน 6 แผนการสอน ตามโครงสร้างของเนื้อหา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
และจำนวนคาบที่วิเคราะห์ไว้ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจะเน้นความเข้าใจในความคิด
รวบยอดทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปใช้ในเป็นข้อมูลสำคัญในการฝึกทักษะการคิดคำนวณ และการ
แก้โจทย์ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน แบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอน
ดังนี้

1) ขั้นนำ

(1) แจ้งผลการเรียนรู้ที่คาดหวังให้นักเรียนทราบ

(2) ทบทวนหรือกระตุ้นให้นักเรียนระลึกถึงความรู้พื้นฐานที่

จำเป็นในการเรียนรู้ด้วยวิธีการที่หลากหลาย เช่น การซักถาม ให้ตัวอย่าง ใช้กิจกรรมนำ ทบทวน
ความรู้พื้นฐาน หรือการใช้ใบกิจกรรม

2) ขั้นสอน

(1) ให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมการเรียนรู้ หรือใบกิจกรรม

(2) ให้นักเรียนสังเกต เปรียบเทียบ หาความสัมพันธ์ เพื่อ

นำเข้าสู่การค้นพบความคิดรวบยอด บทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท จากการปฏิบัติกิจกรรม

(3) ให้นักเรียนอภิปรายและสรุปผล โดยครูอาจช่วยแนะนำ

และแก้ไขข้อผิดพลาด

(4) ในกรณีที่นักเรียนไม่สามารถสรุปผลได้ ครูแนะแนวทาง

โดยการใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายอย่างเป็นขั้นตอน

3) ขั้นสรุป

(1) เมื่อนักเรียนสามารถสรุปข้อเท็จจริง ความคิดรวบยอด

บทนิยาม หรือหลักการได้แล้ว สุ่มนักเรียนมากลุ่มหนึ่งหรือหนึ่งคนให้รายงานผลต่อกลุ่มใหญ่

(2) ให้นักเรียนกลุ่มอื่นซักถาม หรือครูซักถามเพิ่มเติมเมื่อ

เห็นว่าข้อสรุปของนักเรียนยังไม่สมบูรณ์ และครูอาจช่วยตอบคำถามที่ผู้รายงานไม่สามารถตอบได้

4) ขั้นการประเมินผล

(1) นำผลการเรียนรู้ไปใช้ในการทำแบบฝึกหรือกิจกรรม

เพื่อตรวจสอบความรู้ในชั้นเรียน

- (2) ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมเพื่อประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดหลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบทและพัฒนาทักษะถึงขั้นการแก้ปัญหา
- (3) ประเมินผลงานของนักเรียน โดยครูประเมินและนักเรียนประเมิน

4.1.6 พัฒนาด้านแบบสื่อการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งประกอบด้วยใบกิจกรรม และสื่อคอมพิวเตอร์ ดังนี้

1) ใบกิจกรรม ครูผู้สอนใช้ใบกิจกรรมประกอบการจัดกิจกรรม โดยแจกให้นักเรียนทำระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนหรือหลังการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละหัวข้อเรื่อง อาจให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล เป็นคู่ หรือเป็นกลุ่ม ตามความเหมาะสมของเนื้อหาและเวลาที่กล่าวไว้ในแนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน การเฉลยคำตอบในใบกิจกรรม ครูอาจให้นักเรียนบอกคำตอบ ให้ตัวแทนกลุ่มมานำเสนอหน้าชั้นเรียน หรือการจัดแสดงบนป้ายนิเทศก็ได้

2) สื่อคอมพิวเตอร์ เป็นสื่อที่ครูจัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้โปรแกรม GSP และโปรแกรมเพาเวอร์พอยต์ ตามความเหมาะสมของเนื้อหา ซึ่งใช้โปรแกรม GSP เป็นซอฟต์แวร์หลักในการสร้างเป็นสื่อการเรียนการสอน เนื่องจากภาพนิ่งบนกระดาน ในสมุดหรือหนังสือไม่สามารถแสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างกันได้เท่ากับภาพที่เป็นพลวัตโดยโปรแกรม GSP นักเรียนสามารถสร้าง ตำรวจ และวิเคราะห์สิ่งต่างๆ ที่นักเรียนเกิดความสงสัยได้ และร่วมกันอภิปรายผลที่ได้ เพื่อให้ได้ข้อสรุปต่างๆ ร่วมกัน โดยครูได้เตรียมสื่อซึ่งสร้างด้วยโปรแกรม GSP ไว้ล่วงหน้าเพื่อให้นักเรียนได้ศึกษา หรือนักเรียนอาจจะมีส่วนร่วมในการใช้โปรแกรมโดยการสร้างของนักเรียนเองเมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัย สำหรับโปรแกรมเพาเวอร์พอยต์จะใช้ในการนำเสนอบทนิยาม ทฤษฎีบท และข้อสรุปแต่ละเนื้อหาเพื่อช่วยลดเวลาในการเขียนกระดานดำของครู และทำให้บทเรียนน่าสนใจมากยิ่งขึ้น

4.1.7 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงของเนื้อหา ความสอดคล้องของเนื้อหา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง กิจกรรมการเรียนการสอน และการวัดผลและประเมินผล

4.1.8 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิ โดยปรับปรุงในส่วนของผลการเรียนรู้ที่คาดหวังให้เหมาะสมกับเนื้อหา และแก้คำผิดต่าง ๆ

4.1.9 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ไม่ใช่กลุ่มทดลอง จำนวน 21 คน ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 เก็บข้อมูลผลการทดลองใช้ นำผลการทดลองใช้มาปรับปรุงแผนการจัดการเรียนการสอนเกี่ยวกับความสอดคล้องของเนื้อหากับเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ใบกิจกรรม ในแต่ละแผน สำหรับนำไปใช้จริงในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 กับกลุ่มทดลอง ต่อไป

4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล ได้แก่

4.2.1 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องแคลคูลัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบจำนวน 20 ข้อ และแบบอัตนัยจำนวน 2 ข้อ โดยให้แสดงวิธีการแก้ปัญหา

ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผู้วิจัยได้สร้างและพัฒนาแบบทดสอบดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายของแบบทดสอบ เพื่อนำผลการวัดมาใช้ตรวจสอบความสามารถของนักเรียน และนำผลการวัดที่ได้จากแบบทดสอบมาพิจารณาถึงความสำเร็จในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน รวมทั้งการปรับปรุงกิจกรรมการเรียนการสอน
2. กำหนดผลการเรียนรู้ที่ต้องการวัด
3. สร้างผังการสร้างแบบทดสอบโดยจำแนกผลการเรียนรู้ที่คาดหวังระดับผลการเรียนรู้พฤติกรรมการเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัย และจำนวนข้อสอบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยสร้างแบบทดสอบแบบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก 20 ข้อ และข้อสอบอัตนัย 2 ข้อ จำนวน 2 ฉบับ ซึ่งเป็นลักษณะแบบทดสอบคู่ขนาน เพื่อใช้ทดสอบก่อนเรียน 1 ฉบับ และทดสอบหลังเรียน 1 ฉบับ กำหนดคะแนนแบบทดสอบแบบปรนัย ข้อละ 1 คะแนน ข้อสอบอัตนัย ข้อละ 5 คะแนน คะแนนเต็ม 30 คะแนน
4. สร้างข้อสอบตามผังการสร้างแบบทดสอบที่กำหนด
5. นำแบบทดสอบไปให้ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา โดยการหาค่าดัชนีของความสอดคล้องระหว่างข้อสอบแต่ละข้อกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง (Index of Item – Objective Congruence : IOC) โดยใช้เกณฑ์พิจารณาดังนี้
 - คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับเนื้อหาและผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
 - คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับเนื้อหาและผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับเนื้อหาและผลการเรียนรู้ที่
คาดหวัง

ผลการตรวจสอบความสอดคล้องระหว่างข้อสอบแต่ละข้อกับผลการเรียนรู้
ที่คาดหวังของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องแคลคูลัส ฉบับก่อนเรียนมีค่าดัชนี
ความสอดคล้องอยู่ระหว่าง 0.67 – 1.00 และฉบับหลังเรียนมีค่าดัชนีความสอดคล้องอยู่ระหว่าง
0.67 – 1.00 สำหรับข้อที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง ≤ 0.5 ผู้วิจัยปรับแก้ตามข้อเสนอแนะของ
ผู้เชี่ยวชาญ

6. นำแบบทดสอบไปใช้ทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียน
สามร้อยยอดวิทยาคม จังหวัดประจวบคีรีขันธ์ ซึ่งเป็นนักเรียนกลุ่มที่มีลักษณะใกล้เคียงกลุ่ม
ตัวอย่าง จำนวน 40 คน ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 แล้วนำผลที่ได้มาวิเคราะห์หาค่าความ
ยากและอำนาจจำแนกของข้อสอบ ดังนี้

(1) ค่าความยากง่าย ตั้งแต่ 0.35 – 0.775 ซึ่งอยู่ระหว่าง 0.2 – 0.8 แสดง
ว่าเป็นข้อสอบที่มีความยากง่ายเหมาะสม

(2) ค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.2 – 0.65 ซึ่งเป็นค่าตั้งแต่ 0.2 แสดงว่า
เป็นข้อสอบที่มีอำนาจจำแนกในระดับปานกลางถึงดีมาก

4.2.2 แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน
สอนคณิตศาสตร์ โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ ซึ่งเป็นแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่เรียนที่
ผู้วิจัยได้ปรับปรุงจากแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่เรียนจากการเรียนการสอน
คณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลา โดยใช้เครื่องคิดเลขกราฟิก ของถนอมเกียรติ งานสกุล (ถนอม
เกียรติ งานสกุล , 2546 : 134) ได้แบบสอบถาม 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 มีลักษณะเป็นมาตราประมาณค่า ห้าระดับ คือ เห็นด้วยอย่างยิ่ง
เห็นด้วย ไม่แน่ใจ ไม่เห็นด้วย และไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง ซึ่งกำหนดคะแนนเป็น 5 4 3 2
และ 1 ตามลำดับ จำนวน 10 ข้อ

เกณฑ์การให้คะแนน

5	เห็นด้วยอย่างยิ่ง
4	เห็นด้วย
3	ไม่แน่ใจ
2	ไม่เห็นด้วย
1	ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง

เกณฑ์การแปลความหมาย

4.50 – 5.00 พอใจมากที่สุด

3.50 – 4.49 พอใจมาก

2.50 – 3.49 พอใจปานกลาง

1.50 – 2.49 พอใจน้อย

1.00 – 1.49 พอใจน้อยที่สุด

ตอนที่ 2 เป็นข้อเสนอแนะอื่น ๆ

5. การเก็บรวบรวมข้อมูล

การเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยได้ดำเนินการรวบรวมข้อมูลจากการทดลองด้วยตัวเอง โดยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

5.1 ทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนของนักเรียนที่จะได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์

5.2 ดำเนินการสอนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ได้กำหนดไว้ จำนวน 6 แผนการเรียน เวลา 11 คาบ โดยผู้วิจัยบันทึกพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนของกลุ่มทดลอง ความเข้าใจในความคิดรวบยอด และการพัฒนาทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

5.3 ทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์

5.4 สอบถามความคิดเห็นของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์

6. การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้

6.1 วิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ โดยใช้ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

6.2 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับ

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ โดยการทดสอบค่าที่ (t – test)

6.3 วิเคราะห์ความคิดเห็นของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ โดยใช้โดยใช้ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและร้อยละ และนำเสนอในลักษณะของความเรียงเป็นข้อ ๆ

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัย เรื่อง กิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนจิตรลดา กรุงเทพมหานคร ในบทนี้จะกล่าวถึงผลการวิเคราะห์ข้อมูล ตามหัวข้อต่อไปนี้

1. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน - หลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์
2. ผลการประเมินความคิดเห็นของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์

2.1 ผลการประเมินความคิดเห็นของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ได้จากแบบสอบถามวัดความคิดเห็นของนักเรียน

2.2 ผลการประเมินความคิดเห็นของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ จากการให้นักเรียนบันทึกข้อมูลสะท้อนกลับ การแสดงความคิดเห็นและข้อเสนอแนะ

ตอนที่ 1 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน - หลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์

ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน - หลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์พบว่าคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนของนักเรียนได้คะแนนต่ำสุดเท่ากับ 3 คะแนน คะแนนสูงสุด 23 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 13.28 คิดเป็นร้อยละ 44.26 ของคะแนนเต็ม 30 คะแนน โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.71 คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนของนักเรียน คะแนนต่ำสุดเท่ากับ 8 คะแนน คะแนนสูงสุด 30 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 20.83 หรือคิดเป็นร้อยละ 69.44 ของคะแนนเต็ม 30 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.79 แสดงดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 แสดงการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน - หลังเรียนของนักเรียน
จำนวน 36 คน ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์

คะแนน	คะแนน ต่ำสุด	คะแนน สูงสุด	\bar{X}	ร้อยละ	S.D.	
คะแนนก่อนเรียน	ตอนที่ 1 (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)	1.00	18.00	11.58	57.92	3.68
	ตอนที่ 2 (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)	0.00	5.00	1.69	16.94	1.85
	ทั้งฉบับ (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)	3.00	23.00	13.28	44.26	4.71
คะแนนหลังเรียน	ตอนที่ 1 (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)	7.00	20.00	15.75	78.75	3.29
	ตอนที่ 2 (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)	1.00	10.00	5.08	50.83	2.50
	ทั้งฉบับ (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)	8.00	30.00	20.83	69.44	4.79

ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้สถิติค่าที (t-test) ดังแสดงในตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 แสดงการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน - หลังเรียนของนักเรียน
จำนวน 36 คน ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ จากการทดสอบค่าที

กลุ่ม	n	\bar{x}	s	d	\bar{d}	t
ก่อนเรียน	36	13.28	4.71			
				7.56	6.04	7.51*
หลังเรียน	36	20.83	4.79			

* $p < .05$

จากตารางที่ 4.2 พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อธิบายเรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการประเมินความคิดเห็นของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์

2.1 ผลการประเมินความคิดเห็นของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชา
คณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ ได้จากแบบสอบถามวัดความคิดเห็นของ
นักเรียน

ตารางที่ 4.3 แสดงความคิดเห็นของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง
แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ ของนักเรียน 36 คน

รายการประเมิน	\bar{X}	S.D.	ระดับความพอใจ
1. สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยให้มีความเข้าใจเนื้อหาในบทเรียนมากยิ่งขึ้น	3.72	0.74	มาก
2. สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยให้บทเรียนน่าสนใจมากยิ่งขึ้น	3.92	0.60	มาก
3. การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยให้นักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ดีขึ้น	3.39	0.69	ปานกลาง
4. การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ทำให้ประหยัดเวลาในการเรียน	3.47	0.77	ปานกลาง
5. การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยทำให้เกิดความคิดรวบยอดเกี่ยวกับ คณิตศาสตร์ได้ดี	3.56	0.65	มาก
6. การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยให้การอธิบายของครูชัดเจนขึ้น	3.69	0.71	มาก
7. การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยให้สามารถเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับ ความรู้เดิมได้ดี	3.75	0.69	มาก
8. การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยให้นักเรียนกระตือรือร้นในการ เรียนคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น	3.42	0.81	ปานกลาง
9. การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์ง่ายมาก ยิ่งขึ้น	3.17	0.97	ปานกลาง
10. ชอบเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้การใช้สื่อคอมพิวเตอร์	3.25	1.02	ปานกลาง
รวม	3.53	0.80	มาก

จากตารางที่ 4.3 แสดงให้เห็นว่าความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชา-คณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ โดยภาพรวมอยู่ในระดับพอใจมาก ($\bar{x} = 3.53$) เมื่อพิจารณารายข้อพบว่า รายการที่ 2 สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยให้บทเรียนน่าสนใจมากยิ่งขึ้น ($\bar{x} = 3.92$) อยู่ในระดับมากที่สุด รองลงมาคือ รายการที่ 7 การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยให้สามารถเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมได้ดี ($\bar{x} = 3.75$) และรายการที่ 1 สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยให้มีความเข้าใจเนื้อหาในบทเรียนมากยิ่งขึ้น ($\bar{x} = 3.72$)

2.2 ผลการประเมินความคิดเห็นของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ จากการให้นักเรียนบันทึกข้อมูลสะท้อนกลับ การแสดงความคิดเห็นและข้อเสนอแนะอื่น ๆ จากนักเรียนที่ตอบทั้งหมด 36 คน ซึ่งสามารถจำแนกเป็นข้อดี ข้อจำกัด และข้อเสนอแนะได้ดังนี้

ข้อดี

1. การใช้สื่อคอมพิวเตอร์มาช่วยในการเรียนการสอนทำให้นักเรียนมองเห็นภาพชัดเจนมากขึ้น น่าสนใจ ช่วยดึงดูดให้นักเรียนสนใจบทเรียนมากขึ้น ทำให้การสอนง่ายขึ้น จำนวน 9 คน

ข้อจำกัด

1. โปรแกรม GSP นี้ยังเป็นโปรแกรมที่ยาก ซับซ้อน ยุ่งยากในการใช้งาน จำนวน 2 คน

2. การใช้คอมพิวเตอร์เป็นสื่อการสอนเหมาะสำหรับการสอนวิชาคณิตศาสตร์บางเนื้อหาเท่านั้น เช่น เรื่องกราฟ เป็นต้น จำนวน 2 คน

3. มีนักเรียนบางคนชอบการเรียนรู้ด้วยกระดานดำมากกว่า เพราะเห็นว่าการใช้คอมพิวเตอร์อธิบายได้ไม่ดีเท่ากับการใช้กระดาน เนื่องจากการใช้กระดาน สามารถอธิบายทีละขั้นตอนในการวาดภาพและแก้ไขได้เร็วกว่า และทำให้ครูใกล้ชิดกับนักเรียน จำนวน 3 คน

ข้อเสนอแนะ

1. เป็นสื่อคอมพิวเตอร์ของอาจารย์ที่คิดว่าจะนำมาใช้ให้มากกว่านี้ สมควรแก่การนำมาใช้ต่อไป จำนวน 8 คน

2. ควรให้นักเรียนจัดกลุ่มและใช้คอมพิวเตอร์ทำรายงานกลุ่มเสนอผลงาน จำนวน 2 คน

3. ต้องการให้ครูอธิบายพื้นฐานให้เข้าใจก่อน และต้องการให้ครูอธิบายให้ละเอียดมากยิ่งขึ้น โดยใช้กระดานดำประกอบการอธิบาย และใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เป็นตัวเสริมในการสร้างรูป อาจจะทำให้คณิตศาสตร์ง่ายขึ้น จำนวน 2 คน

4. การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ทำให้ครูสอนเร็วขึ้น ทำให้นักเรียนบางคนติดตามไม่ทัน เกิดความไม่เข้าใจ อยากให้ครูอธิบายซ้ำ ๆ ทีละขั้นตอน เพื่อจะได้เข้าใจยิ่งขึ้น จำนวน 4 คน
5. อยากให้มีเสียงอธิบายในสื่อคอมพิวเตอร์ จำนวน 1 คน

บทที่ 5

สรุปการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

จากการวิจัย เรื่อง กิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนจิตรลดา กรุงเทพมหานคร ผู้วิจัยขอกล่าวสรุปการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ ดังนี้

1. สรุปการวิจัย

1.1 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1.1.1 เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

1.1.2 เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง แคลคูลัส ระหว่างก่อนและหลังการใช้สื่อคอมพิวเตอร์

1.1.3 เพื่อศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์

1.2 สมมติฐานการวิจัย

1.2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง แคลคูลัส หลังการใช้สื่อคอมพิวเตอร์สูงกว่าก่อนใช้สื่อคอมพิวเตอร์

1.2.2 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์อยู่ในระดับพอใจมาก

1.3 วิธีการดำเนินการวิจัย

1.3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1) ประชากร คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนจิตรลดา กรุงเทพมหานคร ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 จำนวน 3 ห้องเรียน รวม 79 คน โดยจัดนักเรียนเข้าห้องเรียนแต่ละห้องแบบคละความสามารถ

2) กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนจิตรลดา

กรุงเทพมหานคร ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 จำนวน 1 ห้องเรียน รวม 36 คน ซึ่งผู้วิจัย ได้มาโดยการใช้วิธีการสุ่มแบบกลุ่ม

1.3.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1) เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง แคลคูลัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์

2) เครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล ได้แก่

(1) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องแคลคูลัส

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบจำนวน 20 ข้อ และแบบอัตนัยจำนวน 2 ข้อ โดยให้แสดงวิธีการแก้ปัญหา แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนเป็นแบบคู่ขนาน

(2) แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรม การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ มีลักษณะเป็นมาตราประมาณค่าห้าระดับ คือ เห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย ไม่แน่ใจ ไม่เห็นด้วย และ ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง จำนวน 10 ข้อ และเป็นแบบสอบถามความคิดเห็นและข้อ เสนอแนะอื่น ๆ มีลักษณะเป็นแบบสอบถามปลายเปิด

1.3.3 การเก็บรวบรวมข้อมูล

1) ทดสอบความรู้ก่อนเรียน โดยใช้แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียน เรื่อง แคลคูลัส

2) ดำเนินการสอนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ได้ กำหนดไว้จำนวน 6 แผนการเรียน เวลา 11 คาบ โดยผู้วิจัยบันทึกพฤติกรรมการเรียนของ นักเรียนของกลุ่มทดลอง ความเข้าใจในความคิดรวบยอด และการพัฒนาทักษะและกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

3) ทดสอบความรู้หลังเรียน โดยใช้แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้ สื่อคอมพิวเตอร์

4) สอบถามความคิดเห็นของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียน การสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์

1.3.4 การวิเคราะห์ข้อมูล

1) วิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียนของ นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ โดยใช้ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียนของ

นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ โดยการทดสอบค่าที

3) วิเคราะห์ความคิดเห็นของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ โดยใช้ค่าความถี่และร้อยละ และนำเสนอในลักษณะของความเรียงเป็นข้อ ๆ

1.4 สรุปผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สรุปผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนจิตรลดา กรุงเทพมหานคร เป็นดังนี้

1.4.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ โดยใช้ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 13.28 คะแนนเต็ม 30 คะแนน โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.71

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนของนักเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 20.83 คะแนนเต็ม 30 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.79

1.4.2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ โดยการทดสอบค่าที (t-test)

มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการเรียนรู้อัตนศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.4.3 ผลการศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์

ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ โดยภาพรวมอยู่ในระดับพอใจมาก ($\bar{x} = 3.53$) โดยนักเรียนมีความคิดเห็นว่าการนำสื่อคอมพิวเตอร์ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อัตนศาสตร์ช่วยให้มีความเข้าใจเนื้อหาในบทเรียนมากยิ่งขึ้น บทเรียนน่าสนใจมากยิ่งขึ้น และการอธิบายของครูชัดเจนขึ้น ช่วยให้สามารถเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมได้ดี และช่วยทำให้ประหยัดเวลาในการเรียน

ความคิดเห็นและข้อเสนอแนะอื่น ๆ ที่เป็นประโยชน์ซึ่งช่วยสนับสนุนให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น โดยนักเรียนมีความคิดเห็นว่าการนำสื่อคอมพิวเตอร์มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส ทำให้นักเรียนมองเห็นภาพชัดเจน น่าสนใจ ช่วยดึงดูดให้นักเรียนสนใจบทเรียนมากขึ้น แต่อยากให้ครูอธิบายช้า ๆ ทีละขั้นตอน เพื่อจะได้เข้าใจยิ่งขึ้น ซึ่งครูควรอธิบายโดยใช้กระดานดำ ประกอบร่วมกับการใช้สื่อคอมพิวเตอร์

2. อภิปรายผล

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนจิตรลดา กรุงเทพมหานคร นำมาอภิปรายในประเด็นต่าง ๆ ดังนี้

2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัยที่ตั้งไว้ และพบว่าคะแนนเฉลี่ยหลังเรียน ซึ่งเท่ากับ 20.83 สูงกว่าคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียน ซึ่งเท่ากับ 13.28 แสดงว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ สามารถช่วยให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ทั้งนี้เนื่องจากกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส ได้ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างเป็นขั้นตอน มีการทดลองใช้นำร่อง และการนำสื่อคอมพิวเตอร์มาประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้กลยุทธ์ต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นการเรียนแบบร่วมมือ โดยแบ่งผู้เรียนออกเป็นกลุ่มเล็กๆ สมาชิกในกลุ่มมีความสามารถแตกต่างกัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น มีการช่วยเหลือสนับสนุนซึ่งกันและกัน และมีความรับผิดชอบร่วมกันทั้งในส่วนตน และส่วนรวม

รวมทั้งนักเรียนได้ใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทางด้านต่าง ๆ ได้แก่ ทักษะและกระบวนการแก้ปัญหา ให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์ อื่น ๆ และความคิดสร้างสรรค์ มีการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพระหว่างครูและนักเรียน มีการจำลองสถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อใช้สื่อคอมพิวเตอร์มาช่วยในการแก้ปัญหา เช่น การหาปริมาตรที่มากที่สุด

ของกล่องรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากซึ่งไม่มีฝาปิดด้านบนและก้นกล่องเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทำจากระคายแข็งขนาดต่าง ๆ เมื่อตัดมุมทั้งสี่ออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแล้วพับขึ้นเป็นกล่อง สี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออกจะต้องมีขนาดเท่ากับเท่าใดเพื่อให้กล่องที่ได้มีปริมาตรมากที่สุด จากสถานการณ์นี้เมื่อนำมาสร้างเป็นสื่อคอมพิวเตอร์จะทำให้นักเรียนเห็นภาพชัดเจน สนุกสนานกับการทดลองเปลี่ยนแปลงขนาดของสี่เหลี่ยมมุมฉาก ช่วยให้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนวิชาคณิตศาสตร์มีความน่าสนใจมากขึ้น

ผลการวิจัยในครั้งนี้สอดคล้องกับการวิจัยของโยเซฟ (Yousef 1997) เลสเตอร์ (Lester 1996) และ อัลเมคเดดิ (Almeqdadi 1999) ซึ่งได้ศึกษาผลของการใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในประเด็นต่าง ๆ ได้แก่ เจตคติที่มีต่อการเรียนเรขาคณิต ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต และความเข้าใจความถ่วงดุลของเรขาคณิต พบว่าผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในทุกประเด็นของนักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้โปรแกรม โปรแกรม GSP ก่อนเรียนและหลังเรียนมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และคะแนนหลังเรียนที่เพิ่มขึ้นจากคะแนนก่อนเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

สอดคล้องกับงานวิจัยของอรุณศาสตร์ นิมิตรพันธ์ (2542) ซึ่งได้ศึกษาผลของการใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ประเภทกิจกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น ที่มีต่อความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ประเภทกิจกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น ที่มีต่อความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ประเภทกิจกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สอดคล้องกับผลการวิจัยของ พรไพโร เผ่าอินทร์จันทร์ (2546) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสงวนหญิง จังหวัดสุพรรณบุรี ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนของกลุ่มตัวอย่างที่เรียนโดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และนักเรียนยังสามารถสร้างชิ้นงานที่ใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต และอธิบายโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

เมื่อพิจารณารายละเอียดในการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ

นักเรียนพบว่านักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนได้ดี โดยมีการแสดงแนวคิดที่ตรงประเด็นและสอดคล้องกับคำถาม มีแนวคิดที่เป็นขั้นตอน กล่าวคือ เมื่อเจอโจทย์ปัญหานักเรียนสามารถตีโจทย์ได้ ซึ่งทำให้สามารถแก้ปัญหได้ง่ายขึ้น รวมทั้ง สามารถวิเคราะห์ความเป็นไปได้ของคำตอบได้ชัดเจน ผลการศึกษาในประเด็นนี้สอดคล้องกับมูลเลอร์ (Mueller, 2000: 402 อ้างถึงใน ถนนมเกียรติ งานสกุล : 76) ที่พบว่าเทคโนโลยีมีอิทธิพลต่อการทำข้อสอบของนักเรียน กล่าวคือ การที่นักเรียนได้ฝึกค้นหาข้อสรุปด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนเกิดแนวความคิดที่เป็นระบบ ซึ่งสื่อคอมพิวเตอร์มีส่วนช่วยให้นักเรียนเกิดการค้นพบ เกิดความเข้าใจในการตอบคำถามมากขึ้น และเมื่อผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนในตอนที่ 2 ซึ่งเป็นแบบทดสอบอันดับของนักเรียนอย่างละเอียดทั้งสองข้อ ทำให้พบข้อสังเกตต่าง ๆ ในการทำแบบทดสอบของนักเรียนดังนี้

คำถามข้อที่ 1

“ ในการทดลองทางกลศาสตร์ครั้งหนึ่ง เป็นที่ยอมรับกันว่าจะได้ผลผลิตมากขึ้น ถ้าใส่ปุ๋ยมากขึ้น (ไม่ใส่มากจนเกินไป) ให้ x เป็นจำนวนปุ๋ยที่ใช้หน่วยเป็นกิโลกรัมต่อไร่ $f(x)$ เป็นปริมาณผลผลิตที่ได้หน่วยเป็นตันต่อไร่ ถ้า $f(x) = 24 + 20x - x^2$ แล้วจะต้องใช้ปุ๋ยเท่าใดจึงจะได้ผลผลิตมากที่สุด ”

จากการวิเคราะห์คะแนนสอบของนักเรียนพบว่า คะแนนเฉลี่ยของคะแนนข้อที่ 1 เท่ากับ 3.06 คะแนน

ปัจจัยต่าง ๆ ซึ่งมีผลทำให้นักเรียนได้คะแนนในข้อ 1 น้อยลง ดังต่อไปนี้

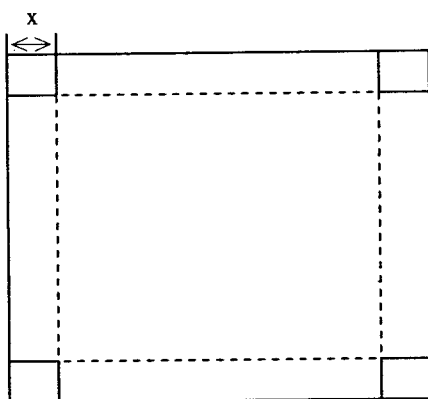
1. นักเรียนหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันผิด
2. นักเรียนแสดงวิธีทำไม่ชัดเจน เช่น นักเรียนแสดงการหาอนุพันธ์อันดับหนึ่ง และหาค่าวิกฤตได้อย่างถูกต้อง แต่นักเรียนไม่ได้หาอนุพันธ์อันดับสอง นักเรียนนำค่าวิกฤตที่ได้มาเป็นคำตอบทันที ซึ่งเป็นวิธีการที่ไม่ถูกต้อง เนื่องจากการที่นักเรียนได้ค่าวิกฤตมาไม่ได้หมายความว่าค่าที่ได้จะเป็นคำตอบเสมอไป นักเรียนต้องนำค่าวิกฤตที่ได้ไปทดสอบต่อไปด้วยอนุพันธ์อันดับสองว่าค่าเหล่านั้นให้ค่าสูงสุดสัมพัทธ์หรือไม่ ถ้าค่าวิกฤตให้ค่าสูงสุดสัมพัทธ์หมายความว่าค่าวิกฤตตัวนั้นเป็นคำตอบที่ต้องการ แต่ถ้าค่าวิกฤตไม่ได้ให้ค่าสูงสุดสัมพัทธ์ ค่าวิกฤตนี้ไม่ใช่คำตอบของโจทย์ปัญหาข้อนี้
3. นักเรียนไม่ได้ใช้ความรู้เรื่องการประยุกต์อนุพันธ์มาใช้ในการแก้ปัญหา กล่าวคือ ฟังก์ชันที่นักเรียนสร้างขึ้นเป็นฟังก์ชันกำลังสอง ซึ่งเป็นกราฟพาราโบลาคว่ำ ให้ค่าสูงสุด นักเรียนจึงใช้ความรู้เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาฟังก์ชันมาช่วยในการตอบคำถาม โดยการหาจุดสูงสุดของฟังก์ชันและตอบคำถาม ซึ่งนักเรียนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง แต่ครูไม่สามารถ

จะให้คะแนนในข้อนี้เต็มได้เนื่องจากการแก้ปัญหาของนักเรียนไม่ตรงกับผลการเรียนที่คาดหวังที่ตั้งไว้ และข้อตกลงในการทำข้อสอบคือ นักเรียนต้องใช้ความรู้เรื่องการประยุกต์อนุพันธ์มาใช้แก้ปัญหาเท่านั้น ดังนั้นคะแนนที่นักเรียนจึงได้คะแนนเพียงครึ่งเดียวเท่านั้น

4. นักเรียนตอบไม่ตรงกับสิ่งที่โจทย์ถาม กล่าวคือ โจทย์ต้องการทราบว่า จะต้องใช้ปุ๋ยมากที่สุดเท่ากับเท่าใด จึงจะได้ผลผลิตที่มากที่สุด โดยคำตอบของคำถามนี้คือ 10 กิโลกรัม / ไร่ แต่มีนักเรียนจำนวนหลายคนตอบจำนวนผลผลิตที่มากที่สุด ซึ่งเท่ากับ 124 กิโลกรัม

คำถามข้อที่ 2

“แผ่นโลหะรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 10 นิ้ว ต้องการตัดมุมทั้งสี่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ x นิ้ว แล้วพับตามรอยเส้นประตามรูป เพื่อประกอบเป็นกล่องฝาเปิดกล่องจึงจะมีปริมาตรมากที่สุดเท่ากับเท่าใด ”



จากการวิเคราะห์คะแนนสอบของนักเรียนพบว่า คะแนนเฉลี่ยของคะแนนข้อที่ 2 เท่ากับ 2.03 คะแนน ซึ่งถือว่าเป็นคะแนนที่น้อย

ปัจจัยต่าง ๆ ซึ่งมีผลทำให้นักเรียนได้คะแนนในข้อ 2 น้อยลง ดังต่อไปนี้

1. นักเรียนสร้างฟังก์ชันได้ถูกต้อง แต่หาอนุพันธ์อันดับหนึ่งผิด
2. นักเรียนสร้างฟังก์ชันไม่ถูกต้อง
3. นักเรียนคำนวณตัวเลขผิด
4. นักเรียนแก้สมการกำลังสอง เพื่อหาค่าวิกฤตไม่ถูกต้อง
5. นักเรียนหาอนุพันธ์อันดับสองผิด
6. นักเรียนแสดงการหาอนุพันธ์อันดับหนึ่ง และหาจุดวิกฤตได้อย่างถูกต้อง

และเลือกค่าวิกฤตมาเป็นคำตอบทันที เช่น นักเรียนได้ค่าวิกฤต คือ $x = 5$ และ $x = \frac{5}{3}$ นักเรียน

เลือกค่าวิกฤต $x = \frac{5}{3}$ เป็นคำตอบ โดยที่ไม่ได้ตรวจสอบค่าวิกฤตด้วยอนุพันธ์อันดับสอง

จากข้อสังเกตที่กล่าวมาจะเห็นว่ามียุทธศาสตร์ต่าง ๆ ที่ทำให้นักเรียนได้คะแนนน้อยลง ซึ่งผู้วิจัยคิดว่าสิ่งที่ไม่น่ามองข้ามสำหรับครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ และควรมานำยุทธศาสตร์เหล่านี้มาปรับปรุงและพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพต่อไป

ผลการวิจัยในครั้งนี้จะเป็นข้อมูลสำคัญสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ โดยใช้โปรแกรม GSP ซึ่งนับว่าเป็นประโยชน์อย่างยิ่งสำหรับการนำโปรแกรมนี้มาสร้างสื่อการเรียนการสอนให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนได้เข้าถึงวิชาคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะสำหรับเนื้อหาส่วนที่เป็นนามธรรมให้เกิดเป็นรูปธรรมมากยิ่งขึ้น รวมทั้งทำให้วิชาคณิตศาสตร์ไม่น่าเบื่อหน่าย มีความน่าสนใจมากยิ่งขึ้น และเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ โดยใช้โปรแกรม GSP อย่างมีประสิทธิภาพต่อไป

2.2 ผลการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์

จากการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ พบว่าโดยภาพรวมอยู่ในระดับพอใจมาก โดยนักเรียนมีความคิดเห็นว่าการนำสื่อคอมพิวเตอร์ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ช่วยให้มีความเข้าใจเนื้อหาในบทเรียนมากยิ่งขึ้น บทเรียนน่าสนใจมากยิ่งขึ้น และการอธิบายของครูชัดเจนขึ้น ช่วยให้สามารถเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมได้ดี และช่วยประหยัดเวลาในการเรียน

เมื่อพิจารณาความคิดเห็นเพิ่มเติมของนักเรียน พบว่าการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์มาช่วยในการเรียนการสอนทำให้นักเรียนมองเห็นภาพชัดเจนมากขึ้น น่าสนใจ ช่วยดึงดูดให้นักเรียนสนใจบทเรียนมากขึ้น ทำให้การสอนง่ายขึ้น และ โปรแกรม GSP เป็นโปรแกรมที่น่าจะนำมาใช้ให้มากกว่านี้ และสมควรแก่การนำมาใช้ต่อไป ถึงแม้ว่าโปรแกรมจะมีความซับซ้อนอยู่มากก็ตาม แต่เมื่อสร้างมาเป็นสื่อการเรียนการสอนแล้วช่วยให้คณิตศาสตร์มีสีสันมากขึ้น และช่วยให้นักเรียนเห็นคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมต้องใช้การจินตนาการเกิดเป็นรูปธรรมมากยิ่งขึ้น

อย่างไรก็ตามนักเรียนบางส่วนกลับมีความคิดเห็นว่าการใช้สื่อคอมพิวเตอร์เหมาะสำหรับบางเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เท่านั้น นอกจากนี้ยังทำให้ครูสอนเร็วขึ้น ทำให้นักเรียนบางคนคิดตามไม่ทัน เกิดความไม่เข้าใจ อยากให้ครูอธิบายช้า ๆ ทีละขั้นตอน เพื่อจะได้เข้าใจยิ่งขึ้น ครูควรอธิบายด้วยกระดานดำประกอบกับการใช้สื่อคอมพิวเตอร์ และควรให้นักเรียนได้จัดกลุ่มเพื่อจัดทำรายงานและนำเสนอผลงานของกลุ่ม นอกจากนี้ยังต้องการให้ครูให้ความสำคัญของ

การคิดคำนวณโดยใช้กระดาษและดินสอ รวมทั้งการวาดรูปบนกระดานดำ โดยครูควรฝึกให้นักเรียนคิดและเขียนกราฟให้มากขึ้น

นอกจากนี้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือที่มีส่วนสำคัญในการสร้างบรรยากาศในการเรียนรู้ที่น่าสนใจ เหมาะกับนักเรียนที่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วิชาคอมพิวเตอร์ มีความกระตือรือร้นในการลองผิดลองถูกเพื่อหาข้อสรุปด้วยตนเอง และมีความคิดสร้างสรรค์ ซึ่งทำให้นักเรียนกลุ่มนี้เกิดความสนุกสนานในการเรียนคณิตศาสตร์ ในทางกลับกันการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือทำให้นักเรียนที่ไม่ชอบเรียนคณิตศาสตร์ ไม่ชอบจินตนาการ และไม่มี ความกระตือรือร้นในการศึกษาค้นคว้า เพื่อหาข้อสรุปด้วยตนเองเกิดความเบื่อหน่าย ไม่เข้าใจ และทำให้ไม่อยากเรียนคณิตศาสตร์

จากข้อเสนอแนะข้างต้นผู้วิจัยพบจุดเด่นและจุดด้อยของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ดังนี้

จุดเด่น ได้แก่

1. นักเรียนได้ฝึกศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง รวมทั้งได้ลองผิดลองถูกเพื่อหาข้อสรุปตามความเข้าใจของตนเอง
2. ทำให้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในส่วนของเนื้อหาที่เป็นนามธรรมเกิดเป็นรูปธรรมมากยิ่งขึ้น
3. บทเรียนน่าสนใจ และการอธิบายของครูชัดเจนขึ้น ช่วยให้สามารถเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมได้ดี และช่วยประหยัดเวลาในการเรียน
4. บรรยากาศในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ดีขึ้น นักเรียนเกิดความสนุกสนาน เนื่องจากมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและตรวจสอบได้ด้วยตนเอง
5. ครูมีการเตรียมตัวมาก่อน ทำให้สามารถให้ข้อเสนอแนะ เสนอปัญหา รวมทั้งคอยตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาคำตอบด้วยตนเอง

จุดด้อย ได้แก่

1. ไม่เหมาะสำหรับนักเรียนที่ขาดความกระตือรือร้นในการเรียน ไม่ชอบทดลองหาข้อสรุปด้วยตนเอง
2. โปรแกรมมีความซับซ้อน และเนื้อหา เรื่องแคลคูลัสมีความเป็นนามธรรมสูงทำให้นักเรียนไม่สามารถสร้างเครื่องมือเป็นของตนเองได้ ต้องให้ครูเป็นคนสร้างให้ แล้วให้นักเรียนทดลองและหาข้อสรุป ซึ่งเป็นการปิดกั้นความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนไปบ้างบางส่วน
3. นักเรียนบางส่วนยังคงยึดติดกับการเรียนโดยใช้กระดานดำ ซึ่งส่วนใหญ่ครูบอก โดยนักเรียนไม่ต้องคิดหรือรู้ที่มา เมื่อต้องมาเรียนโดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ทำให้เห็นว่าได้รับ

ความรู้ไม่เต็มที่ เนื่องจากเมื่อใช้คอมพิวเตอร์ในการวาดกราฟของฟังก์ชัน เมื่อกำหนดฟังก์ชันแล้ว จะได้กราฟออกมาทันที ซึ่งนักเรียนไม่ได้ฝึกวาดกราฟ หรือหาพิกัดต่าง ๆ

4. การที่ครูได้เตรียมตัวมาก่อนอย่างดีทำให้การพูดหรือการอธิบายของครูเร็วไป สำหรับนักเรียน ซึ่งอาจจะทำให้นักเรียนฟังไม่ทันหรือไม่เข้าใจ

5. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์บางครั้งมีปัญหา ทางด้าน ซึ่งทำเทคนิค ซึ่งทำให้เสียเวลาในการเรียนพอสมควร

6. การติดตั้งอุปกรณ์ต้องใช้เวลานานเนื่องจากในห้องเรียนไม่มีคอมพิวเตอร์ ต้อง ติดตั้งอุปกรณ์ทุกครั้งที่มีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

3. ข้อเสนอแนะ

3.1 ข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัย

3.1.1 สื่อคอมพิวเตอร์ที่ได้จัดทำขึ้นสมควรแก่การนำมาใช้ต่อไป

3.1.2 ควรให้นักเรียนจัดกลุ่มเพื่อสร้างสื่อคอมพิวเตอร์และนำเสนอผลงาน

3.1.3 ครูจะต้องอธิบายให้ละเอียดมากยิ่งขึ้น โดยใช้กระดานคำประกอบการ อธิบาย ร่วมกับการใช้สื่อคอมพิวเตอร์ อาจจะทำได้คณิตศาสตร์ง่ายขึ้น

3.1.4 เนื่องจากมีนักเรียนบางคนได้คัดลอกสื่อคอมพิวเตอร์ที่ครูได้จัดทำขึ้นเพื่อ นำไปศึกษาและทบทวนบทเรียนที่บ้าน นักเรียนจึงอยากให้มีเสียงอธิบายในสื่อคอมพิวเตอร์ด้วย

3.2 ข้อเสนอแนะ ในการนำผลวิจัยไปใช้

3.2.1 ครูผู้สอนต้องมีความพร้อมในด้านต่าง ๆ กล่าวคือ ครูต้องมีความรู้ ความสามารถในการใช้คอมพิวเตอร์ โดยเฉพาะการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ซึ่งเป็นโปรแกรมที่มีความซับซ้อนอยู่บ้าง ครูควรสร้างสื่อการสอนแสดงให้นักเรียนดูหน้าชั้นเรียน ได้ เนื่องจากบางครั้งนักเรียนเกิดความสงสัยและมีความต้องการให้ครูแสดงให้ดู

3.2.2 การนำแผนจัดการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้ สื่อคอมพิวเตอร์ นี้ไปใช้ ผู้สอนควรศึกษาปรับให้สอดคล้องกับสภาพของนักเรียน และควรมี คอมพิวเตอร์ให้นักเรียนทุกคนได้ใช้ เพื่อนักเรียนจะได้ศึกษาค้นคว้าได้ด้วยตนเอง

3.2.3 ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนครูจะต้องพยายามกระตุ้นให้นักเรียนได้ คิดและศึกษาค้นคว้า ทดลอง เพื่อหาข้อสรุปด้วยตนเอง และมีการเสริมแรงที่เหมาะสมแก่นักเรียน

3.2.4 การติดตั้งอุปกรณ์อาจจะทำให้เสียเวลาเรียน ครูควรมีการเตรียมไว้ก่อน ล่วงหน้า เพื่อจะช่วยให้ไม่ต้องเสียเวลาในการเรียน

3.2.5 ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ ควรเลือกเนื้อหาและออกแบบสื่อคอมพิวเตอร์ให้สอดคล้องเหมาะสม เนื่องจากสื่อคอมพิวเตอร์ช่วยในกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน นักเรียนได้ทดลอง ค้นคว้าด้วยตนเอง รวมทั้งได้สรุปความคิดรวบยอดที่จริง แต่สื่อคอมพิวเตอร์ทำให้นักเรียนขาดความชำนาญในการใช้กระดาษและดินสอ เช่น การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ในการเขียนกราฟและหาความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง เมื่อนักเรียนเขียนฟังก์ชันเสร็จ คอมพิวเตอร์จะวาดกราฟให้โดยอัตโนมัติ และหาความชัน ณ จุดต่าง ๆ ให้โดยทันที ซึ่งนักเรียนจะไม่ได้พิจารณาเลยว่าฟังก์ชันเหล่านั้นเป็นฟังก์ชันแบบใด ให้กราฟอย่างไร แต่ละจุดบนเส้นโค้งให้ค่าความชันเท่าใด การใช้สื่อคอมพิวเตอร์จึงควรควบคู่กับการให้นักเรียนได้ฝึกทำด้วยมือและสามารถตรวจสอบได้โดยใช้คอมพิวเตอร์ ซึ่งจะทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์จึงจะได้ประโยชน์มาก

3.2.6 สื่อคอมพิวเตอร์ที่ครูสร้างขึ้นไม่จำเป็นต้องใช้เฉพาะโปรแกรม GSP ครูควรใช้โปรแกรมอื่น ๆ ประกอบด้วย เช่น ใช้โปรแกรมเพาเวอร์พอยต์ช่วยในการนำเสนอกฎ ข้อตกลง ทฤษฎีบท เป็นต้น ซึ่งจะช่วยให้การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์มีสีสันมากขึ้น และสามารถดึงดูดความสนใจของนักเรียนได้ดี

3.3 ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

3.3.1 ควรศึกษาวิจัยเกี่ยวกับอิทธิพลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ที่มีผลต่อความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการคิดของนักเรียน

3.3.2 ควรเป็นการวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ในเนื้อหาอื่น และระดับชั้นอื่น ๆ

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กรองทอง ตริอาภรณ์ (2540) “ การพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้น โดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในกรุงเทพมหานคร ” วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
- กรองทอง ตริอาภรณ์ (2540) “ การสอนคณิตศาสตร์ให้สนุก โดยใช้ Geometer 's Sketchpad (GSP) ตอนที่เหลี่ยมขนมเปียกปูน” สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ
- กระทรวงศึกษาธิการ (2544) คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ กรุงเทพมหานคร โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์
- การสื่อสารข้อมูลและระบบเครือข่ายคอมพิวเตอร์ “ คอมพิวเตอร์กับการสอน ” (<http://www.chauat.thcity.com/web-c/hanakan/index.htm> สืบค้นเมื่อ 28 กุมภาพันธ์ 2551)
- ชาววิกิพีเดีย (2550) “ แคลคูลัส” ใน วิกิพีเดีย, สารานุกรมเสรี (<<http://th.wikipedia.org/> สืบค้นเมื่อ 28 กุมภาพันธ์ 2551)
- ถนอมเกียรติ งานสกุล (2544) “ การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา โดยใช้เครื่องคิดเลขกราฟฟิก สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนถลาง จังหวัดภูเก็ต” วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต แขนงหลักสูตรและการสอน สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
- ทองคำ สาระวงษ์สุทธิ (2538) “ การใช้ชุดการสอนแบบสื่อประสมในการสอนรายวิชา ค 011 เรื่อง พหุนาม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสามชุกรัตนโภคาราม จังหวัดสุพรรณบุรี ” วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
- นริศรา ฐานะ (2548) “ การพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ส่งเสริมทักษะการคิดขั้นสูง โดยใช้โปรแกรม The Geometer 's Sketchpad สำหรับนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ” โรงเรียนดาราวิทยาลัย
- ปานทอง กุลนาถศิริ (2541) “ การสอนเรขาคณิตในระดับประถมศึกษา ในศตวรรษที่ 21” วารสาร สสวท. 26,102 (ก.ค.- ก.ย.2541) : 3-5

- ปรีชา เน่าไยผล (2544) “กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1” ปรินิพนธ์การศึกษาคุณบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- พรไพโร ผ่าอินทร์จันทร์ (2546) “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตโดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสงวนหญิง จังหวัดสุพรรณบุรี” วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
- เพชรพล เจริญศักดิ์ (2543) “การพัฒนาชุดการเรียนรู้ด้วยคอมพิวเตอร์ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ตวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทของพีทาโกรัสสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร ” วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
- ไพศาล หวังพานิช (2526) *การวัดผลการศึกษา* กรุงเทพมหานคร ไทยวัฒนาพานิช
- มะลิ จุลวงษ์ (2531) “ การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมและแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนจากคอมพิวเตอร์ช่วยสอน” ปรินิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- ยุพิน พิพิธกุล (2545) “แนวโน้มการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน” ใน *วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีเพื่อพัฒนาภูมิปัญญาไทย 9-12 มกราคม 2545 สถาบันราชภัฏนครราชสีมา 69-71*
- เยาวดี วิบูลย์ศรี (2540) *การวัดผลและการสร้างแบบสอบผลสัมฤทธิ์* กรุงเทพมหานคร สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- ระวีวรรณ พ่วงวิจิตร “ การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ” *วารสารการวิจัยทางการศึกษา 24 (มกราคม - มีนาคม 2537) 16-19*
- รุ่งฟ้า จันทร์จารุภรณ์ (2550) “ การเรียนการสอนแคลคูลัสผ่านการแก้ปัญหา ” ใน *อบรมครูคณิตศาสตร์'50 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย วันที่ 25-27 เมษายน 2550 สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ กรุงเทพมหานคร 1-103*

- วัชรสันต์ อินธิสาร (2547) “ผลของการพัฒนามโนทัศน์ทางเรขาคณิตและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้โปรแกรม Geometer's Sketchpad” วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- วิภา เพิ่มทรัพย์ และคณะ (2548) *คู่มือ Windows XP & Office 2003 All in One* กรุงเทพมหานคร โปรวิชั่น
- ศิริวรรณ คงใจ (2542) “การพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 041 เรื่อง ความสัมพันธ์ โดยใช้ชุดการสอน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกลาง จังหวัดภูเก็ต” วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
- ศูนย์พัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ “คู่มือส่งเสริมผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ เล่ม๑” บทควมนำรู้ (<http://www.kruparinya.com> สืบค้นเมื่อ 28 กุมภาพันธ์ 2551)
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (2548) *คู่มืออ้างอิง THE GEOMETER 'S SKETCHPAD ซอฟต์แวร์สำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิต พลวัต* กรุงเทพมหานคร
- สมชาย ชูชาติ (2529) “คอมพิวเตอร์กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์” *วารสาร สสวท.* 14, 2 (กพ. - พค. 2529)
- สมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี (2538) “เทคโนโลยีสารสนเทศที่เป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาประเทศ ด้านการศึกษา” ใน งานไอทีเฉลิมพระเกียรติ : เทคโนโลยีสารสนเทศเพื่อประชาชน 2 มิถุนายน 2538 ศูนย์ประชุมสหประชาชาติ กรุงเทพมหานคร ศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ สำนักงานเลขาธิการคณะกรรมการเทคโนโลยีสารสนเทศแห่งชาติ (<http://www.princessit.org/kp9/articles/ch2-2.th.html> สืบค้นเมื่อ 28 กุมภาพันธ์ 2551)
- สมเดช บุญประจักษ์ (2540) “การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ” วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- สาขาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษา สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550) *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์* กรุงเทพมหานคร

- สุจิรา มุสิกะเจริญ (2542) “ การเปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนานและความคล้ายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้และไม่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต ” วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- สุนันท์ แสงงามมงคล (2541) “ การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลอการิทึมโดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกันของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 ” วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น
- สำนักงานนโยบายและแผนการศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม (2542) *พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542* กรุงเทพมหานคร อรุณสภาลาดพร้าว
- อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์ (2542) “ การใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ประเภทกิจกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น ที่มีต่อความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ” วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- อารีย์ วัชรวรการ (2542) *การวัดและการประเมินผลการเรียน* กรุงเทพมหานคร สถาบันราชภัฏธนบุรี
- Almeqdad, F (2000) “ The Effect of Using The Geometer’s Sketchpad (GSP) on Jordanian Students’ Understanding Some Geometrical Concepts ” Yarmouk University www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/almeqdad.pdf (สืบค้นเมื่อ 20 กุมภาพันธ์ 2550)
- Lester, M (1996) “ The Effects of the GSP Software on Achievement Knowledge of High School Geometry Students. ” *Dissertation Abstract International* DAI – A 57106 University of SanFrancisco.
- Tan, Sinforosa ‘Rose’ (2000) “ Revitalizing Mathematics with Problem Solving, Collaborative Learning, and the Ti Graphing Calculators. ” In ATCM 2000 375 – 383 Blacksburg VA, ATCM, 2000. (Proceedings of the Fifth Asian Technology Conference in Mathematics, December 17 – 21, 2000 Chiang Mai, Thailand).

- Teoh Boon & Fong Soon Fook (2005) "The Effects of Geometer's Sketchpad and Graphic Calculator in the Malaysian mathematics Classroom" School of Educational Studies Universiti Sains Malaysia *Malaysian Online journal of Instructional Technology* 2, 2 (August 2005): 82 – 96.
- Yousef, A (1997) "The Effects of the GSP on Attitude toward Geometry of Knowledge of High School Students" *Dissertation Abstract International* A 58105 Ohio University.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องแคลคูลัส

กำหนดการสอน

รายวิชา คณิตศาสตร์หลัก (ค 43202)

เรื่องแคลคูลัส

คาบที่	เนื้อหา	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
1-2	กิจกรรมการปฐมนิเทศ	เพื่อให้ นักเรียนเข้าใจแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์
	ทดสอบก่อนเรียน	เพื่อทราบความรู้พื้นฐานของนักเรียน
3	แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 กราฟของฟังก์ชัน	เขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
4-5	แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 ลิมิตของฟังก์ชัน	หาลิมิตของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
6	แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน	บอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องหรือไม่
7	แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 ความชันของเส้นโค้ง	หาความชันและสมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้งได้
8-10	แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน	หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันได้
11-13	แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6 การประยุกต์ของอนุพันธ์	นำความรู้เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชันไปประยุกต์ได้
14	ทดสอบหลังเรียน	เพื่อทราบพัฒนาการของนักเรียน

การเตรียมการก่อนการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนให้เกิดประสิทธิภาพ ผู้สอนเป็นส่วนสำคัญในการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้การสอนให้เป็นตามวัตถุประสงค์อย่างมีกระบวนการ จึงควรมีการเตรียมการก่อนสอน ดังนี้

1. การเตรียมตัวด้านความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาของผู้สอน

ผู้สอนควรศึกษาและทำความเข้าใจในแบบฝึกปฏิบัติก่อนการสอนทุกครั้ง ตั้งแต่หัวข้อเรื่อง สารสำคัญ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้การสอน สื่อการเรียนรู้การสอน และการวัดผลและประเมินผล เพื่อให้เกิดความเข้าใจถึงกระบวนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้การสอนให้บรรลุจุดประสงค์ที่วางไว้

2. การเตรียมสื่อและอุปกรณ์การสอน

ผู้สอนต้องมีการเตรียมสื่อและอุปกรณ์การสอนไว้ก่อนล่วงหน้า ทดลองใช้สื่อการสอนที่ยังไม่คุ้นเคย เพื่อไม่ให้เกิดปัญหาในการสอนจริง การเตรียมสื่อการสอนและอุปกรณ์ล่วงหน้าช่วยให้การจัดการเรียนรู้การสอนเป็นไปตามลำดับขั้นตอน เหมาะสมกับเวลาที่กำหนดไว้ รวมทั้งผู้สอนสามารถจัดแบ่งเวลาให้นักเรียนทดลองได้เพิ่มเติมเมื่อเกิดข้อสงสัยหรือโจทย์ปัญหาที่ท้าทายความคิดของนักเรียน

3. การเตรียมห้องเรียน

การเตรียมห้องเรียนต้องมีความเหมาะสมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ไม่ว่าจะเป็นจำนวนนักเรียน การจัดวางโต๊ะ เก้าอี้ ซึ่งต้องเหมาะสมกับการจัดกิจกรรมแบบกลุ่มด้วย และช่วยให้ผู้สอนสามารถให้คำแนะนำนักเรียนได้อย่างใกล้ชิดด้วย นอกจากนี้ผู้สอนควรเตรียมอุปกรณ์อื่น ๆ เช่น ปลั๊กไฟ สายไฟ เป็นต้น เพื่ออำนวยความสะดวกให้นักเรียนที่นำคอมพิวเตอร์มาใช้ในห้องเรียนด้วย

4. การเตรียมตัวผู้เรียน

ในการศึกษาบางหัวข้อ ผู้เรียนควรได้รับการทบทวนความรู้พื้นฐานก่อน ผู้สอนควรแนะนำให้นักเรียนได้ศึกษาล่วงหน้า และในกรณีที่นักเรียนยังไม่เคยใช้โปรแกรม The Geometer 's Sketchpad มาก่อนผู้สอนควรมีการแนะนำการใช้โปรแกรม The Geometer 's Sketchpad เบื้องต้นก่อนและให้เวลานักเรียนได้ทดลองใช้เวลาประมาณ 1 – 2 คาบ

5. การเตรียมการวัดและประเมินผล

ผู้สอนควรเตรียมการวัดและประเมินผล การเตรียมคำถามเพื่อให้นักเรียนสามารถสรุป

ความคิดรวบยอด การสังเกตและบันทึกผลการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน การทำใบงาน ใบกิจกรรม ตลอดจนแบบบันทึกพฤติกรรมกรเรียนของนักเรียน ซึ่งช่วยให้ผู้สอนทราบข้อบกพร่อง และต้องปรับปรุงของนักเรียน และสามารถสอนซ่อมเสริมให้คำแนะนำได้อย่างถูกต้อง

แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (Multiple choices)

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	จำนวนข้อ	ข้อที่	พฤติกรรมการเรียนรู้ ด้านพุทธิพิสัย			
			ความจำและ การคิดคำนวณ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์
1. เขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้	2	1			✓	
		2		✓		
2. ทาลิมิตของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้	3	3		✓		
		4			✓	
		5				✓
3. บอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องหรือไม่	4	6			✓	
		7			✓	
		8				✓
		9				✓
4. หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันได้	5	10			✓	
		11			✓	
		12			✓	
		13			✓	
		14			✓	
5. หาความชันและสมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้งได้	3	15			✓	
		16			✓	
		17			✓	
6. นำความรู้เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชันไปประยุกต์ได้	3	18			✓	
		19				✓
		20				✓

ผลการเรียนรู้ข้อที่ 6 นำความรู้เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชันไปประยุกต์ได้ ข้อสอบอัตนัย 2 ข้อ วัดพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัย ขั้นการนำไปใช้ และการวิเคราะห์

กิจกรรมการปฐมนิเทศ

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549

เรื่อง การปฐมนิเทศและการทดสอบก่อนเรียน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

เวลา 2 คาบ

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. เพื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์
2. เพื่อทราบความรู้เดิมของนักเรียนเกี่ยวกับเรื่อง แคลคูลัส

สาระสำคัญ

1. การทดสอบก่อนเรียนมีความจำเป็นและสำคัญ เนื่องจากทำให้ครูได้ทราบถึงความรู้พื้นฐานของนักเรียน เพื่อเป็นประโยชน์ในการจัดการเรียนการสอน
2. การปฐมนิเทศมีความจำเป็นและสำคัญที่จะต้องชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจข้อตกลงต่าง ๆ เพื่อนำไปปฏิบัติได้อย่างถูกต้อง โดยเฉพาะการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องแคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์

เนื้อหา

1. แบบทดสอบก่อนเรียน
2. การทำงานกลุ่ม
3. กิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูชี้แจงการทำแบบทดสอบก่อนเรียน
2. ครูชี้แจงแนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องแคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์
3. สรุปผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน จากแบบทดสอบก่อนเรียน

สื่อการเรียนการสอน

แบบทดสอบก่อนเรียนจำนวน 22 ข้อ โดยแบ่งเป็น 2 ตอน

ตอนที่ 1 แบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือก 20 ข้อ

ตอนที่ 2 แบบทดสอบอัตนัย 2 ข้อ

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	การประเมิน
1. สังเกตจากความสนใจการรับฟัง การชี้แจง	-	- -
2. ตรวจสอบแบบทดสอบ	แบบทดสอบวัด ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ก่อนเรียน	

บันทึกหลังการสอนและข้อเสนอแนะ

นักเรียนส่วนใหญ่ตั้งใจทำแบบทดสอบก่อนเรียน พยายามคิดในส่วนที่คิดได้ เช่น การหาฟังก์ชันจากกราฟที่กำหนดให้ แต่มีนักเรียนบางส่วนไม่ใส่ใจจะทำข้อสอบเนื่องจากไม่มีความรู้ในเรื่องแคลคูลัสมาก่อนเลย นักเรียนจึงใช้วิธีเดาในแบบทดสอบตอนที่ 1 ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัย สำหรับตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบอัตนัย นักเรียนเว้นว่างไว้

แบบทดสอบก่อนเรียน

วิชาคณิตศาสตร์ (ค 43202)

เรื่อง แคลคูลัส

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

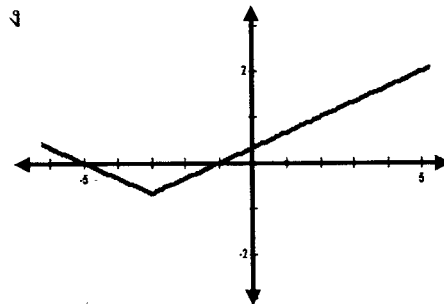
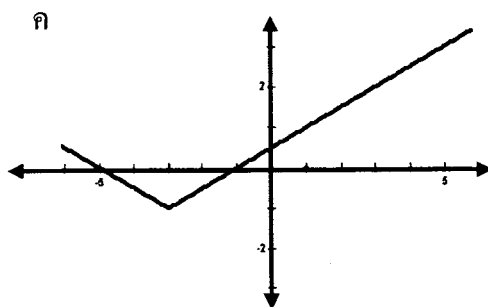
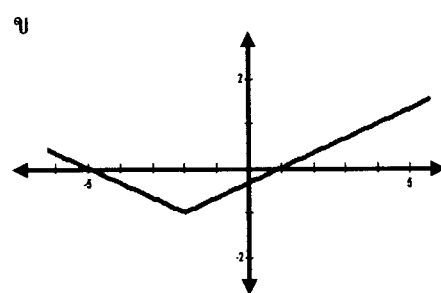
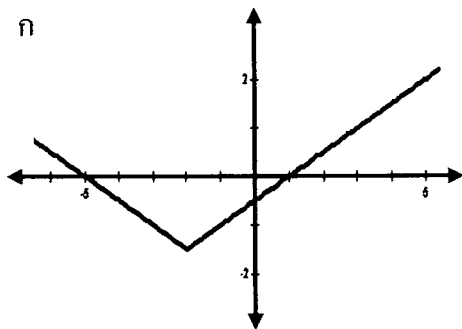
ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น ม.6/.....เลขที่.....

คำชี้แจง

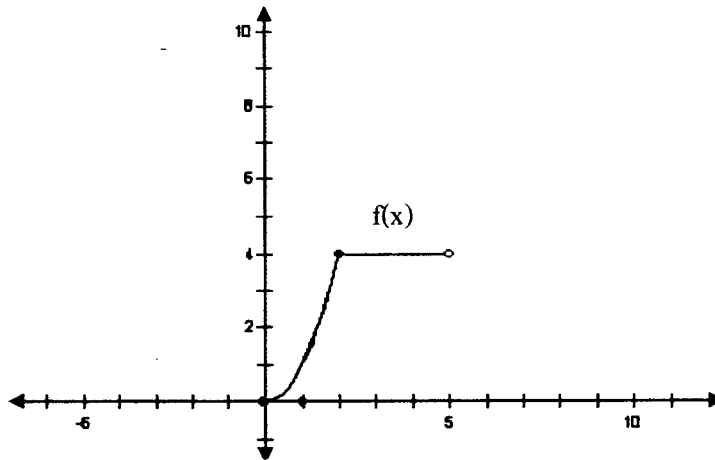
- แบบทดสอบฉบับนี้มีจำนวน 22 ข้อ คะแนนเต็ม 30 คะแนน โดยแบ่งเป็น 2 ตอน
 - ตอนที่ 1 เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว 20 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน
 - ตอนที่ 2 แสดงวิธีทำอย่างละเอียด 2 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน
- ใช้เวลาในการทำข้อสอบ 90 นาที

ตอนที่ 1 จงทำเครื่องหมาย × ทับตัวเลือกที่ถูกต้องที่สุดลงในกระดาษคำตอบ ถ้าไม่ต้องการให้ทำเครื่องหมาย ✖ (20 คะแนน)

1. กราฟในข้อใดเป็นกราฟของฟังก์ชัน $y = \frac{|x+2|-3}{2}$



2. กราฟต่อไปนี้ เป็นกราฟของฟังก์ชันในข้อใด



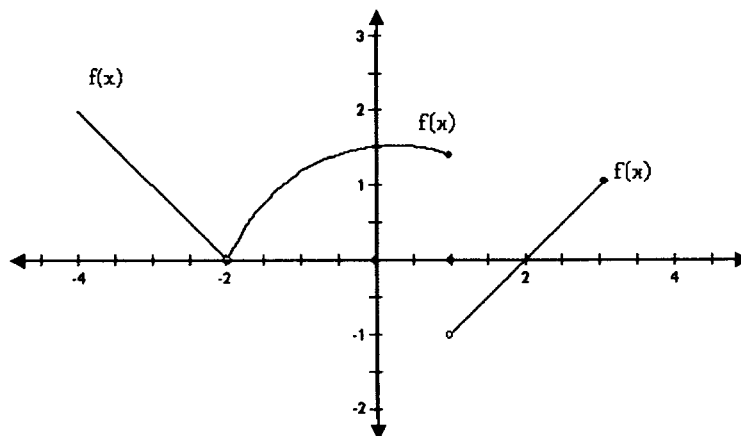
ก. $f(x) = \begin{cases} x^3 & ; 0 \leq x \leq 2 \\ 4 & ; x > 5 \end{cases}$

ข. $f(x) = \begin{cases} x^3 & ; 0 \leq x < 2 \\ 4 & ; x > 5 \end{cases}$

ค. $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; 0 \leq x < 2 \\ 4 & ; 2 \leq x < 5 \end{cases}$

ง. $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; 0 \leq x \leq 2 \\ 4 & ; 2 \leq x < 5 \end{cases}$

3. พิจารณากราฟต่อไปนี้



จากกราฟ $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. -2

ข. -1

ค. 0

ง. หาค่าไม่ได้

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{2 - x}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. -7

ข. 0

ค. 7

ง. หาค่าไม่ได้

5. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} 3x - 6 & ; x < 2 \\ x - 1 & ; x \geq 2 \end{cases}$ ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 0$

ข. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1$

ค. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$

ง. $f(2) = 1$

6. กำหนดฟังก์ชัน $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{x^2 - 1}$ ถ้าต้องการให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนเซต

ของจำนวนจริงแล้วจะต้องนิยามเพิ่มตามข้อใดต่อไปนี้

ก. $f(-1) = -4$ และ $f(1) = 2$

ข. $f(-1) = 2$ และ $f(1) = -4$

ค. $f(-1) = -4$ และ $f(1) = -2$

ง. $f(-1) = 4$ และ $f(1) = -2$

7. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} \frac{(x-3)^2}{x^2-9} & ; x > 3 \\ h & ; x = 3 \end{cases}$

ถ้าฟังก์ชัน f ต่อเนื่องที่ $x = 3$ แล้ว h มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. -6

ข. -4

ค. -2

ง. 0

จงพิจารณาฟังก์ชัน $f(x) = \begin{cases} -1 & ; \quad x \leq -1 \\ \frac{x-1}{2} & ; \quad -1 < x \leq 1 \\ 2x-3 & ; \quad x > 1 \end{cases}$ เพื่อตอบคำถามข้อที่ 8-9

8. $f(-1)$ และ $f(1)$ มีค่าตรงกับข้อใด

ก. $f(-1) = -1$ และ $f(1) = 0$

ข. $f(-1) = -1$ และ $f(1) = -1$

ค. $f(-1) = 1$ และ $f(1) = -1$

ง. $f(-1) = -1$ และ $f(1) = 1$

9. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก. $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 1$

ข. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$

ค. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1$

ง. $f(x)$ ฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = -1$

10. ถ้า $f(x) = \frac{x^6 + 3x^3 - x^2 + 10}{5}$ แล้ว $f'(x)$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $\frac{6x^5 + 9x^2 - 2x}{25}$

ข. $\frac{30x^5 + 3x^2 - 2x}{25}$

ค. $\frac{6x^5 + 9x^2 - 2x}{5}$

ง. $\frac{30x^5 + 27x^2 - 10x}{5}$

11. ถ้า $f(x) = \sqrt{x+1}$ แล้ว $f'(x)$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $\frac{\sqrt{x+1}}{2}$

ข. $\frac{x+1}{2\sqrt{x+1}}$

ค. $\frac{1}{2\sqrt{x+1}}$

ง. $\frac{1}{\sqrt{x+1}}$

17. สมการของเส้นสัมผัสกราฟ $y = x^2 - 3x - 4$ ที่ผ่านจุด $(2, -6)$ คือสมการในข้อใด

ก. $y + x - 7 = 0$

ข. $y - x + 8 = 0$

ค. $y + 2x - 9 = 0$

ง. $y - 7x + 9 = 0$

กำหนดฟังก์ชัน $f(x) = 5x^3 - 3x^5$ เพื่อตอบคำถามข้อที่ 18-20

18. ค่าวิกฤตของ f คือข้อใด

ก. -1 และ 1

ข. -1 และ 0

ค. 0 และ 1

ง. $-1, 0$ และ 1

19. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 0$ และมีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ที่ $x = -1$

ข. f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 1$ และมีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ที่ $x = -1$

ค. f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 1$ และมีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 0$

ง. f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 0$ และไม่มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์

20. ข้อใดต่อไปนี้ เป็นจริง

ก. f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์เท่ากับ 2

ข. f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์เท่ากับ 0

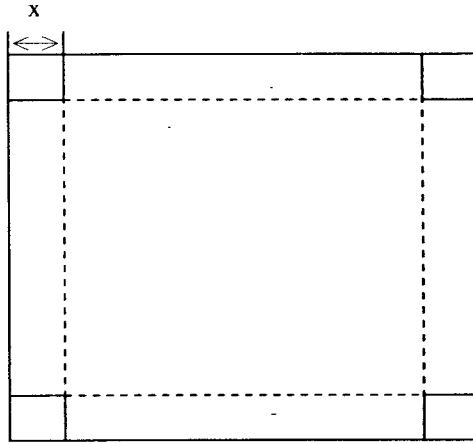
ค. f มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ที่เท่ากับ -8

ง. f ไม่มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์

ตอนที่ 2 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

1. ในการทดลองทางกลศาสตร์ครั้งหนึ่ง เป็นที่ยอมรับกันว่า จะได้ผลผลิตมากขึ้น ถ้าใส่ปุ๋ยมากขึ้น (ไม่ใส่มากจนเกินไป) ให้ x เป็นจำนวนปุ๋ยที่ใช้หน่วยเป็นกิโลกรัมต่อไร่ $f(x)$ เป็นปริมาณผลผลิตที่ได้หน่วยเป็นถังต่อไร่ ถ้า $f(x) = 20 + 24x - x^2$ แล้วจะต้องใช้ปุ๋ยเท่าใดจึงจะได้ผลผลิตมากที่สุด

2. แผ่นโลหะรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 18 นิ้ว ต้องการตัดมุมทั้งสี่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ x นิ้ว แล้วพับตามรอยเส้นประตามรูป เพื่อประกอบเป็นกล่องฝาเปิด กล่องจึงจะมีปริมาตรมากที่สุดเท่ากับเท่าใด



กระดาษคำตอบ

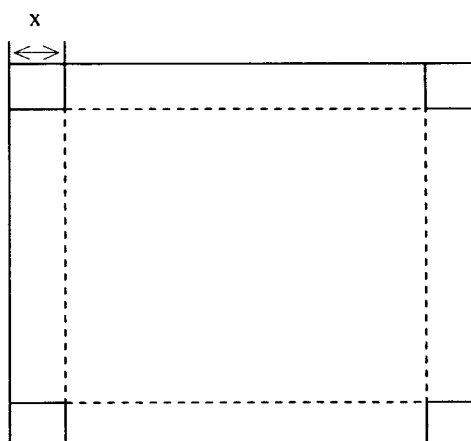
ชื่อ.....นามสกุล..... ชั้น ม. 6 /.....เลขที่.....

ตอนที่ 1 จงทำเครื่องหมาย X ทับตัวเลือกที่ถูกต้องที่สุดลงในกระดาษคำตอบ (20 คะแนน)

ข้อ ตัวเลือก	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
ก																					
ข																					
ค																					
ง																					

ตอนที่ 2 แสดงวิธีทำอย่างละเอียด (10 คะแนน)

- ในการทดลองทางกลศาสตร์ครั้งหนึ่ง เป็นที่ยอมรับกันว่าจะได้ผลผลิตมากขึ้น ถ้าใส่ปุ๋ยมากขึ้น (ไม่ใส่มากจนเกินไป) ให้ x เป็นจำนวนปุ๋ยที่ใช้หน่วยเป็นกิโลกรัมต่อไร่ $f(x)$ เป็นปริมาณผลผลิตที่ได้หน่วยเป็นถังต่อไร่ ถ้า $f(x) = 20 + 24x - x^2$ แล้วจะต้องใช้ปุ๋ยเท่าใดจึงจะได้ผลผลิตมากที่สุด
- แผ่นโลหะรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 18 นิ้ว ต้องการตัดมุมทั้งสี่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ x นิ้ว แล้วพับตามรอยเส้นประตามรูป เพื่อประกอบเป็นกล่องฝาเปิด กล่องจึงจะมีปริมาตรมากที่สุดเท่ากับเท่าใด



หมายเหตุ ในข้อสอบที่แจกนักเรียนได้เว้นที่ว่างให้นักเรียนตอบเป็นรายข้อ

เกณฑ์การให้คะแนน

ตอนที่ 1

ให้ 1 คะแนน เมื่อนักเรียนเลือกคำตอบได้ถูกต้อง

ให้ 0 คะแนน เมื่อนักเรียนเลือกคำตอบผิด

ตอนที่ 2

ข้อที่ 1

ให้ 5 คะแนน เมื่อนักเรียนหาอนุพันธ์อันดับ 1 ค่าวิกฤต อนุพันธ์อันดับที่ 2 ตรวจสอบค่าสูงสุดสัมพัทธ์หรือค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ และหาคำตอบและตอบคำถามได้ถูกต้อง

ให้ 4 คะแนน เมื่อนักเรียนหาอนุพันธ์อันดับ 1 ค่าวิกฤต อนุพันธ์อันดับที่ 2 และตรวจสอบค่าสูงสุดสัมพัทธ์หรือค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ได้ถูกต้อง

ให้ 3 คะแนน เมื่อนักเรียนหาอนุพันธ์อันดับ 1 ค่าวิกฤต และอนุพันธ์อันดับที่ 2 ได้ถูกต้อง

ให้ 2 คะแนน เมื่อนักเรียนหาอนุพันธ์อันดับ 1 และหาค่าวิกฤตได้ถูกต้อง

ให้ 1 คะแนน เมื่อนักเรียนหาอนุพันธ์อันดับ 1 ได้ถูกต้อง

ให้ 0 คะแนน เมื่อนักเรียนไม่ได้แสดงวิธีการหาคำตอบใดๆ เลย หรือหาผิด

ข้อที่ 2

ให้ 5 คะแนน เมื่อนักเรียนกำหนดฟังก์ชัน หาอนุพันธ์อันดับ 1 ค่าวิกฤต อนุพันธ์อันดับที่ 2 ตรวจสอบค่าสูงสุดสัมพัทธ์หรือค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ และตอบคำถามได้ถูกต้อง

ให้ 4 คะแนน เมื่อนักเรียนกำหนดฟังก์ชัน หาอนุพันธ์อันดับ 1 และค่าวิกฤต อนุพันธ์อันดับที่ 2 และตรวจสอบค่าสูงสุดสัมพัทธ์หรือค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ได้ถูกต้อง

ให้ 3 คะแนน เมื่อนักเรียนกำหนดฟังก์ชัน หาอนุพันธ์อันดับ 1 และค่าวิกฤตได้ถูกต้อง

ให้ 2 คะแนน เมื่อนักเรียนกำหนดฟังก์ชันและหาอนุพันธ์อันดับ 1 ได้ถูกต้อง

ให้ 1 คะแนน เมื่อนักเรียนกำหนดฟังก์ชันได้ถูกต้อง

ให้ 0 คะแนน เมื่อนักเรียนไม่ได้แสดงวิธีการหาคำตอบใดๆ เลย หรือหาผิด

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

ตอนที่ 1

- | | |
|-------|-------|
| 1. ก | 11. ก |
| 2. ง | 12. ข |
| 3. ค | 13. ง |
| 4. ก | 14. ก |
| 5. ข | 15. ข |
| 6. ค | 16. ก |
| 7. ง | 17. ข |
| 8. ก | 18. ง |
| 9. ง | 19. ข |
| 10. ค | 20. ก |

ตอนที่ 2

1. ในการทดลองทางกลศาสตร์ครั้งหนึ่ง เป็นที่ยอมรับกันว่าจะได้ผลผลิตมากขึ้น ถ้าใส่ปุ๋ยมากขึ้น (ไม่ใส่มากจนเกินไป) ให้ x เป็นจำนวนปุ๋ยที่ใช้หน่วยเป็นกิโลกรัมต่อไร่ $f(x)$ เป็นปริมาณผลผลิตที่ได้หน่วยเป็นถังต่อไร่ ถ้า $f(x) = 20 + 24x - x^2$ แล้วจะต้องใช้ปุ๋ยเท่าใดจึงจะได้ผลผลิตมากที่สุด

วิธีทำ ให้ $f(x)$ เป็นจำนวนปุ๋ยที่ใช้หน่วยเป็นกิโลกรัมต่อไร่

x เป็นปริมาณผลผลิตที่ได้หน่วยเป็นถังต่อไร่

$$\text{จะได้ } f(x) = 20 + 24x - x^2$$

$$f'(x) = 24 - 2x$$

$$\text{ถ้า } f'(x) = 0 \text{ จะได้}$$

$$24 - 2x = 0$$

$$x = 12$$

ดังนั้นค่าวิกฤตของฟังก์ชัน f คือ 12

$$\text{จาก } f'(x) = 24 - 2x$$

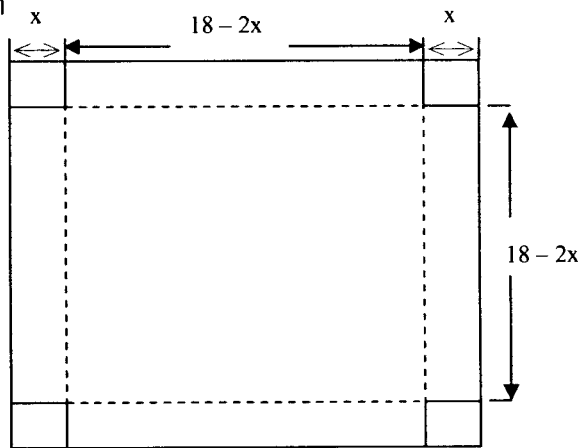
$$f''(x) = -2$$

$$f''(12) = -2 < 0$$

ฟังก์ชัน f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 12$

ดังนั้น จะต้องใช้ปุ๋ย 12 กิโลกรัมต่อไร่ จึงจะได้ผลผลิตมากที่สุด

2. แผ่นโลหะรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 18 นิ้ว ต้องการตัดมุมทั้งสี่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ x นิ้ว แล้วพับตามรอยเส้นประตามรูป เพื่อประกอบเป็นกล่องฝาเปิด กล่องจึงจะมีปริมาตรมากที่สุดเท่ากับเท่าใด



วิธีทำ ให้ $V(x)$ เป็นปริมาตรของกล่อง เมื่อ x เป็นความยาวของด้านสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออกจะเห็นว่า $0 < x < 9$

$$\text{จะได้ } V(x) = (18 - 2x)^2 x$$

$$= 4x^3 - 72x^2 + 324x$$

$$V'(x) = 12x^2 - 144x + 324$$

$$\text{ถ้า } V'(x) = 0 \text{ จะได้}$$

$$12x^2 - 144x + 324 = 0$$

$$x^2 - 12x + 27 = 0$$

$$(x - 9)(x - 3) = 0$$

$$x = 3 \text{ หรือ } x = 9$$

เนื่องจาก $x = 9$ เป็นจุดปลายช่วง $[0, 9]$ ดังนั้น $x = 9$ ไม่ใช่ค่าวิกฤตของฟังก์ชัน V ดังนั้นค่าวิกฤตของฟังก์ชัน V คือ 3

$$\text{จาก } V'(x) = 12x^2 - 144x + 324$$

$$V''(x) = 24x - 144$$

$$V''(3) = 72 - 144 = -72 < 0$$

ฟังก์ชัน V มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 3$ และมีค่าเท่ากับ $f(3) = 432$

ต่อไปจะทดสอบว่าที่จุดปลายช่วงให้ค่าสูงสุดสัมบูรณ์หรือไม่ เมื่อ $x = 0$ จะได้

$v(0) = 0$ และเมื่อ $x = 9$ จะได้ $v(9) = 0$ นั่นคือที่ $x = 0$ และ $x = 9$ ไม่ใช่ค่าสูงสุดสัมบูรณ์

ดังนั้น $x = 3$ นิ้ว กล่องจะมีปริมาตรมากที่สุดเท่ากับ 432 ลูกบาศก์ นิ้ว

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	ภาคเรียนที่ 2	ปีการศึกษา 2549
วิชาคณิตศาสตร์ (ค 43202)	เรื่อง แคลคูลัส	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
หัวเรื่องย่อย กราฟของฟังก์ชัน		เวลา 1 คาบ

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

เขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้

สาระสำคัญ

กราฟของฟังก์ชัน f คือ เซตของคู่อันดับ $(x, f(x))$ ทั้งหมด

เนื้อหา

กราฟของฟังก์ชัน f คือ เซตของคู่อันดับ $(x, f(x))$ ทั้งหมด

ฟังก์ชันที่น่าสนใจ ได้แก่

- ฟังก์ชันค่าคงตัว (Constant function) คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = c$ เมื่อ c เป็นจำนวนจริง
- ฟังก์ชันเชิงเส้น (Linear function) คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง
- ฟังก์ชันกำลังสอง (Quadratic function) คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ และ a, b, c เป็นจำนวนจริง
- ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ (Absolute value function) คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = |x|$
- ฟังก์ชันพหุนาม (Polynomial function) คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ โดยที่ $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1, a_0$ เป็นค่าคงตัว และ n เป็นจำนวนเต็มที่มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

1. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็นกลุ่มละ 5 คน คละความสามารถของนักเรียน ซึ่งพิจารณาจากผลการเรียนในภาคเรียนที่ผ่านมาเป็นเกณฑ์ ในแต่ละกลุ่มจะมีนักเรียนเรียนดี 1 คน เรียนปานกลาง 3 คน และเรียนอ่อน 1 คน

2. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันเขียนฟังก์ชันต่าง ๆ ที่นักเรียนรู้จักและนำเสนอตัวอย่าง
 ในรูปของกราฟ กลุ่มละ 1 ตัวอย่าง

ขั้นตอน

1. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมาจับฉลากรูปแบบของกราฟ กลุ่มละ 1
 แบบเพื่อเขียนกราฟและพิจารณาลักษณะที่เกิดร่วมกันของกราฟนั้น ๆ ซึ่งเป็นกราฟที่น่าสนใจ 4
 แบบพร้อมทั้งรูปทั่วไปของกราฟนั้น ๆ ดังนี้

- ฟังก์ชันเชิงเส้น (Linear function) คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง
- ฟังก์ชันกำลังสอง (Quadratic function) คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ และ a, b, c เป็นจำนวนจริง
- ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ (Absolute value function) คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = |x|$
- ฟังก์ชันพหุนาม (Polynomial function) คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

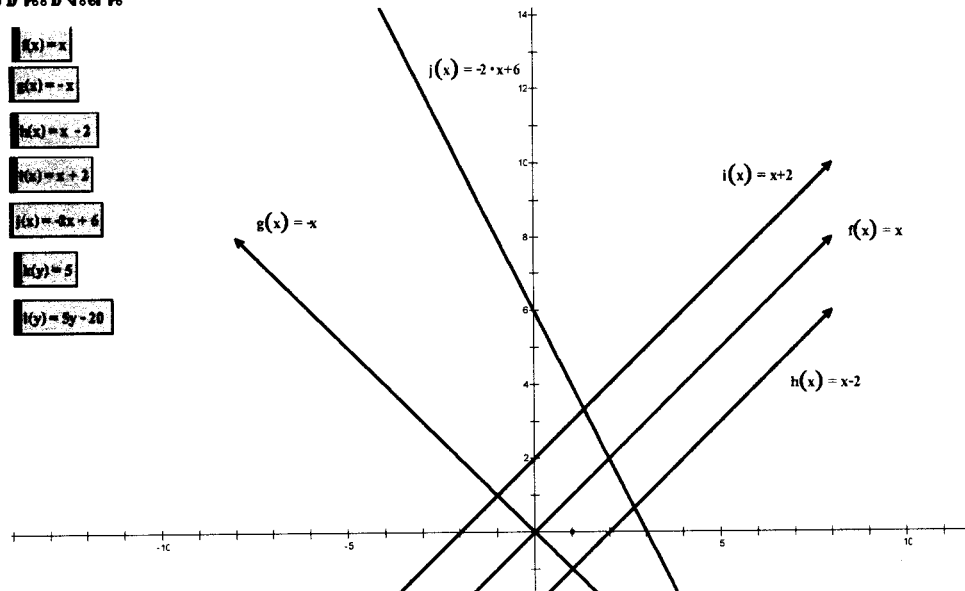
โดยที่ $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1, a_0$ เป็นค่าคงตัว และ n เป็นจำนวนเต็มที่มีค่า
 มากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ (นักเรียนวาดกราฟ กรณี $n = 3$ เท่านั้น)

2. นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันเขียนกราฟต่าง ๆ ใช้เวลา 10 นาที พร้อมทั้งสรุป
 ลักษณะกราฟที่ได้และสิ่งที่นักเรียนค้นพบจากการเขียนกราฟนั้น ๆ และนำเสนอหน้าชั้นเรียน

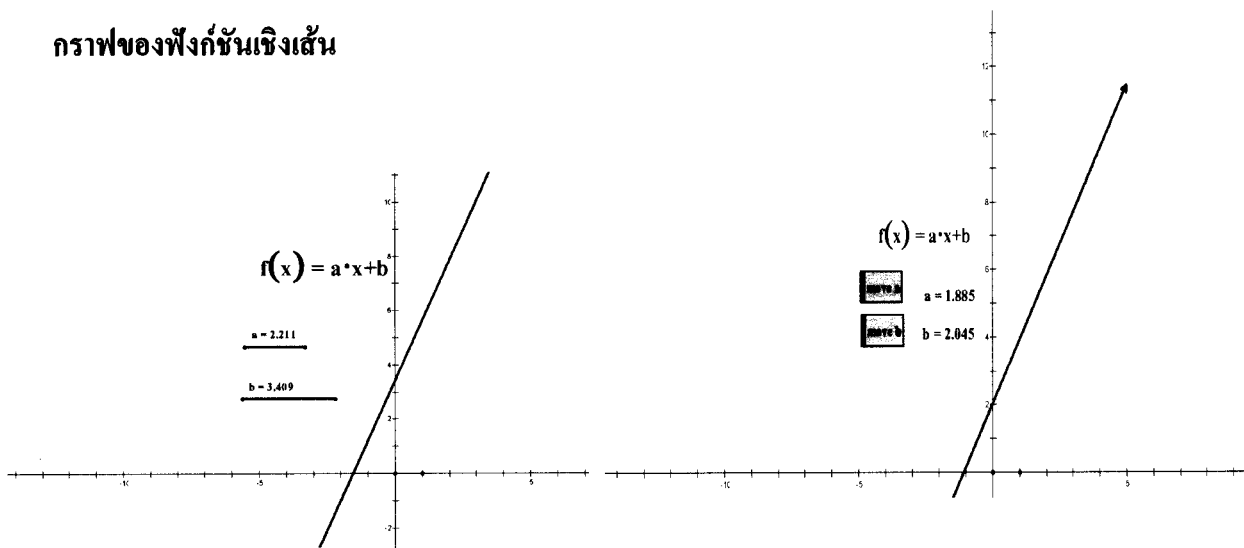
3. เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอเสร็จ ครูให้นักเรียนพิจารณากราฟที่นักเรียนได้
 เขียนจากโปรแกรม GSP และนักเรียนแต่ละคนบันทึกข้อสรุปที่ตัวเองค้นพบลงในแบบบันทึก

รูปแสดงตัวอย่างกราฟจากโปรแกรม GSP

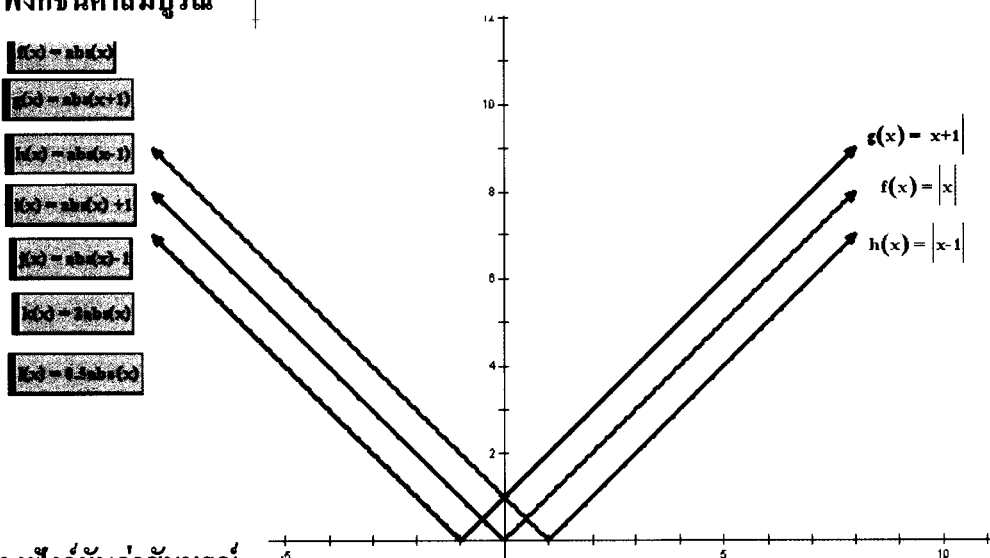
กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น



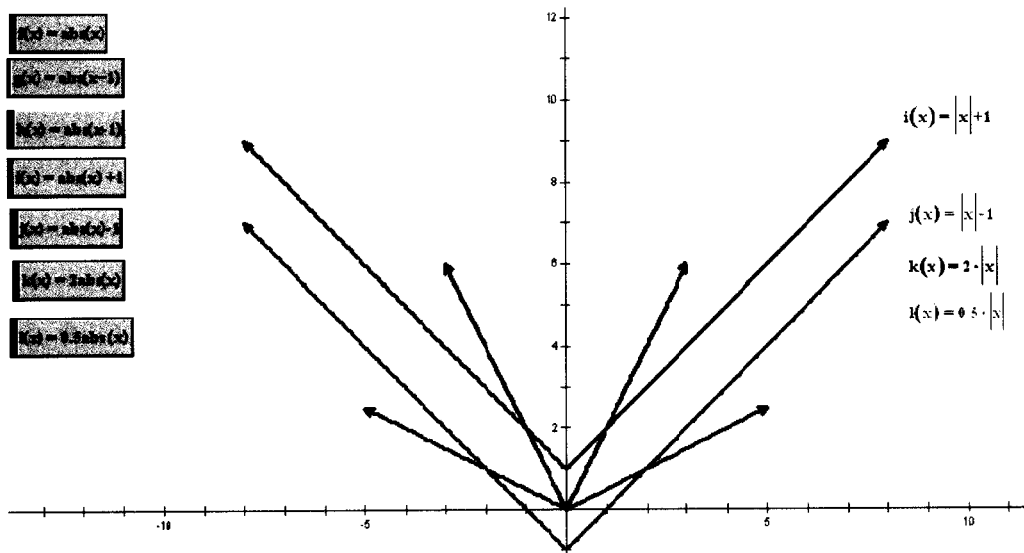
กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น



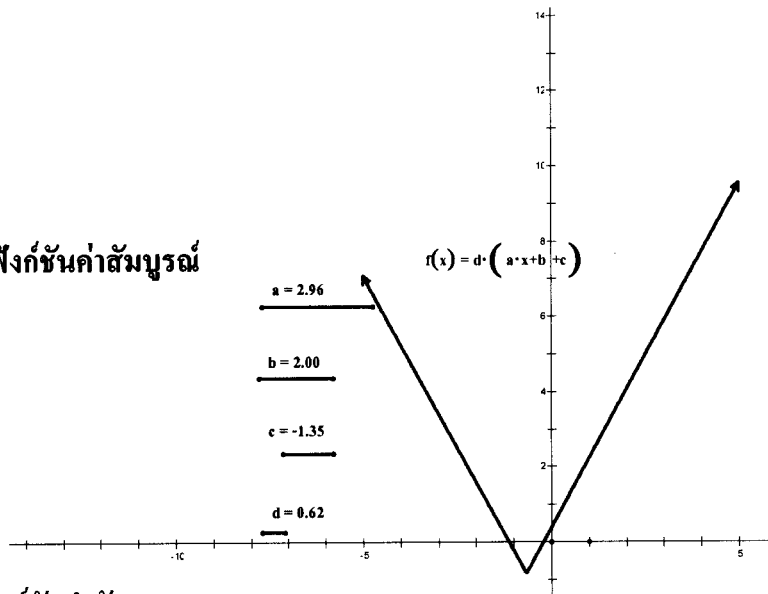
กราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์



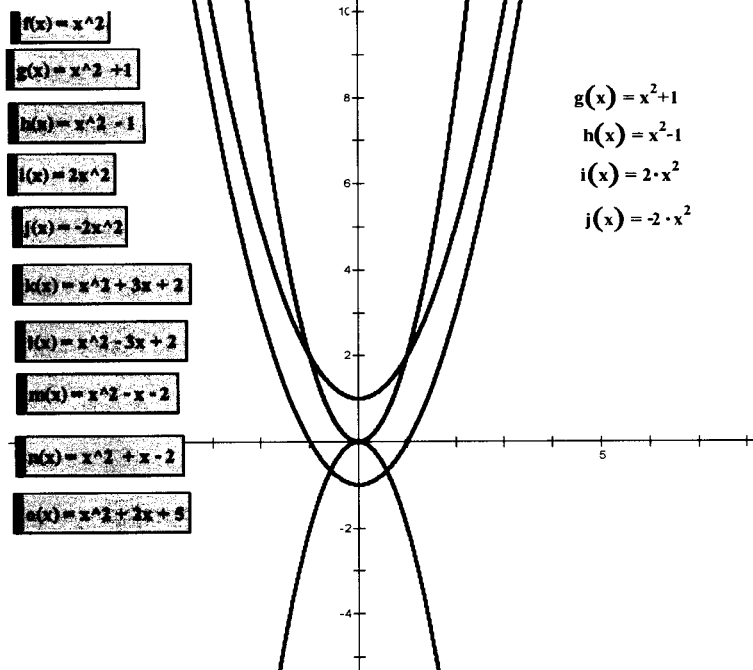
กราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์



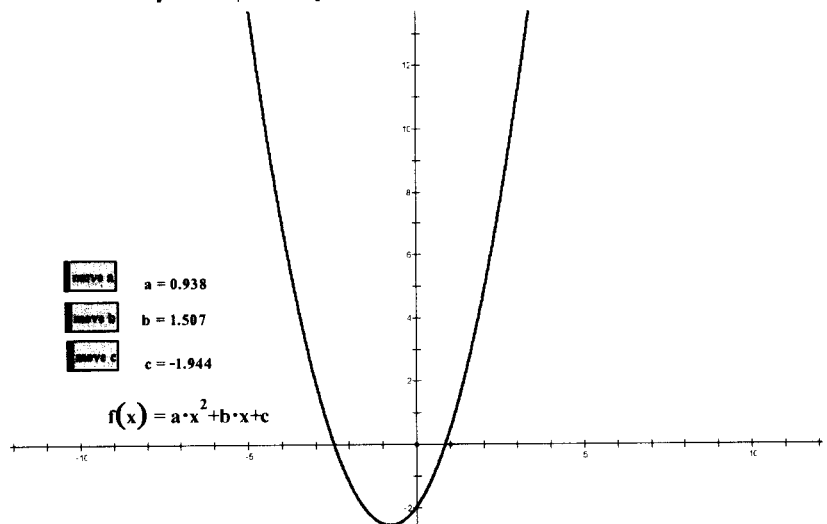
กราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์



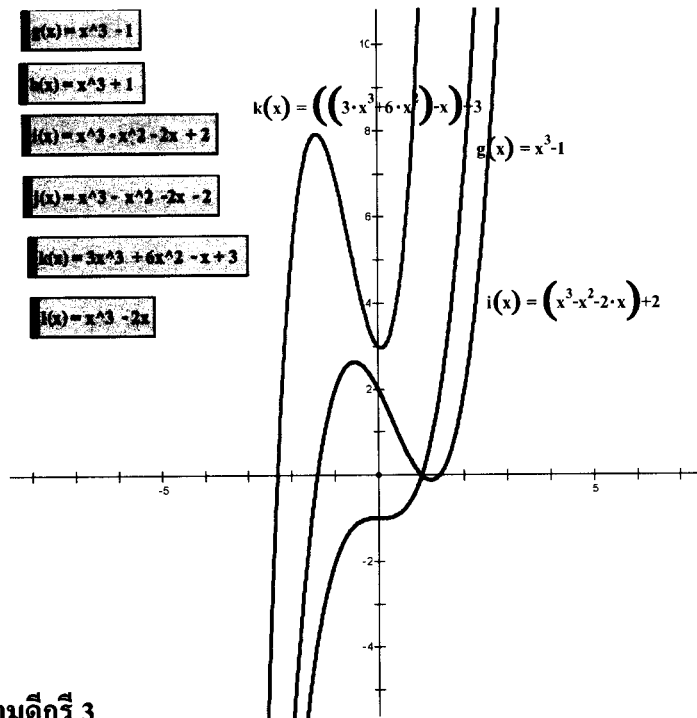
กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง



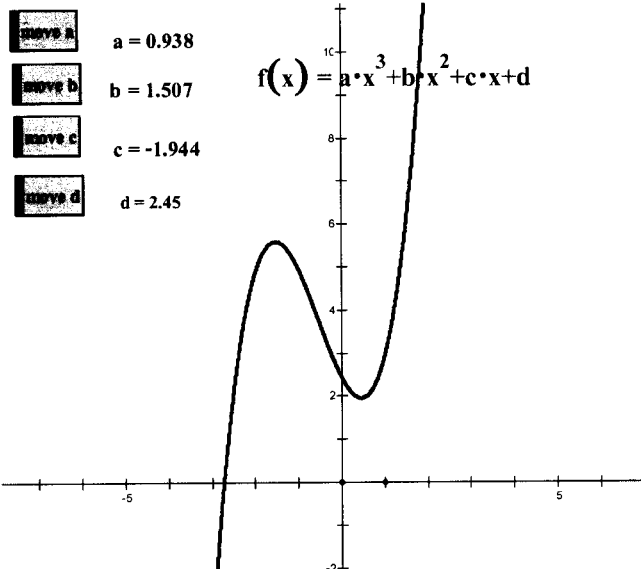
กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง



กราฟของฟังก์ชันพหุนามดีกรี 3



กราฟของฟังก์ชันพหุนามดีกรี 3



ขั้นสรุป

นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมาสรุปลักษณะกราฟของกลุ่มตัวเอง

สื่อการเรียนการสอน

1. ใบกิจกรรมที่ 1
2. สื่อคอมพิวเตอร์เรื่องกราฟของฟังก์ชันสร้างโดยโปรแกรม GSP
3. สื่อคอมพิวเตอร์เรื่องกราฟของฟังก์ชันสร้างโดยโปรแกรมเพาเวอร์พอยด์

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมิน
3. สังเกตจากการตอบ คำถาม การทำงาน กลุ่ม	1. แบบสังเกต	1. ผ่านร้อยละ 70
4. ตรวจสอบบันทึกของ นักเรียน	2. แบบบันทึก	2. ผ่านร้อยละ 70

บันทึกหลังการสอนและข้อเสนอแนะ

นักเรียนบางคนลืมวิธีการวาดกราฟของฟังก์ชันต่าง ๆ โดยเฉพาะการวาดกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง ครูจึงทบทวนการวาดกราฟให้ เนื่องจากนักเรียนมีพื้นฐานความรู้ค่อนข้างดี เมื่อครูยกตัวอย่างเพียงเล็กน้อยนักเรียนก็สามารถวาดเองได้

เมื่อครูให้นักเรียนลองวาดกราฟด้วยโปรแกรม GSP และสังเกตกราฟที่ได้ นักเรียนช่วยกันตอบลักษณะและความแตกต่างของแต่ละกราฟได้ดี รวมทั้งเมื่อมีการเลื่อนกราฟไปตามแกน x และแกน y

นักเรียนสนุกกับการกำหนดฟังก์ชันขึ้นมาเอง แล้วให้โปรแกรมวาดกราฟ (ก่อนที่จะให้โปรแกรมวาดกราฟ นักเรียนบางกลุ่มให้เพื่อน ๆ ช่วยทำนายว่ากราฟมีลักษณะอย่างไร)

เนื่องจากนักเรียนแต่ละกลุ่มวาดกราฟเสร็จไม่ทันเวลาที่กำหนด จึงต้องไปทำต่อเป็นการบ้าน จึงจำเป็นต้องเพิ่มคาบอีก 1 คาบเพื่อให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้นำเสนอข้อสรุปและสิ่งที่ค้นพบ (นักเรียนแต่ละกลุ่มวาดกราฟของฟังก์ชันทั้ง 4 ฟังก์ชัน แต่นำเสนอข้อสรุปเพียงฟังก์ชันเดียวเท่านั้น)

ใบกิจกรรมที่ 1

จงเขียนกราฟฟังก์ชันต่อไปนี้ พร้อมทั้งบันทึกสิ่งที่ค้นพบ

- ฟังก์ชันเชิงเส้น (Linear function) คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง

- $f(x) = x$
- $f(x) = -x$
- $f(x) = x - 2$
- $f(x) = x + 2$
- $f(x) = -2x + 6$
- $f(y) = 5$
- $f(y) = 5y - 20$

- ฟังก์ชันกำลังสอง (Quadratic function) คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ และ a, b, c เป็นจำนวนจริง

- $f(x) = x^2$
- $f(x) = x^2 + 1$
- $f(x) = x^2 - 1$
- $f(x) = 2x^2$
- $f(x) = -2x^2$
- $f(x) = x^2 + 3x + 2$
- $f(x) = x^2 - 3x + 2$

- ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ (Absolute value function) คือฟังก์ชันที่มีเครื่องหมายค่าสัมบูรณ์ปรากฏอยู่

- $f(x) = |x|$
- $f(x) = |x + 1|$
- $f(x) = |x - 1|$
- $f(x) = |x| + 1$
- $f(x) = |x| - 1$
- $f(x) = 2|x|$
- $f(x) = 0.5|x|$

- ฟังก์ชันพหุนาม (Polynomial function) คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป

$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ โดยที่ $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1, a_0$ เป็นค่าคงตัว และ n เป็นจำนวนเต็มที่มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

- $f(x) = x^3 - 1$
- $f(x) = x^3 + 1$
- $f(x) = x^3 - 2x$
- $f(x) = x^3 - x^2 - 2x + 2$
- $f(x) = x^3 - x^2 - 2x - 2$
- $f(x) = 3x^3 + 6x^2 - x + 3$

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2549

วิชาคณิตศาสตร์ (ก 43202)

เรื่อง แคลคูลัส

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

หัวเรื่องย่อย ติมหิตของฟังก์ชัน

เวลา 2 คาบ

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

- วาดกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
- หาติมหิตของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้

สาระสำคัญ

บทนิยาม เมื่อ f เป็นฟังก์ชันที่โดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของจำนวนจริง

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \text{ ก็ต่อเมื่อ } \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$$

การหา $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

1. หา $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$
2. หา $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$
3. และ $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$

ดังนั้น $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ มีค่า

เนื้อหา

1. ติมหิตของฟังก์ชัน
2. การหาติมหิตของฟังก์ชัน
3. ทฤษฎีบทเกี่ยวกับติมหิต

1. ติมหิตของฟังก์ชัน

เมื่อ f เป็นฟังก์ชันที่โดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของจำนวนจริง ถ้าค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้จำนวนจริง L เมื่อ x เข้าใกล้ a เรียก L ว่า ติมหิตของ f ที่ a และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

ถ้าไม่มีจำนวนจริง L ซึ่ง $f(x)$ เข้าใกล้ L เมื่อ x มีค่าเข้าใกล้ a แล้วจะกล่าวว่า f ไม่มีลิมิตที่ a และเขียนแทนว่า $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ หาค่าไม่ได้

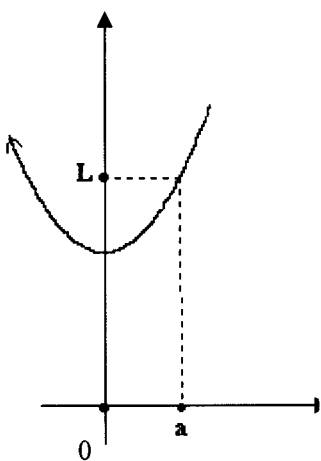
นอกจากสัญลักษณ์ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ อาจเขียนแทนด้วย $f(x) \rightarrow L$ เมื่อ $x \rightarrow a$

ซึ่งอ่านว่า “ $f(x)$ เข้าใกล้ L เมื่อ x เข้าใกล้ a ”

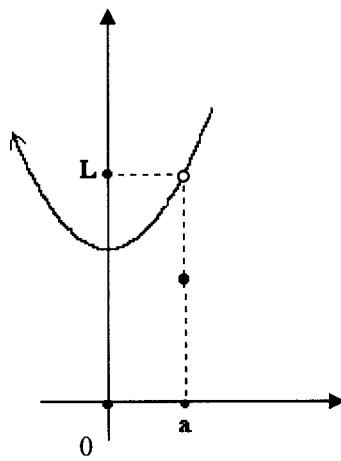
2. การหาลิมิตของฟังก์ชัน

การหาลิมิตของฟังก์ชัน $f(x)$ เมื่อ x เข้าใกล้ a จะพิจารณาค่าของฟังก์ชัน $f(x)$ ว่าเข้าใกล้จำนวนจริงค่าใดในขณะที่ x เข้าใกล้ a โดยที่ $x \neq a$ หมายความว่า เราจะไม่พิจารณาค่าของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่ $x = a$ ดังนั้นฟังก์ชันอาจจะนิยามหรือไม่นิยามที่ $x = a$ ก็ได้ แต่อย่างไรก็ตาม ฟังก์ชัน f จะต้องนิยามที่แต่ละจุดที่ใกล้ a

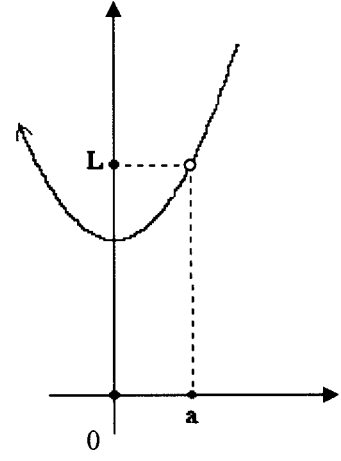
ตัวอย่าง



รูป ก



รูป ข



รูป ค

กราฟของฟังก์ชัน ในรูป ก $f(a)$ มีค่าเท่ากับ L

กราฟของฟังก์ชัน ในรูป ข $f(a)$ มีค่าแต่ไม่เท่ากับ L

ส่วนกราฟของฟังก์ชัน ในรูป ค $f(x)$ ไม่นิยาม ที่ $x = a$

ไม่ว่ากรณีของ $y = f(x)$ ในรูป ก หรือรูป ข หรือรูป ค ก็จะได้ว่า $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$

3. ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิต

เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ f และ g เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง

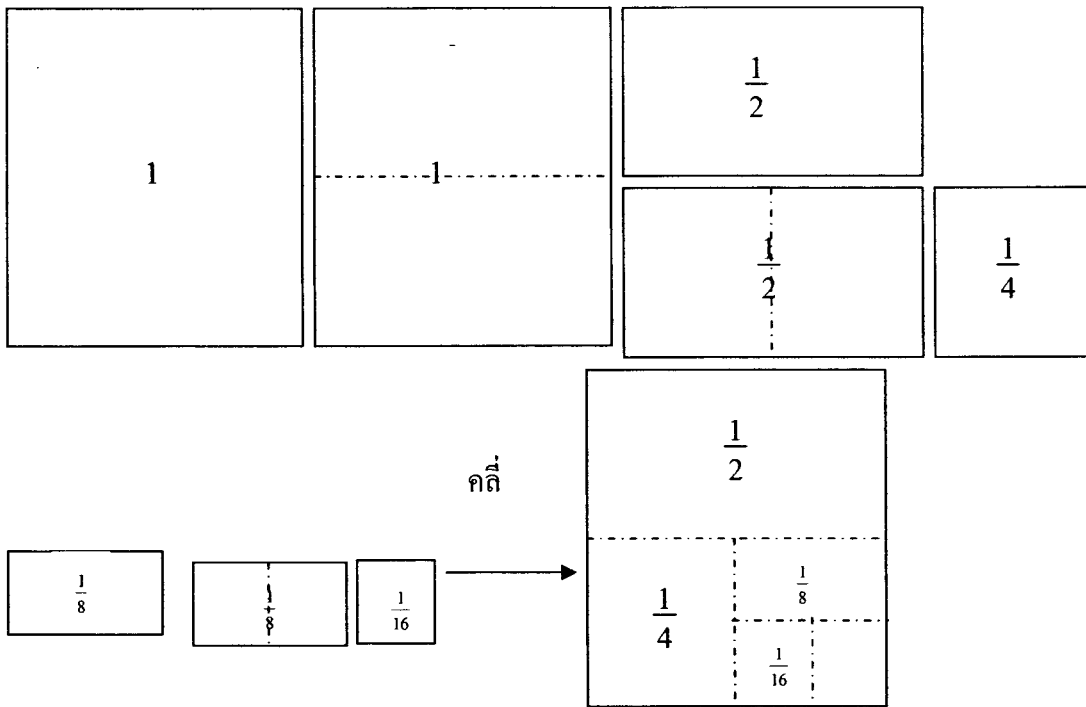
1. $\lim_{x \rightarrow a} c = c$
2. $\lim_{x \rightarrow a} x = a$
3. $\lim_{x \rightarrow a} x^n = a^n$ เมื่อ $n \in \mathbb{I}^+$
4. $\lim_{x \rightarrow a} cf(x) = c \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัวใด ๆ
5. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
6. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
7. $\lim_{x \rightarrow a} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$ เมื่อ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$
8. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = \left[\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]^n$
9. $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$ เมื่อ $n = 2, 3, 4, \dots$

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

1. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็นกลุ่มละ 5 คน คละความสามารถของนักเรียน โดยพิจารณาจากผลการเรียนในภาคเรียนที่ผ่านมาเป็นเกณฑ์ ในแต่ละกลุ่มจะมีนักเรียนเรียนดี 1 คน เรียนปานกลาง 3 คน และเรียนอ่อน 1 คน

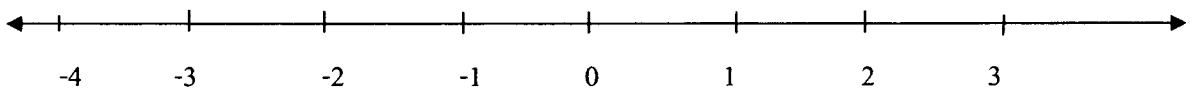
2. ครูแจกกระดาษ A4 ให้นักเรียนคนละ 1 แผ่น กำหนดให้กระดาษแผ่นนี้มีพื้นที่เท่ากับ 1 จากนั้นให้นักเรียนพับกระดาษออกเป็น 2 ส่วนเท่า ๆ กัน และเขียนพื้นที่ของกระดาษเป็น $\frac{1}{2}$ พับกระดาษเป็น 2 ส่วน และเขียนพื้นที่ที่ได้จากการพับทุกครั้ง นักเรียนพับกระดาษ 4-5 ครั้ง และคลี่กระดาษออกมา ดังรูป



3. นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงสิ่งที่นักเรียนค้นพบจากการพับกระดาษ ซึ่งนักเรียนพบว่าเมื่อพับกระดาษเป็นจำนวนหลายๆ ครั้ง พื้นที่ที่เหลือจะค่อยๆ ลดลง สามารถคาดเดาได้ว่าพื้นที่ที่ได้จะลดลงมีค่าเข้าใกล้ 0 และนักเรียนร่วมกันเชื่อมโยงกับความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ต่างๆ ที่นักเรียนเคยเรียนมากับกิจกรรมนี้ เช่น เรื่องของลำดับและอนุกรม เลขยกกำลัง เป็นต้น

ขั้นสอน

1. ครูฝึกให้นักเรียนทำความเข้าใจความหมายของคำว่า x เข้าใกล้ โดยการลากเส้นจำนวนดังรูป



โดยครูกำหนดจำนวนขึ้นมาจำนวนหนึ่ง เช่น 2 แล้วให้นักเรียนหาจำนวนดังนี้

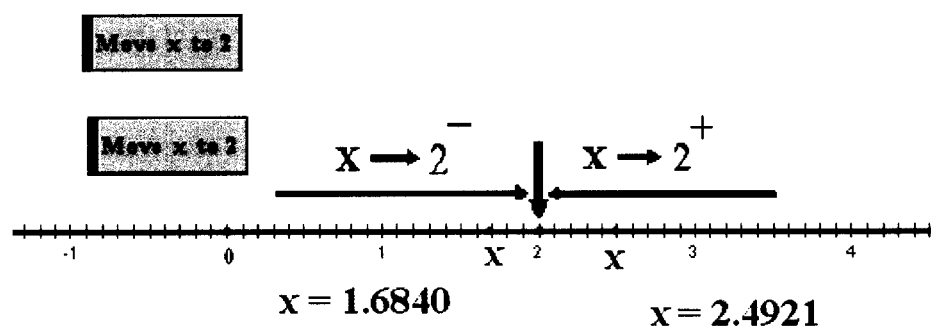
- จำนวนที่มีค่ามากกว่า 2 และมีค่าเข้าใกล้ 2
- จำนวนที่มีค่าน้อยกว่า 2 และมีค่าเข้าใกล้ 2

ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนหลายๆ จำนวน และให้นักเรียนสังเกตเส้นจำนวนจากโปรแกรม GSP

การพิจารณาจำนวนที่มีค่ามากกว่า 2 และมีค่าเข้าใกล้ 2 เรียกว่า x มีค่าเข้าใกล้ 2 ทางด้านขวา เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $x \rightarrow 2^+$

ทำนองเดียวกันจำนวนที่มีค่าน้อยกว่า 2 และมีค่าเข้าใกล้ 2 เรียกว่า x มีค่าเข้าใกล้ 2 ทางด้านซ้าย เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $x \rightarrow 2^-$

ตัวอย่าง



2. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็นกลุ่มละ 5 คน โดยแต่ละความสามารถ กำหนด ฟังก์ชันต่างๆ ให้นักเรียนพิจารณา โดยการแทนค่า x เข้าใกล้ a ทั้งทางด้านซ้ายและทางด้านขวา พร้อมทั้งเขียนกราฟ (นักเรียนทำในใบกิจกรรมที่ 2 เมื่อทำเสร็จครูอธิบายโดยการ ใช้โปรแกรม GSP)

- 1) $f(x) = 2x - 1$ เมื่อ x เข้าใกล้ 1
- 2) $f(x) = x^2 - 4x - 5$ เมื่อ x เข้าใกล้ 2
- 3) $f(x) = |x|$ เมื่อ x เข้าใกล้ 0
- 4) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-4} & , x > 4 \\ 8-2x & , x < 4 \end{cases}$
- 5) $f(x) = \begin{cases} (2-x) & , x < 1 \\ (x-1)^2 & , x \geq 1 \end{cases}$

จากฟังก์ชันข้างต้นจะได้ผลดังนี้

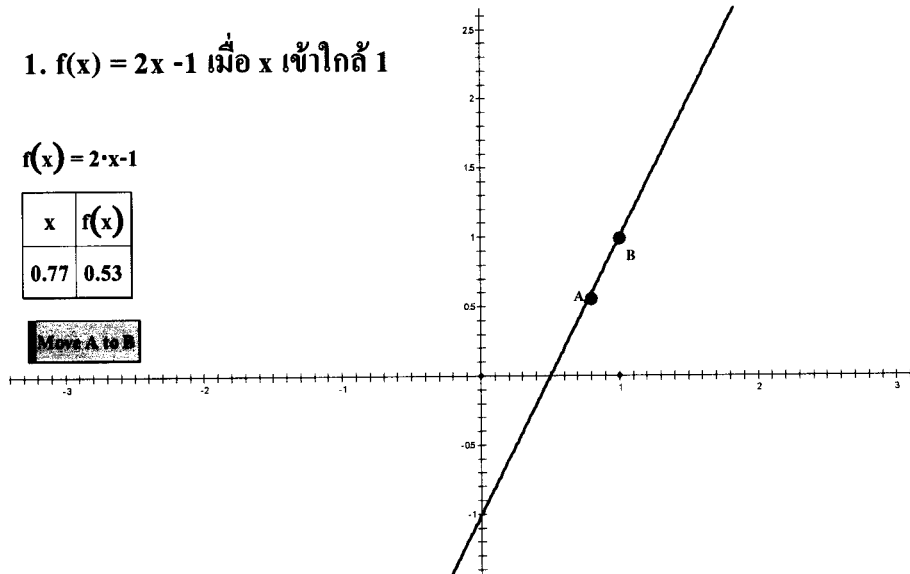
ข้อ 1

1. $f(x) = 2x - 1$ เมื่อ x เข้าใกล้ 1

$$f(x) = 2 \cdot x - 1$$

x	f(x)
0.77	0.53

Move A to B



เมื่อพิจารณาค่าของ $f(x)$ ในตารางและกราฟ จะเห็นว่า x มีค่าเข้าใกล้ 1 ทางด้านซ้าย และด้านขวา ค่าของ $f(x)$ มีค่าเข้าใกล้ 1 ค่าเดียวกันเท่านั้น นั่นคือ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$

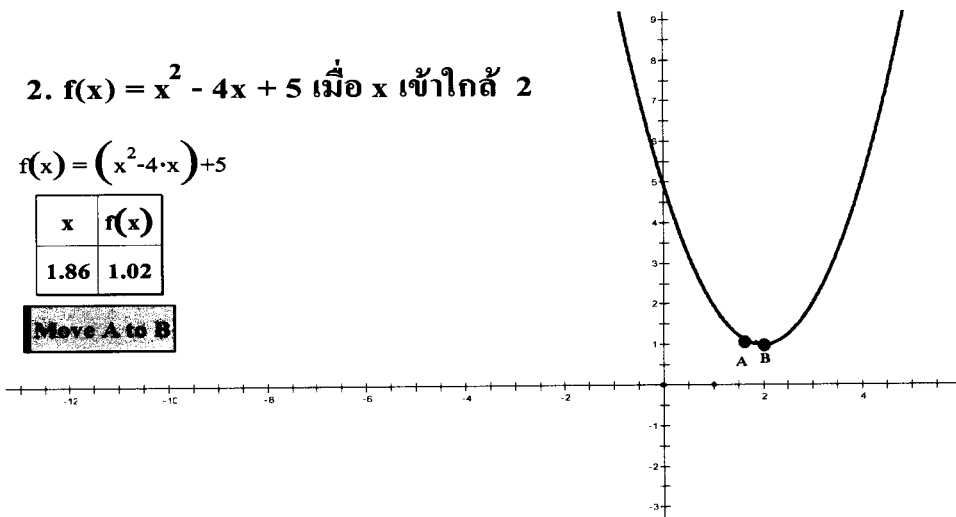
ข้อ 2

2. $f(x) = x^2 - 4x + 5$ เมื่อ x เข้าใกล้ 2

$$f(x) = (x^2 - 4 \cdot x) + 5$$

x	f(x)
1.86	1.02

Move A to B



เมื่อพิจารณาค่าของ $f(x)$ ในตารางและกราฟ จะเห็นว่า x มีค่าเข้าใกล้ 2 ทางด้านซ้าย และด้านขวา ค่าของ $f(x)$ มีค่าเข้าใกล้ 1 ค่าเดียวกันเท่านั้น นั่นคือ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1$

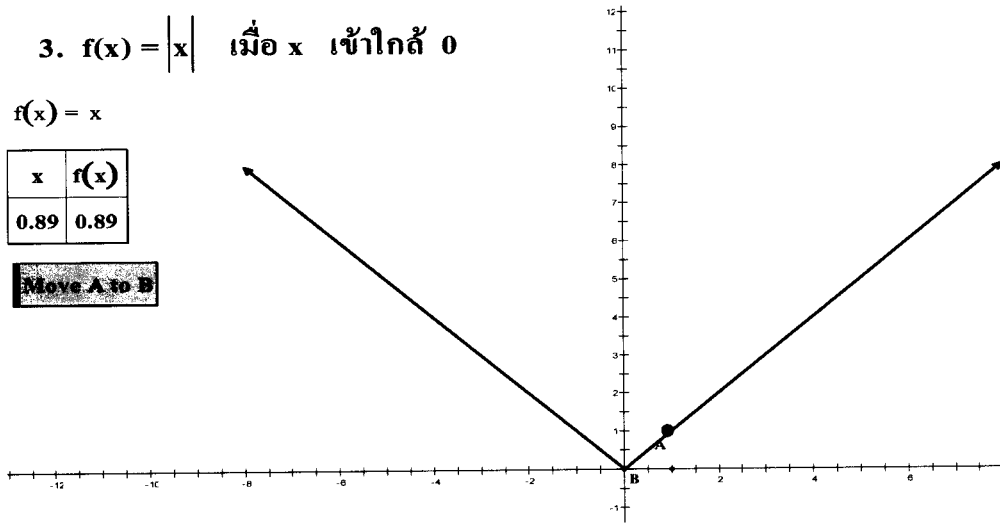
ข้อ 3

3. $f(x) = |x|$ เมื่อ x เข้าใกล้ 0

$f(x) = x$

x	f(x)
0.89	0.89

Move A to B



เมื่อพิจารณาค่าของ $f(x)$ ในตารางและกราฟ จะเห็นว่า x มีค่าเข้าใกล้ 0 ทางด้านซ้าย และด้านขวา ค่าของ $f(x)$ มีค่าเข้าใกล้ 0 ค่าเดียวเท่านั้น นั่นคือ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

ข้อ 4

4. $f(x) = 8 - 2x$ เมื่อ $x < 4$

$f(x) = \sqrt{x - 4}$ เมื่อ $x > 4$

$f(x) = 8 - 2 \cdot x$

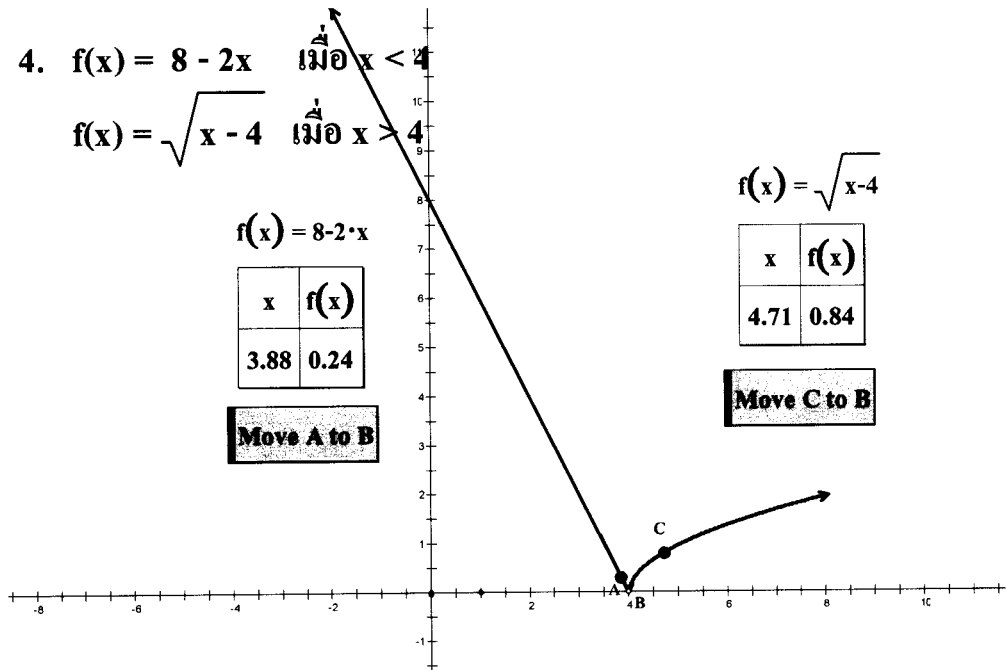
x	f(x)
3.88	0.24

Move A to B

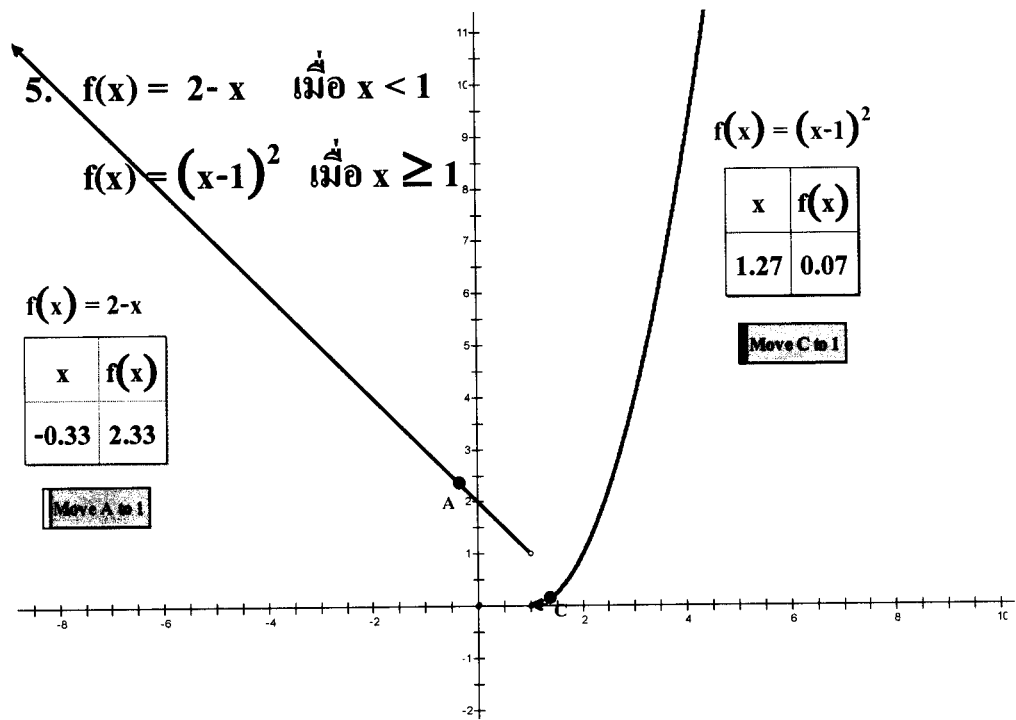
$f(x) = \sqrt{x - 4}$

x	f(x)
4.71	0.84

Move C to B



เมื่อพิจารณาค่าของ $f(x)$ ในตารางและกราฟ จะเห็นว่า x มีค่าเข้าใกล้ 4 ทางด้านซ้าย และด้านขวา ค่าของ $f(x)$ มีค่าเข้าใกล้ 0 ค่าเดียวเท่านั้น นั่นคือ $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 0$



เมื่อพิจารณาค่าของ $f(x)$ ในตารางและกราฟ จะเห็นว่า x มีค่าเข้าใกล้ 1 ทางด้านซ้าย และ x มีค่าเข้าใกล้ 0 ทางด้านขวา นั่นคือ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ หาค่าไม่ได้

3. จากการพิจารณารูปทั้ง 5 ข้อ นักเรียนร่วมกันอภิปรายว่า ถ้า f เป็นฟังก์ชัน และ

$f(x)$ มีค่าเข้าใกล้จำนวนจริงเพียงจำนวนเดียวในข้อ 1-4 สำหรับข้อ 5 พบว่า x มีค่าเข้าใกล้ 1 ทางด้านซ้ายและ x มีค่าเข้าใกล้ 0 ทางด้านขวา

4. ครูกล่าวถึงทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตและลักษณะโจทยเกี่ยวกับการหาลิมิต โดยใช้โปรแกรม เพาเวอร์พอยต์ ดังนี้

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิต

เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใดๆ และ f และ g เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง

- $\lim_{x \rightarrow a} c = c$
- $\lim_{x \rightarrow a} x = a$
- $\lim_{x \rightarrow a} x^n = a^n$ เมื่อ $n \in \mathbb{I}^+$
- $\lim_{x \rightarrow a} cf(x) = c \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัวใดๆ

$$5. \lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$6. \lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$7. \lim_{x \rightarrow a} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} \quad \text{เมื่อ } \lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$$

$$8. \lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = \left[\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]^n$$

$$9. \lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)} \quad \text{เมื่อ } n = 2, 3, 4, \dots$$

ลักษณะโจทย์เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน

แบบที่ 1 ใช้สมบัติของลิมิตโดยตรง

แบบที่ 2 ถ้าผลการแทนค่าได้เป็นรูป $\frac{a}{0}$, $a \neq 0$ แล้วลิมิตของ $f(x)$ หาค่าไม่ได้

แบบที่ 3 ถ้าผลการแทนค่าได้ในรูป $\frac{0}{0}$ หรือ $\frac{\infty}{\infty}$ ให้เลือกใช้เทคนิคต่อไปนี้

1. แยกตัวประกอบแล้วตัดทอน
2. ใช้สังยุคคูณทั้งเศษและส่วน
3. ใช้อนุพันธ์ของฟังก์ชันเข้าช่วย

แบบที่ 4 หากเป็นโจทย์ซึ่งการหาลิมิตซ้ายและลิมิตขวา ใช้ฟังก์ชันไม่เหมือนกัน ต้องแยกคิดเป็นลิมิตซ้ายและลิมิตขวา หากลิมิตซ้ายและลิมิตขวามีค่าเท่ากันให้เป็นคำตอบได้เลย หากลิมิตซ้ายและลิมิตขวามีค่าไม่เท่ากัน คอบหาลิมิตไม่ได้

5. นักเรียนฝึกหาลิมิตของฟังก์ชัน โดยใช้ใบกิจกรรมที่ 3

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปในกรณีทั่วไป เมื่อ f เป็นฟังก์ชันที่โดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของจำนวนจริง

ถ้าค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้จำนวนจริง L เมื่อ x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$ อ่านว่า ลิมิตของ $f(x)$ เมื่อ x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย เท่ากับ L

และ ค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้จำนวนจริง L เมื่อ x เข้าใกล้ a ทางด้านขวา เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L \text{ อ่านว่า ลิมิตของ } f(x) \text{ เมื่อ } x \text{ เข้าใกล้ } a \text{ ทางด้านขวา เท่ากับ } L$$

ถ้า f เป็นฟังก์ชันและ $f(x)$ มีค่าเข้าใกล้จำนวนจริง L เพียงค่าเดียว เมื่อ x มีค่าเข้าใกล้ a (ไม่ว่า $x > a$ หรือ $x < a$) เราจะกล่าวว่าฟังก์ชัน f มีลิมิตเท่ากับ L หรือกล่าวว่า ลิมิตของฟังก์ชัน f ที่ x เข้าใกล้ a มีค่าเท่ากับ L เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$

ถ้า f เป็นฟังก์ชันและค่าของ $f(x)$ เมื่อ x มีค่าเข้าใกล้ a ทางด้านซ้ายไม่เท่ากับค่าของ $f(x)$ เมื่อ x มีค่าเข้าใกล้ a ทางด้านขวา เราจะกล่าวว่า $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ หาค่าไม่ได้

2. นักเรียนสรุปทฤษฎีเกี่ยวกับลิมิตและการแก้ปัญหาเพื่อหาค่าลิมิตของโจทย์แบบ

ต่าง ๆ

สื่อการเรียนการสอน

1. ใบกิจกรรมที่ 2 , 3
2. สื่อคอมพิวเตอร์เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชันซึ่งสร้างโดยโปรแกรม GSP
3. สื่อคอมพิวเตอร์เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชันซึ่งสร้างโดยโปรแกรมเพาเวอร์พอยต์

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมิน
1. สังเกตจากการตอบคำถามและการร่วมกิจกรรม	1. แบบสังเกต	3. ผ่านร้อยละ 70
2. ตรวจสอบคำตอบในใบกิจกรรมที่ 2, 3	2. ใบกิจกรรมที่ 2, 3	4. ผ่าน 4 ใน 5

บันทึกหลังการสอนและข้อเสนอแนะ

นักเรียนยังมีปัญหาบ้างในการหาลิมิตจากกราฟของฟังก์ชัน ทำให้ต้องมีการวาดกราฟเพิ่มเติม และให้นักเรียนช่วยกันหาลิมิตของฟังก์ชัน เมื่อ x เข้าใกล้ค่าต่าง ๆ นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม ช่วยเหลือกัน และคนเก่งช่วยสอนเพื่อน ๆ ในกลุ่มที่ไม่เข้าใจ

เนื่องจากนักเรียนใช้เวลาในการทำใบกิจกรรมที่ 2 จนหมดเวลา ทำให้การเรียนเรื่องการหาลิมิตของฟังก์ชัน ต้องเพิ่มคาบเรียนสำหรับใช้สื่อคอมพิวเตอร์ อีก 1 คาบ เพื่อเรียนเรื่องการหาค่าลิมิตของฟังก์ชัน โดยใช้ทฤษฎีเกี่ยวกับลิมิตซึ่งต้องใช้โปรแกรมเพาเวอร์พอยต์ และให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 3

นักเรียนฝึกหาลิมิตนอกเวลา โดยเป็นการเรียนการสอนตามปกติ ไม่ได้ใช้
สื่อคอมพิวเตอร์มาประกอบ โดยเฉพาะการหาลิมิตโดยใช้สังยุคและฟังก์ชันจับคู่ ซึ่งครูเพิ่ม
ตัวอย่างให้มากขึ้นและให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม (ใช้เวลาออก 3 คาบ)

ใบกิจกรรมที่ 2

จงพิจารณาค่าของฟังก์ชันต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนกราฟ

1. $f(x) = 2x - 1$ เมื่อ x เข้าใกล้ 1

x	0.9	0.99	0.999
f(x)			

x	1.001	1.01	1.1
f(x)			

2. $f(x) = x^2 - 4x - 5$ เมื่อ x เข้าใกล้ 2

x			
f(x)			

x			
f(x)			

3. $f(x) = |x|$ เมื่อ x เข้าใกล้ 0

x			
f(x)			

x			
f(x)			

4. $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-4} & , x > 4 \\ 8-2x & , x < 4 \end{cases}$

x			
f(x)			

x			
f(x)			

5. $f(x) = \begin{cases} (2-x) & , x < 1 \\ (x-1)^2 & , x \geq 1 \end{cases}$

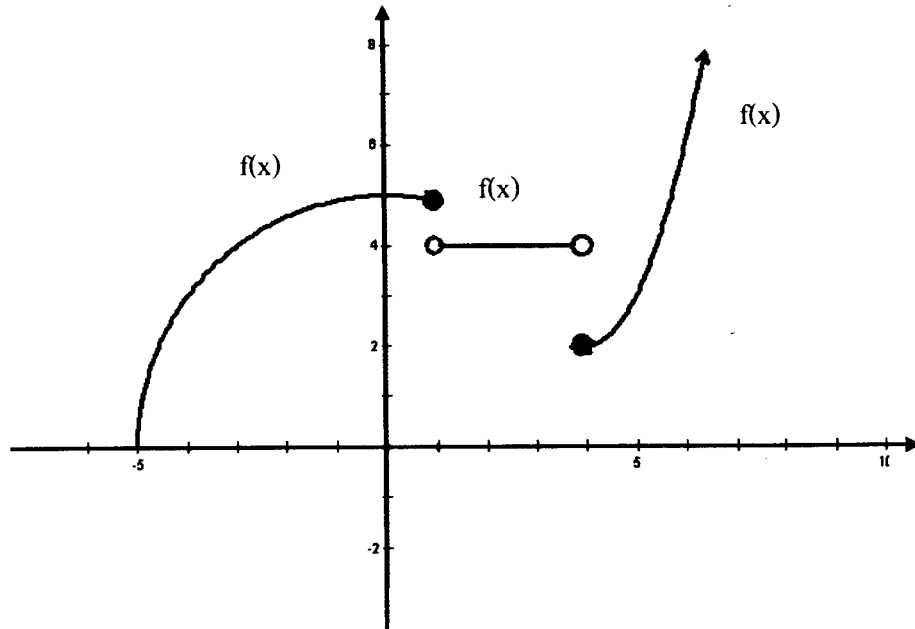
x			
f(x)			

x			
f(x)			

หมายเหตุ ใบกิจกรรมที่แจกนักเรียนได้เว้นที่ว่างให้นักเรียนตอบเป็นรายข้อ

ใบกิจกรรมที่ 3

กำหนดกราฟของฟังก์ชันดังแสดงในรูป แล้วจงหาค่าต่อไปนี้



1. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \dots\dots\dots$
2. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \dots\dots\dots$
3. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \dots\dots\dots$
4. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \dots\dots\dots$
5. $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \dots\dots\dots$
6. $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \dots\dots\dots$
7. $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \dots\dots\dots$
8. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \dots\dots\dots$

จงหาลิมิตของฟังก์ชันต่อไปนี้

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} (-3) = \dots\dots\dots$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 2x + 5) = \dots\dots\dots$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^5 - 4}{x - 3} = \dots\dots\dots$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} (-3x^2 + 5) = \dots\dots\dots$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 5} (8 - x + 3x^2) = \dots\dots\dots$$

$$6. \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x^2 - 4}{x + 2} \right) = \dots\dots\dots$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 7x}{x} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 - 5x + 6} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5} - \sqrt{5-x}}{2x} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{4 - x}}{x} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$11. \text{ กำหนด } f(x) = \begin{cases} \frac{x+3}{3-x} & ; x < 2 \\ \sqrt{x+23} & ; x > 2 \end{cases} \text{ แล้ว } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \text{ มีค่าเท่ากับเท่าใด}$$

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2549

วิชาคณิตศาสตร์ (ค 43202)

เรื่อง แคลคูลัส

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

หัวเรื่องย่อย ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

เวลา 1 คาบ

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

บอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องหรือไม่

สาระสำคัญ

บทนิยาม ให้ f เป็นฟังก์ชันซึ่งนิยามบนช่วงเปิด (a, b) และ $c \in (a, b)$ จะกล่าวว่า f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = c$ ก็ต่อเมื่อ

1. $f(c)$ หาค่าได้
2. $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ หาค่าได้
3. $f(c) = \lim_{x \rightarrow c} f(x)$

เนื้อหา

ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

ถ้า f เป็นฟังก์ชันซึ่งนิยามบนช่วงเปิด (a, b) และ $c \in (a, b)$ จะกล่าวว่า f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = c$ ก็ต่อเมื่อ

1. $f(c)$ หาค่าได้
2. $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ หาค่าได้
3. $f(c) = \lim_{x \rightarrow c} f(x)$

ถ้า f ขาดสมบัติข้อใดข้อหนึ่งแล้ว ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันที่ไม่ต่อเนื่องที่ $x = c$

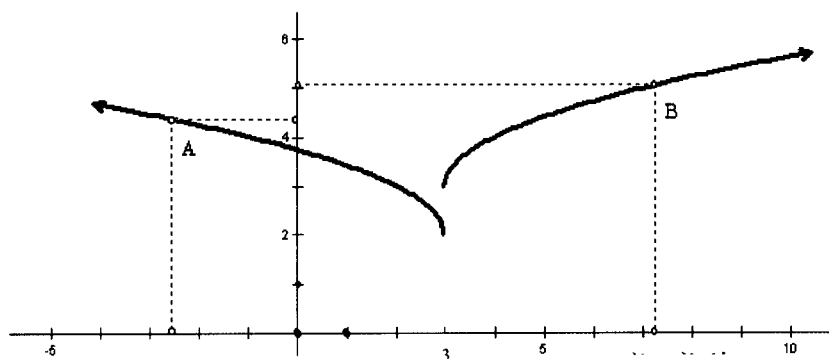
กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนการหาลิมิตของฟังก์ชันโดยใช้กราฟ และการใช้ทฤษฎีบทของลิมิต โดยให้นักเรียนช่วยกันตอบ

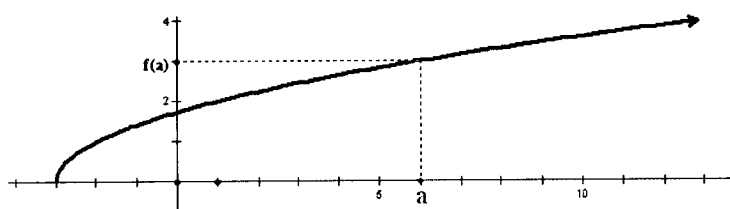
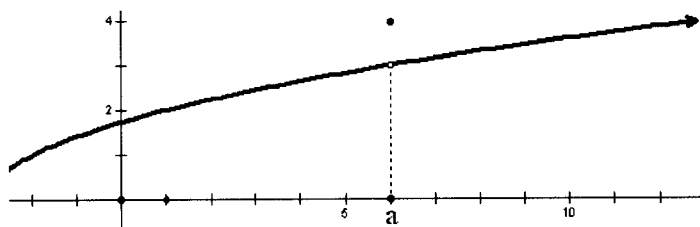
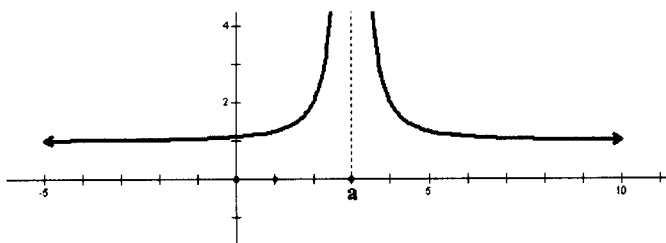
ขั้นสอน

1. ครูให้นักเรียนดูกราฟในโปรแกรม GSP ดังนี้



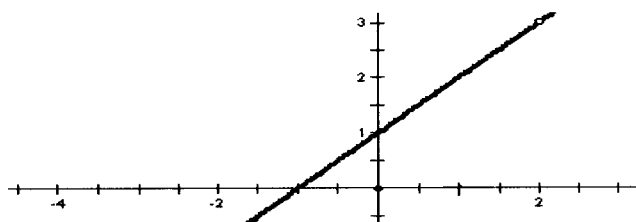
และซักถามนักเรียนทีละคนเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนมองกราฟแล้วนักเรียนสามารถบอกได้
 เลข ได้แก่ ลิมิตของฟังก์ชันหาค่าได้ที่ $x \rightarrow 3$ เนื่องจากลิมิตซ้ายมีค่าเท่ากับ 2 แต่ลิมิต
 ขวามีค่าเท่ากับ 3 และค่าของฟังก์ชันที่ $x = 3$ ไม่นิยาม

2. ครูให้นักเรียนดูกราฟต่าง ๆ ดังนี้ แล้วให้นักเรียนช่วยกันหาลิมิตและค่าของฟังก์ชันที่จุดที่
 ต้องการ

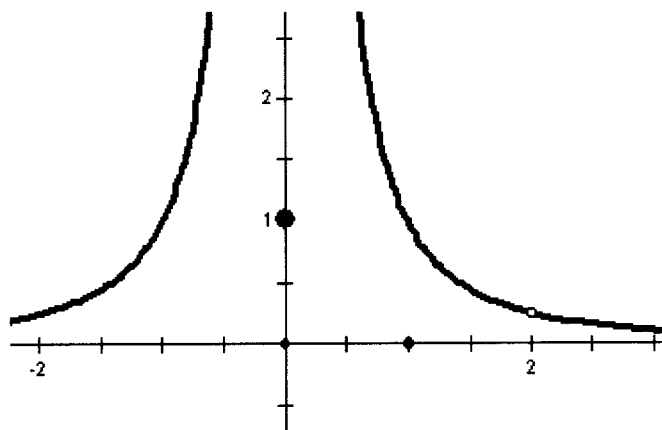


3. นักเรียนช่วยกันพิจารณากราฟของฟังก์ชันแล้วช่วยกันอธิบายว่าฟังก์ชันใด ๆ จะเป็นฟังก์ชันต่อเนื่องต้องมีสมบัติใดบ้าง
4. นักเรียนพิจารณาความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่กำหนด ณ จุดที่กำหนดให้พร้อมทั้งบอกเหตุผล ในใบกิจกรรมที่ 4

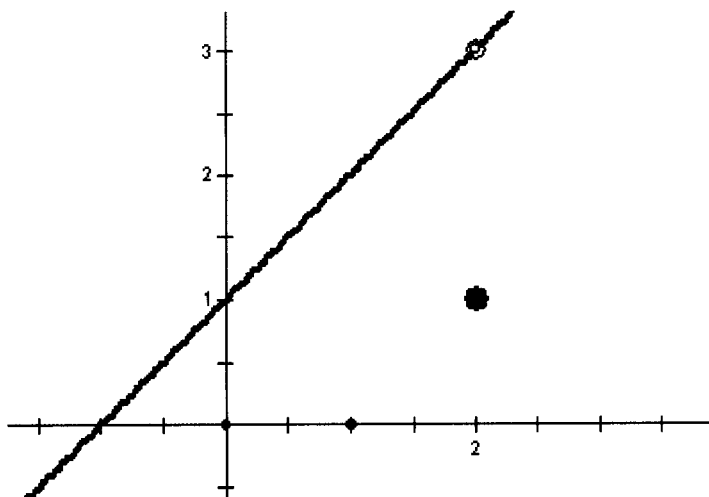
$$1. f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} \text{ ที่จุด } x = 2$$



$$2. f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & ; x \neq 0 \\ 1 & ; x = 0 \end{cases} \text{ ที่จุด } x = 0$$



$$3. f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & ; x \neq 2 \\ 1 & ; x = 2 \end{cases} \quad \text{ที่จุด } x = 2$$



5. ครูให้นักเรียนพิจารณาความต่อเนื่องของฟังก์ชันเมื่อกำหนด $f(x) = x^2 - 5x - 5$

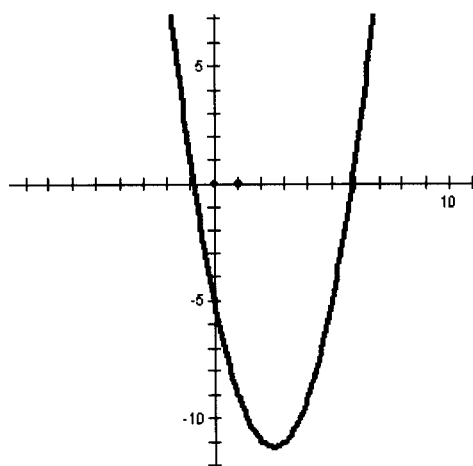
พิจารณา $f(1)$ และ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ พบว่า

$$f(1) = -9$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -9$$

จะเห็นว่า $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ และเมื่อพิจารณากราฟของ $f(x)$ จะเห็นว่า $f(x)$ มีความ

ต่อเนื่องที่ $x = 1$



ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเรื่องความต่อเนื่องของฟังก์ชันว่า f มีความต่อเนื่องที่ $x = a$ เมื่อมีสมบัติครบ 3 ข้อ คือ

1. $f(a)$ หาค่าได้
 2. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ หาค่าได้
 3. $f(a) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$
2. นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน หน้า 89 ข้อ 1

สื่อการเรียนการสอน

1. หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ของ สสวท.
2. สื่อคอมพิวเตอร์เรื่องความต่อเนื่องของฟังก์ชันซึ่งสร้างโดยโปรแกรม GSP
3. ใบกิจกรรมที่ 4 และแบบฝึกหัด

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมิน
1. สังเกตจากการตอบคำถามและการร่วมกิจกรรม	1. แบบสังเกต	1. ผ่านร้อยละ 70
2. ตรวจใบกิจกรรมที่ 4 และแบบฝึกหัด	2. ใบกิจกรรมที่ 4 และแบบฝึกหัด	2. ผ่าน 4 ใน 5

บันทึกหลังการสอนและข้อเสนอแนะ

นักเรียนสามารถบอกได้ทันทีว่ากราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่องหรือไม่ แต่เมื่อต้องมาใช้บทนิยามในการตรวจสอบฟังก์ชัน นักเรียนหลายคนยังทำผิดพลาด ครูจึงต้องเพิ่มเวลาในการเรียนหัวข้อนี้ และเมื่อนักเรียนใช้บทนิยามแล้ว จึงใช้กราฟจากโปรแกรม GSP ช่วยตรวจสอบอีกครั้ง

การแสดงผลการรู้เข้าหาค่าต่าง ๆ ครูกำหนดไว้เร็วเกินไป จึงต้องปรับให้ช้าลง
นักเรียนบอกว่าครูสอนเร็วเกินไป

ใบกิจกรรมที่ 4

จงวาดกราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้ พร้อมทั้งพิจารณาความต่อเนื่อง ณ จุดกำหนดให้ พร้อมทั้งบอกเหตุผล

$$1. f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} \quad \text{ณ จุด } x = 2$$

$$2. f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & ; x \neq 0 \\ 1 & ; x = 0 \end{cases} \quad \text{ณ จุด } x = 0$$

$$3. f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & ; x \neq 2 \\ 1 & ; x = 2 \end{cases} \quad \text{ณ จุด } x = 2$$

$$4. \text{ กำหนด } f(x) = \begin{cases} \frac{x+3}{3-x} & ; x < 2 \\ \sqrt{x+23} & ; x > 2 \end{cases} \quad \text{แล้ว } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \text{ มีค่าเท่ากับเท่าใด และ}$$

ฟังก์ชันนี้เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องหรือไม่ (ไม่ต้องวาดกราฟ)

หมายเหตุ ใบกิจกรรมที่แจกนักเรียนได้เว้นที่ว่างให้นักเรียนตอบเป็นรายชื่อ

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 วิชาคณิตศาสตร์ (ค 43202)
 หัวเรื่องย่อย ความชันของเส้นโค้ง

ภาคเรียนที่ 2
 เรื่อง แคลคูลัส

ปีการศึกษา 2549
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
 เวลา 1 คาบ

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

หาความชันและสมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้งได้

สาระสำคัญ

บทนิยาม ถ้า $y = f(x)$ เป็นสมการของเส้นโค้ง เส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด $P(x, y)$ ใด ๆ จะเป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด P และมีความชันเท่ากับ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ (ถ้าลิมิตหาค่าได้)

ความชันของเส้นโค้ง ณ จุด $P(x, y)$ หมายถึงความชันของเส้นสัมผัสโค้ง ณ จุด P

เนื้อหา

ความชันและสมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง

ถ้า $y = f(x)$ เป็นสมการของเส้นโค้ง เส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด $P(x, y)$ ใด ๆ จะเป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด P และมีความชันเท่ากับ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ (ถ้าลิมิตหาค่าได้)

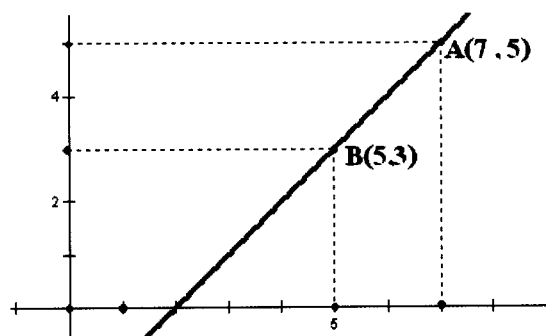
โดยความชันของเส้นโค้ง ณ จุด $P(x, y)$ คือความชันของเส้นสัมผัสโค้ง ณ จุด P ดังนั้นสมการเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่ผ่านจุด (x_1, y_1) และมีความชันเท่ากับ m คือ

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

กิจกรรมการเรียนรู้

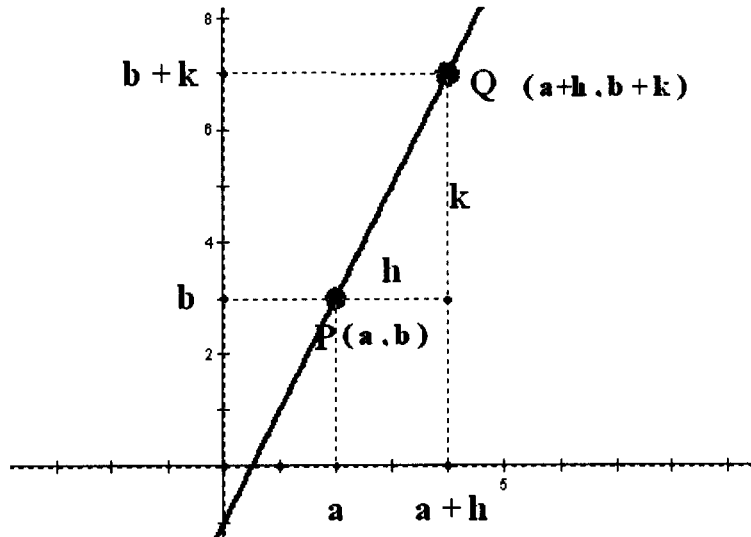
ขั้นนำ

1. กรูบทบทวนการหาความชันของเส้นตรง



นักเรียนควรตอบได้ว่าความชัน เท่ากับ $\frac{5-3}{7-5} = 1$

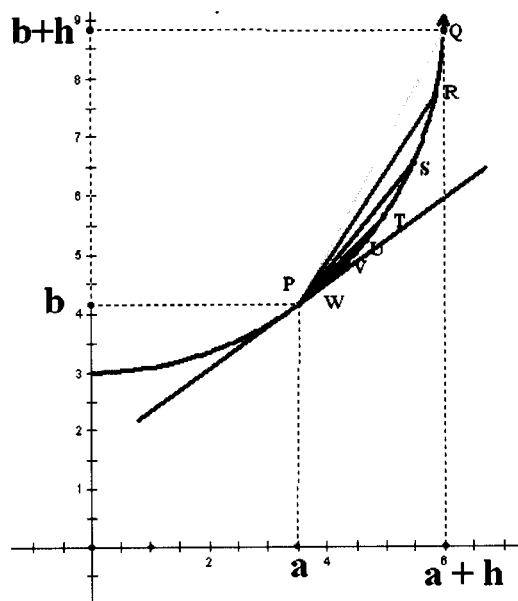
2. ครูเสนอแนะเกี่ยวกับการหาความชันของเส้นตรงในกรณีทั่วไป คือ อัตราส่วนระหว่าง k และ h



ดังนั้นความชันของเส้นตรง คือ $\frac{(b+k)-b}{(a+h)-a} = \frac{k}{h}$

ขั้นสอน

1. นักเรียนใช้ความรู้จากการหาความชันของเส้นตรงเพื่อหาความชันของเส้นโค้ง โดยครูกำหนดฟังก์ชันดังภาพต่อไปนี้ ซึ่งกำหนดจุด $Q(a+h, b+k)$ ที่มีระยะห่างจากจุด $P(a, b)$ ต่าง ๆ กัน เพื่อให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์



2. ครูซักถามถึงความชันของเส้นตรงแต่ละเส้น และเมื่อจุดบนเส้นโค้งใกล้จุด P นักเรียนพบอะไรบ้าง (นักเรียนจะพบว่าเมื่อจุดบนเส้นโค้งใกล้จุด P ค่า h จะเข้าใกล้ค่า 0 ค่าของความชันมีค่าเข้าใกล้ ค่าความชันของเส้นสัมผัสโค้ง ซึ่งนักเรียนจะหาความชันนี้ได้จากการหา

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \quad \text{คือการหาความชันของเส้นโค้งนั่นเอง}$$

ครูให้นักเรียนสังเกตว่า เมื่อจุด Q ทับ จุด P พอดี จุดนั้นคือจุดสัมผัสเส้นโค้งซึ่งมีสมการเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด $P(x, y)$ ใด ๆ

3. จากบทนิยามของความชันของเส้นโค้ง ครูให้นักเรียนได้ฝึกทำโจทย์ โดยครูสอนการทำโจทย์ในใบกิจกรรมที่ 5 โดยยกตัวอย่างข้อที่ 1 และให้นักเรียนฝึกทำข้อที่ 2 ดังนี้

จงหาความชันของเส้นโค้ง ซึ่งเป็นกราฟของสมการ $y = \frac{3}{x}$ ที่จุด $(3, 1)$

$$\begin{aligned} m &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{3}{x+h} - \frac{3}{x}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x - 3x - 3h}{hx(x+h)} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-3h}{hx(x+h)} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-3}{x(x+h)} \\ &= \frac{-3}{x^2} \end{aligned}$$

ขั้นสรุป

1. นักเรียนและครูช่วยกันสรุปเป็นกรณีทั่วไป ซึ่งจะได้นิยามดังนี้

บทนิยาม ถ้า $y = f(x)$ เป็นสมการของเส้นโค้ง เส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด $P(x, y)$ ใด ๆ จะเป็น

เส้นตรงที่ผ่านจุด P และมีความชันเท่ากับ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ (ถ้าลิมิตหาค่าได้)

ความชันของเส้นโค้ง ณ จุด $P(x, y)$ หมายถึงความชันของเส้นสัมผัสโค้ง ณ จุด P

2. นักเรียนทำแบบฝึกหัด ในหนังสือ สสวท. หน้า 94

สื่อการเรียนการสอน

1. หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ของ สสวท.
2. สื่อคอมพิวเตอร์เรื่องความชันของเส้นโค้งซึ่งสร้างโดยโปรแกรม GSP
3. แบบฝึกหัด

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมิน
1. สังเกตจากการตอบ คำถามและการร่วม กิจกรรม	แบบฝึกหัด	1..ผ่านร้อยละ 70
2. ตรวจสอบแบบฝึกหัด		2. ผ่าน 4 ใน 5

บันทึกหลังการสอนและข้อเสนอแนะ

การหาค่าความชันเมื่อสังเกตจากโปรแกรม GSP ทำให้นักเรียนเห็นที่มาของความชันได้ชัดเจน แต่นักเรียนมีปัญหาในการหาค่าความชันของของเส้นโค้ง โดยใช้บทนิยาม นักเรียนรู้สึกว่ามีคามยุ่งยากและมีปัญหาบ้างในการจัดรูปฟังก์ชัน

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมเป็นการบ้าน

ใบกิจกรรมที่ 5

จงหาความชันของเส้นโค้งต่อไปนี้ โดยใช้บทนิยาม

1. จงหาความชันของเส้นโค้ง ซึ่งเป็นกราฟของสมการ $y = \frac{3}{x}$ ที่จุด $(3, 1)$
2. ถ้า $y = x - 2x^2$ เป็นสมการของเส้นโค้งแล้ว จงหา
 - 2.1 ความชันของเส้นสัมผัสโค้งที่จุด $(1, -1)$
 - 2.2 สมการของเส้นสัมผัสโค้งที่จุด $(1, -1)$

หมายเหตุ ใบกิจกรรมที่แจกนักเรียนได้เว้นที่ว่างให้นักเรียนตอบเป็นรายชื่อ

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	ภาคเรียนที่ 2	ปีการศึกษา 2549
วิชาคณิตศาสตร์ (ค 43202)	เรื่อง แคลคูลัส	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
หัวเรื่องย่อย อนุพันธ์ของฟังก์ชัน		เวลา 3 คาบ

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันได้

สาระสำคัญ

อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันมีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง และ

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

หาค่าได้แล้ว เรียกค่าของลิมิตที่ได้นี้ว่า “อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x ” เขียน

แทนด้วย $f'(x)$

อัตราการเปลี่ยนแปลง

ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชัน และ a อยู่ในโดเมนของ f แล้ว อัตราการเปลี่ยนแปลง

เฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อค่า x เปลี่ยนจาก a เป็น $a+h$ คือ $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ $x = a$ คือ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ

ถ้า f หาอนุพันธ์ได้ที่ x และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ $f(x)$ แล้ว

$$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$$

อนุพันธ์อันดับสูง

ให้ f เป็นฟังก์ชันที่สามารถหาอนุพันธ์ได้ และ $f'(x)$ เป็นอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x ซึ่งสามารถหาอนุพันธ์ได้ จะเรียกอนุพันธ์ของอนุพันธ์ f ที่ x หรืออนุพันธ์ของฟังก์ชัน f' ที่ x ว่าอนุพันธ์อันดับที่ 2 ของ f ที่ x และเขียนแทนด้วยอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f' ที่ x ด้วย

$$f''(x), \frac{d^2 y}{dx^2}, \frac{d^2}{dx^2} f(x), y''$$

$$f'''(x), \frac{d^3 y}{dx^3} \quad \text{แทน อนุพันธ์ของอนุพันธ์อันดับที่ 3 ของ } f \text{ ที่ } x$$

$$f^{(4)}(x), \frac{d^4 y}{dx^4} \quad \text{แทนอนุพันธ์ของอนุพันธ์อันดับที่ 4 ของ } f \text{ ที่ } x$$

$$\vdots$$

$$f^{(n)}(x), \frac{d^n y}{dx^n} \quad \text{แทนอนุพันธ์ของอนุพันธ์อันดับที่ } n \text{ ของ } f \text{ ที่ } x$$

เนื้อหา

- อนุพันธ์ของฟังก์ชัน
- อัตราการเปลี่ยนแปลง
- การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร
- อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ
- อนุพันธ์อันดับสูง

อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

ความชันของเส้นโค้ง $y = f(x)$ ที่จุด (x, y) ใดๆ เท่ากับ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

ลิมิตหาค่าได้ เราจะเรียกค่าลิมิตนี้ว่า “อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x ”

ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันมีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง และ

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ หาค่าได้แล้ว เรียกค่าของลิมิตที่ได้นี้ว่า “อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x ” เขียน

$$\text{แทนด้วย } f'(x) = y' = \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

หมายเหตุ $\frac{dy}{dx} \neq \frac{y}{x}$ เพราะว่า $\frac{dy}{dx}$ คือ ของอนุพันธ์ฟังก์ชัน f ที่ x ไม่ได้หมายถึง d คูณ y

หารด้วย d คูณ x

อัตราการเปลี่ยนแปลง

ถ้ากำหนดฟังก์ชัน $y = f(x)$ มีจุด $P(a, b)$ และ $Q(a+h, b+k)$ อยู่บนกราฟของ

ฟังก์ชัน จะได้ว่าความชันของส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุด P และจุด Q มีค่าเท่ากับ

$$\frac{(b+k) - b}{(a+h) - a} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \quad \text{อัตราส่วนนี้เรียกว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ } y \text{ เทียบ}$$

กับ x เมื่อค่า x เปลี่ยนจาก a เป็น $a+h$

ถ้าเลื่อนจุด Q ตามแนวเส้นกราฟเข้าหาจุด P นั่นคือ h เข้าใกล้ศูนย์ และ ถ้า

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

หาค่าได้แล้ว เรียกลิมิตนี้ว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงขณะ $x = a$

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร

1. ถ้า $f(x) = c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว แล้ว $f'(x) = 0$
2. ถ้า $f(x) = x$ แล้ว $f'(x) = 1$
3. ถ้า $f(x) = x^n$ เมื่อ n เป็นจำนวนจริง แล้ว $f'(x) = nx^{n-1}$
4. ถ้า f และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว $(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)$
5. ถ้า f และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว $(f-g)'(x) = f'(x) - g'(x)$
6. ถ้า c เป็นค่าคงตัว และ f หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว $(cf)'(x) = c(f'(x))$
7. ถ้า f และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว $(fg)'(x) = f(x)g'(x) + f'(x)g(x)$
8. ถ้า f และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ

ถ้า f หาอนุพันธ์ได้ที่ x และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ $f(x)$ แล้ว

$$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$$

อนุพันธ์อันดับสูง

ให้ f เป็นฟังก์ชันที่สามารถหาอนุพันธ์ได้ และ $f'(x)$ เป็นอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x ซึ่งสามารถหาอนุพันธ์ได้ จะเรียกอนุพันธ์ของอนุพันธ์ f' ที่ x หรืออนุพันธ์ของฟังก์ชัน f' ที่ x ว่าอนุพันธ์อันดับที่ 2 ของ f ที่ x และเขียนแทนด้วยอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f' ที่ x ด้วย

$$f''(x), \frac{d^2 y}{dx^2}, \frac{d^2}{dx^2} f(x), y''$$

$$f'''(x), \frac{d^3 y}{dx^3} \quad \text{แทน อนุพันธ์ของอนุพันธ์อันดับที่ 3 ของ } f \text{ ที่ } x$$

$$f^{(4)}(x), \frac{d^4 y}{dx^4} \quad \text{แทน อนุพันธ์ของอนุพันธ์อันดับที่ 4 ของ } f \text{ ที่ } x$$

⋮

$$f^{(n)}(x), \frac{d^n y}{dx^n} \quad \text{แทน อนุพันธ์ของอนุพันธ์อันดับที่ } n \text{ ของ } f \text{ ที่ } x$$

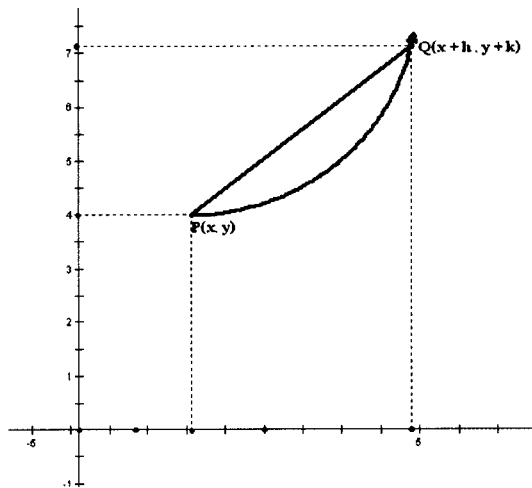
กิจกรรมการเรียนรู้

ภาพที่ 1-2

ขั้นนำ

ครูทบทวนเรื่องการหาความชันของเส้นโค้ง การหาความชันของเส้นโค้ง $y = f(x)$ ที่จุด $P(x, y)$ เป็นการหาความชันของ \overline{PQ} เมื่อจุด $Q(x+h, y+k)$ เป็นจุดใดๆ โดยให้ h เข้าใกล้ 0 ซึ่งเป็นการหาอัตราส่วนระหว่าง $f(x+h) - f(x)$ กับ h เมื่อ h เข้าใกล้ 0 จึงได้ความชันเส้น

โค้ง คือ $m = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ เมื่อลิมิตหาค่าได้



ขั้นสอน

1. ครูกล่าวถึงบทนิยามดังต่อไปนี้ “ ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันมีโดเมนและเรนจ์เป็นสับจำนวน สับเซตของเซตของจำนวนจริง และ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ หาค่าได้แล้ว เรียกค่าของลิมิตที่ได้นี้ว่า

“อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x ”

เขียนแทนด้วย $f'(x)$ หรือ y' หรือ $\frac{dy}{dx}$ หรือ $\frac{d}{dx} f(x)$ หรือ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

ครูซักถามถึงความคิดเห็นของนักเรียนถึงสัญลักษณ์ $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$ ว่าเป็นจริงหรือไม่

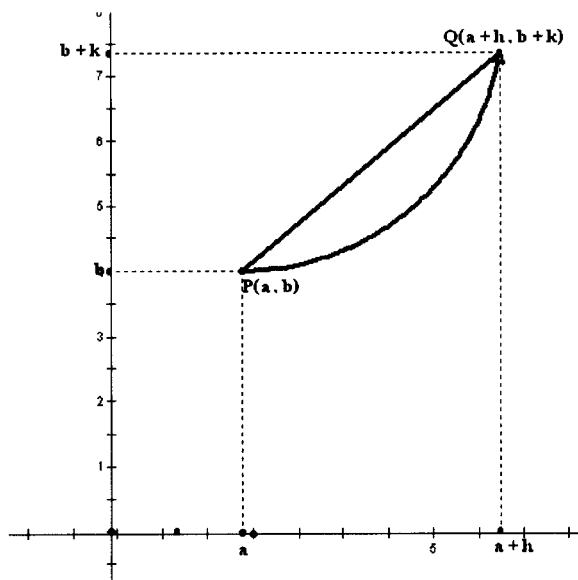
โดยให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น จากนั้นครูสรุป พร้อมทั้งให้เหตุผลดังนี้ $\frac{dy}{dx} \neq \frac{y}{x}$

เพราะว่า $\frac{dy}{dx}$ คือ ของอนุพันธ์ฟังก์ชัน f ที่ x ไม่ได้หมายถึง d คูณ y หารด้วย d คูณ x

2. ครูให้นักเรียนจับคู่กันเพื่อหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้โดยใช้บทนิยาม และส่งตัวแทนออกมาเฉลยหน้าชั้นเรียน (โดยนักเรียนทำในใบกิจกรรมที่ 6)

- 1) กำหนด $f(x) = 3x$ จงหา $f'(x)$
- 2) กำหนด $f(x) = 5x^2 + 8x - 1$ จงหา $f'(x)$
- 3) กำหนด $f(x) = \sqrt{x+2}$ จงหา $f'(2)$
- 4) กำหนด $f(x) = 2x^2 - 7x + 5$ จงหา $f'(x)$ และ $f'(2)$

3. ครูกล่าวถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยและอัตราการเปลี่ยนแปลง โดยให้นักเรียนพิจารณารูปต่อไปนี้ ดังนี้



ถ้ากำหนดฟังก์ชัน $y = f(x)$ มีจุด $P(a, b)$ และ $Q(a+h, b+k)$ อยู่บนกราฟของฟังก์ชัน จะได้ว่าความชันของส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุด P และจุด Q มีค่าเท่ากับ

$$\frac{(b+k)-b}{(a+h)-a} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

อัตราการนี้เรียกว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อค่า x เปลี่ยนจาก a เป็น $a+h$

ถ้าเลื่อนจุด Q ตามแนวเส้นกราฟเข้าหาจุด P นั่นคือ h เข้าใกล้ศูนย์ และ ถ้า

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

หาค่าได้แล้ว เรียกขีดนี้ว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงขณะ $x = a$

4. ครูยกตัวอย่างความยาวของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เปลี่ยนจาก 10 เซนติเมตร เป็น 9 เซนติเมตร แล้วให้นักเรียนหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ากับความยาวของด้าน และอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ากับความยาวของด้าน ขณะด้านยาว 10 เซนติเมตร โดยให้นักเรียนช่วยกันแสดงความคิดเห็น และแสดงวิธีการหาคำตอบ

5. นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนของ สสวท. หน้า 102 – 104 โดยทำเป็นการบ้าน

ขั้นสรุป

นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้ดังนี้

อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันมีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง และ

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ หาค่าได้แล้ว เรียกค่าของลิมิตที่ได้นี้ว่า “อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x ” เขียน

แทนด้วย $f'(x)$

อัตราการเปลี่ยนแปลง

ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชัน และ a อยู่ในโดเมนของ f แล้ว อัตราการเปลี่ยนแปลง

เฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อค่า x เปลี่ยนจาก a เป็น $a+h$ คือ $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ $x = a$ คือ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

คาบที่ 3

ขั้นนำ

ครูทบทวนการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้บทนิยาม

$f'(x)$ หรือ y' หรือ $\frac{dy}{dx}$ หรือ $\frac{d}{dx}f(x)$ หรือ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ ซึ่งการหาอนุพันธ์ของ

ฟังก์ชันจะใช้เวลาก่อนข้างนาน จึงต้องมีสูตรเพื่อให้เกิดความสะดวก เช่น $f(x) = x^3 + 5x + 1$ เมื่อหาอนุพันธ์โดยใช้บทนิยามจะได้ดังนี้

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(x+h)^3 + 5(x+h) + 1] - [x^3 + 5x + 1]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^3 + h^3 + 3x^2h + 3xh^2 + 5x + 5h + 1 - x^3 - 5x - 1}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^3 + 3x^2h + 3xh^2 + 5h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(h^2 + 3x^2 + 3xh + 5)}{h} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{h \rightarrow 0} (h^2 + 3x^2 + 3xh + 5) \\
&= 3x^2 + 5
\end{aligned}$$

ขั้นตอน

1. ครูกำลังถึงการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร ดังนี้

1. ถ้า $f(x) = c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว แล้ว $f'(c) = 0$
2. ถ้า $f(x) = x$ แล้ว $f'(x) = 1$
3. ถ้า $f(x) = x^n$ เมื่อ n เป็นจำนวนจริง แล้ว $f'(x) = nx^{n-1}$
4. ถ้า f และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว $(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)$
5. ถ้า f และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว $(f-g)'(x) = f'(x) - g'(x)$
6. ถ้า c เป็นค่าคงตัว และ f หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว $(cf)'(x) = c(f'(x))$
7. ถ้า f และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว $(fg)'(x) = f(x)g'(x) + f'(x)g(x)$
8. ถ้า f และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

2. จากตัวอย่างข้างต้น $f(x) = x^3 + 5x + 1$ เมื่อหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตรจะ
ได้ดังนี้

$$f'(x) = \frac{d}{dx}x^3 + 5\frac{d}{dx}x + \frac{d}{dx}1 = 3x^2 + 5$$

3. ครูยกตัวอย่างการหาอนุพันธ์ผลคูณและผลหารบนกระดานแล้วให้นักเรียนช่วยกันหาอนุพันธ์
เช่น $f(x) = x^3(5x + 1)$

$$\begin{aligned}
f'(x) &= x^3 \frac{d}{dx}(5x + 1) + (5x + 1) \frac{d}{dx}x^3 \\
&= x^3(x) + (5x + 1)(3x^2) \\
&= x^4 + 15x^3 + 3x^2
\end{aligned}$$

$$f(x) = \frac{(x+1)}{(x^2+2)}$$

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \frac{(x^2+2) \frac{d}{dy}(x+1) - (x+1) \frac{d}{dy}(x^2+2)}{(x^2+2)^2} \\
&= \frac{(x^2+2) - (x+1)(2x)}{(x^2+2)^2}
\end{aligned}$$

4. ครูยกตัวอย่าง ฟังก์ชัน $f(x) = (2x-1)^5$ เมื่อต้องการหาอนุพันธ์ หากใช้บท

นิยามจะเกิดความยุ่งยากมากจึงมีการสร้างสูตรที่เรียกว่า กฎลูกโซ่ ซึ่งใช้ในการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเหล่านี้ ซึ่งเรียกว่าฟังก์ชันประกอบ โดยสูตรการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบเป็นดังนี้

“ ถ้า f หาอนุพันธ์ได้ที่ x และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ $f(x)$ แล้ว

$$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x) ”$$

ตัวอย่าง กำหนด $f(x) = (2x-1)^5$ แล้ว $f'(x)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

วิธีทำ ให้ $u = 2x - 1$

$$\text{ดังนั้น } y = f(x) = (2x-1)^5 = u^5$$

$$\begin{aligned} \text{โดยกฎลูกโซ่ จะได้ } \frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} \\ &= \frac{d}{du}(u^5) \cdot \frac{d}{dx}(2x-1) \\ &= 5u^4(2) \\ &= 10(2x-1)^4 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } f'(x) = 10(2x-1)^4$$

ตัวอย่าง $f(x) = (x^2 - 2x + 5)^5$ จะได้ว่า $f'(x) = 5(x^2 - 2x + 5)^4(2x - 2)$

5. ครอบคลุมอย่างเพิ่มเติมและให้นักเรียนช่วยกันหาอนุพันธ์

อนุพันธ์อันดับสูง

6. ครูกำหนด $f(x) = 2x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 6x - 5$ ให้ นักเรียนช่วยกันหาอนุพันธ์ ซึ่งจะได้ $f'(x) = 8x^3 - 9x^2 + 4x + 6$ จากนั้นครูให้นักเรียนช่วยกันหาอนุพันธ์ของ $f'(x)$ อีกครั้ง ซึ่งจะได้เป็น $f''(x) = 24x^2 - 18x + 4$

7. ครูให้นักเรียนหาอนุพันธ์ของอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = 2x^2 - 3x + 2$ ซ้ำอีกครั้ง

8. จะเรียกว่าอนุพันธ์อันดับที่ 2 มีค่าเท่ากับ 4 และเมื่อหาอนุพันธ์ซ้ำอีกครั้ง จะเรียกว่าอนุพันธ์อันดับที่ 3 ซึ่งมีค่าเท่า 0 เป็นเช่นนี้เรื่อยไป

9. ครูกล่าวถึงสัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่ใช้แทนอนุพันธ์อันดับสูง ดังนี้

ให้ f เป็นฟังก์ชันที่สามารถอนุพันธ์ได้ และ $f'(x)$ เป็นอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x ซึ่งสามารถหาอนุพันธ์ได้ จะเรียกอนุพันธ์ของอนุพันธ์ f ที่ x หรืออนุพันธ์ของฟังก์ชัน f' ที่ x ว่าอนุพันธ์อันดับที่ 2 ของ f ที่ x และเขียนแทนด้วยอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f' ที่ x ด้วย

$$f''(x), \frac{d^2 y}{dx^2}, \frac{d^2}{dx^2} f(x), y''$$

$f'''(x), \frac{d^3 y}{dx^3}$ แทน อนุพันธ์ของอนุพันธ์อันดับที่ 3 ของ f ที่ x

$$f^{(4)}(x) = \frac{d^4 y}{dx^4} \quad \text{แทน อนุพันธ์ของอนุพันธ์อันดับที่ 4 ของ } f \text{ ที่ } x$$

⋮

$$f^{(n)}(x) = \frac{d^n y}{dx^n} \quad \text{แทน อนุพันธ์ของอนุพันธ์อันดับที่ } n \text{ ของ } f \text{ ที่ } x$$

10. นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 7–9

ขั้นสรุป

นักเรียนช่วยเกี่ยวกับการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้นิยาม และใช้สูตร การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ และการหาอนุพันธ์อันดับสูง

สื่อการเรียนการสอน

3. ใบกิจกรรมที่ 6–9
4. แบบฝึกหัด
5. สื่อคอมพิวเตอร์เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชันสร้างโดยโปรแกรม GSP
6. สื่อคอมพิวเตอร์เรื่องการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ และอนุพันธ์อันดับสูง สร้างโดยโปรแกรมเพาเวอร์พอยต์

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมิน
1. สังเกตจากการตอบคำถาม การแสดงความคิดเห็น	1. แบบสังเกต	1. ผ่านร้อยละ 70
2. ตรวจใบกิจกรรมที่ 6–9 และแบบฝึกหัด	2. ใบกิจกรรมที่ 6–9 แบบฝึกหัด	2. ผ่านร้อยละ 70

บันทึกหลังการสอนและข้อเสนอแนะ

นักเรียนสามารถหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้บทนิยามได้ดี และตั้งใจเรียนดี

ครูสอนเทคนิคการทำโจทย์เพิ่มเติม เช่น ฟังก์ชันที่ติดราก เปลี่ยนให้อยู่ในรูปของเลขยกกำลังแล้ว
จึงหาอนุพันธ์ สำหรับใบกิจกรรมที่ 7 – 8 ใช้สอนนอกเวลา ซึ่งการหาคำตอบบางข้อใช้ได้หลายวิธี
เช่น ในใบกิจกรรมที่ 7

ข้อ 11. $f(x) = \frac{1}{5} + \frac{2}{x^3}$ นักเรียนสามารถหาคำตอบโดยใช้กฎการหาร หรือให้ง่ายควรเปลี่ยนรูป

ให้อยู่ในรูปของเลขยกกำลัง

ข้อ 12. $f(x) = (x+3)(x+2)$ หาคำตอบโดยการใช้สูตรการคูณและกฎลูกโซ่ หรือกระจายพหุ
นามแล้วจึงหาอนุพันธ์

ข้อ 13 ต้องกระจายพหุนามก่อนจึงหาอนุพันธ์หรือใช้กฎลูกโซ่

ข้อ 14. $f(x) = \frac{x^3 - 3x}{x}$ สามารถตัดทอนก่อน หรือใช้กฎการหารเลขก็ได้

ครูต้องเพิ่มเวลาในการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบอีก 2 คาบ เพื่อให้นักเรียนได้

ฝึกทำโจทย์ลักษณะต่าง ๆ และทำ ใบกิจกรรมที่ 8

ใบกิจกรรมที่ 6

จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้ โดยใช้บทนิยาม

1. กำหนด $f(x) = 5x^2 + 8x - 1$ จงหา $f'(x)$
2. กำหนด $f(x) = 2x^2 - 7x + 5$ จงหา $f'(x)$ และ $f'(2)$
3. กำหนด $f(x) = \sqrt{x+2}$ จงหา $f'(2)$

หมายเหตุ ใบกิจกรรมที่แจกนักเรียนได้เว้นที่ว่างให้นักเรียนตอบเป็นรายชื่อ

ใบกิจกรรมที่ 7

จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

$f(x)$	$\frac{dy}{dx}$
1. $f(x) = 5x - 4$	
2. $f(x) = 3x^2 - 3x^{-2}$	
3. $f(x) = \frac{x^{-5}}{5}$	
4. $f(x) = \frac{8x^{\frac{16}{9}}}{3}$	
5. $f(x) = 4\sqrt{x}$	
6. $f(x) = \sqrt{3x}$	
7. $f(x) = \frac{7}{5x^5}$	
8. $f(x) = x^2 - 3x - 4$	
9. $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x + 8$	
10. $f(x) = 4x^4 + 3x^2 - 7$	
11. $f(x) = \frac{1}{x^5} + \frac{2}{x^3}$	
12. $f(x) = (x+3)(x+2)$	
13. $f(x) = (x+1)^2$	
14. $f(x) = \frac{x^3 - 3x}{x}$	

ใบกิจกรรมที่ 8

จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

$f(x)$	$\frac{dy}{dx}$
1. $f(x) = (3x - 2)^5$	
2. $f(x) = \sqrt{4x - 6}$	
3. $f(x) = \sqrt[3]{(x - 2)^2}$	
4. $f(x) = (4x + 3)(x - 5)^3$	
5. $f(x) = (x - 5)^3(2x + 1)$	
6. $f(x) = \frac{(2x - 1)^3}{(1 + 3x)}$	

หมายเหตุ ใบกิจกรรมที่แจกนักเรียนได้เว้นที่ว่างให้นักเรียนตอบเป็นรายชื่อ

ใบกิจกรรมที่ 9

จงหาอนุพันธ์อันดับต่าง ๆ ของฟังก์ชันต่อไปนี้

1. กำหนด $f(x) = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$

$$\frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = \dots\dots\dots$$

2. กำหนด $f(x) = \frac{x^5 + x^3 + x + 1}{120}$

$$\frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{d^5 y}{dx^5} = \dots\dots\dots$$

$$3. \text{ 3. } f(x) = \frac{x^7 - 5x^6 + 7x^3 + 3x - 1}{x}$$

$$f(x) = \dots\dots\dots$$

$$\frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{d^5 y}{dx^5} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{d^6 y}{dx^6} = \dots\dots\dots$$

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2549

วิชาคณิตศาสตร์ (ค 43202)

เรื่อง แคลคูลัส

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

หัวเรื่องย่อย การประยุกต์อนุพันธ์

เวลา 3 คาบ

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นำความรู้เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ไปประยุกต์ได้

สาระสำคัญ

ทฤษฎีบท ให้ f เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้บนช่วง $A \subset D_f$ 1. ถ้า $f'(x) < 0$ ในช่วง A แล้ว f เป็นฟังก์ชันลด (decreasing function) บนช่วง A 2. ถ้า $f'(x) > 0$ ในช่วง A แล้ว f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม (increasing function) บนช่วง A ทฤษฎีบท ให้ f เป็นฟังก์ชันที่นิยามบนช่วง (a, b) ซึ่ง $c \in (a, b)$ และ $f'(c)$ หาค่าได้ถ้า $f(c)$ เป็นค่าสูงสุดสัมพัทธ์หรือค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของ f จะได้ว่า $f'(c) = 0$ บทนิยาม ให้ f เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้บนช่วง (a, b) ค่าของ $c \in (a, b)$ ซึ่งทำให้ $f'(c) = 0$ จะเรียก c ว่า ค่าวิกฤต (critical value) ของฟังก์ชัน f ทฤษฎีบท ให้ f เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้บนช่วง (a, b) ซึ่ง $c \in (a, b)$ เป็นค่าวิกฤตของ f ถ้า $f'(x)$ เปลี่ยนจากจำนวนบวกเป็นจำนวนลบ เมื่อ x มีค่าลดลงขึ้นรอบ ๆ c แล้ว f

(c) เป็นค่าสูงสุดสัมพัทธ์

ถ้า $f'(x)$ เปลี่ยนจากจำนวนลบเป็นจำนวนบวก เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้นรอบ ๆ c แล้ว f

(c) เป็นค่าต่ำสุดสัมพัทธ์

ทฤษฎีบท กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง A และ c เป็นค่าวิกฤตของ f ซึ่ง $f'(x) = 0$ 1. ถ้า $f''(x) > 0$ แล้ว $f(c)$ เป็นค่าต่ำสุดสัมพัทธ์2. ถ้า $f''(x) < 0$ แล้ว $f(c)$ เป็นค่าสูงสุดสัมพัทธ์ทฤษฎีบท ฟังก์ชัน f มีค่าสูงสุดสัมบูรณ์ที่ $x = c$ เมื่อ $f(c) \geq f(x)$ สำหรับทุก x ในโดเมนของ f ฟังก์ชัน f มีค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ที่ $x = c$ เมื่อ $f(c) \leq f(x)$ สำหรับทุก x ในโดเมนของ f

เนื้อหา

- ฟังก์ชันเพิ่ม ฟังก์ชันลด
- ค่าสูงสุดสัมพัทธ์ ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์
- ค่าสูงสุดสัมบูรณ์ ค่าต่ำสุดสัมบูรณ์

ฟังก์ชันเพิ่ม ฟังก์ชันลด

ทฤษฎีบท ให้ f เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้บนช่วง $A \subset D_f$

1. ถ้า $f'(x) < 0$ ในช่วง A แล้ว f เป็นฟังก์ชันลด (decreasing function) บนช่วง A
2. ถ้า $f'(x) > 0$ ในช่วง A แล้ว f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม (increasing function) บนช่วง A

ค่าสูงสุดสัมพัทธ์ ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์

วิธีการหาค่าสูงสุดสัมพัทธ์และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์

จาก $y = f(x)$

1. หา $f'(x)$
2. หาค่าวิกฤต โดยให้ $f'(x) = 0$
3. ค่า x ที่ได้จะทำให้เกิดกรณีหนึ่งกรณีใดต่อไปนี้
 - เป็นค่าวิกฤตที่ทำให้ฟังก์ชัน f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์
 - เป็นค่าวิกฤตที่ทำให้ฟังก์ชัน f มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์
 - เป็นค่าวิกฤตที่ทำให้ฟังก์ชัน f ไม่มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์

การตรวจสอบว่าค่าวิกฤตที่ได้เป็นกรณีใด

ถ้า c เป็นค่าวิกฤต ให้พิจารณาค่า $f'(x)$ เมื่อ $x > c$ และ $x < c$

1. ถ้า $f'(x)$ เปลี่ยนจากบวกเป็นลบแล้ว จุด $x = c$ ให้ค่าสูงสุดสัมพัทธ์
2. ถ้า $f'(x)$ เปลี่ยนจากลบเป็นบวกแล้ว จุด $x = c$ ให้ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์
3. นอกเหนือจาก ข้อ 1 และ ข้อ 2 แล้ว $x = c$ ไม่ให้ค่าสูงสุดสัมพัทธ์หรือค่า

ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์

การพิจารณาค่าสูงสุดสัมพัทธ์และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์โดยใช้อนุพันธ์อันดับสอง ใช้ทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง A และ c เป็นค่าวิกฤตของ f ซึ่ง $f'(x) = 0$

1. ถ้า $f''(x) > 0$ แล้ว $f(c)$ เป็นค่าต่ำสุดสัมพัทธ์
2. ถ้า $f''(x) < 0$ แล้ว $f(c)$ เป็นค่าสูงสุดสัมพัทธ์

จากทฤษฎีบท พบว่า ถ้า $f''(x) = 0$ จะใช้วิธีนี้ไม่ได้ ต้องไปใช้กรณีตรวจสอบค่าวิกฤต

การหาค่าสูงสุดสัมบูรณ์และค่าต่ำสุดสัมบูรณ์

ถ้า f เป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่องบนช่วง $[a, b]$ สามารถหาค่าสูงสุดสัมบูรณ์และค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ได้ดังนี้

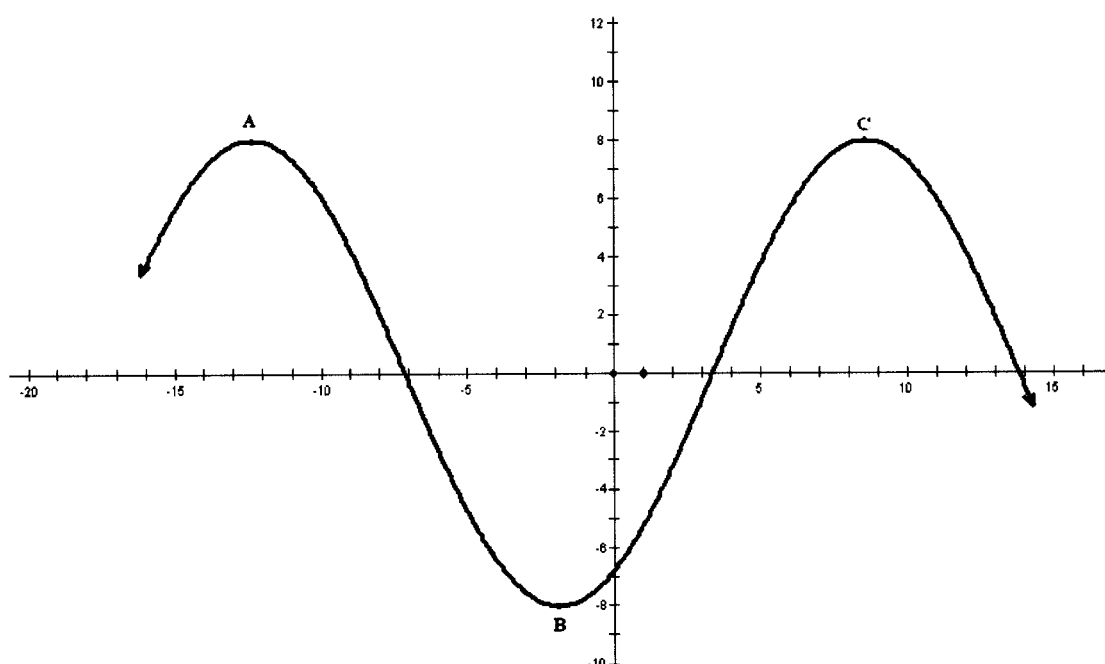
1. หาค่าวิกฤตทั้งหมดในช่วง $[a, b]$
2. หาค่าสูงสุดสัมพัทธ์และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์
3. หาค่า $f(a)$ และ $f(b)$
4. นำค่าที่ได้ในข้อ 2 และ 3 มาเปรียบเทียบกัน โดยค่าที่มากที่สุดคือค่าสูงสุดสัมบูรณ์ และค่าน้อยที่สุดคือค่าต่ำสุดสัมบูรณ์

กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 1

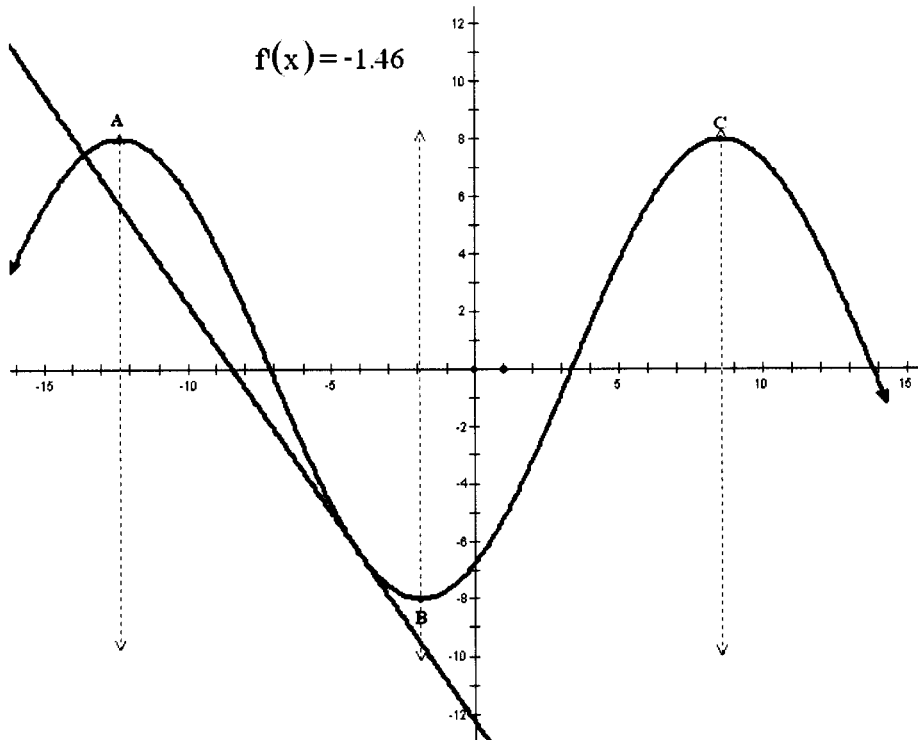
ขั้นนำ

1. นักเรียนช่วยกันทำใบกิจกรรมที่ 10 ทบทวนความรู้เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ความชันของเส้นโค้ง การหาสมการเส้นสัมผัสโค้ง และสมการเส้นตั้งฉาก
2. นักเรียนพิจารณากราฟต่อไปนี้ และช่วยกันพิจารณาความชันของกราฟ โดยครูซักถามเกี่ยวกับความชันของกราฟในแต่ละช่วง และนักเรียนแต่ละคนแสดงความคิดเห็น นักเรียนต้องสามารถเชื่อมโยงความรู้ที่ผ่านมามาเกี่ยวกับความชันและอนุพันธ์ของฟังก์ชันได้



ขั้นสอน

1. เมื่อนักเรียนช่วยกันพิจารณาความชันแล้ว นักเรียนช่วยกันสรุปความชันของกราฟดังกล่าว ซึ่งจะพบว่าสามารถแบ่งกราฟออกเป็น 2 ช่วง ดังภาพ



ครูคอยซักถามถึงความชันในช่วงต่าง ๆ ได้แก่ (a, b), (b, c) นักเรียนจะพบว่าในช่วง (a, b) ความชันจะค่อย ๆ ลดลง และ (b, c) ความชันจะค่อย ๆ เพิ่มขึ้น

2. ครูซักถามถึงความชันที่จุด A , จุด B และ จุด C และแสดงให้นักเรียนเห็นความชันที่จุดเหล่านี้เท่ากับ 0
3. ครูกล่าวถึงทฤษฎีบทเกี่ยวกับฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด ค่าสูงสุดสัมพัทธ์และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ ค่าสูงสุดสัมบูรณ์และค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ วิธีการหาค่าสูงสุดสัมพัทธ์และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ โดยใช้อนุพันธ์อันดับหนึ่งและอนุพันธ์อันดับสอง ค่าสูงสุดสัมบูรณ์และค่าต่ำสุดสัมบูรณ์
4. นักเรียนฝึกพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดในช่วงใด หาค่าสูงสุดสัมพัทธ์และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ และหาค่าสูงสุดสัมบูรณ์และค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ จากโจทย์ต่อไปนี้

1. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 4$

2. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x - 20$

3. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x - 20$ บนช่วงปิด $[0, 2]$

5. นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 11 – 13 เป็นการบ้าน

ขั้นสรุป

นักเรียนช่วยกันสรุปวิธีการพิจารณาฟังก์ชันว่าเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด การหาค่าสูงสุดสัมพัทธ์และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ และการหาค่าสูงสุดสัมบูรณ์และค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ **คาบที่ 2 – 3**

ขั้นนำ

ครูทบทวนการพิจารณาฟังก์ชันว่าเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด การหาค่าสูงสุดสัมพัทธ์และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ และการหาค่าสูงสุดสัมบูรณ์และค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ โดยใช้ตัวอย่างในโปรแกรม GSP

ขั้นสอน

- ครูยกตัวอย่างโจทย์ต่าง ๆ ต่อไปนี้ และให้นักเรียนช่วยกันแก้โจทย์ปัญหาเหล่านั้น โดยครูคอยซักถามเพื่อเสนอแนะแนวทางในการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัย เช่น ต้องการกำไร นักเรียนรู้หรือไม่ว่ากำไรได้จากอะไร (รายได้ - ต้นทุน) โจทย์ต้องการอะไร ต้นทุนเท่ากับเท่าใด รายได้เท่ากับเท่าใด ปริมาตรของกล่องหาได้อย่างไร

ครูใช้โปรแกรม GSP ประกอบในการเสนอแนะแนวคิดในการแก้โจทย์ปัญหาดังตัวอย่างในโปรแกรม GSP 3 ข้อ ดังนี้

โจทย์ข้อ 1 สามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีด้านประกอบมุมฉาก 5 และ 6 เซนติเมตร ตามลำดับ สี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้านกว้างและด้านยาวแนบอยู่บนด้านประกอบมุมฉากของสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่มากที่สุดที่สามารถบรรจุได้ในสามเหลี่ยมนี้มีพื้นที่กี่ตารางนิ้ว



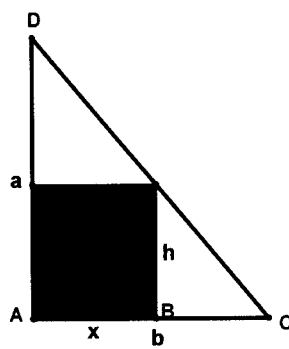
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก = กว้าง x
 อัตราส่วนสามเหลี่ยมคล้าย

$$\frac{h}{BC} = \frac{a}{b}$$

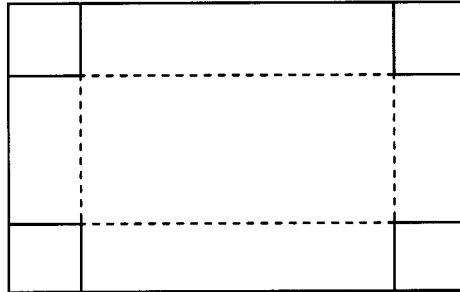
$$h = \frac{a}{b}(b - x)$$

$$A(x) = \frac{ax}{b}(b - x)$$

$a = 6.00$ ซม. $x = 2.61$ ซม. $\text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก} = 7.49$ ซม.²
 $b = 5.00$ ซม.



โจทย์ข้อ 2 แผ่นโลหะรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 6 เซนติเมตร และยาว 8 เซนติเมตร ตัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มุมทั้งสี่ยาว x เซนติเมตร แล้วพับตามรอยเส้นประตามรูป เพื่อประกอบเป็นกล่องฝาเปิด x จะมีค่าเท่าไรกล่องจึงจะมีปริมาตรมากที่สุด



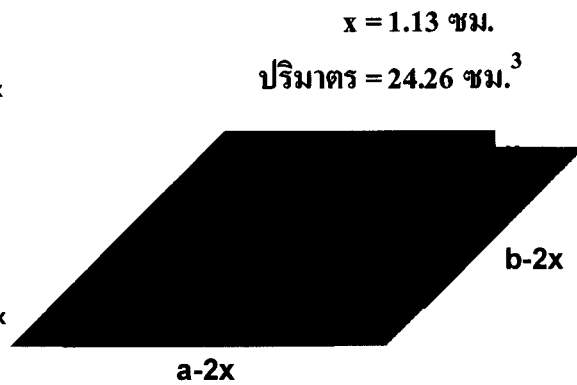
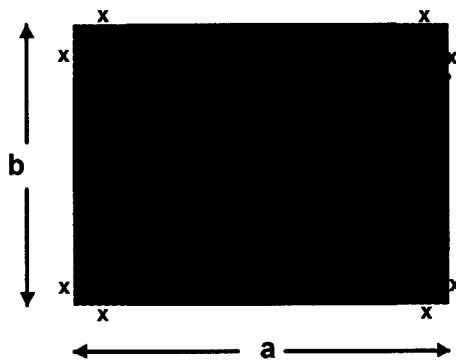
โจทย์ข้อ 2 ปริมาตร สี่เหลี่ยม กว้าง ยาว สูง ค่า x และปริมาตร ที่จรรยกค่า x ปริมาตรสูงสุด แกะกล่อง

ปริมาตรรูปทรงสี่เหลี่ยม = กว้าง \times ยาว \times สูง

$a = 8.00$ ซม.

$$V(x) = x(a - 2x)(b - 2x)$$

$b = 6.00$ ซม.



โจทย์ข้อ 3 สี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีพื้นที่มากที่สุดที่สามารถบรรจุอยู่ในรูปครึ่งวงกลมที่มีรัศมีเท่ากับ 6 จะมีความยาวยาวกว่าความกว้างเท่าใด

โจทย์ข้อ 3.

พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า = กว้าง x ยาว

$r = 6.00$ ซม.

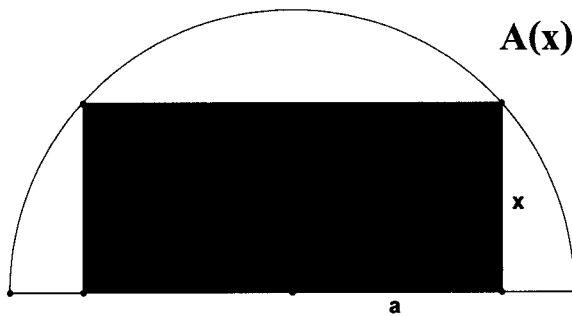
$x = 4.02$ ซม.

พื้นที่ = 35.81 ซม.²

$A(x) = 2ax$

$a = \sqrt{r^2 - x^2}$

$A(x) = 2x\sqrt{r^2 - x^2}$



รูปภาพ การหาค่าพื้นที่ พิกัด พื้นที่ พิจารณารูป ค่าสูงสุด ค่าตอบ

ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 14 – 15 และนักเรียนนำข้อที่ไม่เสร็จทำเป็นการบ้าน

1. ในการผลิตสินค้าชนิดหนึ่งของบริษัทแห่งหนึ่งเสียค่าใช้จ่ายหน่วยละ

$0.2x + 4 + \frac{400}{x}$ บาท รัฐบาลเก็บค่าภาษีอีกหน่วยละ 22 บาท บริษัทขายหน่วยละ $400 - 2x$ บาท

โดยที่ x หมายถึง จำนวนหน่วยที่ผลิตต่อเดือน ถ้าต้องการให้ได้กำไรต่อเดือนมากที่สุด บริษัทจะต้องผลิตสินค้าเป็นจำนวนเท่าใด

2. ในการประมาณการปลูกลมันสำปะหลัง พบว่าถ้าขุมมันสำปะหลังขณะนี้จะได้สำปะหลัง 100 กิโลกรัมและขายได้กิโลกรัมละ 1.50 บาท ถ้ายังไม่ขุดและรอต่อไปจะได้มันสำปะหลังเพิ่มขึ้นสัปดาห์ละ 10 กิโลกรัม แต่ราคาลดลงไปสัปดาห์ละ 0.05 บาทต่อกิโลกรัม ดังนั้นควรขายมันสำปะหลังเมื่อใดจึงจะได้กำไรจากการขายมากที่สุด

3. พ่อค้าซื้อข้าวสารมาถั่งละ 50 บาท ถ้าเขาขายถั่งละ 80 บาท ใน 1 เดือนขายได้ 1,000 ถั่ง แต่ถ้าเขาลดราคาขายถั่งละ x บาท เขาจะขายข้าวสารได้เพิ่มขึ้นอีกเดือนละ $50x$ ถั่ง ดังนั้นเขาจะได้กำไรมากที่สุดจากจำนวนที่ขายได้ใน 1 เดือน เมื่อเขาตั้งราคาขายถั่งละเท่าใด

4. ต้องการนำลวดหนาม 1000 เมตร มากั้นพื้นที่ที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยที่มีด้านหนึ่งติดริมรั้วบ้านซึ่งไม่ต้องขึงลวดหนาม จงหาขนาดของสี่เหลี่ยมรูปดังกล่าวที่ทำให้ได้พื้นที่มากที่สุด

ขั้นสรุป

นักเรียนช่วยกันสรุปลักษณะโจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ และวิธีการแก้โจทย์ปัญหา

สื่อการเรียนการสอน

1. ใบกิจกรรมที่ 10 – 15
2. สื่อคอมพิวเตอร์เรื่องกราฟของฟังก์ชันสร้างโดยโปรแกรม GSP

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมิน
1. สังเกตจากการตอบ คำถาม การแสดงความคิดเห็น	1. แบบสังเกต	1. ผ่านร้อยละ 70
2. ตรวจใบกิจกรรมที่ 10 – 15	2. ใบกิจกรรมที่ 10 – 15	2. ผ่านร้อยละ 70

บันทึกหลังการสอนและข้อเสนอแนะ

นักเรียนสนใจเรียนดีมากเมื่อครูทำให้โจทย์ที่เป็นนามธรรมกลายเป็นรูปธรรม ซึ่งทำให้นักเรียนเห็นภาพว่า โจทย์ต้องการอะไร และเมื่อนักเรียนเห็นการเปลี่ยนแปลงของค่า x ที่มีผลทำให้ค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของฟังก์ชันมีการเปลี่ยนแปลง เห็นการใช้โปรแกรม GSP เพื่อหาคำตอบและช่วยดึงดูความสนใจได้ดีมากและทำให้เห็นภาพที่ชัดเจน

นักเรียนบางคนมีปัญหาบ้างในการตีความโจทย์ เมื่อต้องมาทำแบบฝึกหัดด้วยตนเอง ทำให้ทำแบบฝึกหัดไม่ได้เพิ่มเวลาในการอธิบายและเฉลยใบกิจกรรมที่ 10 – 15 จำนวน 3 คาบ

นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพื่อหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด โดยไม่ทดสอบด้วยอนุพันธ์อันดับที่สอง ครูจึงยกตัวอย่างให้นักเรียนเพิ่มเติม เพื่อให้ให้นักเรียนเห็นว่าเราจำเป็นต้องตรวจสอบด้วยอนุพันธ์อันดับที่สองเสมอ เช่น โจทย์ต้องการค่าสูงสุดโดยกำหนดช่วงของคำตอบ เมื่อหาค่าวิกฤตได้แล้ว หากนักเรียนนำค่าวิกฤตมาตอบเลยอาจผิดเนื่องจาก ในช่วงที่กำหนดให้อาจจะไม่มีค่าสูงสุดก็ได้

ใบกิจกรรมที่ 10

จงแสดงวิธีทำ

1. กำหนดเส้นโค้งหนึ่งมีสมการเป็น $y = x^2 + 2x + 3$ ค่าความชันของเส้นโค้งที่จุด $(1, 6)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
2. จงหาสมการเส้นสัมผัสเส้นโค้ง $y = x^3 + \frac{3}{x}$ ที่จุด $(1, 4)$
3. กำหนดสมการเส้นโค้ง $y = 2x^3 - 3x^2 + x - 5$ จงหาสมการของเส้นตรงซึ่งตั้งฉากกับเส้นสัมผัสที่จุด $(3, 25)$

หมายเหตุ ใบกิจกรรมที่แจกนักเรียนได้เว้นที่ว่างให้นักเรียนตอบเป็นรายข้อ

ใบกิจกรรมที่ 11

จงหาช่วงซึ่งทำให้ฟังก์ชันที่กำหนดให้แต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด

1. $y = 3 - 2x - x^2$
2. $y = 2x^2 - 8x - 3$
3. $y = x^3 - x^2 - 8x$
4. $y = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 5$

หมายเหตุ ใบกิจกรรมที่แจกนักเรียน ได้เว้นที่ว่างให้นักเรียนตอบเป็นรายชื่อ

ใบกิจกรรมที่ 12

จงแสดงวิธีทำ

1. จงหาค่าวิกฤต ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ และจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ของฟังก์ชัน $y = x^2 + 4x + 8$
2. จงหาค่าสูงสุดสัมพัทธ์ และจุดสูงสุดสัมพัทธ์ของฟังก์ชัน $y = -x^2 + 4x - 5$
3. จงหาค่าสูงสุดสัมพัทธ์ และต่ำสุดสัมพัทธ์ของฟังก์ชัน $y = 5x^3 - 3x^5$

หมายเหตุ ใบกิจกรรมที่แจกนักเรียน ได้เว้นที่ว่างให้นักเรียนตอบเป็นรายข้อ

ใบกิจกรรมที่ 13

จงแสดงวิธีทำ

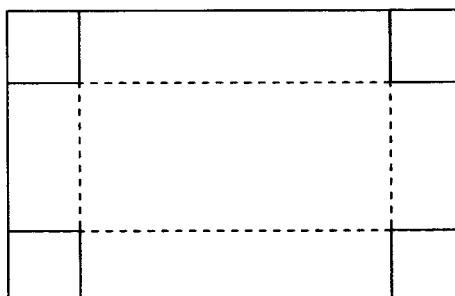
1. กำหนด $f(x) = 2x^3 - x^2 - 4x - 1$ จงหาค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ และจุดต่ำสุดสัมบูรณ์ของ f ในช่วง $[-1, 2]$
2. กำหนด $f(x) = x^4 - 8x^2 + 16$ จงหาค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ และจุดต่ำสุดสัมบูรณ์ของ f ในช่วง $[-3, 4]$

หมายเหตุ ใบกิจกรรมที่แจกนักเรียนได้เว้นที่ว่างให้นักเรียนตอบเป็นรายข้อ

ใบกิจกรรมที่ 14

จงแสดงวิธีทำ

1. ในการผลิตสินค้าชนิดหนึ่งของบริษัทแห่งหนึ่งเสียค่าใช้จ่ายหน่วยละ $0.2x + 4 + \frac{400}{x}$ บาท รัฐบาลเก็บค่าภาษีอีกหน่วยละ 22 บาท บริษัทขายหน่วยละ $400 - 2x$ บาท โดยที่ x หมายถึงจำนวนหน่วยที่ผลิตต่อเดือน ถ้าให้ได้กำไรต่อเดือนมากที่สุด บริษัทจะต้องผลิตสินค้าเป็นจำนวนเท่าใด
2. ในการประมาณการปลูกลิ้นสำปะหลัง พบว่าถ้าขุดมันสำปะหลังขณะนี้จะได้สำปะหลัง 100 กิโลกรัมและขายได้กิโลกรัมละ 1.50 บาท ถ้ายังไม่ขุดและรอต่อไปจะได้มันสำปะหลังเพิ่มขึ้น สัปดาห์ละ 10 กิโลกรัม แต่ราคาลดลงไปสัปดาห์ละ 0.05 บาทต่อกิโลกรัม ดังนั้นควรขุดมันสำปะหลังเมื่อใดจึงจะได้กำไรจากการขายมากที่สุด
3. พ่อค้าซื้อข้าวสารมาถังละ 50 บาท ถ้าเขาขายถังละ 80 บาท ใน 1 เดือนขายได้ 1,000 ถัง แต่ถ้าเขาลดราคาขายถังละ x บาท เขาจะขายข้าวสารได้เพิ่มขึ้นอีกเดือนละ $50x$ ถัง ดังนั้นเขาจะได้กำไรมากที่สุดจากจำนวนที่ขายได้ใน 1 เดือน เมื่อเขาตั้งราคาขายถังละเท่าใด
4. ต้องการนำลวดหนาม 1000 เมตร มากั้นพื้นที่ที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยที่มีด้านหนึ่งติดริมรั้วบ้านซึ่งไม่ต้องขึงลวดหนาม จงหาขนาดของสี่เหลี่ยมรูปดังกล่าวที่ทำให้ได้พื้นที่มากที่สุด
5. แผ่นโลหะรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 6 เซนติเมตร และยาว 8 เซนติเมตร ตัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มุมทั้งสี่ยาว x เซนติเมตร แล้วพับตามรอยเส้นประตามรูป เพื่อประกอบเป็นกล่องฝาเปิด x จะมีค่าเท่าไรกล่องจึงจะมีปริมาตรมากที่สุด

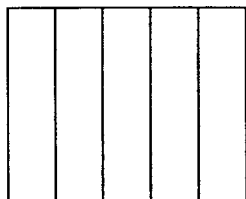


6. สามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีด้านประกอบมุมฉาก 5 และ 6 เซนติเมตร ตามลำดับ สี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้านกว้างและด้านยาวแนบอยู่บนด้านประกอบมุมฉากของสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่มากที่สุดที่สามารถบรรจุได้ในสามเหลี่ยมนี้มีพื้นที่กี่ตารางนิ้ว
7. สี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีพื้นที่มากที่สุดที่สามารถบรรจุอยู่ในรูปครึ่งวงกลมที่มีรัศมีเท่ากับ 6 จะมีความยาวยาวกว่าความกว้างเท่าใด

หมายเหตุ ใบกิจกรรมที่แจกนักเรียนได้เว้นที่ว่างให้นักเรียนตอบเป็นรายชื่อ

ใบกิจกรรม 15

1. ชายคนหนึ่งมีไม้ระแนงสำหรับทำรั้วได้ยาว 120 เมตร ถ้าเขาต้องการล้อมรั้วรอบบริเวณรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า พร้อมทั้งกันเป็น 5 ช่องเท่า ๆ กัน ดังรูป พื้นที่มากที่สุดที่เขาล้อมรั้วได้เท่ากับเท่าใด



2. พ่อค้าคนหนึ่งผลิตสินค้าขายได้ x ชิ้นใน 1 สัปดาห์ โดยขายไปชิ้นละ p บาท ถ้าราคาและจำนวนสินค้าที่ขายได้มีความสัมพันธ์ ซึ่งเขียนในรูปสมการได้เป็น $p = 200 - 0.04x$ เขาจะต้องผลิตสินค้าออกขายสัปดาห์ละกี่ชิ้นจึงจะได้กำไรมากที่สุด ทั้งนี้ในการที่จะผลิตสินค้า x ชิ้นต้องลงทุน $600 + 25x$ บาท
3. ในการทดลองทางสถิติครั้งหนึ่ง เป็นที่ยอมรับกันว่าจะได้ผลผลิตมากขึ้น ถ้าใส่ปุ๋ยมากขึ้น (ไม่ใส่มากเกินไป) ให้ f เป็นจำนวนปุ๋ยที่ใช้หน่วยเป็นกิโลกรัมต่อไร่ c เป็นปริมาณผลผลิตที่ได้หน่วยเป็นถังต่อไร่ ถ้า $c = 20 + 24f - f^2$ แล้วจะต้องใส่ปุ๋ยเท่าใดจึงจะได้ผลผลิตมากที่สุด
4. สามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีด้านทั้งสามยาว 3, 4 และ 5 นิ้ว ตามลำดับ สี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้านกว้างและด้านยาวแนบอยู่บนด้านประกอบมุมฉากของสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่มากที่สุดที่สามารถบรรจุได้ในสามเหลี่ยมนี้มีพื้นที่กี่ตารางนิ้ว

หมายเหตุ ใบกิจกรรมที่แจกนักเรียนได้เว้นที่ว่างให้นักเรียนตอบเป็นรายข้อ

แบบทดสอบเรียนหลังเรียน

วิชาคณิตศาสตร์ (ค 43202)

เรื่อง แคลคูลัส

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

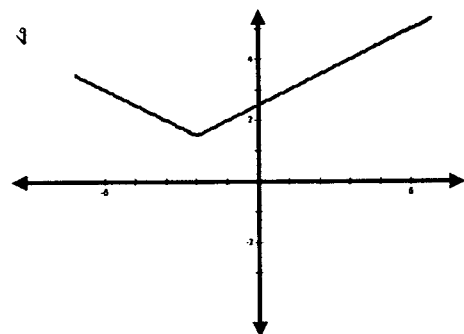
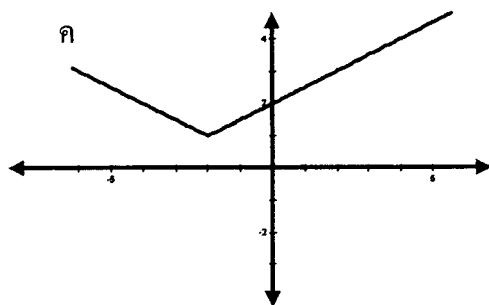
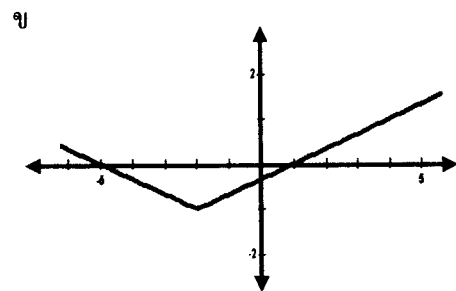
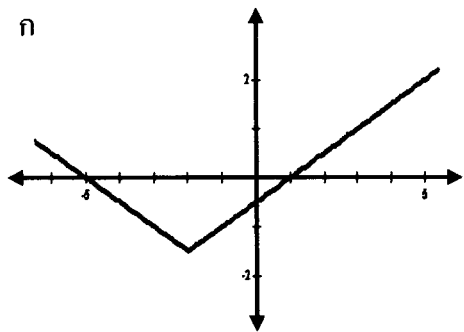
ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น ม.6/.....เลขที่.....

คำชี้แจง

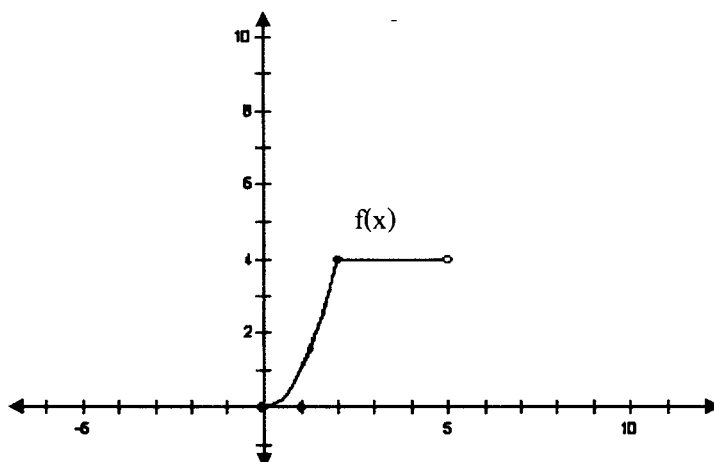
- แบบทดสอบฉบับนี้มีจำนวน 22 ข้อ คะแนนเต็ม 30 คะแนน โดยแบ่งเป็น 2 ตอน
 - ตอนที่ 1 เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว 20 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน
 - ตอนที่ 2 แสดงวิธีทำอย่างละเอียด 2 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน
- ใช้เวลาในการทำข้อสอบ 90 นาที

ตอนที่ 1 จงทำเครื่องหมาย X ทับตัวเลือกที่ถูกต้องที่สุดลงในกระดาษคำตอบ ถ้าไม่ต้องการให้ทำเครื่องหมาย ✖ (20 คะแนน)

1. กราฟในข้อใดเป็นกราฟของฟังก์ชัน $y = \frac{|x+2|+3}{2}$



2. กราฟต่อไปนี้เป็นกราฟของฟังก์ชันในข้อใด



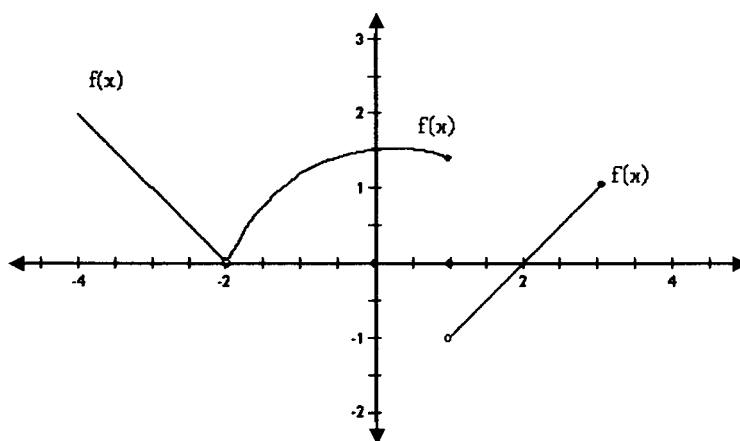
ก. $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; 0 \leq x < 2 \\ 4 & ; x > 5 \end{cases}$

ข. $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; 0 \leq x \leq 2 \\ 4 & ; 2 \leq x < 5 \end{cases}$

ค. $f(x) = \begin{cases} x^3 & ; 0 < x \leq 2 \\ 4 & ; x > 5 \end{cases}$

ง. $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; 0 \leq x \leq 2 \\ 4 & ; x < 5 \end{cases}$

3. พิจารณากราฟต่อไปนี้



จากกราฟ $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. -2

ข. -1

ค. 0

ง. หาค่าไม่ได้

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x - 2}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 7

ข. 0

ค. -7

ง. หาค่าไม่ได้

5. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} 3x - 6 & ; x < 3 \\ x - 1 & ; x \geq 3 \end{cases}$ ข้อใดต่อไปนี้ไม่จริง

ก. $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 3$

ข. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 1$

ค. $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 2$

ง. $f(3) = 2$

6. กำหนดฟังก์ชัน $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{x^2 - 1}$ ถ้าต้องการให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องในช่วง $[-2, 2]$ แล้วจะต้องนิยามเพิ่มตามข้อใดต่อไปนี้

ก. $f(-1) = -4$ และ $f(1) = 2$

ข. $f(-1) = 2$ และ $f(1) = -4$

ค. $f(-1) = -4$ และ $f(1) = -2$

ง. $f(-1) = 4$ และ $f(1) = -2$

7. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9} & ; x \neq 3 \\ h & ; x = 3 \end{cases}$

ถ้าฟังก์ชัน f ต่อเนื่องที่ $x = 3$ แล้ว $h + 2$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 0

ข. 2

ค. 4

ง. 6

จงพิจารณาฟังก์ชัน $f(x) = \begin{cases} -1 & ; \quad x \leq -1 \\ \frac{x-5}{x-2} & ; \quad -1 < x < 2 \\ 2x-3 & ; \quad x \geq 2 \end{cases}$ เพื่อตอบคำถามข้อที่ 8-9

8. ข้อใดต่อไปนี้เป็นไม่จริง

ก. $f(2) = 1$

ข. $f(-1) = -1$

ค. $f(2)$ มีค่ามากกว่า $f(-1)$

ง. $f(2)$ หาค่าไม่ได้

9. ข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกต้อง

ก. $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 1$

ข. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$

ค. $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ หาค่าไม่ได้

ง. $f(x)$ ฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = -1$

10. ถ้า $f(x) = \frac{x^5 + 3x^2 - x + 10}{5}$ แล้ว $f'(x)$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $\frac{5x^4 + 6x - 1}{5}$

ข. $\frac{5x^4 + 3x^2 - 1}{5}$

ค. $\frac{5x^4 + 6x - 1}{25}$

ง. $\frac{5x^5 + 6x^2 - x}{5}$

11. ถ้า $f(x) = \sqrt{x+14}$ แล้ว $f'(x)$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $\frac{\sqrt{x+14}}{2}$

ข. $\frac{x+14}{2\sqrt{x+14}}$

ค. $\frac{1}{2\sqrt{x+14}}$

ง. $\frac{1}{\sqrt{x+14}}$

17. สมการของเส้นสัมผัสโค้ง $y = 3x^2 - 5x - 7$ ที่ผ่านจุด $(1, -9)$ คือสมการในข้อใด

ก. $y - x + 10 = 0$

ข. $y + x + 2 = 0$

ค. $y + 13x - 10 = 0$

ง. $y - 13x + 10 = 0$

กำหนดฟังก์ชัน $f(x) = 7x^5 - 5x^7$ เพื่อตอบคำถามข้อที่ 18-20

18. ค่าวิกฤตของ f คือข้อใด

ก. -1 และ 1

ข. -1 และ 0

ค. 0 และ 1

ง. $-1, 0$ และ 1

19. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 1$ และมีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ที่ $x = -1$

ข. f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 0$ และมีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ที่ $x = -1$

ค. f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 1$ และมีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 0$

ง. f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 0$ และไม่มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์

20. ข้อใดต่อไปนี้จริง

ก. f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์เท่ากับ -2

ข. f มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์เท่ากับ -2

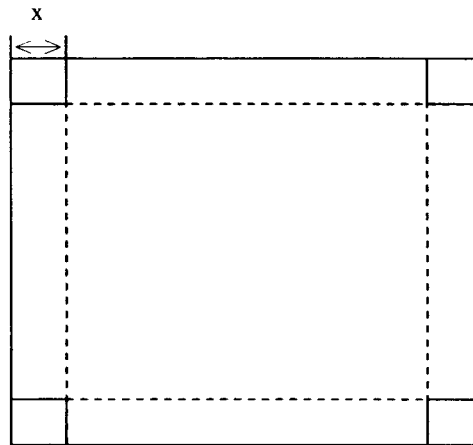
ค. f มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์เท่ากับ -8

ง. f ไม่มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์

ตอนที่ 2 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

1. ในการทดลองทางสถิติครั้งหนึ่ง เป็นที่ยอมรับกันว่า จะได้ผลผลิตมากขึ้น ถ้าใส่ปุ๋ยมากขึ้น (ไม่ใส่มากจนเกินไป) ให้ x เป็นจำนวนปุ๋ยที่ใช้หน่วยเป็นกิโลกรัมต่อไร่ $f(x)$ เป็นปริมาณผลผลิตที่ได้หน่วยเป็นถังต่อไร่ ถ้า $f(x) = 24 + 20x - x^2$ แล้วจะต้องใช้ปุ๋ยเท่าใดจึงจะได้ผลผลิตมากที่สุด

2. แผ่นโลหะรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 10 นิ้ว ต้องการตัดมุมทั้งสี่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ x นิ้ว แล้วพับตามรอยเส้นประตามรูป เพื่อประกอบเป็นกล่องฝาเปิด กล่องจึงจะมีปริมาตรมากที่สุดเท่ากับเท่าใด



กระดาษคำตอบ

ชื่อ.....นามสกุล..... ชั้น ม. 6 /.....เลขที่.....

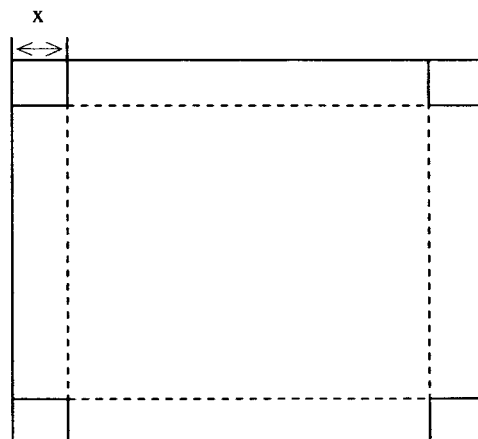
ตอนที่ 1 จงทำเครื่องหมาย × ทับตัวเลือกที่ถูกต้องที่สุดลงในกระดาษคำตอบ (20 คะแนน)

ข้อ ตัวเลือก	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
ก																					
ข																					
ค																					
ง																					

ตอนที่ 2 แสดงวิธีทำอย่างละเอียด (10 คะแนน)

1. ในการทดลองทางสถิติครั้งหนึ่ง เป็นที่ยอมรับกันว่าจะได้ผลผลิตมากขึ้น ถ้าใส่ปุ๋ยมากขึ้น (ไม่ใส่มากจนเกินไป) ให้ x เป็นจำนวนปุ๋ยที่ใช้หน่วยเป็นกิโลกรัมต่อไร่ $f(x)$ เป็นปริมาณผลผลิตที่ได้หน่วยเป็นถังต่อไร่ ถ้า $f(x) = 24 + 20x - x^2$ แล้วจะต้องใช้ปุ๋ยเท่าใดจึงจะได้ผลผลิตมากที่สุด

2. แผ่นโลหะรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 10 นิ้ว ต้องการตัดมุมทั้งสี่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ x นิ้ว แล้วพับตามรอยเส้นประตามรูป เพื่อประกอบเป็นกล่องฝาเปิด กล่องจึงจะมีปริมาตรมากที่สุดเท่ากับเท่าใด



หมายเหตุ ในข้อสอบที่แจกนักเรียนได้เว้นที่ว่างให้นักเรียนตอบเป็นรายชื่อ

เกณฑ์การให้คะแนน

ตอนที่ 1

ให้ 1 คะแนน เมื่อนักเรียนเลือกคำตอบได้ถูกต้อง

ให้ 0 คะแนน เมื่อนักเรียนเลือกคำตอบผิด

ตอนที่ 2

ข้อที่ 1

ให้ 5 คะแนน เมื่อนักเรียนหาอนุพันธ์อันดับ 1 ค่าวิกฤต อนุพันธ์อันดับที่ 2 ตรวจสอบ
ค่าสูงสุดสัมพัทธ์หรือค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ และหาคำตอบและตอบคำถามได้ถูกต้อง

ให้ 4 คะแนน เมื่อนักเรียนหาอนุพันธ์อันดับ 1 ค่าวิกฤต อนุพันธ์อันดับที่ 2 และตรวจสอบ
ค่าสูงสุดสัมพัทธ์หรือค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ได้ถูกต้อง

ให้ 3 คะแนน เมื่อนักเรียนหาอนุพันธ์อันดับ 1 ค่าวิกฤต และอนุพันธ์อันดับที่ 2 ได้ถูกต้อง

ให้ 2 คะแนน เมื่อนักเรียนหาอนุพันธ์อันดับ 1 และหาค่าวิกฤตได้ถูกต้อง

ให้ 1 คะแนน เมื่อนักเรียนหาอนุพันธ์อันดับ 1 ได้ถูกต้อง

ให้ 0 คะแนน เมื่อนักเรียนไม่ได้แสดงวิธีการหาคำตอบใด ๆ เลย หรือทำผิด

ข้อที่ 2

ให้ 5 คะแนน เมื่อนักเรียนกำหนดฟังก์ชัน หาอนุพันธ์อันดับ 1 ค่าวิกฤต อนุพันธ์อันดับที่
2 ตรวจสอบค่าสูงสุดสัมพัทธ์หรือค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ และตอบคำถามได้ถูกต้อง

ให้ 4 คะแนน เมื่อนักเรียนกำหนดฟังก์ชัน หาอนุพันธ์อันดับ 1 และค่าวิกฤต อนุพันธ์อันดับที่
2 และตรวจสอบค่าสูงสุดสัมพัทธ์หรือค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ได้ถูกต้อง

ให้ 3 คะแนน เมื่อนักเรียนกำหนดฟังก์ชัน หาอนุพันธ์อันดับ 1 และค่าวิกฤตได้ถูกต้อง

ให้ 2 คะแนน เมื่อนักเรียนกำหนดฟังก์ชันและหาอนุพันธ์อันดับ 1 ได้ถูกต้อง

ให้ 1 คะแนน เมื่อนักเรียนกำหนดฟังก์ชันได้ถูกต้อง

ให้ 0 คะแนน เมื่อนักเรียนไม่ได้แสดงวิธีการหาคำตอบใด ๆ เลยหรือทำผิด

เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

ตอนที่ 1

- | | |
|-------|-------|
| 1. ง | 11. ค |
| 2. ข | 12. ข |
| 3. ค | 13. ก |
| 4. ก | 14. ง |
| 5. ข | 15. ง |
| 6. ค | 16. ค |
| 7. ข | 17. ก |
| 8. ง | 18. ง |
| 9. ค | 19. ก |
| 10. ก | 20. ข |

ตอนที่ 2

1. ในการทดลองทางสถิติครั้งหนึ่ง เป็นที่ยอมรับกันว่า จะได้ผลผลิตมากขึ้น ถ้าใส่ปุ๋ยมากขึ้น (ไม่ใส่มากเกินไป) ให้ x เป็นจำนวนปุ๋ยที่ใช้หน่วยเป็นกิโลกรัมต่อไร่ $f(x)$ เป็นปริมาณผลผลิตที่ได้หน่วยเป็นถังต่อไร่ ถ้า $f(x) = 24 + 20x - x^2$ แล้วจะต้องใส่ปุ๋ยเท่าใดจึงจะได้ผลผลิตมากที่สุด

วิธีทำ

ให้ $f(x)$ เป็นจำนวนปุ๋ยที่ใช้หน่วยเป็นกิโลกรัมต่อไร่

x เป็นปริมาณผลผลิตที่ได้หน่วยเป็นถังต่อไร่

$$\text{จะได้ } f(x) = 24 + 20x - x^2$$

$$f'(x) = 20 - 2x$$

$$\text{ถ้า } f'(x) = 0 \text{ จะได้}$$

$$20 - 2x = 0$$

$$x = 10$$

ดังนั้นค่าวิกฤตของฟังก์ชัน f คือ 10

$$\text{จาก } f'(x) = 20 - 2x$$

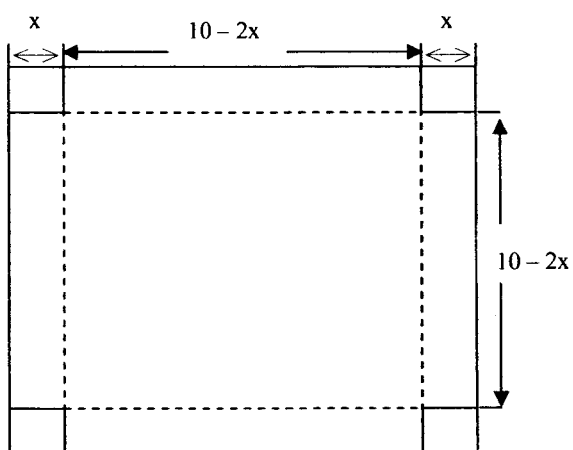
$$f''(x) = -2$$

$$f''(10) = -2 < 0$$

ฟังก์ชัน f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 10$

ดังนั้น จะต้องใช้ปุ๋ย 10 กิโลกรัมต่อไร่ จึงจะได้ผลผลิตมากที่สุด

2. แผ่นโลหะรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 10 นิ้ว ต้องการตัดมุมทั้งสี่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ x นิ้ว แล้วพับตามรอยเส้นประตามรูป เพื่อประกอบเป็นกล่องฝาเปิด กล่องจึงจะมีปริมาตรมากที่สุดเท่ากับเท่าใด



วิธีทำ

ให้ $V(x)$ เป็นปริมาตรของกล่อง เมื่อ x เป็นความยาวของด้านสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออก จะเห็นว่า $0 < x < 5$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } V(x) &= (10 - 2x)^2 x \\ &= 4x^3 - 40x^2 + 100x \end{aligned}$$

$$V'(x) = 12x^2 - 80x + 100$$

ถ้า $V'(x) = 0$ จะได้

$$12x^2 - 80x + 100 = 0$$

$$3x^2 - 20x + 25 = 0$$

$$(3x - 5)(x - 5) = 0$$

$$x = \frac{5}{3} \quad \text{หรือ} \quad x = 5$$

เนื่องจาก $x = 5$ เป็นจุดปลายช่วง $[0, 5]$ ดังนั้น $x = 5$ ไม่ใช่ค่าวิกฤตของฟังก์ชัน V

ดังนั้นค่าวิกฤตของฟังก์ชัน V คือ $\frac{5}{3}$

$$\text{จาก } V'(x) = 12x^2 - 80x + 100$$

$$V''(x) = 24x - 80$$

$$v''\left(\frac{5}{3}\right) = -40 < 0$$

ฟังก์ชัน v มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = \frac{5}{3}$ และมีค่าเท่ากับ $v\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{2000}{7}$

ต่อไปจะทดสอบว่าที่จุดปลายช่วงให้ค่าสูงสุดสัมบูรณ์หรือไม่ เมื่อ $x = 0$ จะได้ $v(0) = 0$ และเมื่อ $x = 5$ จะได้ $v(5) = 0$ นั่นคือที่ $x = 0$ และ $x = 5$ ไม่ใช่ค่าสูงสุดสัมบูรณ์

ดังนั้น $x = \frac{5}{3}$ นิ้ว ก่อจะมีปริมาตรมากที่สุดเท่ากับ $\frac{2000}{27} \approx 74.074$ ลูกบาศก์นิ้ว

ภาคผนวก ข
ตารางแสดงข้อมูล

ตารางที่ 1 การเปรียบเทียบคะแนนก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนจำนวน 36 คน

เลขที่	ก่อนเรียน		รวม 30	หลังเรียน		รวม 30
	ตอนที่ 1	ตอนที่ 2		ตอนที่ 1	ตอนที่ 2	
1	11	0	11	9	5	14
2	10	0	10	17	5	22
3	14	2	16	19	2	21
4	10	1	11	16	8	24
5	14	0	14	20	6	26
6	13	1	14	13	2	15
7	12	2	14	17	7	24
8	10	3	13	10	6	16
9	4	0	4	14	3	17
10	6	0	6	16	1	17
11	10	2	12	19	9	28
12	10	0	10	19	5	24
13	17	1	18	15	6	21
14	18	5	23	20	5	25
15	1	2	3	17	9	26
16	12	2	14	12	3	15
17	9	0	9	17	6	23
18	12	0	12	14	6	20
19	10	1	11	18	9	27
20	13	0	13	15	2	17
21	18	5	23	17	3	20
22	12	5	17	20	10	30
23	11	0	11	7	1	8
24	14	5	19	19	5	24

เลขที่	ก่อนเรียน		รวม 30	หลังเรียน		รวม 30
	ตอนที่ 1	ตอนที่ 2		ตอนที่ 1	ตอนที่ 2	
25	8	2	10	18	8	26
26	14	5	19	18	6	24
27	11	0	11	16	4	20
28	10	1	11	14	2	16
29	11	0	11	12	9	21
30	18	3	21	17	3	20
31	11	1	12	13	1	14
32	16	5	21	19	6	25
33	12	0	12	10	5	15
34	7	4	11	16	5	21
35	14	3	17	18	5	23
36	14	0	14	16	5	21
รวม	417	61	478	567	183	750

ตารางที่ 2 ค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง แคลคูลัส รายวิชา คณิตศาสตร์หลัก (ค 43202) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 20 ข้อ

ข้อที่	ค่าความยากง่าย		ค่าอำนาจจำแนก	
	P	ความหมาย	r	ความหมาย
1	0.625	ค่อนข้างง่าย	0.55	ดีมาก
2	0.65	ค่อนข้างง่าย	0.3	ดี
3	0.425	ปานกลาง	0.25	ปานกลาง
4	0.775	ค่อนข้างง่าย	0.35	ดี
5	0.725	ค่อนข้างง่าย	0.35	ดี
6	0.475	ปานกลาง	0.25	ปานกลาง
7	0.675	ค่อนข้างง่าย	0.55	ดีมาก
8	0.8	ค่อนข้างง่าย	0.2	ปานกลาง
9	0.65	ค่อนข้างง่าย	0.5	ดีมาก
10	0.675	ค่อนข้างง่าย	0.45	ดีมาก
11	0.65	ค่อนข้างง่าย	0.6	ดีมาก
12	0.4	ปานกลาง	0.4	ดีมาก
13	0.525	ปานกลาง	0.25	ปานกลาง
14	0.6	ค่อนข้างง่าย	0.2	ปานกลาง
15	0.35	ค่อนข้างยาก	0.5	ดีมาก
16	0.675	ค่อนข้างง่าย	0.65	ดีมาก
17	0.6	ค่อนข้างง่าย	0.4	ดีมาก
18	0.525	ปานกลาง	0.35	ดี
19	0.725	ค่อนข้างง่าย	0.25	ปานกลาง
20	0.375	ค่อนข้างยาก	0.35	ดี

ตารางที่ 3 แสดงค่าสถิติ T-Test

T-Test**Paired Samples Statistics**

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	PRETEST	13.2778	36	4.71236	.78539
	POSTTEST	20.8333	36	4.78987	.79831

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	PRETEST & POSTTEST	36	.192	.262

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	PRETEST - POSTTEST	-7.5556	6.04008	1.00668	-9.5992	-5.5119	-7.505	35	.000

ตารางที่ 4 แสดงร้อยละของความคิดเห็นของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชา
คณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ ของนักเรียน 36 คน

รายการ	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่เห็น ด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
1. สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยให้มีความเข้าใจเนื้อหาใน บทเรียนมากยิ่งขึ้น	3 (8.33)	23 (63.89)	8 (22.22)	2 (5.56)	0 (0)
2. สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยให้บทเรียนน่าสนใจมากยิ่งขึ้น	5 (13.89)	23 (63.89)	8 (22.22)	0 (0)	0 (0)
3. การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยให้นักเรียนเรียน คณิตศาสตร์ดีขึ้น	2 (5.56)	12 (33.33)	20 (55.55)	2 (5.56)	0 (0)
4. การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ทำให้ประหยัดเวลาในการ เรียน	2 (5.56)	17 (47.22)	13 (36.11)	4 (11.11)	0 (0)
5. การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยให้เกิดความคิดรวบยอด เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ดี	3 (8.33)	14 (38.89)	19 (52.78)	0 (0)	0 (0)
6. การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยให้การอธิบายของครู ชัดเจนขึ้น	3 (8.33)	23 (63.89)	10 (27.78)	0 (0)	0 (0)
7. การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยให้สามารถเชื่อมโยง ความรู้ใหม่กับความรู้เดิมได้ดี	4 (11.11)	20 (55.55)	11 (30.56)	1 (2.78)	0 (0)
8. การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยให้นักเรียนกระตือรือร้น ในการเรียนคณิตศาสตร์ เพิ่มขึ้น	4 (11.11)	10 (27.78)	19 (52.78)	3 (8.33)	0 (0)
9. การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์ ง่ายมากยิ่งขึ้น	4 (11.11)	9 (25.00)	13 (36.11)	10 (27.78)	0 (0)
10. ชอบเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้การใช้ สื่อคอมพิวเตอร์	3 (8.33)	12 (33.33)	15 (41.68)	3 (8.33)	3 (8.33)
รวม	33 (9.17)	163 (45.28)	136 (37.78)	25 (6.94)	3 (0.83)

ตารางที่ 5 ค่าดัชนีของความสอดคล้องกันระหว่างข้อทดสอบแต่ละกระทงกับผลการเรียนรู้ที่
คาดหวังเชิงพฤติกรรมที่ต้องการวัด (IOC) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง
แคลคูลัส รายวิชาคณิตศาสตร์ ค 43202 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 2 ตอน

ตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ

ตอนที่ 2 แบบแสดงวิธีทำ 2 ข้อ

ตอนที่	ข้อที่	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	รวม	IOC
1	1.	+1	+1	+1	3.00	1.00
	2.	+1	+1	+1	3.00	1.00
	3.	+1	+1	+1	3.00	1.00
	4.	+1	+1	+1	3.00	1.00
	5.	+1	+1	+1	3.00	1.00
	6.	+1	+1	+1	3.00	1.00
	7.	+1	+1	+1	3.00	1.00
	8.	+1	+1	0	2.00	0.67
	9.	+1	0	+1	2.00	0.67
	10.	+1	+1	+1	3.00	1.00
	11.	+1	+1	+1	3.00	1.00
	12.	+1	+1	+1	3.00	1.00
	13.	+1	+1	+1	3.00	1.00
	14.	+1	+1	+1	3.00	1.00
	15.	+1	+1	+1	3.00	1.00
	16.	+1	+1	+1	3.00	1.00
	17.	+1	+1	+1	3.00	1.00
	18.	+1	+1	+1	3.00	1.00
	19.	+1	+1	+1	3.00	1.00
	20.	+1	+1	+1	3.00	1.00
2	1	+1	+1	+1	3.00	1.00
	2	+1	+1	+1	3.00	1.00

แบบประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่อง แคลคูลัส วิชา คณิตศาสตร์หลัก (ค 43202) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

.....

คำชี้แจง โปรดทำเครื่องหมาย ✓ ให้ตรงกับความคิดเห็นของท่าน

+1 หมายถึง แนใจว่าข้อสอบมีความเกี่ยวข้องมากที่สุดกับพฤติกรรมที่ต้องการวัด

0 หมายถึง แนใจว่าข้อสอบมีความเกี่ยวข้องเพียงเล็กน้อยกับพฤติกรรมที่ต้องการวัด

-1 หมายถึง แนใจว่าข้อสอบไม่เกี่ยวข้องกับพฤติกรรมที่ต้องการวัดเลย

	ข้อ	+1	0	-1
	1			
	2			
	3			
	4			
	5			
	6			
	7			
	8			
	9			
ตอนที่ 1	10			
	11			
	12			
	13			
	14			
	15			
	16			
	17			
	18			
	19			
	20			

ตอนที่ 2	ข้อ	+1	0	-1
	1			
	2			

ลงชื่อ ผู้ประเมิน

(.....)

ตำแหน่ง.....

**แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียน
ที่มีต่อจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส
วิชาคณิตศาสตร์หลัก (ค 43202) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์**

คำชี้แจง

1. แบบสอบถามนี้ต้องการให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นหรือความเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส วิชาคณิตศาสตร์หลัก (ค 43202) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ ความคิดเห็นของนักเรียนเป็นความคิดเห็นเฉพาะบุคคลไม่มีผิดหรือถูก ดังนั้นขอให้นักเรียนตอบให้ตรงกับความรู้สึกของนักเรียนมากที่สุด และขอให้นักเรียนพิจารณาข้อเสนอแนะด้วยความตั้งใจ
2. ในแต่ละข้อจะมีข้อความกำหนดให้ ขอให้นักเรียนอ่านข้อความให้เข้าใจและแสดงความคิดเห็นด้วยการกาเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของนักเรียน

โปรดกาเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของนักเรียน

รายการ	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่เห็น ด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
1. สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยให้มีความเข้าใจเนื้อหาในบทเรียนมากยิ่งขึ้น					
2. สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยให้บทเรียนน่าสนใจมากยิ่งขึ้น					
3. การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยให้นักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ดีขึ้น					
4. การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ทำให้ประหยัดเวลาในการเรียน					
5. การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยให้เกิดความคิดรวบยอดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ดี					
6. การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยให้การอธิบายของครูชัดเจนขึ้น					
7. การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยให้สามารถเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมได้ดี					
8. การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ช่วยให้นักเรียนกระตือรือร้นในการเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น					
9. การใช้สื่อคอมพิวเตอร์ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์ง่ายมากยิ่งขึ้น					
10. ชอบเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้การใช้สื่อคอมพิวเตอร์					

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

ภาคผนวก ค
ความคิดเห็นของนักเรียน

การรักคอมพิวเตอร์ทำให้การสอนเร็วขึ้นมากทำให้เวลาไม่ค่อยทันแต่ก็ทำให้เห็นภาพ
 อาจารย์จึงทำให้เห็นภาพแต่ก็ไม่ค่อยได้รายละเอียดไปกล่าวทวนซ้ำในขณะสอน
 ดังนั้นความดีของคอมพิวเตอร์คือช่วยทำให้จัดการเรียนการสอนได้ใช้ไปแทนการสอนด้วย
 เป็นตัวเสริมในการเรียนการสอนจะได้ไม่ล้าไปไม่เร็วไปก็อาจจะทำให้วิชาคณิตศาสตร์ช่วยกัน

ข้อเสนอแนะ

ขอเสนอแนะว่าควรสอนมากกว่า ๑ ชั่วโมงต่อสัปดาห์เช่นสอนในคาบวิชา
 คณิตศาสตร์มากกว่า ๑ คาบเรียนหนึ่งสัปดาห์
 เปรียบเทียบการสอนที่นักเรียนได้ใช้คอมพิวเตอร์มากขึ้น

คือว่าคอมพิวเตอร์มีประโยชน์อย่างไรบ้าง
 คือช่วยในการเรียนการสอน
 ช่วยในการคำนวณ
 ช่วยในการจัดการเรียนการสอน
 ช่วยในการจัดการเรียนการสอน
 ช่วยในการจัดการเรียนการสอน

ข้อเสนอแนะ

Programme ใช้งานค่อนข้างยาก จ้าทำให้สับสนกว่า
 การเรียนจากแบบเรียนหนังสือ ยังดีอยู่แต่หน้า computer
 หน่อยจะพิมพ์หรือ เหน็ดเหนื่อยกว่า แต่อย่างไร หนังสือ
 เป็นหนังสือหลักเสมอ

ข้อเสนอแนะ

โปรแกรมใช้สื่อบทเรียนแต่มีข้อดีคือมีความน่าสนใจ ดึงดูด
 ให้นักเรียนสนใจเรียนด้วย และควรระวังปัญหาทางด้านเทคนิค
 เพราะเครื่องอิเล็กทรอนิกส์ถ้าขัดข้อง อาจทำให้การเรียนขัดข้องหรือ
 อาจต้องหยุดการเรียนเลยก็ได้

ข้อเสนอแนะ

..... ดีแล้ว แต่น่าจะหักล้างบ้าง
.....
.....

ข้อเสนอแนะ

..... มารับ ตัวอย่าง ก่อน ให้เขาไป ซัก- ง่าย ตาม (มีต้น ยืนๆ 16-14 กัน ใจ)
..... กัด ขูด ข้างๆ ไปตรงๆ ซัก ทำ ขุด ลอด ล้าง

ข้อเสนอแนะ

..... ชื่อ คอมพิวเตอร์ ในการ ค้นหา เร็วขึ้น มาก งาม ถ้า เป็น เร็ว
..... ชื่อ คอมพิวเตอร์ ใช้ ประสิทธิภาพ มาก

ข้อเสนอแนะ

..... ออกไป มี สี ของ กระจก ใน คอมพิวเตอร์ -
.....

ข้อเสนอแนะ

..... ไปตรงๆ ใช้ งาน มาก ๆ ของ ใน การ ใช้ ไป หน้า หน้า ๑๐๐๐ กว่า ก่อน ทราบ
.....

ข้อเสนอแนะ

..... - ควร ให้ มี ต้น ต้น ปลูก และ ปลูก ปลูก และ ทำ งาน ปลูก ปลูก ปลูก ปลูก
.....

ข้อเสนอแนะ

..... ใช้ เวลา มาก ใน การ คิด ทั้ง ปลูก ปลูก ทำ นี้ เสีย เวลา เสีย
.....
.....

ข้อเสนอแนะ

..... อธิบาย ซ้ำ ลง น้อย เพื่อให้ เข้า ใจ มาก ขึ้น
.....

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ	นางสาววีระนุช บุญถาวร
วัน เดือน ปีเกิด	21 มกราคม พ.ศ. 2523
สถานที่เกิด	อำเภอห้วยยอด จังหวัดตรัง
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2546	ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ.) วิชาเอกคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
พ.ศ. 2547	ประกาศนียบัตรบัณฑิต สาขาวิชาชีพอครุ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2551	ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (ศษ.ม.) แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน วิชาเอกมัธยมศึกษา(คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
สถานที่ทำงาน	โรงเรียนจิตรลดา บริเวณพระตำหนักจิตรลดารโหฐาน พระราชวังดุสิต ถนนราชวิถี แขวงสวนจิตรลดา เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร 10303
ตำแหน่ง	ครู คศ.1