

ผลการสอนโดยใช้วิธีนिरนัย เรื่อง อัตรส่วนตรีโกณมิติ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์  
ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5  
โรงเรียนสุรธรรมพิทักษ์ จังหวัดนครราชสีมา

นายกิติรัฐ เอกศาสตร์

การศึกษาค้นคว้าอิสระนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต  
แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

พ.ศ. 2560

**The Effects of Deductive Teaching Method in the Topic of Trigonometric Ratios  
on Mathematics Learning Achievement of Mathayom Suksa V Students at  
Surathampitak School in Nakhon Ratchasima Province**

**Mr. Kitirat Ekasart**

An Independent Study Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for  
the Degree of Master of Education in Curriculum and Instruction

School of Educational Studies

Sukhothai Thammathirat Open University

2017

**หัวข้อการศึกษาค้นคว้าอิสระ** ผลการสอนโดยใช้วิธีนิรนัย เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ  
ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสุรธรรมพิทักษ์ จังหวัดนครราชสีมา

**ชื่อและนามสกุล** นายกิติรัฐ เอกศาสตร์

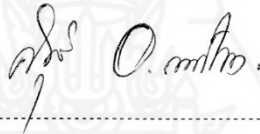
**แขนงวิชา** หลักสูตรและการสอน

**สาขาวิชา** ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

**อาจารย์ที่ปรึกษา** อาจารย์ ดร.สุรรัตน์ อารีรักษ์สกุล ก้องโลก

การศึกษาค้นคว้าอิสระนี้ ได้รับความเห็นชอบให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรระดับปริญญาโท เมื่อวันที่ 29 มิถุนายน 2561

คณะกรรมการสอบการศึกษาค้นคว้าอิสระ



ประธานกรรมการ

(อาจารย์ ดร.สุรรัตน์ อารีรักษ์สกุล ก้องโลก)



กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วินิจ เทือกทอง)



(รองศาสตราจารย์ ดร.ทวีวัฒน์ วัฒนกุลเจริญ)

ประธานกรรมการประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์

**ชื่อการศึกษาค้นคว้าอิสระ** ผลการสอนโดยใช้วิธีนินัย เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่มีต่อ  
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา  
ปีที่ 5 โรงเรียนสุรธรรมพิทักษ์ จังหวัดนครราชสีมา

**ผู้ศึกษา** นายกิติรัฐ เอกศาสตร์ **รหัสนักศึกษา** 2542103367

**ปริญญา**ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (หลักสูตรและการสอน)

**อาจารย์ที่ปรึกษา** อาจารย์ ดร.สุริรัตน์ อารีรักษ์สกุล ก่องโลก **ปีการศึกษา** 2560

### บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง  
อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนการ  
สอนโดยวิธีนินัย

กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนที่กำลังศึกษาในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2  
ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนสุรธรรมพิทักษ์ จังหวัดนครราชสีมา จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 30 คน  
จัดห้องเรียนแบบคละความสามารถของผู้เรียน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย  
คือ แผนการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยวิธีนินัย เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ และ  
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ ค่าเฉลี่ย  
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที

ผลการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วน  
ตรีโกณมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนินัย สูง  
กว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนินัยอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .05

**คำสำคัญ** การจัดการเรียนการสอน วิธีนินัย อัตราส่วนตรีโกณมิติ คณิตศาสตร์ มัธยมศึกษา



**Independent Study title:** The Effects of Deductive Teaching Method in the Topic of Trigonometric Ratios on Mathematics Learning Achievement of Mathayom Suksa V Students at Surathampitak School in Nakhon Ratchasima Province

**Author** Mr. Kitirat Ekasart; **ID:** 2542103367;

**Degree:** Master of Education (Curriculum and instruction);

**Independent Study advisor:** Dr. Sureerat Areeraksakul Konglok,

**Academic year:** 2017

### Abstract

The purpose of this research was to compare mathematics learning achievements in the topic of Trigonometric Ratios of Mathayom Suksa V students before and after learning from the deductive teaching method.

The sample consisted of 30 Mathayom Suksa V students in an intact heterogeneous classroom of Surathampitak School in Nakhon Ratchasima province during the second semester of the 2018 academic year, obtained by cluster sampling. The employed research instruments were learning management plans for the deductive teaching method on the topic of Trigonometric Ratios, and a mathematics learning achievement test. Statistics employed for data analysis were the mean, standard deviation, and t-test.

Research results revealed that the post-learning mathematics achievement in the topic of Trigonometric Ratios of Mathayom Suksa V Students who learned from the deductive teaching method was significantly higher than their pre-learning mathematics achievement at the .05 level of statistical significance.

**Keywords:** Learning Management, Deductive Teaching Method, Trigonometric Ratios, Mathematics, Mathayom Suksa

## กิตติกรรมประกาศ

การทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความกรุณาเป็นอย่างยิ่งจาก  
รองศาสตราจารย์ ดร.ทวีวัฒน์ วัฒนกุลเจริญ ประธานกรรมการประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช และคณาจารย์ประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช ที่ได้ให้ความรู้ที่ตีเสมอมาตลอดการศึกษา

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วินิจ เทือกทอง ที่ได้ให้ความกรุณาเป็น  
ประธานในการสอบปากเปล่า และแนะนำการแก้ไขข้อผิดพลาดต่างๆ ในงานวิจัยให้มีความ  
สมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.สุรรัตน์ อารีรักษ์สกุล ก้องโลก ที่ได้ให้ความกรุณา  
ให้คำแนะนำช่วยเหลือ และติดตามการทำงานวิจัยในครั้งนี้อย่างใกล้ชิดตลอดมา นับตั้งแต่เริ่มต้น  
จนกระทั่งสำเร็จเรียบร้อยสมบูรณ์ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาของท่านเป็นอย่างยิ่ง

ขอขอบพระคุณท่านผู้อำนวยการ โรงเรียนสุรธรรมพิทักษ์ และกลุ่มสาระการเรียนรู้  
คณิตศาสตร์ที่ได้กรุณาให้ดำเนินการวิจัยตามแผนการวิจัย และให้คำแนะนำในเรื่องการสร้าง  
เครื่องมือ การตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ตลอดจนการดำเนินการทดลองตลอดระยะเวลาในการ  
ทำวิจัย และขอขอบพระคุณคณะครู และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/2 โรงเรียนสุรธรรมพิทักษ์  
ทุกท่านที่เสียสละเวลาและให้ความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนาม

นอกจากนี้ ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ เพื่อนนักศึกษาและผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องในการทำวิจัย  
ครั้งนี้ทุกท่านที่ได้กรุณาให้การ สนับสนุน ช่วยเหลือ และให้กำลังใจตลอดมา

กิติรัฐ เอกศาสตร์

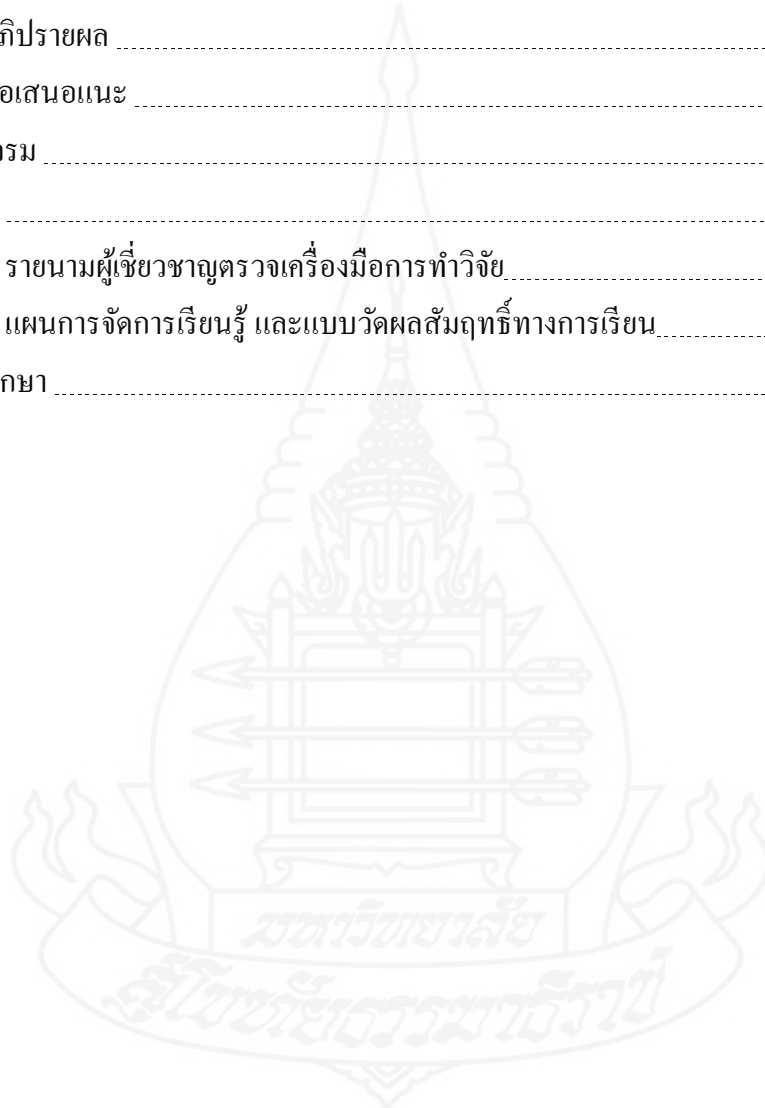
ตุลาคม 2561

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย .....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .....	จ
กิตติกรรมประกาศ .....	ฉ
สารบัญตาราง .....	ฅ
สารบัญภาพ .....	ญ
บทที่ 1 บทนำ .....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา .....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย .....	3
สมมติฐานทางการวิจัย .....	3
ขอบเขตของการวิจัย .....	4
นิยามศัพท์เฉพาะ .....	5
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ .....	5
บทที่ 2 วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง .....	6
แนวคิดเกี่ยวกับการสอนแบบนิรนัย .....	6
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนแบบนิรนัย .....	32
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย .....	39
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง .....	39
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย .....	40
การเก็บรวบรวมข้อมูล .....	68
การวิเคราะห์ข้อมูล .....	69
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล .....	70
ตอนที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลตอนที่ 1 .....	70
ตอนที่ 2 การวิเคราะห์ข้อมูลตอนที่ 1 .....	71

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 5 สรุปการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ .....	74
สรุปการวิจัย .....	74
อภิปรายผล .....	76
ข้อเสนอแนะ .....	77
บรรณานุกรม .....	79
ภาคผนวก .....	83
ก รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการทำวิจัย .....	84
ข แผนการจัดการเรียนรู้ และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน .....	86
ประวัติผู้ศึกษา .....	218



สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 2.1	สรุปความหมายของการสอนแบบนิรนัย ..... 8
ตารางที่ 2.2	สรุปขั้นตอนการสอนแบบนิรนัย ..... 14
ตารางที่ 2.3	การออกแบบกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้การสอนแบบนิรนัย ..... 17
ตารางที่ 2.4	สรุปการศึกษาและวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยวิธีนิรนัย ..... 34
ตารางที่ 3.1	แผนการจัดการเรียนรู้รายชั่วโมง เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับผู้เรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้การสอนแบบนิรนัย ..... 44
ตารางที่ 3.2	ตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ..... 68
ตารางที่ 4.1	คำสถิติบรรยายของตัวแปรผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างก่อน และหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยวิธีนิรนัย ..... 71
ตารางที่ 4.2	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วน ตรีโกณมิติของผู้เรียนก่อน และหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยวิธีนิรนัย ..... 71



ญ

## สารบัญภาพ

ภาพที่ 2.1	กรอบแนวความคิดในการวิจัย .....	หน้า 38
------------	--------------------------------	------------



# บทที่ 1

## บทนำ

### 1. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

เนื่องจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ในช่วงสามปีที่ผ่านมา มีระดับต่ำกว่าเกณฑ์และเป้าหมายที่ทางโรงเรียนกำหนด สาเหตุเนื่องมาจาก เป็นเนื้อหาที่ค่อนข้างยาก ผู้เรียนต้องใช้ทักษะทางด้านการดำเนินการและพีชคณิต และยังคงจดจำ กฎ สูตร และทฤษฎีมากมาย ประกอบกับนักเรียนมองไม่เห็นถึงความสำคัญของการศึกษาเนื้อหาในเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ในส่วนของการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงมีความต้องการให้ผู้เรียนได้เห็นถึงความสำคัญของอัตราส่วนตรีโกณมิติ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ และสนุกกับการเรียนเนื้อหาอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยไม่มองว่าเป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ยาก หรือ ไกลตัวอีกต่อไป ซึ่งในบทนี้จะกล่าวถึงความสำคัญของอัตราส่วนตรีโกณมิติ และการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนิรนัยที่สอดคล้องกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ เพื่อให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีขึ้น

“อัตราส่วนตรีโกณมิติ” เป็นทฤษฎีและความรู้ที่มีสำคัญมาก และได้ถูกบรรจุลงในหลักสูตรรายวิชาคณิตศาสตร์ สาระหลักเรื่อง การวัด โดยในหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานเล่มที่ 2 ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ได้กล่าวถึงอัตราส่วนตรีโกณมิติว่าเป็นอัตราส่วนความยาวของด้านรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งได้แก่ อัตราส่วนไซน์ อัตราส่วนโคไซน์ และอัตราส่วนแทนเจนต์ ของมุมที่มีขนาดระหว่าง  $0^\circ$  ถึง  $90^\circ$  ซึ่งค่าของอัตราส่วนมิติของมุมต่างๆ สามารถหาได้จากตารางค่าตรีโกณ และการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปคำนวณหาหาระยะทาง ความสูง และขนาดมุมของสิ่งต่างๆ อาทิเช่น การหาความสูงของสิ่งปลูกสร้าง การหาความกว้างของแม่น้ำ เป็นต้น โดยได้กำหนดผลการเรียนรู้ที่คาดหวังคือ ผู้เรียนสามารถหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดและสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาในการหาความสูง และระยะทางของสิ่งต่างๆ ได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 2546: 94) แต่การเรียนการสอนเรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของสถานศึกษาในปัจจุบันกลับไม่ได้ผลสัมฤทธิ์ตามที่คาดหวังไว้ โดยจากการรายงานผลการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (O-NET) รายวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของสถานศึกษานั้นมีค่าเฉลี่ยคะแนน กลุ่มสาระการวัด อยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์

และเป้าหมายที่ทางสถานศึกษากำหนด และจากรายงานผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของทางสถานศึกษา พบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ มีระดับต่ำกว่าเกณฑ์และเป้าหมายที่กำหนดด้วยเช่นกัน

เหตุผลเนื่องจาก เนื้อหาอัตราส่วนตรีโกณมิติมีความยาก มีสูตรและความสัมพันธ์ที่ผู้เรียนต้องจำ และต้องอาศัยการคำนวณ และการดำเนินการ ตลอดจนการนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่างๆ โดยปัญหาที่ผู้วิจัยได้พบคือผู้เรียนจำสูตรหรือความสัมพันธ์ไม่ได้ หรือผู้เรียนบางคนสามารถจำสูตรและความสัมพันธ์ได้แต่ไม่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาได้ หรือผู้เรียนไม่สามารถดำเนินการหรือคิดคำนวณได้ ซึ่งส่งผลต่อการศึกษาต่อในเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติและการศึกษาเนื้อหาในสาขาวิชาอื่นที่ต้องอาศัยอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เกี่ยวข้องด้วย เช่น วิชาวิทยาศาสตร์ รายวิชาฟิสิกส์ (จริยา ทศพร 2553, บทนำ)

จากเหตุผลดังกล่าวข้างต้นผู้วิจัยจึงได้วิเคราะห์สาเหตุและพบว่าเป็นผลมาจากรูปแบบการจัดการศึกษาในปัจจุบันมีแนวคิด และรูปแบบการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางและส่งเสริมการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง อาจจะไม่เหมาะสมกับเนื้อหา เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ อย่างที่ได้กล่าวไว้ข้างต้นว่าเนื้อหามีความยาก ผู้เรียนไม่สามารถสร้างองค์ความรู้ สูตรสูตร และความสัมพันธ์ต่างๆ ได้ด้วยตนเอง ตลอดจนคิดคำนวณ ดำเนินการ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ โดยอยู่ภายใต้การชี้แนะ และกิจกรรมที่ครูผู้สอนกำหนด แต่ในทางตรงข้ามผู้เรียนควรได้รับการสอนให้จำนิยาม สูตร ความสัมพันธ์ ต่อด้วยการสาธิต อธิบายการใช้สูตร ไปสู่การดำเนินการตัวอย่างย่อยๆ หลายตัวอย่าง จนผู้เรียนเกิดความคุ้นชิน และฝึกปฏิบัติตามหลายๆ ตัวอย่าง จนเกิดความชำนาญ สุดท้ายยกตัวอย่างเชื่อมโยงกับการแก้ปัญหาต่างๆ เพื่อฝึกการนำไปประยุกต์ใช้ให้กับผู้เรียน ซึ่งวิธีการสอนดังกล่าวสอดคล้องกับวิธีการสอนแบบ *นิรนัย* ซึ่งมีขั้นตอนประกอบไปด้วย 1. ขั้นตอนอธิบายปัญหา โดยปัญหานั้นจะเป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจอยากที่จะเรียน ขั้นที่ 2 ขั้นอธิบาย วางหลักเกณฑ์ เป็นการนำกฎเกณฑ์ สูตร หรือนิยามที่เกี่ยวข้องมาอธิบายผู้เรียน ขั้นที่ 3 การเลือกกฎเกณฑ์ สูตร หรือนิยามต่างๆ ไปใช้ให้เหมาะสมกับปัญหา ขั้นที่ 4 ขั้นพิสูจน์ เป็นการนำกฎเกณฑ์ สูตรหรือนิยามไปใช้ว่าเป็นจริงหรือไม่ (Heinmiller. 1925,Lardizabal. 1970)

จากที่กล่าวมาข้างต้นทางผู้วิจัยได้มีความสนใจที่จะนำการสอนแบบนิรนัยมาใช้จัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยทางผู้วิจัยได้สรุปรูปแบบการสอนนิรนัยเป็น 6 ขั้นตอนที่คล้ายคลึงกับนักวิจัยท่านอื่นๆ ดังนี้ **1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน** ผู้สอนนำนักเรียนเข้าสู่เนื้อหาด้วยวิธีการต่างๆตามลักษณะของเนื้อหาที่จะสอนในคาบเรียนนั้นเช่น การนำเข้าสู่บทเรียนโดยยกตัวอย่างปัญหาที่เกิดขึ้นในปัจจุบัน หรือจากสถานการณ์ที่ใกล้ตัวนักเรียน เป็นต้น **2. ขั้นถ่ายทอดความรู้** ผู้สอนถ่ายทอดความรู้ ทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปที่



ต้องการให้ผู้เรียนได้รู้ โดยใช้คำถามนำและวิธีการอื่นๆตามความเหมาะสม **3. ขั้นนำเข้าสู่ตัวอย่าง** ผู้สอนถ่ายทอดความรู้ไปสู่ตัวอย่างย่อยๆ โดยการใช้ ความรู้ ทฤษฎี หลักการ และกฎ ที่กล่าวไปแล้ว มาใช้แก้ปัญหา **4. ขั้นเน้นย้ำความเข้าใจ** โดยการให้ผู้เรียนทำแบบฝึก หรือ ออกแบบกิจกรรม ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง **5. ขั้นสรุป** ผู้สอนให้ผู้เรียนอภิปรายและสรุปการเรียนรู้ที่เกิดขึ้น **6. ขั้นวัดและประเมินผล** ผู้สอนวัดและประเมินผลผู้เรียนจากสภาพจริง โดยครูให้แบบฝึกหัดเพิ่มเติมจากใบงานฝึกปฏิบัติในคาบเรียน หรือสถานการณ์ที่แตกต่างออกไปจากตัวอย่างที่ครูใช้สอน และใช้แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพื่อประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนหลังได้รับการสอนแบบนิรนัย

ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยมีวัตถุประสงค์เพื่อแก้ปัญหาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบนิรนัย ซึ่งมีผู้วิจัยหลายท่านได้ดำเนินการทดลอง และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนหลังได้รับการสอนแบบนิรนัย พบว่าผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ (ชวาลักษณ์ ชมดี, 2551, น.62 – 63, นันทพร ระภักดี, 2551, น.74, รัชณี ภูพิชกรกุล 2551, น.86 และธีรรัตน์ สังห์รัมย์, 2556, น.127) และผู้วิจัยคาดหวังว่ารูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้การสอนแบบนิรนัยในครั้งนี้ จะเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ให้กับครูผู้สอนได้นำไปใช้ และพัฒนาให้เหมาะสมกับผู้เรียนตามบริบทของสถานศึกษาและเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ให้มีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้นต่อไป

## 2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนการสอน โดยวิธีนิรนัย

## 3. สมมติฐานทางการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอน โดยวิธีนิรนัย เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอน

#### 4. ขอบเขตของการวิจัย

##### 4.1 ประชากรที่ใช้ในการวิจัย และ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 5 โรงเรียนสุรธรรมพิทักษ์ จังหวัดนครราชสีมา ซึ่งกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้คือนักเรียนที่กำลังศึกษาในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนสุรธรรมพิทักษ์ จังหวัดนครราชสีมา จำนวน 30 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบสุ่ม

##### 4.2 ตัวแปรที่ศึกษา

4.2.1 *ตัวแปรอิสระ* คือ การจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนิรนัย

4.2.2 *ตัวแปรตาม* คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

##### 4.3 เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีกระทรวงศึกษาธิการ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งประกอบไปด้วยเนื้อหาต่อไปนี้

1. อัตราส่วนตรีโกณมิติ	จำนวน	1	คาบ
2. อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้	จำนวน	2	คาบ
3. ค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ (มุม 30 , 45 และ 60 องศา)	จำนวน	1	คาบ
4. ค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้ (มุม 30 , 45 และ 60 องศา)	จำนวน	2	คาบ
5. การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ กับสถานการณ์ต่างๆ	จำนวน	6	คาบ

##### 4.4 ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองด้วยตนเองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ใช้เวลาในการทดลองทั้งหมด 12 คาบเรียน คาบเรียนละ 55 นาที ทดสอบก่อนเรียน 55 นาที และทดสอบหลังเรียน 55 นาที รวมทั้งสิ้น 14 คาบเรียน

## 5. นิยามศัพท์เฉพาะ

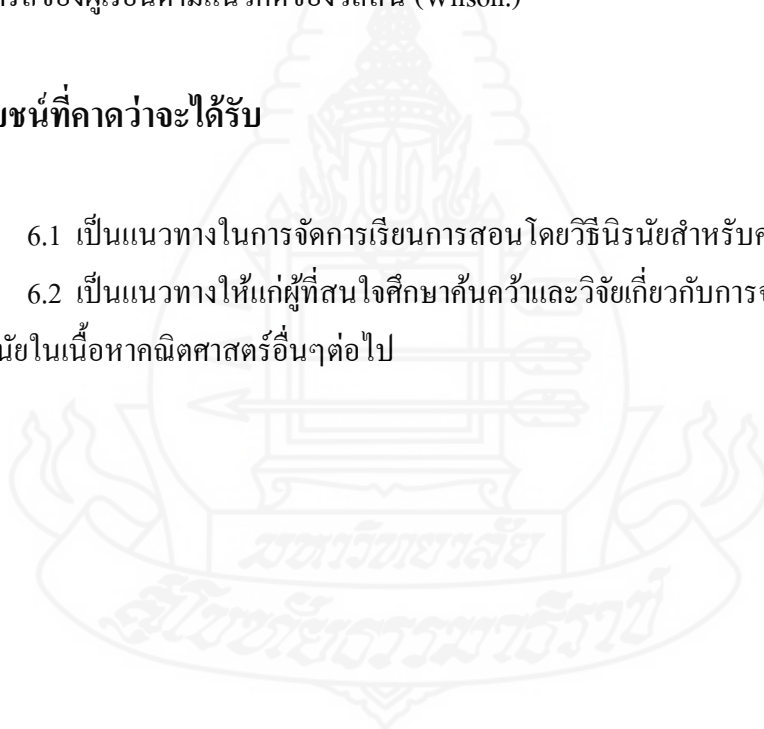
5.1 การจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนิรนัย หมายถึง วิธีการจัดการเรียนการสอนที่ผู้สอนต้องศึกษากฎ เกณฑ์ หลักการ สูตร นิยามของ เนื้อหานั้นตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง แล้วสรุปนำมาสอน อธิบาย แสดงให้ผู้เรียนเห็นและเข้าใจ และนำไปสู่ตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่างจนผู้เรียนสามารถสรุปกฎ เกณฑ์ หลักการ สูตร และนิยามเป็นความรู้ที่ได้ รวมถึงสามารถนำไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ในการจัดการเรียนการสอนในการวิจัยครั้งนี้ประกอบไปด้วย 1) ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน 2) ขั้นถ่ายทอดความรู้ 3) ขั้นนำเข้าสู่ตัวอย่าง 4) ขั้นเน้นย้ำความเข้าใจ 5) ขั้นสรุป และ 6) ขั้นวัดและประเมินผล

5.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสามารถในการเรียนของผู้เรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนิรนัย พิจารณาจากระดับความสามารถของผู้เรียนตามแนวคิดของวิลสัน (Wilson.)

## 6. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

6.1 เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนิรนัยสำหรับครูผู้สอน

6.2 เป็นแนวทางให้แก่ผู้ที่สนใจศึกษาค้นคว้าและวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนิรนัยในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่นๆต่อไป



## บทที่ 2

### วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลการสอนโดยใช้วิธีนิรนัย เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสุรธรรมพิทักษ์ จังหวัดนครราชสีมา ผู้วิจัยได้ศึกษาวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. แนวคิดเกี่ยวกับการสอนแบบนิรนัย
  - 1.1 ความหมายของการสอนแบบนิรนัย
  - 1.2 องค์ประกอบของการสอนแบบนิรนัย
  - 1.3 ข้อจำกัดของการสอนแบบนิรนัย
  - 1.4 ขั้นตอนการดำเนินการสอนแบบนิรนัย
  - 1.5 การประเมินการสอนรูปแบบนิรนัย
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนแบบนิรนัย

#### 1. แนวคิดกับการเรียนการสอนแบบนิรนัย

##### 1.1 ความหมายของการสอนแบบนิรนัย

ลาร์ดิซาบอลและคนอื่นๆ (Lardizabal; et al. 1970, น.35 - 39) กล่าวว่าไว้ว่าการสอนแบบนิรนัยเป็นกระบวนการให้เหตุผลจากสิ่งทั่วไปไปยังสิ่งที่เฉพาะเจาะจง การสอนแบบนิรนัยมีอยู่ 2 ประเภทคือ แบบทำนายและแบบอธิบายชี้แจง นิรนัยแบบทำนายนั้นเป็นการคาดคะเนรายละเอียดต่างๆ ที่จะค้นหาในสถานการณ์ต่างๆ ส่วนนิรนัยแบบการอธิบายหรือการชี้แจงจะเชื่อมโยงข้อเท็จจริงที่ใกล้เคียงกับหลักการนั้นๆเพื่ออธิบายให้ผู้เรียนเข้าใจ ซึ่งนิรนัยประเภทนี้จะถูกนำมาใช้บ่อยในชั้นเรียน

ประดับ เรื่องมาลัย (2524, น. 302) ได้ให้ความหมายของการสอนรูปแบบนิรนัยไว้ในชื่อรูปแบบการสอนแบบอนุমান โดยเป็นรูปแบบการสอนที่ใช้กันมานานตั้งแต่ในยุคสมัยกรีกโบราณโดยเป็นวิธีการสอนที่เริ่มจากการเรียนรู้กฎ หรือหลักการทั่วไปก่อน แล้วไปสู่การศึกษาส่วนปลีกย่อยต่างๆ สรุปคือการสอนให้ผู้เรียนเข้าใจกฎ หลักการหลักทั่วไปแล้วจึงนำไปสู่ส่วนย่อยต่างๆ ของกฎ หรือหลักการนั้น

ชาญชัย อัจฉินสมาจาร (2537, น.114) ได้ให้ความหมายของวิธีการสอนแบบนิรนัยว่าเป็นกระบวนการจัดระเบียบ หรือสรุปเกี่ยวกับกฎหรือหลักการของเนื้อหา นั้น แล้วไปนำไปสู่การศึกษาตัวอย่างแต่ละเรื่องเพื่อตรวจสอบกฎหรือหลักการว่าเป็นจริงกล่าวโดยสรุปคือการสอนแบบนิรนัยเป็นกระบวนการแก้ปัญหาหรือเอาชนะอุปสรรคโดยการเรียนรู้กฎเกณฑ์ หลักการแล้วจึงสรุปนำไปใช้แก้ปัญหา

จำเนียร ศิลปะวานิช (2538, น. 16) ได้ให้ความหมายวิธีการสอนรูปแบบนิรนัยไว้ว่าเป็นวิธีการสอนที่ใช้ในสมัยพลาโต(Plato) เป็นการสอนที่เริ่มจากการศึกษากฎหรือหลักการต่างๆ แล้วให้ผู้เรียนหาหลักฐานมาพิสูจน์กฎและทฤษฎีดังกล่าวเพื่อฝึกให้ผู้เรียนเป็นคนมีเหตุผล

ผศ.อินทรีรา บุญยาพร (2542, น.105), ดร.สุวิทย์ มูลคำและ ดร.อรทัย มูลคำ (2545, น.23), ผศ.ดร. ฆนัท ธาตุทอง (2550) , รัชณี ภูพิชกรกุล (2551, น.40) ไพศาล แผลงทับทอง (2558, น.27) และ ทิศนา ขัมมณี (2559, น.337) ได้สรุปความหมายของการสอนแบบนิรนัยไว้คล้ายกันว่า เป็นการจัดการเรียนรู้โดยเริ่มจากผู้สอนศึกษาและทบทวนเนื้อหาเรื่องที่จะสอน และสรุปเป็นความรู้ที่จะถ่ายทอดให้ผู้เรียน และกำหนดผลการเรียนรู้ที่ผู้เรียนจะได้รับ แล้วจึงดำเนินการถ่ายทอดให้ผู้เรียนรู้จักและเข้าใจกฎ ทฤษฎี หลักเกณฑ์ ข้อเท็จจริงหรือข้อสรุปตามวัตถุประสงค์ในบทเรียน หลังจากนั้นจึงยกตัวอย่างย่อยหลายๆ ตัวอย่างประกอบ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความชำนาญจนสามารถสรุปเป็นความรู้ของผู้เรียนเองและสามารถหาข้อมูลมาพิสูจน์กฎ ทฤษฎี หรือหลักการที่ผู้สอนสรุปมาให้เห็นว่าถูกต้อง หรือเท็จจริงประการใด แล้วจึงนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ที่แตกต่างจากตัวอย่างในชั้นเรียนได้

นवल วิชัย (2555,น. 32) ได้สรุปความหมายของการสอนแบบนิรนัยไว้ว่าเป็นวิธีการสอนที่ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยตัวเอง กฎเกณฑ์หรือหลักการก่อนแล้วพิสูจน์ให้เห็นจริง จากนั้นจึงใช้กฎเกณฑ์หรือการนั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาใหม่ๆ และเกิดข้อสรุปใหม่ขึ้น

ธีรรัตน์ สังกะ (2556, น. 22) ได้สรุปความหมายของการสอนแบบนิรนัยไว้ว่าเป็นวิธีการสอนที่ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยตัวเอง กฎเกณฑ์หรือหลักการก่อน แล้วจึงศึกษาค้นคว้า ข้อมูลรายละเอียดเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ หรือหลักการ เหล่านั้นเพื่อพิสูจน์ให้เห็นจริง จากนั้นจึงใช้กฎเกณฑ์หรือหลักการเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาใหม่ๆ และเกิดข้อสรุปใหม่ขึ้น

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยสามารถสรุปการให้ความหมายของการสอนแบบนิรนัยของนักการศึกษาและนักวิจัยท่านต่างๆ สรุปเป็นตารางดังตารางที่ 2.1 ดังนี้

ตารางที่ 2.1 สรุปความหมายของการสอนแบบนิรนัย

นวัต วิจัย	ระดับ เรื่อง มาลัย	ดร.ชาญชัย อา จินสมาจาร	จำเนียร ศีลปะวานิช	ธีณรัตน์ สังหร	ทศนา แจมมณี และอื่นๆ
วิธีการสอน ที่ทำให้ผู้เรียน ได้เรียนรู้ด้วย ตัวเอง กฎเกณฑ์ หรือ หลักการ ก่อนแล้ว พิสูจน์ให้เห็น จริงจากนั้นจึง นำไปใช้ในการ แก้ปัญหา ใหม่ๆ และ เกิดข้อสรุป ใหม่ขึ้น	เป็นวิธีการ สอนที่เริ่ม จากการ เรียนรู้กฎ หรือ หลักการ ทั่วไปก่อน แล้วไปสู่ การศึกษา ส่วน ปลีกย่อย ต่างๆ	กระบวนการจัด ระเบียบ หรือ สรุปเกี่ยวกับกฎ หรือหลักการ ของเนื้อหา แล้วไปนำไปสู่ การศึกษา ตัวอย่างแต่ละ เรื่องเพื่อ ตรวจสอบกฎ หรือหลักการว่า เป็นจริงกล่าว	เป็นการสอน ที่เริ่มจาก การศึกษากฎ หรือ หลักการ ต่างๆ แล้ว ให้ผู้เรียนหา หลักฐานมา พิสูจน์กฎ และทฤษฎี ดังกล่าวเพื่อ ฝึกให้ผู้เรียน เป็นคนมี เหตุผล	เป็นวิธีการ สอนที่ให้ ผู้เรียนได้ เรียนรู้ด้วย ตัวเอง กฎเกณฑ์ หรือ หลักการ ก่อน แล้วจึง ศึกษา เกี่ยวกับ กฎเกณฑ์ หรือ หลักการ เหล่านั้นเพื่อ พิสูจน์ จากนั้นจึง นำไปใช้ใน การ แก้ปัญหา ใหม่ๆ และ เกิดข้อสรุป ใหม่ขึ้น	ถ่ายทอดให้ ผู้เรียนรู้จักและ เข้าใจกฎ ทฤษฎี หลักการ ข้อเท็จจริงหรือ ข้อสรุปตาม วัตถุประสงค์ ในบทเรียน หลังจากนั้นจึง ยกตัวอย่างย่อย หลายๆตัวอย่าง ประกอบ เพื่อให้ผู้เรียน เกิดความ ชำนาญจน สามารถสรุป เป็นความรู้ แล้วจึงนำไป ประยุกต์ใช้ใน สถานการณ์ ใหม่

จากตารางสรุปการให้ความหมายของการสอนแบบนิรนัย โดยนักการศึกษาและนักวิจัย  
ท่านต่างๆทางผู้วิจัยสามารถสรุปการให้ความหมายของการสอนแบบนิรนัยได้ว่า เป็นกระบวนการ  
ให้ผู้เรียนได้ศึกษาและเรียนรู้เกี่ยวกับกฎ สูตร หลักการ ทฤษฎีจากเรื่องย่อยๆ ที่ทางผู้สอนได้ศึกษา

และสรุป โดยผ่านตัวอย่างหลายๆตัวอย่าง ให้ผู้เรียนเกิดความชำนาญและสรุปเป็นความรู้แล้วจึงนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ๆ

## 1.2 องค์ประกอบของการสอนแบบนิรนัย

สุวิทย์ มูลคำ และ อรทัย มูลคำ (2545, น.24) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่สำคัญในการสอนรูปแบบนิรนัยไว้ดังนี้

1. ทฤษฎี หลักการ และกฎ หรือข้อสรุปในเนื้อหานั้นที่ต้องการให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้
2. ตัวอย่าง และสถานการณ์ต่างๆที่หลากหลาย ที่ให้ผู้เรียนนำทฤษฎี หลักการ กฎ หรือ ข้อเท็จจริงที่ได้สรุปว่ามาใช้เพื่อพิสูจน์
3. ขั้นตอน และกระบวนการให้ผู้เรียนฝึกนำทฤษฎี หลักการ กฎ และข้อสรุปนั้นมาใช้กับตัวอย่างและสถานการณ์ที่หลากหลาย

4. ผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นหลังจากการนำหลักการไปใช้

ฉันท ชาติทอง (2550) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบในการสอนรูปแบบนิรนัยไว้ดังนี้

1. ทฤษฎี หลักการ กฎ กติกา ข้อสรุปในเนื้อหานั้นๆ
2. ตัวอย่างที่นำ ทฤษฎี หลักการ กฎ กติกา หรือข้อสรุปนั้นๆมาใช้
3. การฝึกทักษะของผู้เรียน

ทิสนา แคมมณี (2559, น. 337) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของการสอนโดยใช้การนิรนัยไว้ดังนี้

1. ต้องมีผู้สอนและผู้เรียน
  2. มีทฤษฎี หลักการ กฎ หรือข้อสรุปต่างๆ
  3. มีตัวอย่างสถานการณ์ที่หลากหลาย ที่สามารถนำทฤษฎี หลักการ กฎ หรือข้อสรุปนั้นไปใช้
  4. มีการฝึกนำทฤษฎี หลักการ กฎ หรือข้อสรุปไปใช้ในสถานการณ์ที่หลากหลาย
  5. มีผลการเรียนรู้ของผู้เรียนที่เกิดขึ้นหลังจากการนำหลักการไปใช้
- จากการศึกษาวรรณกรรมข้างต้นทางผู้วิจัยสรุปองค์ประกอบที่ขาดไม่ได้ในการสอนแบบนิรนัยที่จะต้องมิดังต่อไปนี้

1. ผู้สอน และผู้เรียน
2. หลักการ ทฤษฎี สูตร นิยาม และกฎต่างๆ ในเนื้อหาตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวังนั้น



3. ตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่างที่นำมาเพื่อพิสูจน์ว่า หลักการ ทฤษฎี สูตร นิยาม และกฎนั้นใช้ได้จริงหรือเป็นจริง ก่อนที่จะสรุปเป็นความรู้ที่ได้

4. สถานการณ์ใหม่ๆ หรือปัญหาใหม่ๆ ให้ผู้เรียนฝึกนำไปประยุกต์ใช้

### 1.3 ข้อจำกัดของการสอนแบบนิรนัย

ประดับ เรื่องมาลัย (2524, น.303), จำเนียร ศิลปวานิช (2538, น.164), สุวิทย์ มูลคำ และ อรทัย มูลคำ (2545, น.25), ฉันท ชาติทอง (2550), รัชณี ภู่อพัชรกุล (2551, น.44) ได้กล่าวถึงข้อจำกัดของการสอนแบบนิรนัยที่คล้ายกันไว้ว่าเป็นวิธีการสอนที่เหมาะสมกับบางเนื้อหาและส่งเสริมด้านการคิดและการแสวงหาความรู้ของผู้เรียนค่อนข้างน้อย และผู้เรียนบางส่วนอาจจะใช้การท่องจำมากกว่าการทำความเข้าใจ หรือผู้เรียนบางคนอาจจะใช้การคาดเดาเลือกหลักการ กฎ นิยามหรือสูตรในการแก้ปัญหา เนื่องจากครูผู้สอนเป็นผู้พิสูจน์ให้เห็นจริง

ไพศาล แผลงทับทอง (2558, น.31), ทิศนา ขมมณี (2559, น.339) ได้กล่าวถึงข้อจำกัดของการสอนแบบนิรนัยไว้ว่า การสอนแบบนิรนัยจะได้ผลและเกิดประโยชน์แก่ผู้เรียนหรือไม่ขึ้นอยู่กับครูผู้สอนว่ามีความสามารถในการสรุปเนื้อหาแล้วนำมาถ่ายทอดได้ดีแค่ไหน และการสอนแบบนิรนัยอาจจะเป็นปัญหาสำหรับผู้เรียนที่มีการรับรู้ช้า

อินทรา บุญยาทร (2542, น.106) ได้กล่าวถึงข้อจำกัดของการสอนแบบนิรนัยไว้ว่าเป็นวิธีการสอนที่ผู้เรียนไม่ได้ฝึกกระบวนการคิดมากนัก เนื่องจากครูผู้สอนเป็นผู้สรุปเนื้อหาและกฎเกณฑ์ต่างๆ

จากการศึกษาวรรณกรรมข้างต้นสามารถสรุปข้อจำกัดของการสอนแบบนิรนัยได้ว่าเป็นวิธีการสอนที่ต้องอาศัยความรู้ความสามารถของครูผู้สอนเป็นหลักในการสรุปเนื้อหา การถ่ายทอด การสร้างสถานการณ์ให้ผู้เรียนแก้ปัญหา ฝึกฝน และการตรวจสอบหรือการพิสูจน์ ซึ่งวิธีการสอนแบบนิรนัยอาจจะไม่ทำให้ผู้เรียนได้แสดงศักยภาพ ความรู้ ความคิดเห็น หรือการปฏิบัติตามความคิดของตนเองเท่าที่ควรและผู้เรียนที่เรียนอ่อนหรือผู้เรียนที่ไม่กล้าแสดงออกและไม่ได้รับความสนใจของครูผู้สอนอาจไม่เกิดความรู้และสรุปความคิดรวบยอดได้ด้วยตนเองเนื่องจากใช้วิธีการท่องจำหรือวิธีคาดเดาด้วยการนำกฎหรือสูตรในการแก้ปัญหา แต่เนื่องจากเนื้อหาอัตราส่วนตรีโกณมิติ ในรายวิชาคณิตศาสตร์นั้นเป็นเนื้อหาที่ค่อนข้างยากต้องอาศัยทักษะทางด้านจำนวนและการดำเนินการ ทักษะด้านพีชคณิต ทักษะด้านการประยุกต์ ในการเรียนรู้และการแก้ปัญหา และเนื้อหาอัตราส่วนตรีโกณมิตินี้เป็นเนื้อหาที่ยากแก่การแสวงหาความรู้ หาวิธีการแก้ปัญหาหรือหาข้อพิสูจน์มายืนยันทฤษฎีนั้นด้วยตนเอง แต่ผู้เรียนต้องศึกษากฎ ทฤษฎี สูตรหรือกฎเกณฑ์ต่างๆ และศึกษาตัวอย่างย่อยของเนื้อหาหลายๆ ตัวอย่างจากครูผู้สอนเป็นต้นแบบ และรับคำแนะนำจากครูผู้สอนจนเกิดเป็นความรู้ และนำไปฝึกปฏิบัติจนเกิดความชำนาญ แล้วจึงสรุปเป็นความรู้ได้และนำไปใช้



แก่สถานการณ์อื่นๆ ต่อไปได้ซึ่งที่กล่าวนั้นเป็นรูปแบบการสอนแบบนิรนัย ผู้วิจัยจึงได้สนใจนำรูปแบบการสอนแบบนิรนัยมาใช้ในการเรียนการสอน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และศึกษาผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นหลังผู้เรียนได้รับการสอนแบบนิรนัย

#### 1.4 ขั้นตอนในการดำเนินการสอนแบบนิรนัย

ประดับ เรื่องมาลัย (2524, น.303) และจำเนียร ศิลปะวานิช (2538, น.164) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของการสอนแบบนิรนัย (อนุมาน) ไว้ 4 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นตอนอภิปรายปัญหา เป็นขั้นตอนในการกระตุ้นผู้เรียนให้เกิดการอยากเรียนรู้โดยใช้ปัญหาที่อยู่ในชีวิตประจำวันผู้เรียนและเหมาะกับผู้เรียน
2. ขั้นตอนอธิบายสรุป เป็นขั้นตอนที่ครูผู้สอนนำเอาข้อสรุป กฎ นิยามที่เกี่ยวข้องกับปัญหามาอธิบายผู้เรียนเพื่อเลือกใช้แก้ปัญหา
3. ขั้นตอนตกลงใจ เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนเลือกกฎ นิยาม หรือข้อสรุปเพื่อใช้แก้ปัญหา
4. ขั้นตอนพิสูจน์ เป็นขั้นตอนพิสูจน์ว่ากฎ นิยาม หรือข้อสรุปนั้นเป็นจริงหรือไม่

อินทิตรา บุญยาทร (2542, น. 105–106) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอนแบบนิรนัยไว้ 4 ขั้นตอนเช่นกัน แต่ใช้ชื่อเรียกต่างออกไปดังนี้

1. ขั้นตอนอธิบายปัญหา ผู้สอนระบุสิ่งที่สอนโดยนำเสนอในรูปแบบของปัญหา เพื่อสร้างความสนใจให้กับผู้เรียนเกิดความสนใจอยากจะทำ
2. ขั้นตอนอธิบายข้อสรุปหรือกฎ หลักเกณฑ์ สูตร ผู้สอนอธิบาย หลักเกณฑ์ สูตร ข้อสรุปในเนื้อหาบทเรียนนั้น ที่จะนำไปใช้แก้ปัญหา หรือทำการทดลองเพื่อให้เห็นจริง และผู้เรียนยึดเป็นหลักเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา
3. ขั้นตอนสรุปความรู้ เมื่อผู้เรียนได้เรียนรู้และเข้าใจเกี่ยวกับข้อสรุป กฎ หลักเกณฑ์ หรือสูตรแล้ว จึงสรุปเป็นองค์ความรู้เพื่อนำไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ
4. ขั้นตอนนำไปใช้ เมื่อผู้เรียนสรุปกฎ เกณฑ์ ข้อสรุป หลักเกณฑ์ หรือสูตรได้ถูกต้องแล้วโดยผ่านการเห็นชอบจากครูผู้สอน จึงนำไปใช้เพราะพิสูจน์แล้ว

สุวิทย์ มูลคำ และ อรทัย มูลคำ (2545, น. 25) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอนแบบนิรนัยไว้ 5 ขั้นตอน เช่นกันซึ่งมีขั้นตอนที่สำคัญดังนี้

1. ขั้นตอนกำหนดขอบเขตของปัญหา เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนด้วยการเสนอปัญหา ให้ผู้เรียนเกิดข้อสงสัยและอยากที่จะหาคำตอบโดยเป็นปัญหาที่เหมาะสมและอยู่ในชีวิตประจำวัน
2. ขั้นตอนแสดง และอธิบาย ทฤษฎี หลักการ เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนนำเอา หลักการ กฎ ข้อสรุปที่ต้องการสอนมาอธิบายให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้

3. ชั้นใช้ทฤษฎี หลักการ เป็นตอนของผู้เรียนที่เลือกนำเอาหลักการ กฎ หรือข้อสรุปที่ได้เรียนรู้มาแล้วนั้นไปใช้แก้ปัญหาตามสถานการณ์ต่างๆ

4. ชั้นตรวจสอบและสรุป เป็นตอนที่ผู้เรียนตรวจสอบและสรุปทฤษฎี หลักการ ข้อสรุปหรือนิยามที่ใช้แก้ปัญหานั้นว่าถูกต้องหรือเหมาะสมหรือไม่ โดยอาจจะปรึกษาครูผู้สอน หรือค้นคว้าเพิ่มเติม หรือจากการทดลอง เมื่อข้อสรุปที่ได้จากการพิสูจน์หรือตรวจสอบเป็นจริง จึงจะสรุปเป็นความรู้ที่ได้

5. ชั้นฝึกปฏิบัติ เมื่อผู้เรียนได้ความรู้จากการสรุปทฤษฎี หลักการ กฎ หรือข้อสรุป แล้วครูผู้สอนจึงนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่แก่ผู้เรียนเพื่อฝึกการนำความรู้มาประยุกต์ใช้

ฉันท ชาติทอง (2550) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการสอนแบบนิรนัยไว้ 5 ขั้นตอน เช่นกัน ประกอบไปด้วย

1. กำหนดขอบเขตปัญหา ครูผู้สอนนำเข้าสู่บทเรียนโดยนำเรื่องที่จะสอนมา นำเสนอในแง่มุมของปัญหา

2. แสดง อธิบาย ทฤษฎี หลักการ ครูผู้สอนนำทฤษฎี หลักการ กฎ หรือข้อสรุป มาให้ผู้เรียนได้เรียนรู้

3. ชั้นใช้ทฤษฎีและหลักการ ผู้เรียนเลือกนำทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปที่ได้เรียนรู้มาใช้แก้ปัญหาที่กำหนดให้

4. ตรวจสอบและสรุป ผู้เรียนพิจารณา ตรวจสอบสอบความสมเหตุสมผลและความถูกต้องของทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปที่นำมาใช้แก้ปัญหา เมื่อถูกต้องและสมเหตุสมผลแล้ว จึงสรุปเป็นความรู้ที่ได้

5. ชั้นฝึกปฏิบัติ เมื่อผู้เรียนสรุปความรู้ และเข้าใจการนำทฤษฎี กฎ หลักการ หรือข้อสรุปนั้นมาใช้กับสถานการณ์ที่เหมาะสมแล้ว ครูผู้สอนจึงนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ๆ ให้ผู้เรียนนำความรู้มาประยุกต์ใช้

ทิสนา เขมมณี (2559, น.337-338) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการสอน โดยใช้การนิรนัยไว้ดังนี้

1. ผู้สอนถ่ายทอดความรู้ ทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปที่ต้องการให้ผู้เรียนได้รู้ ด้วยวิธีการตามความเหมาะสม

2. ผู้สอนยกตัวอย่างสถานการณ์ที่หลากหลาย ที่สามารถนำความรู้ที่ได้เรียนไปใช้

3. ผู้สอนให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติโดยนำความรู้ที่เรียนไปใช้ในสถานการณ์ใหม่

3. ผู้สอนให้ผู้เรียนวิเคราะห์ อภิปรายและสรุปการเรียนรู้ที่เกิดขึ้น

4. ผู้สอนวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

รัชณี ภูพัชรกุล (2551, น.42) ได้สรุปขั้นตอนการสอนแบบนิรนัย ซึ่งมี 4 ขั้นตอนสำคัญดังต่อไปนี้

1. ขึ้นอธิบายปัญหา โดยแนะนำปัญหา ความสำคัญและความเป็นมาของปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาและชีวิตประจำวันผู้เรียน
2. ขึ้นอธิบายข้อสรุป ครุณาข้อสรุป กฎ หรือนิยามบางประการที่เกี่ยวข้องกับปัญหามาอธิบายกับผู้เรียนเพื่อเลือกใช้แก้ปัญหา
3. ขึ้นตกลงใจ เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนสรุปว่าเลือกใช้ กฎ หรือนิยามใดในการแก้ปัญหา
4. ขึ้นพิสูจน์ ผู้เรียนตรวจสอบความถูกต้องเกี่ยวกับ กฎ หรือนิยามที่นำมาแก้ปัญหานั้น โดยมีครูคอยให้คำแนะนำหรือผู้เรียนศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติมเพื่อยืนยันข้อเท็จจริง

ธีธรรณ์ สัทธมภ์ (2556, น. 25) ได้สรุปขั้นตอนการสอนแบบนิรนัยไว้ 4 ขั้นตอนดังนี้

1. ขึ้นนำเข้าสู่บทเรียน โดยการใช้ปัญหาช่วยผู้เรียนเกิดความสนใจอยากหาข้อเท็จจริงและข้อพิสูจน์
2. ขึ้นสอนนำหลักการ กฎเกณฑ์ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหามาสอนและอธิบายผู้เรียน และให้ผู้เรียนเลือกใช้ให้เหมาะสมกับปัญหา
3. ขึ้นพิสูจน์หลักการ กฎเกณฑ์ นำกฎเกณฑ์ หลักการนั้นมาพิสูจน์ให้เห็นข้อเท็จจริงแล้วจึงสรุปเป็นความรู้ที่ได้อีกครั้ง
4. ขึ้นประเมินผล ทดสอบกฎ หรือหลักเกณฑ์อีกครั้ง โดยการนำกฎ หรือหลักการนั้นๆ ไปฝึกทำแบบฝึกหัด ใช้แก้ปัญหานั้นๆ

ไพศาล แมลงทับทอง (2558, น.29) ได้สรุปขั้นตอนการสอนแบบนิรนัยไว้ 4 ขั้นตอน เช่นกันดังต่อไปนี้

1. ขึ้นเตรียม เป็นการนำผู้เรียนเข้าสู่บทเรียน โดยยกปัญหาหรือเรื่องที่จะสอนให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ โดยเป็นสถานการณ์ที่ใกล้ตัวผู้เรียน
2. ขึ้นสอนเป็นการนำทฤษฎี กฎ หลักการ หรือข้อสรุปมาสอนหรืออธิบายผู้เรียนให้รู้และเลือกนำไปใช้แก้ปัญหา
3. ขึ้นตรวจสอบและสรุป ผู้เรียนพิสูจน์และตรวจสอบ ทฤษฎี กฎ หลักการข้อสรุปที่นำไปใช้ว่าถูกต้อง เป็นจริง แล้วจึงสรุปเป็นความรู้

4. **ขั้นฝึกปฏิบัติ** เมื่อผู้เรียนเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎี กฎ หลักการ ข้อสรุปนั้นแล้วครูฝึกผู้เรียนให้ได้พบกับปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ๆ ให้ผู้เรียนได้ฝึกใช้ทฤษฎี กฎ หลักการและข้อสรุปนั้น

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยสามารถสรุปขั้นตอนการสอนแบบนิรนัยของนักการศึกษาและผู้วิจัยท่านอื่นดังตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 สรุปขั้นตอนการสอนแบบนิรนัย

ผศ.ดร.พนันท์ ธาดาทอง ดร.สุวิทย์ ורתัย มุลคำ	ระดับ เรื่องมาลัย ผศ.ดร. อินทิรา บุญยาทร	ทศนา เขมมณี	รัชณี ภูพัชรกุล ไพศาล แมลงทับทอง	ธีณรัตน์ สังสรรค์
<b>1.ขั้นนำเข้าสู่</b> บทเรียนด้วยการ เสนอปัญหา	<b>1.ขั้นอภิปราย</b> <b>ปัญหา</b> กระตุ้น ผู้เรียนให้เกิดการ	<b>1.ขั้นถ่ายทอด</b> ความรู้ ทฤษฎี หลักการ กฎ	<b>1.ขั้นอธิบายปัญหา</b> โดยแนะนำปัญหา ที่เกี่ยวข้องกับ	<b>1.ขั้นนำเข้าสู่</b> <b>บทเรียน</b> โดยการใช้ ปัญหาย่อยให้
<b>2.ขั้นแสดง และ</b> <b>อธิบาย</b> ทฤษฎี และ หลักการให้ผู้เรียน เกิดการเรียนรู้	อยากเรียนรู้ <b>2.ขั้นอธิบาย</b> ข้อสรุป กฎ นิยาม ที่เกี่ยวข้องกับ	ข้อสรุปที่ต้องการ ให้ผู้เรียน ได้รู้ ด้วยวิธีการตาม ความเหมาะสม	เนื้อหาผู้เรียน <b>2.ขั้นอธิบาย</b> ข้อสรุป กฎ หรือ นิยามบางประการ ที่เกี่ยวข้องกับ	ผู้เรียนเกิดความ สนใจอยากหา ข้อเท็จจริงและข้อ พิสูจน์
<b>3.ขั้นนำเอา</b> หลักการ กฎ หรือ ข้อสรุปที่ได้เรียนรู้ มาแล้วนั้นไปใช้	ปัญหามาอธิบาย ผู้เรียนเพื่อเลือกใช้ แก้ปัญหา	<b>2.ขั้นยกตัวอย่าง</b> สถานการณ์ที่ หลากหลาย ที่ สามารถนำ	ปัญหาเพื่อให้ ผู้เรียนเลือกใช้ แก้ปัญหา	<b>2.ขั้นสอนนำ</b> หลักการ กฎเกณฑ์ ที่เกี่ยวข้องกับ ปัญหาการสอนและ
<b>4.ขั้นตรวจสอบ</b> <b>และสรุป</b> ทฤษฎี หลักการ ข้อสรุป หรือนิยามที่ใช้ แก้ปัญหา	เป็น ขั้นตอนที่ผู้เรียน เลือกกฎ นิยาม หรือข้อสรุปเพื่อใช้ แก้ปัญหา	ความรู้ที่ได้เรียน ไปใช้ <b>3.ขั้นฝึกปฏิบัติ</b> โดยนำความรู้ที่ เรียนไปใช้ใน สถานการณ์ใหม่	<b>3.ขั้นตกลงใจ</b> เป็น ขั้นตอนที่ผู้เรียน สรุปว่าเลือกใช้ กฎ หรือนิยามใดใน การแก้ปัญหา	อธิบายผู้เรียน <b>3.ขั้นพิสูจน์</b> หลักการ กฎเกณฑ์ นำกฎเกณฑ์ หลักการนั้นมา พิสูจน์ให้เห็น

## ตารางที่ 2.2 (ต่อ)

ผศ.ดร.มนัท ธาดาทอง ดร.สุวิทย์ ורתัย มุลคำ	ระดับ เรื่องมาลัย ผศ.ดร. อินทิรา บุญยาทร	ทิสนา แจมมณี	รัชณี ภูพัชรกุล ไพศาล แมลงทับทอง	ธีธรัตน์ สังห์รณ์
ถูกต้องหรือไม่ <b>5.ขั้นฝึกปฏิบัติ</b> โดยฝึกการนำ ความรู้มา ประยุกต์ใช้กับ สถานการณ์ต่างๆ	<b>4. ขั้นพิสูจน์</b> เป็น ขั้นพิสูจน์ว่ากฎ นิยาม หรือข้อสรุป นั้นเป็นจริงหรือไม่	<b>4.ขั้นสรุป</b> ผลการ เรียนรู้ที่เกิดขึ้น 5.ผู้สอนวัดและ ประเมินผลการ เรียนรู้ของผู้เรียน	<b>4.ขั้นพิสูจน์</b> ผู้เรียน ตรวจสอบความ ถูกต้องเกี่ยวกับ กฎ หรือนิยามที่นำมา แก้ปัญหาานั้น โดยมี ครูคอยให้ คำแนะนำ	ข้อเท็จจริงแล้วจึง สรุปเป็นความรู้ <b>4.ขั้นประเมินผล</b> ทดสอบกฎ หรือ หลักเกณฑ์อีกครั้ง โดยการนำกฎ หรือ หลักการนั้นๆ ไป ฝึกทำแบบฝึกหัด ใช้แก้ปัญหา

จากตารางที่ 2.2 ผู้วิจัยสามารถสรุปขั้นตอนการสอนแบบนิรนัยของนักการศึกษาที่กล่าวมาทั้งหมดโดยโครงสร้างโดยรวมคล้ายคลึงกัน ซึ่งทางผู้วิจัยพบว่าขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนแบบนิรนัยของ ทิสนา แจมมณี ได้กล่าวไว้สอดคล้องและใกล้เคียงกับบริบทที่ผู้วิจัยสนใจศึกษา ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้ทางผู้วิจัย ได้ยึดขั้นตอนการสอนแบบนิรนัยที่สอดคล้องกับของ ทิสนา แจมมณี โดยกำหนดขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนแบบนิรนัยไว้ทั้งหมด 6 ขั้นตอนดังนี้

- 1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน** ผู้สอนนำนักเรียนเข้าสู่เนื้อหาด้วยวิธีการต่างๆตามลักษณะของเนื้อหาที่จะสอนในคาบเรียนนั้นเช่น การนำเข้าสู่บทเรียนโดยยกตัวอย่างปัญหาที่เกิดขึ้นในปัจจุบันหรือจากสถานการณ์ที่ใกล้ตัวนักเรียน เป็นต้น
- 2. ขั้นถ่ายทอดความรู้** ผู้สอนถ่ายทอดความรู้ ทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปที่ต้องการให้ผู้เรียน ได้รู้ ด้วยวิธีการตามความเหมาะสม
- 3. ขั้นนำเข้าสู่ตัวอย่าง** ผู้สอนถ่ายทอดความรู้ไปสู่ตัวอย่างย่อยๆ โดยการใช้ ความรู้ ทฤษฎีหลักการ และกฎ ที่กล่าวไปแล้ว มาใช้แก้ปัญหา
- 4. ขั้นเน้นย้ำความเข้าใจ** โดยการใช้ผู้เรียนทำแบบฝึก หรือ ออกแบบกิจกรรม ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง

5. **ขั้นสรุป** ผู้สอนให้ผู้เรียนอภิปรายและสรุปการเรียนรู้ที่เกิดขึ้น

6. **ขั้นวัดและประเมินผล** ผู้สอนวัดและประเมินผลผู้เรียนจากสภาพจริง โดยครูให้แบบฝึกหัดเพิ่มเติมจากใบงานฝึกปฏิบัติในคาบเรียน หรือสถานการณ์ที่แตกต่างออกไปจากตัวอย่างที่ครูใช้สอน และใช้แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพื่อประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนหลังได้รับการสอนแบบนิรนัย

จากขั้นตอนการสอนแบบนิรนัยในข้างต้นจะพบว่ารูปแบบขั้นตอนนั้นเหมาะสมกับเนื้อหาวิชาที่ค่อนข้างยากและต้องอาศัยความรู้เรื่องอื่นๆประกอบ เช่น เนื้อหากณิตศาสตร์ เรื่องตรีโกณมิติ ต้องอาศัยความรู้เรื่องจำนวนและการดำเนินการ พีชคณิตประกอบการศึกษาเป็นอย่างมาก จากที่กล่าวมาแล้วนั้น ถ้าผู้เรียนไม่ได้ศึกษาแบบอย่างที่ถูกต้องและในปริมาณที่มากพอจนทำให้เกิดความชำนาญผู้เรียนอาจจะไม่สามารถมีความรู้และความเข้าใจในเรื่องเหล่านี้ได้อย่างดี และด้วยรูปแบบขั้นตอนการสอนแบบนิรนัยที่เน้นผู้สอนรวบรวมและสรุปความรู้มาถ่ายทอดผู้เรียนด้วยตัวอย่างหลายๆตัวอย่างเป็นขั้นตอนทำให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นชินในเรื่องนั้นๆและนำไปฝึกปฏิบัติจนเกิดความชำนาญ แล้วสรุปเป็นความรู้ด้วยภาษาของตนเองได้

การออกแบบการจัดการเรียนการสอนแบบนิรนัย เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในการวิจัยครั้งนี้ ได้กำหนดไว้ทั้งสิ้น 6 ขั้นตอน ดังตารางที่

2.3





ตารางที่ 2.3 การออกแบบกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้การสอนแบบนิรนัย

ขั้นตอน	กิจกรรม	ลักษณะกิจกรรม	บทบาทครู	บทบาทผู้เรียน
1. ชี้นำเข้าสู่บทเรียน	ผู้สอนนำผู้เรียนเข้าเนื้อหาที่จะทำการถ่ายทอด โดยดูการประยุกต์จาก YouTube หรือ ภาพที่ครูกำหนดเพื่อกระตุ้นความสนใจ	1. ผู้สอนสนทนากับผู้เรียนเกี่ยวกับเรื่องราวหรือเหตุการณ์ในชีวิตจริงที่ใกล้ตัวผู้เรียนและเกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่จะเรียน 2. ผู้สอนใช้คำถามแบบกลุ่มหรือแบบเจาะจงถามรายบุคคลซักถามเพื่อให้ผู้เรียนอยากเรียนรู้หรือมีส่วนร่วมในเรื่องที่สอน 3. ผู้สอนสนทนากับผู้เรียนเกี่ยวกับปัญหาในคาบเรียนที่ผ่านมา 4. การใช้สื่อนำเสนอในรูปแบบ Power Point เข้าสู่บทเรียน (ใช้เวลาประมาณ 5 นาที)	ผู้สอนยกตัวอย่างสถานการณ์ที่น่าสนใจและเกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่จะสอนโดยนำเสนอผ่านโปรแกรม Power Point และตั้งคำถามนำชวนให้ผู้เรียนได้คิด และคาดเดาวิธีการแก้ปัญหา เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ	ผู้เรียนรับฟัง คิด และจินตนาการถึงสถานการณ์ตามที่ครูยกตัวอย่าง ตั้งคำถามเมื่อเกิดข้อสงสัย และสามารถเสนอแนวทางการแก้ปัญหาในรูปแบบของตนเองก่อนได้เรียนเนื้อหา

ตารางที่ 2.3 (ต่อ)

ขั้นตอน	กิจกรรม	ลักษณะกิจกรรม	บทบาทครู	บทบาทผู้เรียน
2. ขั้นถ่ายทอดความรู้	ผู้สอนอธิบายทฤษฎีหลักการ กฎต่างๆ ให้ผู้เรียน	ถ่ายทอดความรู้หลักการทฤษฎี กฎเกณฑ์ เนื้อหาข้อสรุปหรือสูตรต่างๆ โดย 1. ผู้สอนอธิบายกฎ หลักการต่างๆ ให้แก่นักเรียนโดยนำเสนอผ่าน โปรแกรม Power Point 2. ผู้สอนตั้งคำถามเป็นรายกลุ่มหรือเจาะจงถามรายบุคคล เพื่อให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการกระบวนกรสอน หรือทดสอบความเข้าใจในเรื่องที่ผู้สอนได้อธิบาย (ใช้เวลาประมาณ 15 นาที)	ผู้สอนอธิบายความรู้หลักการ ทฤษฎี กฎเกณฑ์ เนื้อหา ข้อสรุปหรือสูตรต่างๆ ปฏิบัติ นำให้กับผู้เรียนผ่าน โปรแกรม power Point และสอนโดยใช้คำถามนำ ตั้งคำถาม และแนะนำแนวทาง และซักถามผู้เรียนรายบุคคล	ผู้เรียนรับฟัง คิด และทำความเข้าใจในเรื่องที่ครูสอน จากนั้นตอบคำถาม แนะนำแนวทาง ประกอบสื่อ โดยยกมือตอบหรือตามที่ครูเจาะจงเรียกถาม



ตารางที่ 2.3 (ต่อ)

ขั้นตอน	กิจกรรม	ลักษณะกิจกรรม	บทบาทครู	บทบาทผู้เรียน
3. ขั้นนำเข้าสู่ตัวอย่าง	ผู้สอนยกตัวอย่างย่อยๆ เพื่อเชื่อมโยงกับความรู้ที่ถ่ายทอดไว้ในขั้นที่ 2 โดยการนำความรู้ ทฤษฎี หลักการ และกฎ ที่กล่าวแล้ว ในขั้นตอนที่ผ่านมา มาใช้แก้ปัญหา	1.ผู้สอนเตรียมตัวอย่าง 3 ตัวอย่าง ประกอบด้วย 1)ตัวอย่างที่นำสูตร ทฤษฎี หรือนิยามมาใช้ 2)ตัวอย่างการประยุกต์ใช้ สูตร ทฤษฎีหรือนิยามนั้น 3)ตัวอย่างการนำไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ข้อละ 3-5 ตัวอย่างเรียงจากง่ายไปยากนำเสนอโดยใช้โปรแกรม Power Point นำเสนอ	1.ผู้สอนยกตัวอย่างเพื่อนำความเข้าใจแก่ผู้เรียนโดยใช้การสาธิตหรือปฏิบัติเป็นตัวอย่าง พร้อมอธิบายประกอบ 2.ผู้สอนใช้คำถามแบบกลุ่มหรือเจาะจงรายบุคคล ชักถามผู้เรียนเพิ่มเติมเพื่อนำความเข้าใจ และให้ผู้เรียนมีส่วนร่วม	ผู้เรียนทำความเข้าใจตัวอย่างจดบันทึก และฝึกปฏิบัติตามครูผู้สอนจนเกิดความชำนาญ และ ตอบคำถามที่ผู้สอนได้ชักถาม

ตารางที่ 2.3 (ต่อ)

ขั้นตอน	กิจกรรม	ลักษณะกิจกรรม	บทบาทครู	บทบาทผู้เรียน
		<p>2.ผู้สอนอธิบายและสาธิต ตัวอย่างบนกระดาน ให้ผู้เรียน ได้เรียนรู้ ทำความเข้าใจ และ ปฏิบัติตามลงสมุดบันทึกของ ผู้เรียน</p> <p>3.ผู้สอนตั้งคำถามแบบรายกลุ่ม หรือรายบุคคลกับผู้เรียน ประกอบการสาธิตตัวอย่าง เพื่อให้ผู้เรียนได้ติดตาม และมี ส่วนร่วมในกระบวนการ ยกตัวอย่าง (ใช้เวลาประมาณ 15 นาที)</p>		

ตารางที่ 2.3 (ต่อ)

ขั้นตอน	กิจกรรม	ลักษณะกิจกรรม	บทบาทครู	บทบาทผู้เรียน
4. ขั้นเน้นย้ำ ความเข้าใจ	ผู้สอนเน้นย้ำความเข้าใจ ให้กับผู้เรียน โดยให้ผู้เรียน ฝึกปฏิบัติด้วยตนเอง เช่น ทำ ใบงาน	1. ผู้สอนเน้นย้ำความเข้าใจ โดย การให้ผู้เรียนทำใบงานแบบ รายบุคคล จำนวน 3-5 ข้อ 2. ผู้สอนเฉลยคำตอบและ อธิบายวิธีคิดหาคำตอบเป็นราย ข้อ แล้วจึงให้ผู้เรียนทำใบงาน ข้อต่อไป ปฏิบัติแบบนี้จนครบ ทุกข้อ เพื่อให้ผู้เรียน ได้มี โอกาสแก้ไขสิ่งที่ผิดพลาดใน ข้อต่อไป (ใช้เวลาประมาณ 20 นาที)	1. ครูผู้สอนให้ผู้เรียนทำใบ งาน จำนวน 3-5 ข้อ เป็น รายบุคคล โดยครูผู้สอน ชี้แจงคำสั่งในการทำแบบ ฝึกให้ชัดเจนแก่ผู้เรียน 2. ผู้สอนเดินกำกับผู้เรียนใน การทำใบงานเมื่อพบผู้เรียน เจอปัญหา หรือข้อสงสัย ผู้สอนให้คำแนะนำ และ แนวทางการแก้ปัญหา 3. ผู้สอนกำหนดเวลาในการ ทำใบงานแต่ละข้อตาม ความเหมาะสม เมื่อหมด เวลาที่กำหนด ผู้สอนเฉลย	1. ผู้เรียนทำใบงาน ที่ ผู้สอนมอบหมายเป็น รายบุคคล 2. ชักถามผู้สอนเมื่อ พบเจอปัญหาและเกิด ข้อสงสัย 3. ตรวจสอบคำตอบ และสิ่งผิดพลาดใน แต่ละข้อ และนำไป แก้ไขในข้อถัดไป

ตารางที่ 2.3 (ต่อ)

ขั้นตอน	กิจกรรม	ลักษณะกิจกรรม	บทบาทครู	บทบาทผู้เรียน
5. ขั้นสรุป	ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้รับหลังการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนท้ายคาบเรียน	สรุปโดยวิธีการใช้คำถาม 1. ผู้สอนและผู้สรุปความรู้ที่ผู้เรียนได้รับในกรณีที่มีเนื้อหาที่มีความยาก 2. ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้ในกรณีเนื้อหาที่มีความง่ายถึงปานกลาง (ใช้เวลาประมาณ 5 นาที)	คำตอบ และวิธีคิดในข้อนั้น ทำอย่างนี้จนครบทุกข้อ เพื่อให้ผู้เรียนได้โอกาสแก้ไขสิ่งพลาดในข้อถัดไป 1. ผู้สอนสรุปความรู้ที่ได้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 2. ผู้สอนใช้คำถามคำถามชี้แนะผู้เรียนให้สามารถสรุปความรู้ที่ได้รับโดยอยู่ในกรอบที่ถูกต้อง	1. ผู้เรียนฟัง และทำความเข้าใจ และจดบันทึกตามที่ผู้สอนได้สรุปให้ 2. ผู้เรียนตอบคำถามที่ผู้สอนซักถามเป็นลำดับขั้นตอนจนได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง

ตารางที่ 2.3 (ต่อ)

ขั้นตอน	กิจกรรม	ลักษณะกิจกรรม	บทบาทครู	บทบาทผู้เรียน
6. ชั้นวัดผล ประเมินผล	<b>กิจกรรมก่อนเรียน</b> ผู้เรียนทำแบบทดสอบวัดผล สัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อน เรียนเป็นรายบุคคล <b>กิจกรรมระหว่างเรียน</b> วัดผลท้ายคาบเรียน ผู้เรียนทำใบงานในชั้นเรียน หรือทำใบงานเพิ่มเติมเพื่อ ตรวจสอบความเข้าใจของ ผู้เรียน หรือทบทวนเป็น การบ้าน	ผู้เรียนทำใบงานรายบุคคล ใบ งานเพิ่มเติม และแบบวัดผล สัมฤทธิ์หลังเรียน 1.ผู้สอนวัดความรู้พื้นฐานของ ผู้เรียน โดยให้ผู้เรียนทำแบบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน <b>ก่อนเรียน</b> รายบุคคล 2.ผู้สอนให้ผู้เรียนทำใบงาน แบบรายบุคคล ใช้เวลาในการ ทำใบงาน และตรวจสอบ คำตอบ 20 นาที จำนวน 3-5 ข้อ ทั้งหมด 12 ใบงาน (ชั้นฝึกปฏิบัติ ข้อ 2.3)	1.ผู้สอนชี้แจงคำสั่งการทำ แบบทดสอบก่อนเรียนให้ ชัดเจน 2.ผู้สอนชี้แจงคำสั่งในการ ทำใบงานแก่ผู้เรียนให้ ชัดเจน 3.ผู้สอนชี้แจงคำสั่งใบงาน เพิ่มเติม ให้ชัดเจน พร้อม กำหนดวัน และเวลาส่ง 4.ผู้สอนนัดวันทำการทศ หลังเรียน และชี้แจงคำสั่ง ให้ชัดเจน	1.ผู้เรียนทำ แบบทดสอบก่อน เรียน 2.ผู้เรียนทำใบงาน ตามที่ได้บ มอบหมาย 3.ซักถามครูเมื่อเกิด ข้อสงสัย หรือพบ ปัญหา และ ตรวจสอบคำตอบ และสิ่งที่ผิดพลาด ตามที่ผู้สอนเฉลย

ตารางที่ 2.3 (ต่อ)

ขั้นตอน	กิจกรรม	ลักษณะกิจกรรม	บทบาทครู	บทบาทผู้เรียน
ขั้นวัดผล ประเมินผล (ต่อ)	กิจกรรมหลังเรียน ผู้เรียนทำแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนหลังเรียนเป็น รายบุคคล	3. ผู้สอนมอบหมายใบงานเพิ่มเติม ให้ ผู้เรียนกลับไปทำที่บ้าน เพื่อเป็นการ ตรวจสอบความเข้าใจและทบทวน แล้วนำมาส่งในคาบเรียนถัดไปตามที่ ครูกำหนดทั้งหมด 11 ใบงาน 4. ผู้สอนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของผู้เรียนหลังได้รับการจัดการเรียน การสอน โดยวิธีปรนัยโดยให้ผู้เรียน ทำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยแบ่งเป็น 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 ข้อสอบ ปรนัย จำนวน 20 ข้อ 20 คะแนน และตอนที่ 2 ข้อสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ 20 คะแนน รวมคะแนน 40 คะแนน	5. ผู้สอนตรวจสอบและเก็บ ข้อมูลผลสัมฤทธิ์ก่อนและ หลังเรียนของผู้เรียนเพื่อนำ ผลที่ได้มาเปรียบเทียบเพื่อหา ข้อสรุปและแนวทางพัฒนา ให้กับผู้เรียน	4. ผู้เรียนทำใบงาน เพิ่มเติม ที่ได้รับ มอบหมาย เพื่อ ตรวจสอบความ เข้าใจ และนำมาส่ง ตามวัน และเวลาที่ กำหนด 5. ผู้เรียนทำ แบบทดสอบหลัง เรียน

## 1.5 การประเมินผลการสอนแบบนิรนัย

### 1.5.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นความสามารถของนักเรียนในด้านต่างๆ ซึ่งเกิดจากผู้เรียนได้รับประสบการณ์จากกระบวนการเรียนการสอนของผู้สอน โดยผู้สอนต้องศึกษาแนวทางในการวัดและประเมินผล และการสร้างเครื่องมือวัดให้มีคุณภาพ ส่วนความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่คล้ายกัน คือความสามารถ ความสำเร็จและสมรรถภาพด้านต่างๆของผู้เรียนที่ได้จากการเรียนรู้อันเป็นผลมาจากการเรียนการสอน การฝึกฝนหรือประสบการณ์ของแต่ละบุคคล (พิมพันธ์ เดชะคุปต์ และเพยาว์ ยินดีสุข 2548, น. 125) (ปราณี กองจินดา 2549, น.42) ซึ่งการแสดงผลออกของผู้เรียนหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบ่งเป็น 3 ด้านดังนี้

1) ด้านพุทธิพิสัย เป็นพฤติกรรมที่เกี่ยวกับสติปัญญา ความรู้ ความคิด หรือพฤติกรรมทางด้านสมองของบุคคล ในอันที่ทำให้มีความเฉลียวฉลาด มีความสามารถในการคิดเรื่องราวต่างๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งเป็นความสามารถทางสติปัญญา การเรียนการสอนในปัจจุบันยังเน้นในด้านนี้มากพฤติกรรมทางพุทธิพิสัย แบ่งได้เป็น 6 ระดับ ได้แก่

(1) ความรู้ความจำ เป็นความสามารถในการเก็บรักษามวลประสบการณ์ต่างๆ จากการที่รับรู้ไว้และระลึกถึงนั้นได้เมื่อต้องการ

(2) ความเข้าใจ เป็นความสามารถในการจับใจความสำคัญของสื่อได้ และสามารถแสดงออกมาในรูปของการแปลความ ตีความ คาดคะเน ขยายความ หรือ การกระทำอื่นๆ

(3) การนำความรู้ไปใช้ เป็นขั้นที่ผู้เรียนสามารถนำความรู้ประสบการณ์ไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้ ซึ่งจะต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจ จึงจะสามารถนำไปใช้ได้

(4) การวิเคราะห์ เป็นขั้นที่ผู้เรียนสามารถคิด หรือ แยกแยะเรื่องราวสิ่งต่างๆ ออกเป็นส่วนย่อย เป็นองค์ประกอบที่สำคัญได้ และมองเห็นความสัมพันธ์ของส่วนที่เกี่ยวข้องกัน ความสามารถในการวิเคราะห์จะแตกต่างกันไปแล้วแต่ความคิดของแต่ละคน

(5) การสังเคราะห์ ขั้นนี้เป็นความสามารถในการที่ผสมผสานย่อยๆ เข้าเป็นเรื่องราวเดียวกันอย่างมีระบบ เพื่อให้เกิดสิ่งใหม่ที่สมบูรณ์และดีกว่าเดิม อาจเป็นการถ่ายทอดความคิดออกมาให้ผู้อื่นเข้าใจได้ง่าย การกำหนดวางแผนวิธีการดำเนินงานชิ้นใหม่ หรือ อาจเกิดความคิดในอันที่จะสร้างความสัมพันธ์ของสิ่งที่เป็นนามธรรมขึ้นมาในรูปแบบ หรือ แนวคิดใหม่

(6) การประเมินค่า เป็นความสามารถในการตัดสินใจ ตีราคา หรือ สรุปเกี่ยวกับคุณค่าของสิ่งต่างๆ ออกมาในรูปของคุณธรรมอย่างมีกฎเกณฑ์ที่เหมาะสม ซึ่งอาจเป็นไปตามเนื้อหาสาระในเรื่องนั้นๆ หรืออาจเป็นกฎเกณฑ์ที่สังคมยอมรับก็ได้

2) จิตพิสัย เป็นพฤติกรรมทางด้านจิตใจ ซึ่งจะเกี่ยวกับค่านิยม ความรู้สึก ความซาบซึ้ง ทศนคติ ความเชื่อ ความสนใจ และคุณธรรมพฤติกรรมของผู้เรียนในด้านนี้อาจจะไม่เกิดขึ้นทันที ดังนั้น การจัดการเรียนการสอนจะต้องใช้วิธีปลูกฝังโดยจัดสภาพแวดล้อมที่เหมาะสม และสอดแทรกสิ่งที่ดีงามอยู่ตลอดเวลา เพื่อให้พฤติกรรมของผู้เรียนเปลี่ยนไปในแนวทางที่พึงประสงค์ ด้านจิตพิสัย จะประกอบด้วย พฤติกรรมย่อยๆ 5 ระดับ ได้แก่

(1) การรับรู้ เป็นความรู้สึกที่เกิดขึ้นต่อปรากฏการณ์ หรือสิ่งเร้าอย่างใดอย่างหนึ่ง ซึ่งเป็นไปในลักษณะของการแปลความหมายของสิ่งเร้านั้นว่าคืออะไร แล้วจะแสดงออกมาในรูปของความรู้สึกที่เกิดขึ้น

(2) การตอบสนอง เป็นการกระทำที่แสดงออกมาในรูปของความเต็มใจ ยินยอม และพอใจต่อสิ่งเร้านั้น ซึ่งเป็นการตอบสนองที่เกิดจากการเลือกสรรแล้ว

(3) การเกิดค่านิยม เป็นการเลือกปฏิบัติในสิ่งที่เป็นที่ยอมรับกันในสังคม ซึ่งจะแสดงออกมาในรูปของการยอมรับนับถือในคุณค่านั้นๆ หรือปฏิบัติตามในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง จนกลายเป็นความเชื่อ แล้วจึงเกิดทัศนคติที่ดีในสิ่งนั้น

(4) การจัดรวบรวม เป็นการสร้างแนวคิดและจัดระบบของค่านิยมที่เกิดขึ้น ซึ่งจะรวบรวมค่านิยมเหล่านั้น โดยอาศัยความสัมพันธ์กับสิ่งที่ยึดถือ เพื่อใช้เป็นหลักในการพิจารณาในเรื่องต่าง ๆ ถ้าเข้ากันได้ก็จะยึดถือต่อไป แต่ถ้าขัดกันอาจไม่ยอมรับค่านิยมใหม่ หรืออาจจะยอมรับค่านิยมใหม่โดยยกเลิกค่านิยมเก่าไปก็ได้

(5) สร้างลักษณะนิสัยตามค่านิยมที่ยึดถือ เป็นการนำค่านิยมที่ยึดถือนั้นมาใช้ เป็นตัวควบคุมพฤติกรรมที่เป็นนิสัยประจำตัวของตน ให้ประพฤติปฏิบัติแต่สิ่งที่ดีถูกต้องดีงาม

3) ทักษะพิสัย เป็นพฤติกรรมการเรียนรู้ที่บ่งถึงความสามารถในการปฏิบัติงานได้อย่างคล่องแคล่วและชำนาญพฤติกรรมด้านนี้จะเห็นได้จากกระทำ ซึ่งแสดงผลของการปฏิบัติออกมาได้โดยตรง โดยมีเวลาและคุณภาพของงานเป็นตัวชี้ระดับของทักษะที่เกิดว่ามีมากน้อยเพียงใด การที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ทางด้านทักษะพิสัย ผู้เรียนจะต้องพร้อมที่จะใช้อวัยวะต่าง ๆ ประกอบด้วย พฤติกรรมย่อย ๆ 5 ชั้น ดังนี้

(1) การรับรู้ เป็นการให้ผู้เรียนได้รับรู้หลักการปฏิบัติที่ถูกต้อง หรือเป็นการเลือกหาตัวแบบที่สนใจ



(2) กระทำตามแบบ หรือ เครื่องชี้แนะ เป็นพฤติกรรมที่ผู้เรียนพยายามฝึกตามแบบที่ตนสนใจและพยายามทำซ้ำ เพื่อที่จะให้เกิดทักษะตามแบบที่ตนสนใจให้ได้ หรือสามารถปฏิบัติงานได้ตามข้อแนะนำ

(3) การหาความถูกต้อง เป็นพฤติกรรมที่ผู้เรียนสามารถปฏิบัติงานได้ด้วยตนเอง โดยไม่ต้องอาศัยเครื่องชี้แนะ เมื่อได้กระทำซ้ำแล้ว ก็พยายามหาความถูกต้องในการปฏิบัติ ซึ่งจะพัฒนาเป็นรูปแบบของตัวเอง อาจจะเหมือนหรือไม่เหมือนกับตัวแบบเดิมก็ได้

(4) การกระทำอย่างต่อเนื่อง หลังจากที่ได้ตัดสินใจเลือกรูปแบบที่เป็นของตัวเองก็จะมีการกระทำตามรูปแบบนั้นอย่างต่อเนื่อง จนปฏิบัติงานที่ย่างยากซับซ้อนได้ เป็นพฤติกรรมที่ผู้เรียนสามารถปฏิบัติงานได้อย่างรวดเร็ว ถูกต้อง และคล่องแคล่ว นั่นคือ เกิดทักษะขึ้นแล้ว การที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดทักษะได้จะต้องอาศัยการฝึกฝนในเรื่องนั้น ๆ และกระทำอย่างสม่ำเสมอ

(5) การกระทำได้อย่างเป็นธรรมชาติ เป็นพฤติกรรมสุดท้ายที่จะได้จากการฝึกอย่างต่อเนื่อง จนสามารถปฏิบัติสิ่งนั้นๆ ได้คล่องแคล่วว่องไว โดยอัตโนมัติ คุณเป็นไปอย่างธรรมชาติไม่ขัดเขิน ซึ่งถือเป็นความสามารถของการปฏิบัติในระดับสูง

จากที่กล่าวมาจึงสรุปได้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ผลที่เกิดจากกระบวนการจัดการเรียนการสอนที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดการเปลี่ยนแปลงความรู้ พฤติกรรมและประสบการณ์เรียนรู้คณิตศาสตร์ และแสดงออกทางด้านพุทธิพิสัย จิตพิสัย และทักษะพิสัย

### 1.5.2 การประเมินการจัดการเรียนการสอนแบบนิรนัย

สุวิทย์ มูลคำ และดร.อรทัย มูลคำ (2545, น.28) ได้ยกตัวอย่างการจัดการกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบนิรนัย และได้แสดงตัวอย่างการประเมินผลผู้เรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบนิรนัยดังนี้

1. ประเมินจากการสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียน ได้แก่ การแสดงความคิดเห็น ,ความสนใจเรียน ความร่วมมือในการเรียน และการรายงานกลุ่ม
2. ตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา หรือความรู้ที่ได้จากการอธิบาย
3. ตรวจสอบการนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ โดยดูจากภาระงาน ชิ้นงาน หรือผลงานผู้เรียน

ซึ่งจากที่กล่าวมาข้างต้นนั้นเป็นการประเมินผลผู้เรียนในลักษณะ รูปแบบการประเมินผลโดยยึดตามสภาพจริง (Authentic Model) ซึ่ง (พิสนุ พองศรี 2556: 38) ได้อธิบายรูปแบบการประเมินผลโดยยึดตามสภาพจริงว่าเป็นการประเมินตามสภาพปัญหาจริงเกี่ยวกับ

ความคิด การทำงานร่วมกัน ชี้นงาน การเขียน แฟ้มสะสมผลงาน และทักษะชีวิตเป็นต้น โดยผู้ประเมินจะสร้างเกณฑ์การประเมิน เป็นมิติระดับคุณภาพ (Rubrics) หรือคล้ายมาตราประมาณค่า (Rating) โดยแต่ละค่าหรือระดับคุณภาพมีรายละเอียดหรือมีคำอธิบายชัดเจน เพื่อให้ผู้ประเมินใช้อ้างอิงในการประเมิน

เอกรินทร์ สีมหาศาล (2546, น.58) ได้กล่าวเกี่ยวกับลักษณะและวิธีการของรูปแบบการประเมินผลตามสภาพจริงว่าเป็นการประเมินตามสภาพจริง ในด้านความรู้ พฤติกรรม การปฏิบัติ และผลการปฏิบัติกิจกรรม หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียน โดยพิจารณาจากแหล่งข้อมูล หรือองค์ประกอบที่สร้างขึ้นมาเพื่อใช้เป็นข้อมูลได้แก่ แบบฝึกหัด ภาระงาน ชี้นงาน โครงการงาน แบบทดสอบ แบบวัดผลทางการเรียน แบบสังเกต พฤติกรรม แบบสัมภาษณ์ เป็นต้น โดยครูผู้สอนใช้แหล่งข้อมูลเหล่านี้ในการพิจารณาผู้เรียน และใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาผู้เรียนต่อไป

ศศิธร เวียงวะลัย (2556, น.246 – 248) ได้กล่าวเกี่ยวกับการลักษณะและวิธีการประเมินผลตามสภาพจริง เป็นวิธีการที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เพราะสามารถวัดผลและประเมินผลผู้เรียนได้ตรงตามวัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งการประเมินผลตามสภาพจริง เป็นกระบวนการสังเกต การบันทึก และรวบรวมข้อมูล จากแหล่งข้อมูล โดยครูผู้สอนหรือผู้ประเมินจัดทำเครื่องมือ หรือแบบประเมิน โดยกำหนดเกณฑ์และเงื่อนไขต่างๆ และใช้ประเมินข้อมูลที่ได้จากผู้เรียน ซึ่งผลที่ได้สามารถใช้แก้ปัญหา หรือเป็นแนวทางในการพัฒนาผู้เรียนต่อไป

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยได้ยึดรูปแบบการประเมินผลการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีนัยที่สอดคล้องกับนักการศึกษาหลายๆท่านคือการประเมินผลยึดตามสภาพจริงจากผลของการปฏิบัติของผู้เรียน หรือชี้นงานของผู้เรียน โดยผู้สอนจะต้องออกแบบและสร้างเครื่องมือในการประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน ซึ่งเครื่องมือในการวัดและประเมินผลผู้เรียนของการวิจัยในครั้งนี้ ทางผู้วิจัยได้ประเมิน 2 ส่วน คือ 1) ประเมินผลหลังจัดกิจกรรมการจัดเรียนการสอนทุกคาบเรียน โดยใช้ใบงาน และแบบฝึกปฏิบัติ และ 2) ประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน โดยใช้แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพื่อวัดและประเมินผลผู้เรียนหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนัย ซึ่งแบบวัดแบ่งเป็น 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 แบบทดสอบปรนัย 20 ข้อ และตอนที่ 2 แบบทดสอบอัตนัย 5 ข้อ

โดยในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ยึดรูปแบบการแบ่งระดับการวัดและประเมินผลผู้เรียนหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนัยตามแนวคิดของวิลสัน (Wilson, 1971, pp.634 - 696) โดยได้จำแนกการประเมินผลผู้เรียนไว้ 4 ระดับดังนี้

1. **ด้านความรู้ ความจำ และด้านการคิดคำนวณ** เป็นพฤติกรรมขั้นพื้นฐาน ที่สุดในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียน โดยแบ่งเป็น 3 ชั้นดังนี้

1) ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เป็นความสามารถในการระลึก ข้อเท็จจริงต่างๆ ที่เคยได้เรียนมาแล้ว โดยสามารถวัดและตรวจสอบได้โดยใช้คำถามง่ายๆ จำเพาะ เจาะจง และเป็นคำถามพื้นฐาน

2) ความรู้ความจำเกี่ยวกับคำศัพท์ และนิยาม เป็นความสามารถเพิ่มขึ้นมาจากความรู้ ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง โดยนอกจากสามารถระลึกข้อเท็จจริงที่เรียนมาได้แล้ว สามารถใช้นิยาม หรือข้อเท็จจริงต่างๆ ได้ โดยสามารถวัดผลและตรวจสอบโดยใช้คำถามที่ ตรงไปตรงมาหรืออ้อมได้ แต่ยังไม่ต้องการการคำนวณ

3) ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณเป็นความสามารถ ในการนำความรู้ ข้อเท็จจริง มาลำดับขั้นตอนเพื่อใช้ในการคำนวณ โจทย์หรือปัญหาที่ง่าย ตรงไปตรงมาตามนิยาม หรือสูตรต่างๆ

2. **ความเข้าใจ** เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนมากกว่า แบ่งได้เป็น 6 ชั้น ดังนี้

1) ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ เป็นลักษณะของผู้เรียนที่สามารถ อธิบาย หรือสื่อสารความรู้ หรือมโนคติที่ได้เรียนมานั้นออกมาเป็นคำพูดของตนเองได้ และสามารถยกตัวอย่างที่แตกต่างประกอบได้

2) ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการและกฎทางคณิตศาสตร์ เป็น ความสามารถของผู้เรียนที่สามารถนำเอากฎและมโนคติที่ได้เรียนมาเชื่อมโยงกับปัญหาหรือ สถานการณ์และหาแนวทางการแก้ปัญหาได้เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับระบบจำนวน และพีชคณิต ในทางคณิตศาสตร์

3) ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหา เป็นความสามารถในการ นำเอาภาษา หรือปัญหา มาเขียนในรูปสมการ แต่ยังไม่รวมถึงการแก้สมการเพื่อหาคำตอบ

4) ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล เป็นความสามารถใน การอ่านข้อความ หรือเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างจากการอ่านข้อความทั่วไป

5) ความสามารถในการอ่านโจทย์ปัญหาและตีความทางคณิตศาสตร์ เป็น

6) ความสามารถในการอ่านโจทย์ปัญหา หรือเงื่อนไขต่างๆทาง คณิตศาสตร์แล้วสามารถตีความได้ว่าโจทย์ต้องการให้ทำอะไร ต้องการคำตอบอย่างไร

**3. การนำไปใช้** เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่ผู้เรียนคุ้นเคย เพราะคล้าย กับปัญหาที่ผู้เรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียนหรือแบบฝึกหัดที่ผู้เรียนเลือก กระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้ไม่ยากพฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ขั้น ดังนี้

1) ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียนจากหลายตัวอย่างที่คล้ายกัน ผู้เรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

2) ความสามารถในการเปรียบเทียบ เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3) ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง หรือยกตัวอย่างปัญหาอื่นที่มีวิธีการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน เพื่อใช้ศึกษาเป็นกรณีตัวอย่างในการแก้ปัญหา

4) ความสามารถในการมองเห็นแบบ ลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตรเป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูลและการระลึกถึงความสัมพันธ์ โดยศึกษาปัญหาอย่างมากจนเกิดความชำนาญจนสามารถระบุรูปแบบของปัญหาได้

**4. การวิเคราะห์** เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่ผู้เรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน แต่ที่อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าว ต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งเป็น 5 ขั้นดังนี้

1) ความสามารถในการแก้โจทย์ที่ไม่เคยประสบมาก่อน คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน ผู้เรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจ มโนคติ นิยามตลอดจนทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

2) ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา แทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้วมาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

3) ความสามารถในการพิสูจน์เป็นความสามารถในการพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยเห็นมาก่อน ผู้เรียนจะต้องอาศัยนิยามทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้ว มาช่วยในการแก้ปัญหา

4) ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ความสามารถในขั้นนี้เป็นการใช้ความสามารถในการวิจารณ์เป็นพฤติกรรมที่ย่างก้าวซับซ้อน ความสามารถในขั้นนี้ต้องการให้ผู้เรียนมองเห็นและเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดไปจากมโนคติ หลักการ กฎ นิยาม

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดเกณฑ์การวัดและประเมินผลผู้เรียน โดยใช้วิธีการตรวจให้คะแนนแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซึ่งอ้างอิงเกณฑ์การตรวจให้คะแนนตามกรมวิชาการ (2546, น.121-123) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546, น.72-74) ดังเกณฑ์ดังต่อไปนี้

ระดับคะแนน	ผลการทำแบบทดสอบที่ปรากฏให้เห็น
4	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน
3	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้องครบถ้วน
2	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน
1	การแสดงวิธีทำไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง
0	ไม่มีร่องรอยการดำเนินการใดๆ

และในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้วัดและประเมินผลผู้เรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยวิธีนิรนัย โดยใช้แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซึ่งแบ่งเป็นเป็น 2 ตอนได้แก่ ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ ข้อละ 1 คะแนน และตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบอัตนัย ข้อละ 4 คะแนน เป็นโดยที่ผู้เรียนจะต้องแสดงวิธีคิดหาคำตอบโดยละเอียด

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยได้สร้างเครื่องมือเพื่อวัดและประเมินผลผู้เรียนโดยแบ่งระดับการวัดและประเมินผลผู้เรียนหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนิรนัยตามแนวคิดของ วิลสัน (Wilson. 1971, pp.634 - 696) โดยได้จำแนกการประเมินผลผู้เรียนไว้ 4 ระดับดังนี้ 1. ความรู้ ความจำ 2. ความเข้าใจ 3. การนำไปใช้ และ 4. การวิเคราะห์ ผู้วิจัยได้สร้างเครื่องมือในการวัดและประเมินผลผู้เรียน ได้แก่ 1. ใบงานเป็นแบบฝึกปฏิบัติในชั้นเรียนเพื่อวัดผลการเรียนรู้ท้ายความเรียน



นั้น 2. แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซึ่งแบ่งเป็น 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 แบบทดสอบปรนัย และ ตอนที่ 2 แบบทดสอบอัตนัยเพื่อวัดและประเมินผลผู้เรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้การสอนแบบนิรนัย และผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์การให้คะแนนตามแนวทางการให้คะแนนของกรมวิชาการและสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

## 2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนิรนัย

รัชณี ภูพัชรกุล (2551, น.85 – 86) ได้ทำการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างวิธีการสอนแบบนิรนัยร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคเพื่อนคู่คิด และวิธีการสอนแบบปกติโดยแบ่งผู้เรียนออกเป็นสองกลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่ 1 เป็นกลุ่มทดลองโดยใช้วิธีการสอนแบบนิรนัยร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเพื่อนคู่คิด และกลุ่มที่ 2 คือกลุ่มควบคุม โดยใช้การสอนรูปแบบปกติแล้วจึงเปรียบเทียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนที่ได้รับการสอนแบบนิรนัยร่วมกับการจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือเทคนิคเพื่อนคู่คิดสูงกว่าผู้เรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

ธีรรัตน์ สังข์ (2556, น.127) ได้ทำการศึกษาเรื่องผลของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นิรนัยที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เรื่อง สถิติ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยเปรียบเทียบกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ก่อนและหลังได้รับการสอนแบบอุปนัย-นิรนัย และเปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 โดยผลการทดลองปรากฏว่าผู้เรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นิรนัยมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการสื่อสาร สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยยะสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ที่ร้อยละ 70

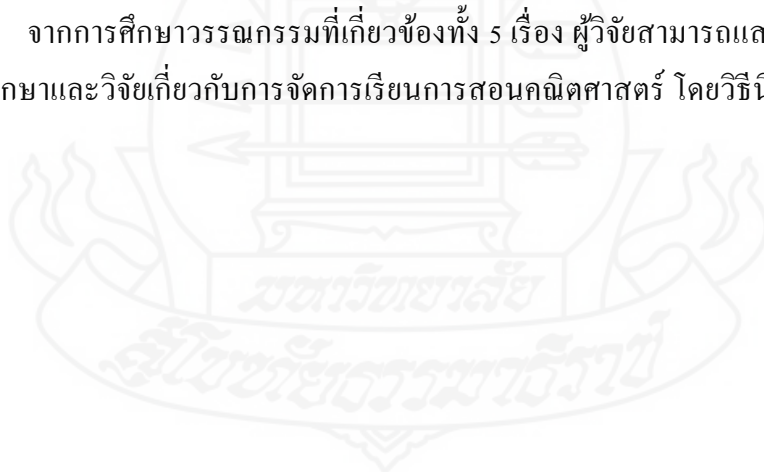
ไพศาล แผลงทับทอง (2558, น.84) ได้ทำการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์รูปแบบอุปนัยและนิรนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์เรื่อง ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ซึ่งผู้วิจัยได้กำหนดกลุ่มตัวอย่างเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นิรนัย และเปรียบเทียบความสามารถในการในการให้เหตุผล และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมซึ่งผลปรากฏว่า

ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมนั้นสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

อนรรักษ์ วักดิ์เพชร (2557) ได้ทำการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับผลการใช้ชุดการสอนแบบนิรนามและอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD ที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหา เจตคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนบะฮีวิทยาคม โดยเปรียบเทียบกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ก่อนและหลังได้รับการสอนแบบนิรนามและอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD และเปรียบเทียบกับเกณฑ์โดยผลการวิจัยที่ได้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้ชุดการสอนแบบนิรนามและอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD ทำให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

ฤทธิศักดิ์ สดคมขำ (2557, น.108) ได้ทำการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนาน โดยวิธีการสอนแบบนิรนามของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนหอแซฟอุปถัมภ์ เป็นการวิจัยรูปแบบเชิงทดลอง แบบแผนการทดลองแบบกลุ่มตัวอย่างเดียว มีการวัดผลก่อนและหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่าผู้เรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแบบนิรนาม มีทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

จากการศึกษาวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องทั้ง 5 เรื่อง ผู้วิจัยสามารถแสดงข้อมูลเป็นตารางสรุปการศึกษาและวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยวิธีนิรนามดังตารางที่ 2.4 ดังนี้



ตารางที่ 2.4 สรุปการศึกษาและวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยวิธีนินัย

ผู้วิจัย	ชื่อเรื่อง	ตัวแปรที่ศึกษา	เครื่องมือ	กลุ่มตัวอย่าง	รูปแบบการวิจัย	ผลการวิจัย
รัชณี ภูพัชรกุล สำนักงานวิจัย ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ของนักเรียน ระหว่างวิธีการสอนแบบนิน นัยร่วมกับการเรียนรู้แบบ ร่วมมือเทคนิคเพื่อนคู่คิด และวิธีการสอนแบบปกติ	การเปรียบเทียบ การเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิคเพื่อนคู่คิด	ตัวแปรอิสระ การจัดการ ตัวแปรตาม ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์	1.แผนจัดกิจกรรมการ เรียนเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์ 2.แบบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนหลังเรียน	2 ห้องเรียน ได้แก่ ห้องที่ 1 กลุ่มทดลอง ห้องที่ 2 กลุ่มควบคุม ได้มาโดยการสุ่มแบบ กลุ่มจากทั้งหมด 5 ห้องเรียน	เปรียบเทียบ ผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนของ กลุ่มทดลอง และ กลุ่มควบคุม	ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ ผู้เรียนที่ได้รับการสอนแบบนิน นัยร่วมกับการจัดการเรียนการ สอนแบบร่วมมือเทคนิคเพื่อน คู่คิดสูงกว่าผู้เรียนที่ได้รับการ สอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ 0.01
ธีณรัตน์ สัจจรณ์ สำนักงานวิจัย จัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นิน นัยที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้ เหตุผลและความสามารถในการ	ผลของการ จัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นิน นัยที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้ เหตุผลและความสามารถในการ	ตัวแปรอิสระ การจัดการ เรียนรู้แบบนินัย-อุปนัย ตัวแปรตาม 1.ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ 2.ความสามารถในการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์	1.แบบทดสอบวัด ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน 2. แบบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลและ ความสามารถในการ สื่อสารด้านการเขียน	1 ห้องเรียน ได้มาโดย การสุ่มแบบกลุ่ม	One Group Pretest – Posttest Design เปรียบเทียบ ผลสัมฤทธิ์ก่อน และหลังเรียน และเปรียบเทียบ	ผู้เรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ แบบอุปนัย-นินนัยมีผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียน ความสามารถในการ การให้เหตุผล และความสามารถ ในการสื่อสาร สูงกว่าก่อน ได้รับ การจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยยะ



ตารางที่ 2.4 (ต่อ)

ผู้วิจัย	ชื่อเรื่อง	ตัวแปรที่ศึกษา	เครื่องมือ	กลุ่มตัวอย่าง	รูปแบบการวิจัย	ผลการวิจัย
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	3.ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	3.ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	3.แบบประเมินการสื่อสารทางคณิตศาสตร์		กึ่งเกณฑ์ร้อยละ 70	สำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ที่ร้อยละ 70
ไพศาล แผลงทับทอง	กิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัย-อุปนัย	กิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัย-อุปนัย	ด้านการพูด		One Group	การให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัด
ชื่องานวิจัย ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์รูปแบบอุปนัย และนิรนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์เรื่อง ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น	1.ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	1.ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	2.แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนคณิตศาสตร์	1 ห้องเรียน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม	Pretest – Posttest Design	กิจกรรมนั้นสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01
	2.ความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนคณิตศาสตร์	2.ความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนคณิตศาสตร์	เหตุผล และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนคณิตศาสตร์		เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ก่อนและหลังเรียน และเปรียบเทียบ	
					กับเกณฑ์ร้อยละ 70	

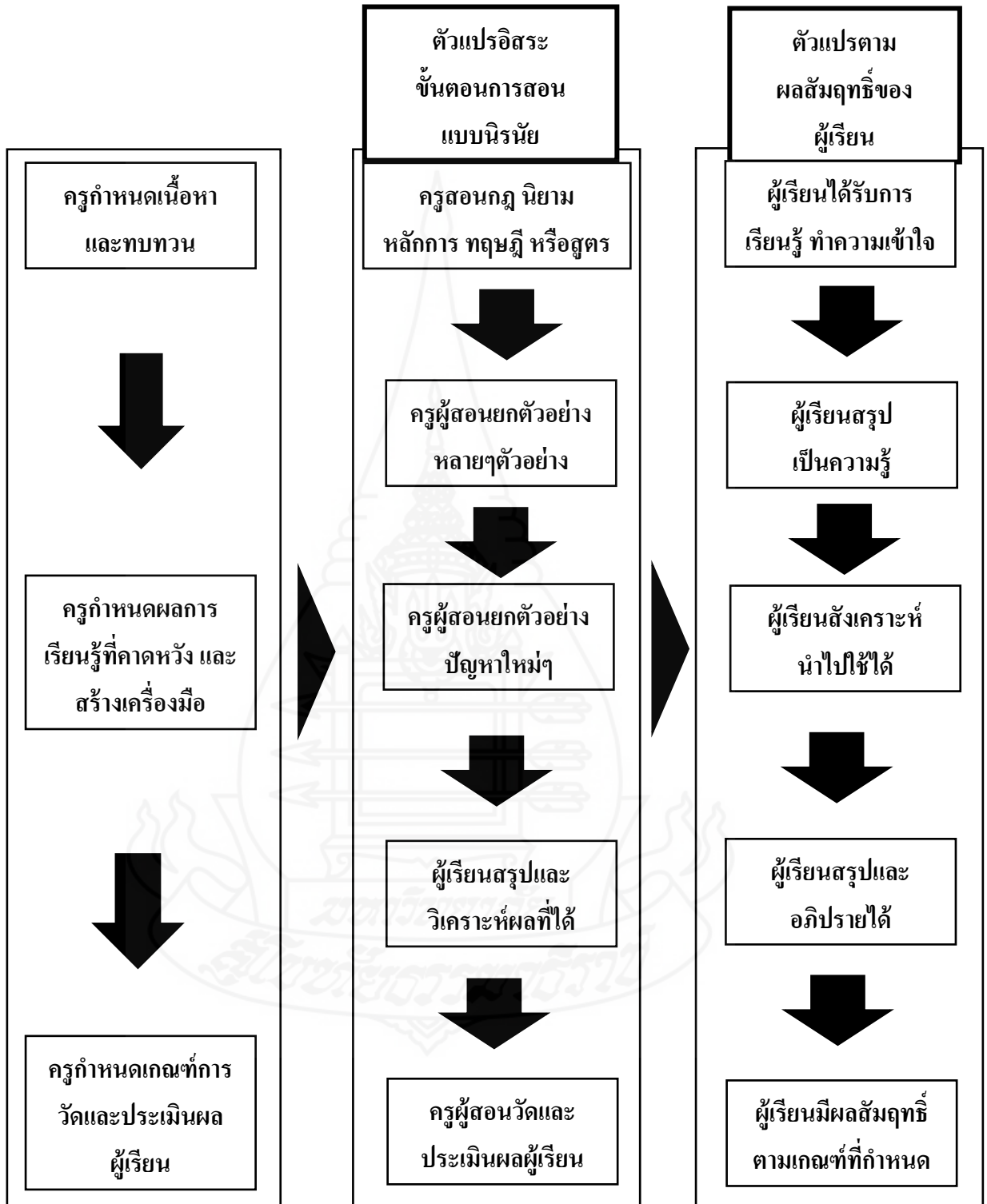
ตารางที่ 2.4 (ต่อ)

ผู้วิจัย	ชื่อเรื่อง	ตัวแปรที่ศึกษา	เครื่องมือ	กลุ่มตัวอย่าง	รูปแบบการวิจัย	ผลการวิจัย
อนุรักษ วัภักดีเพชร ชื่องานวิจัย	ผลการใช้ชุดการสอนแบบนิรนัยและอุปนัย ร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิค STAD ที่ส่งผลต่อ การแก้ปัญหา เจตคติและ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่ม สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ฤทธิ์ศักดิ์ สดคมขำ ชื่องานวิจัย	ตัวแปรอิสระ การจัดกิจกรรม การเรียนรู้แบบนิรนัยและ อุปนัยร่วมกับการเรียนรู้แบบ ร่วมมือเทคนิค STAD ตัวแปรตาม ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์	1.ชุดการสอนแบบนิรนัยและ อุปนัยร่วมกับการเรียนรู้แบบ ร่วมมือเทคนิค STAD 2.แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียน 3.แบบทดสอบวัดการ แก้ปัญหา	1 ห้องเรียน ได้มา โดยการสุ่มแบบ กลุ่ม	One Group Pretest – Posttest Design เปรียบเทียบ ผลสัมฤทธิ์ก่อนและ หลังเรียน และ เปรียบเทียบกับเกณฑ์ ร้อยละ 70	ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่าง มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
ความสามารถการให้ เหตุผล ทางคณิตศาสตร์เรื่องเส้น ขนานโดยวิธีการสอนแบบ นิรนัยของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2	การพัฒนา นิรนัย ตัวแปรตาม	ตัวแปรอิสระ ชุดฝึกทักษะ และการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์โดยการสอนแบบ นิรนัย	1.ชุดฝึกทักษะและการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดย การสอนแบบนิรนัย 2.แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียน 3.แบบทดสอบวัด ความสามารถในการให้ เหตุผล	1 ห้องเรียน ได้มา โดยการสุ่มแบบ กลุ่ม	One Group Pretest – Posttest Design เปรียบเทียบ ผลสัมฤทธิ์ก่อนและ หลังเรียนและ เปรียบเทียบกับเกณฑ์ ร้อยละ 70	ผู้เรียนหลังได้รับการจัดการ เรียนรู้โดยวิธีการสอนแบบนิร นัย มีทักษะการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน สูง กว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ 0.01

จากการสรุปความหมาย ขั้นตอน เครื่องมือวัดและประเมินผลของการสอนแบบนิรนัย ที่ได้กล่าวไว้แล้วพบว่า เป็นวิธีการสอนที่เหมาะสมแก่การนำไปใช้สอนเนื้อหาวิชาที่ยาก และมีการดำเนินการหลายขั้นตอน และต้องวัดและประเมินผลตามเนื้อหาย่อยๆ เพื่อเน้นย้ำความเข้าใจของผู้เรียน ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำการสอนโดยวิธีนิรนัยไปใช้จัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เนื่องจากเป็นเนื้อหาที่ค่อนข้างยาก มีกฎ นิยาม สูตรและทฤษฎีต่างๆ และต้องนำกฎ นิยามสูตรหรือทฤษฎีมาดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ โดยอาศัยทักษะทางด้านจำนวนและการดำเนินการ ทักษะทางด้านพีชคณิต และทักษะทางด้านกราฟิก และศึกษาผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นหลังผู้เรียนได้รับการจัดการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้การสอนแบบนิรนัย โดยอยู่ภายใต้กรอบแนวความคิดที่ผู้วิจัยได้สรุป ในภาพที่ 2.1 ดังนี้



3. กรอบแนวความคิดในการวิจัย



ภาพที่ 2.1 กรอบแนวความคิดในการวิจัย

## บทที่ 3

### วิธีดำเนินงานวิจัย

การวิจัยเรื่องผลการสอน โดยใช้วิธีนิรนัย เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสุรธรรมพิทักษ์ จังหวัดนครราชสีมา ผู้วิจัยมีวิธีดำเนินงานวิจัยตามหัวข้อต่อไปนี้

1. ประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การวิเคราะห์ข้อมูล

#### 1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

##### 1.1 ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนโรงเรียนสุรธรรมพิทักษ์ อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา จำนวน 10 ห้องเรียน

##### 1.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้คือนักเรียนที่กำลังศึกษาในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนสุรธรรมพิทักษ์ จังหวัดนครราชสีมา จำนวน 30 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบหลายขั้นตอน ผู้เรียนทั้งหมด 1 ห้องเรียน จำนวน 30 คน โดยทางโรงเรียนจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถของผู้เรียน ที่มีผลการเรียนระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในห้องเดียวกัน ได้มาโดยใช้การสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)

## 2. เครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติโดยใช้การสอนรูปแบบนิรนัย เครื่องมือในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลซึ่งประกอบไปด้วย

### 2.1 แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีนิรนัยเรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ มีรายละเอียดการสร้างและตรวจสอบคุณภาพดังนี้

#### ขั้นเตรียม

2.1.1 ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้แกนกลาง และมาตรฐานการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จากคู่มือการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 เพื่อกำหนดขอบเขตการนำเสนอเนื้อหา

2.1.2 วิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้ และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของการจัดการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

2.1.3 ศึกษารายละเอียดของเนื้อหาที่จะนำมาสร้างเป็นแผนการจัดการเรียนการสอน จากตำราเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสอน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ประกอบไปด้วย

1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552)

2) คู่มือเตรียมสอบรายวิชาคณิตศาสตร์ มัธยมศึกษาปีที่ 4-6 เล่ม 2 รายวิชาพื้นฐานและเพิ่มเติม (สมัย เหล่าวานิชย์ และพัชพรรณ เหล่าวานิชย์, 2554)

3) คู่มือเตรียมสอบรายวิชาคณิตศาสตร์ มัธยมศึกษาปีที่ 4-6 เล่ม 2 รายวิชาพื้นฐาน (สมัย เหล่าวานิชย์, 2554)

4) คู่มือเตรียมสอบคณิตศาสตร์ O-NET&Pre O-NET มัธยมศึกษาปีที่ 4-6 (กนกวลี อุษณกรกุล, รณชัย มาเจริญทรัพย์, เรณู สุทธิวาริ, จินดา อยู่เป็นสุข)

5) หัวใจคณิตศาสตร์ O-NET (ณัฐ อุดมพานิชย์ 2553)

6) ตะลุยคลังข้อสอบคณิตศาสตร์ O-NET มัธยมศึกษาปีที่ 4-6 (สมัย เหล่าวานิชย์, 2554)

2.1.4 กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ให้สอดคล้องกับ  
สาระการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้ ของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้  
คณิตศาสตร์

2.1.5 ศึกษาเอกสารทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนโดย  
วิธีนรินัย

2.1.6 สร้างแผนการจัดการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ใน  
เนื้อหา เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 10 แผน เป็นเวลาทั้งสิ้น 12 ชั่วโมง ดังตารางที่ 3.1

2.1.7 จัดการเรียนการสอนโดยวิธีนรินัย โดยมี 6 ขั้นตอนดังนี้

**ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน** ผู้สอนนำนักเรียนเข้าสู่เนื้อหาด้วยวิธีการต่างๆตาม  
ลักษณะของเนื้อหาที่จะสอนในคาบเรียน อาทิเช่น

1) ผู้สอนสนทนากับผู้เรียนเกี่ยวกับเรื่องราวหรือเหตุการณ์ในชีวิตจริงที่  
ใกล้ตัวผู้เรียนและเกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่จะเรียน

2) ผู้สอนใช้คำถามแบบกลุ่มหรือแบบเจาะจงถามรายบุคคลซักถามเพื่อให้  
ผู้เรียนอยากเรียนรู้หรือมีส่วนร่วมในเรื่องที่สอน

3) ผู้สอนสนทนากับผู้เรียนเกี่ยวกับปัญหาในคาบเรียนที่ผ่านมา

4) การใช้สื่อนำเสนอในรูปแบบ Power Point เข้าสู่บทเรียน

**ขั้นถ่ายทอดความรู้** ผู้สอนถ่ายทอดความรู้ ทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปที่  
ต้องการให้ผู้เรียนได้รู้ โดย

1) ผู้สอนอธิบายกฎ หลักการต่างๆ ให้แก่นักเรียนโดยนำเสนอผ่าน  
โปรแกรม Power Point

2) ผู้สอนตั้งคำถามเป็นรายกลุ่มหรือเจาะจงถามรายบุคคลเพื่อให้ผู้เรียนมี  
ส่วนร่วมในการกระบวนกรสอน หรือทดสอบความเข้าใจในเรื่องที่ผู้สอนได้อธิบาย

**ขั้นนำเข้าสู่ตัวอย่าง** ผู้สอนถ่ายทอดความรู้ไปสู่ตัวอย่างย่อยๆ โดยการให้  
ความรู้ ทฤษฎีหลักการ และกฎ ที่กล่าวไปแล้ว มาใช้แก้ปัญหา โดย

1) ผู้สอนเตรียมตัวอย่าง 3 ตัวอย่าง ได้แก่ ตัวอย่างที่นำสูตร ทฤษฎี หรือ  
นิยามมาใช้ ตัวอย่างการประยุกต์ใช้สูตร ทฤษฎีหรือนิยามนั้น และตัวอย่างการนำไปใช้แก้ปัญหาใน  
สถานการณ์ต่างๆ ข้อละ 3-5 ตัวอย่าง โดยเรียงจากง่ายไปยาก และนำเสนอโดยโปรแกรม Power  
Point

2) ผู้สอนอธิบายและสาธิตตัวอย่างบนกระดาน ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ ทำความ  
เข้าใจ และปฏิบัติตามลงสมุดบันทึกของผู้เรียน

3) ผู้สอนตั้งคำถามแบบรายกลุ่มหรือรายบุคคลกับผู้เรียนประกอบการ  
สาธิตตัวอย่างเพื่อให้ผู้เรียนได้คิดตาม และมีส่วนร่วมในกระบวนการยกตัวอย่าง

**ขั้นเน้นย้ำความเข้าใจ** โดยการให้ผู้เรียนทำแบบฝึก หรือ ออกแบบกิจกรรม  
ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง

1) ผู้สอนเน้นย้ำความเข้าใจ โดยการให้ผู้เรียนทำใบงานแบบรายบุคคล  
จำนวน 3-5 ข้อ

2) ผู้สอนเฉลยคำตอบและอธิบายวิธีคิดหาคำตอบเป็นรายข้อ แล้วจึงให้  
ผู้เรียนทำใบงานข้อต่อไป ปฏิบัติแบบนี้จนครบทุกข้อ เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแก้ไขสิ่งที่ผิดพลาด  
ในข้อต่อไป

**ขั้นสรุป** ผู้สอนให้ผู้เรียนอภิปรายและสรุปการเรียนรู้ที่เกิดขึ้น

- 1) ผู้สอนเป็นผู้สรุปความรู้ที่ผู้เรียนได้รับในกรณีที่เนื้อหาที่มีความยาก
- 2) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้ในกรณีเนื้อหาที่มีความง่ายถึง

ปานกลาง

**ขั้นวัดและประเมินผล** ในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยวัดผลผู้เรียนโดยแบ่ง  
ออกเป็น 4 ระดับ ตามแนวคิดของวิลสัน(Wilson) ซึ่งประกอบด้วย 1. ความรู้ ความจำ 2. ความ  
เข้าใจ 3. การนำไปใช้ 4. การวิเคราะห์ ในการวัดผลผู้เรียน โดยมีขั้นตอนดังนี้

1) ผู้สอนวัดความรู้พื้นฐานของผู้เรียน โดยให้ผู้เรียนทำแบบวัดผลสัมฤทธิ์  
ทางการเรียนก่อนเรียนรายบุคคล

2) ผู้สอนให้ผู้เรียนทำใบงานแบบรายบุคคล ใช้เวลาในการทำใบงาน และ  
ตรวจสอบคำตอบ 20 นาที จำนวน 3-5 ข้อ ทั้งหมด 12 ใบงาน

3) ผู้สอนมอบหมายใบงานเพิ่มเติม ให้ผู้เรียนกลับไปทำที่บ้าน เพื่อเป็นการ  
ตรวจสอบความเข้าใจและทบทวน แล้วนำมาส่งในคาบเรียนถัดไปตามที่ครูกำหนดทั้งหมด 11 ใบ  
งาน ผู้สอนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนิรนัย  
โดยให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบหลังเรียนโดยแบ่งเป็น 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 ข้อสอบ ปรนัย จำนวน  
20 ข้อ 20 คะแนน และตอนที่ 2 ข้อสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ 20 คะแนน รวมคะแนน 40 คะแนน

2.1.7 สร้างสื่อประกอบการจัดการเรียนการสอน ในแผนการจัดการเรียนการสอน

2.1.8 สร้างแบบวัดและประเมินผล ตามเกณฑ์การวัดและประเมินผลที่ทางผู้วิจัย  
ได้กำหนด

2.1.9 บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้



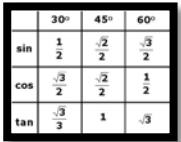
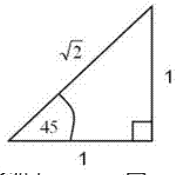
จากขั้นตอนการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปเป็นตารางการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้การสอนแบบนิรนัย และการวัดผลผู้เรียน ดังตารางที่ 3.1 ดังนี้



ตารางที่ 3.1 แผนการจัดการเรียนรู้รายชั่วโมง เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้การสอนแบบนิรนัย

ชั่วโมง	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่คาดหวัง	สาระสำคัญ	ระดับพฤติกรรม (Wilson)	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล
1	<p>อัตราส่วนตรีโกณมิติ คือ อัตราส่วนระหว่างความยาวด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส กฎของโคไซน์และกฎของไซน์ซึ่งประกอบไปด้วย</p> $\sin = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ $\cos = \frac{\text{ด้านประชิดมุม A}}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ $\tan = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ด้านประชิดมุม A}}$ <p>Cosec, sec และ cot คือส่วนกลับของ sin, cos และ tan</p>	<p>1. ผู้เรียนสามารถเขียนและหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของรูปสามเหลี่ยมเมื่อกำหนดมุมมาให้ได้</p>	<p>อัตราส่วนตรีโกณมิติ</p> $\sin = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ $\cos = \frac{\text{ด้านประชิดมุม A}}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ $\tan = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ด้านประชิดมุม A}}$	<p><b>ระดับที่ 1</b> ความรู้และความจำ</p>	<p>1. ใบงานที่ 1.1 ในชั้นฝึกปฏิบัติจำนวน 5 ข้อ 2. ใบงานที่ 1.2 “การเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้” 3. เกณฑ์การตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 1.1 ในชั้นฝึกและใบงานที่ 1.2</p>	<p>1. ตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 1.1 ในชั้นฝึก และใบงานที่ 1.2 ตามเกณฑ์การตรวจสอบและวัดผลที่ครูกำหนด</p>

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

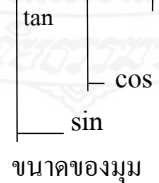
ชั่วโมง	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่คาดหวัง	สาระสำคัญ	ระดับพฤติกรรม (Wilson)	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล
2	<p>ค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 45 และ 60 องศา</p> <p>1. ผู้เรียนสามารถหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30,45 และ 60 องศาได้จากตาราง</p>  <p>2. การระบุค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติโดยวิธีอื่นเพิ่มเติมเช่นระบุจากรูปสามเหลี่ยมตรีโกณมิติ</p>  <p>ค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติมุมต่างๆ</p>	<p>1. ผู้เรียนสามารถระบุค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติมุม 30,45 และ 60 องศาได้</p> <p>2. ผู้เรียนสามารถนำค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติมุม 30,45 และ 60 ไปใช้ในการดำเนินการได้</p>	<p><math>\sin 30^\circ = \frac{1}{2}</math></p> <p><math>\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}</math></p> <p><math>\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}</math> หรือ <math>\frac{1}{\sqrt{3}}</math></p> <p><math>\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}</math> หรือ <math>\frac{1}{\sqrt{2}}</math></p> <p><math>\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}</math> หรือ <math>\frac{1}{\sqrt{2}}</math></p>	<p>ระดับที่ 1</p> <p>ความรู้และความจำ</p> <p>ระดับที่ 2</p> <p>ความเข้าใจ</p>	<p>1. ใบงานที่ 2.1 ในชั้นฝึกปฏิบัติจำนวน 5 ข้อ</p> <p>2. ใบงานที่ 2.2</p> <p>“การประยุกต์ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติมุม 30,45 และ 60 องศา”</p> <p>3. เกณฑ์การตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 2.1 ในชั้นฝึกและใบงานที่ 2.2</p>	<p>1. ตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 2.1 ในชั้นฝึก</p> <p>และใบงานที่ 2.2 ตามเกณฑ์การตรวจสอบและวัดผลที่ครูกำหนด</p>

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

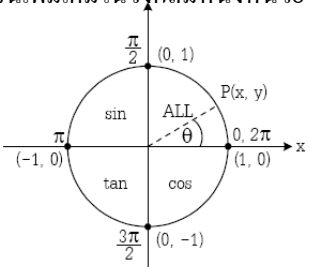
ชั่วโมง	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่คาดหวัง	สาระสำคัญ	ระดับพฤติกรรม (Wilson)	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล
3	ผู้เรียนสามารถหาค่าอัตราส่วน sin, cos และ tan มุมที่อยู่ระหว่าง $0 - 90^\circ$ ได้จากการเปิดตาราง	1. ผู้เรียนสามารถหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่างๆ ได้จากการเปิดตาราง 2. ผู้เรียนสามารถนำค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติจากการเปิดตารางไปใช้ได้	ส่วนค่าของ cosec, sec และ cot สามารถหาได้จากส่วนกบของ sin, cos และ tan การอ่านค่าของอัตราส่วน sin, cos และ tan	ระดับที่ 2 ความเข้าใจ	1. ใบงานที่ 3.1 ในชั้นฝึก 2. ใบงานที่ 3.2 “ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติในมุมต่างๆ จากตาราง” 3. เกณฑ์การตรวจสอบความถูกต้องของ ใบงานที่ 3.1 ในชั้นฝึก และใบงานที่ 3.2	.ตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 3.1 ในชั้นฝึก และใบงานที่ 3.2 ตามเกณฑ์การตรวจสอบและวัดผลที่ครูกำหนด

$\theta$	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$
$25^\circ$	0.4226	0.9063	0.4663
$26^\circ$	0.4384	0.8989	0.4877
$27^\circ$	0.4540	0.8910	0.5095
$28^\circ$	0.4695	0.8829	0.5317
$29^\circ$	0.4848	0.8746	0.5543
$30^\circ$	0.5000	0.8660	0.5774
$31^\circ$	0.5150	0.8572	0.6009
$32^\circ$	0.5299	0.8480	0.6249
$33^\circ$	0.5446	0.8387	0.6494

$\theta$	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$
$25^\circ$	0.4226	0.9063	0.4663
$26^\circ$	0.4384	0.8989	0.4877
$27^\circ$	0.4540	0.8910	0.5095
$28^\circ$	0.4695	0.8829	0.5317
$29^\circ$	0.4848	0.8746	0.5543
$30^\circ$	0.5000	0.8660	0.5774
$31^\circ$	0.5150	0.8572	0.6009
$32^\circ$	0.5299	0.8480	0.6249
$33^\circ$	0.5446	0.8387	0.6494



ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ชั่วโมง	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่คาดหวัง	สาระสำคัญ	ระดับพฤติกรรม (Wilson)	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล
4	<p>1.ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 0 และ 90 องศา</p> <p>ผู้เรียนสามารถหาค่าไซน์และโคไซน์มุม 0 และ 90 องศาจากตาราง และศึกษาค่าของไซน์และโคไซน์เพิ่มเติมในวงกลมหนึ่งหน่วย</p>  <p>จะพบว่ามุมจะเริ่มเปิดขึ้นจากแกน x ไปในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาซึ่งตามนิยาม ค่าของโคไซน์ได้</p>	<p>1.ผู้เรียนมีความเข้าใจและสามารถบอกค่าไซน์และโคไซน์ของมุม <math>0^\circ</math> และ <math>90^\circ</math> ได้</p>	<p>ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 0 และ 90 องศา</p> <p><math>\cos 0^\circ = 1</math></p> <p><math>\sin 0^\circ = 0</math></p> <p><math>\sin 90^\circ = 0</math></p> <p><math>\tan 0^\circ = 0</math></p> <p><math>\tan 90^\circ</math> หาค่าไม่ได้</p>	<p><b>ระดับที่ 1</b></p> <p>ความรู้และความจำ</p> <p><b>ระดับที่ 2</b></p> <p>ความเข้าใจ</p>	<p>1.ใบงานที่ 4.1 ในชั้นฝึกปฏิบัติจำนวน 5 ข้อ</p> <p>2.ใบงานที่ 4.2 การประยุกต์ค่าไซน์และโคไซน์ของมุม 0 องศา และ 90 องศา</p>	<p>1.ตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 4.1 ในชั้นฝึก</p> <p>และใบงานที่ 4.2 ตามเกณฑ์การตรวจสอบและวัดผลที่ครูกำหนด</p>

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ชั่วโมง	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่คาดหวัง	สาระสำคัญ	ระดับพฤติกรรม (Wilson)	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล
4 (ต่อ)	<p>เป็น 1 เนื่องจากด้านทั้งสองมีความยาวเท่ากันที่ขนาดมุม 0 องศาซึ่งเป็นรัศมีของวงกลม มีความยาวเท่ากับ 1 หน่วยบนแกน x จึงได้ข้อสรุปว่า ค่า <math>\cos 0^\circ = 1</math> แต่เมื่อมุมเปิดขึ้นจนถึงฉากกับแกน y (90 องศา) ด้านประชิดมุม <math>\theta</math> เป็น 0 ดังนั้น <math>\cos 90^\circ = 0</math> ส่วนค่าไซน์ได้จากค่าบนแกน y คืออัตราส่วนระหว่างด้านตรงข้ามมุม <math>\theta</math> ต่อด้านตรงข้ามมุมฉากถ้ามุมเปิดมากขึ้นเท่าไร ด้านตรงข้ามมุม <math>\theta</math> จะเพิ่มขึ้นและเมื่อมุมเปิดถึง 90 องศา ด้านตรงข้าม</p>	<p>1. ผู้เรียนมีความเข้าใจและสามารถบอกค่าไซน์และโคไซน์ของมุม <math>0^\circ</math> และ <math>90^\circ</math> ได้</p>	<p>ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 0 และ 90 องศา  <math>\cos 0^\circ = 1</math>  <math>\cos 90^\circ = 0</math>  <math>\sin 0^\circ = 0</math>  <math>\sin 90^\circ = 0</math></p>	<p>ระดับที่ 1 ความรู้และความจำ</p> <p>ระดับที่ 2 ความเข้าใจ</p>	<p>1. ใบงานที่ 4.1 ในชั้นฝึกปฏิบัติจำนวน 5 ข้อ</p> <p>2. ใบงานที่ 4.2 การประยุกต์ค่าไซน์และโคไซน์ของมุม 0 องศา และ 90 องศา</p> <p>3. เกณฑ์การตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 4.1 ในชั้นฝึกปฏิบัติ และใบงานที่ 4.2</p>	<p>1. ตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 4.1 ในชั้นฝึก</p> <p>และใบงานที่ 4.2 ตามเกณฑ์การตรวจสอบและวัดผลที่ครูกำหนด</p>

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ชั่วโมง	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่คาดหวัง	สาระสำคัญ	ระดับพฤติกรรม (Wilson)	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล
4 (ต่อ)	ข้ามมุมฉาก หรือเท่ากับ 1 หน่วยซึ่งเป็นรัศมีของวงกลมจึงได้ข้อสรุปว่า $\sin 90^\circ = 1$ และเมื่อมุมมีขนาดลดลง ด้านตรงข้ามมุม $\theta$ จะมีขนาดลดลงจนเมื่อ มุมเป็น 0 องศา ด้านตรงข้ามมุม $\theta$ เป็น 0 จึงได้ค่า $\sin 0^\circ = 0$	1. ผู้เรียนมีความเข้าใจและสามารถบอกค่าไซน์และโคไซน์ของมุม $0^\circ$ และ $90^\circ$ ได้	ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 0 และ 90 องศา $\cos 0^\circ = 1$ $\cos 90^\circ = 0$ $\sin 0^\circ = 0$ $\sin 90^\circ = 1$	<b>ระดับที่ 1</b> ความรู้และความจำ <b>ระดับที่ 2</b> ความเข้าใจ	1. ใบงานที่ 4.1 ในชั้นฝึกปฏิบัติจำนวน 5 ข้อ 2. ใบงานที่ 4.2 การประยุกต์ค่าไซน์และโคไซน์ของมุม 0 องศา และ 90 องศา 3. เกณฑ์การตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 4.1 ในชั้นฝึกปฏิบัติ และใบงานที่ 4.2	1. ตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 4.1 ในชั้นฝึกและใบงานที่ 4.2 ตามเกณฑ์การตรวจสอบและวัดผลที่ครูกำหนด

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ชั่วโมง	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่คาดหวัง	สาระสำคัญ	ระดับ พฤติกรรม (Wilson)	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล
5	<p>ความสัมพันธ์ของค่าไซน์ และ โคไซน์</p> $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$ <p>เมื่อกำหนดให้ <math>0 \leq \theta &lt; 90^\circ</math></p> <p>กล่าวคือ ค่าของไซน์ของมุม <math>90^\circ - \theta</math> จะเท่ากับ ค่า โคไซน์ของมุม <math>\theta</math> เช่น</p> $\sin(90^\circ - 30) = \cos 60$ $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ$ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ <p>ความสัมพันธ์ค่าอื่นๆเพิ่มเติม</p> $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$ $\cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta$ $\operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec \theta$	<p>1. ผู้เรียนเข้าใจความสัมพันธ์ของค่าไซน์ และ โคไซน์</p> <p>2. เมื่อกำหนดอัตราส่วนตรีโกณมิติมาหนึ่งค่า ผู้เรียนสามารถระบุอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีค่าเท่ากันได้</p> $\operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec$ $\cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta$	<p>ความสัมพันธ์ของค่าไซน์ และ โคไซน์</p> $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$ $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$ <p>ความสัมพันธ์ค่าอื่นๆเพิ่มเติม</p>	<p><b>ระดับที่ 1</b></p> <p>ความรู้ และ ความจำ</p> <p><b>ระดับที่ 2</b></p> <p>ความเข้าใจ</p>	<p>1. ใบงานที่ 5.1 ในชั้น</p> <p>ฝึกปฏิบัติจำนวน 5 ข้อ</p> <p>2. ใบงานที่ 5.2 “ความสัมพันธ์ของค่าไซน์ และ โคไซน์”</p> <p>3. เกณฑ์การตรวจสอบความถูกต้องของ</p> <p>ใบงานที่ 5.1 ชั้นฝึก และ ใบงานที่ 5.2</p>	<p>1. ตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 5.1 ในชั้นฝึก และ ใบงานที่ 5.2 ตามเกณฑ์การตรวจสอบและวัดผลที่ครูกำหนด</p>



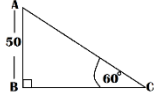
ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ชั่วโมง	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่คาดหวัง	สาระสำคัญ	ระดับ พฤติกรรม (Wilson)	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล
6 (ต่อ)	<p>เมื่อกำหนดให้ <math>0 \leq \theta &lt; 90^\circ</math> กล่าวคือ ค่าของไซน์ของมุม <math>90^\circ - \theta</math> เท่ากับค่า โคไซน์ของมุม <math>\theta</math></p> <p>เช่น</p> $\sin(90^\circ - 30) = \cos 60$ $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ$ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ <p>ความสัมพันธ์ค่าอื่นๆเพิ่มเติม</p> $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$ $\cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta$ $\operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec \theta$	<p>1. ผู้เรียนเข้าใจความสัมพันธ์ของค่าไซน์และโคไซน์</p> <p>2. เมื่อกำหนดอัตราส่วนตรีโกณมิติมาหนึ่งค่า ผู้เรียนสามารถระบุอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีค่าเท่ากันได้</p>	<p>ความสัมพันธ์ของค่าไซน์และโคไซน์</p> $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$ $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$ <p>ความสัมพันธ์ค่าอื่นๆเพิ่มเติม</p>	<p>ระดับที่ 1 ความรู้ และความจำ</p> <p>ระดับที่ 2 ความเข้าใจ</p>	<p>1. ใบงานที่ 5.1 ในชั้นฝึกปฏิบัติจำนวน 5 ข้อ</p> <p>2. ใบงานที่ 5.2 “ความสัมพันธ์ของค่าไซน์และโคไซน์”</p> <p>3. เกณฑ์การตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 5.1 ชั้นฝึกและใบงานที่ 5.2</p>	<p>1. ตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 6.1 ในนฝึกและ 6.2 ตามเกณฑ์การตรวจสอบและวัดผลที่ครูกำหนด</p>

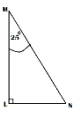
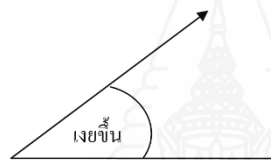
ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ชั่วโมง	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่คาดหวัง	สาระสำคัญ	ระดับพฤติกรรม (Wilson)	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล
6 (ต่อ)	การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติในหัวข้อนี้คือการนำค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin, \cos$ และ $\tan$ ไปคำนวณหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก กล่าวคือถ้าเราทราบความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากเพียงด้านเดียวเราไม่สามารถใช้ทฤษฎีพีทาโกรัสหาความยาวด้านที่เหลือได้ แต่ถ้าเราทราบขนาดของมุมที่ไม่ใช่มุมฉากเพิ่มเติมเราสามารถรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติในการคำนวณหาความยาวของด้านที่ต้องการได้	1. ผู้เรียนสามารถหาความยาวด้านที่ต้องการของสามเหลี่ยมมุมฉากได้โดยนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปประยุกต์ใช้	การหาความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากโดยใช้การเปรียบเทียบสัดส่วนระหว่างอัตราส่วนด้านที่มีความยาวด้านกับอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เกี่ยวข้อง โดยใช้ขนาดของมุมที่ทราบ	ระดับที่ 3 การนำไปใช้	1. ใบงานที่ 6.1 ในชั้นฝึกปฏิบัติจำนวน 5 ข้อ 2. ใบงานที่ 6.2 การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 3. เกณฑ์การตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 6.1 ในชั้นฝึกและใบงานที่ 6.2	1. ตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 6.1 ในชั้นฝึกและ 6.2 ตามเกณฑ์การตรวจสอบและวัดผลที่ครูกำหนด

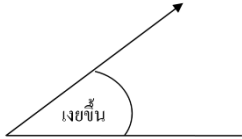
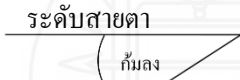
ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ชั่วโมง	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่คาดหวัง	สาระสำคัญ	ระดับพฤติกรรม (Wilson)	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล
6 (ต่อ)	<p>โดยใช้การเปรียบเทียบสัดส่วนระหว่างอัตราส่วนด้านที่ต้องการทราบต่อด้านที่มีความยาวด้าน กับอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เกี่ยวข้องโดยใช้ขนาดของมุมที่ทราบ ตัวอย่างเช่น</p>  <p>เราสามารถหาด้าน <math>\overline{BC}</math> ได้ดังนี้</p> $\frac{50}{\overline{BC}} = \frac{\sqrt{3}}{1}$ $\sqrt{3}\overline{BC} = 50$ $\overline{BC} = \frac{50}{\sqrt{3}}$	<p>1. ผู้เรียนสามารถหาความยาวด้านที่ต้องการของสามเหลี่ยมมุมฉากได้โดยนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปประยุกต์ใช้</p>	<p>การหาความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากโดยใช้การเปรียบเทียบสัดส่วนระหว่างอัตราส่วนด้านที่ต้องการทราบต่อด้านที่มีความยาวด้าน กับอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เกี่ยวข้องโดยใช้ขนาดของมุมที่ทราบ</p>	<p>ระดับที่ 3 การนำไปใช้</p>	<p>1. ใบงานที่ 6.1 ในชั้นฝึกปฏิบัติจำนวน 5 ข้อ</p> <p>2. ใบงานที่ 6.2 การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p> <p>3. เกณฑ์การตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 6.1 ในชั้นฝึกและใบงานที่ 6.2</p>	<p>1. ตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 6.3 ในชั้นฝึกและใบงานที่ 6.4 ตามเกณฑ์การตรวจสอบและวัดผลที่ครูกำหนด</p>

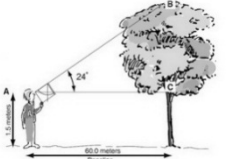
ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ชั่วโมง	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่คาดหวัง	สาระสำคัญ	ระดับพฤติกรรม (Wilson)	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล
7	<p>การใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ คำนวณหาความยาวของด้านที่ต้องการของสามเหลี่ยมมุมฉากกรณีมุมต่างๆ เมื่อกำหนดให้ <math>0 &lt; \theta &lt; 90^\circ</math> ตัวอย่างเช่น จงหาความยาว</p>  <p>50</p> $\frac{LN}{ML} = \tan 25^\circ$ $\frac{50}{ML} = 0.467$ $\frac{50}{0.467} = ML$ $ML \approx 107.067$	<p>1. ผู้เรียนสามารถนำความรู้ ความเข้าใจเรื่องมุมเฉยไปคำนวณหาความสูงของสิ่งต่างๆ และระยะทางได้</p>	<p>มุมเฉยคือมุมที่เปิดกว้างขึ้นจากระดับสายตา</p>  <p>ระดับสายตา</p> <p>ซึ่งเมื่อเราทราบขนาดของมุมที่เฉย เราสามารถคำนวณหาความสูงของสิ่งต่างๆ ได้เมื่อเราทราบระยะห่างระหว่างเรากับสิ่งนั้น หรือเราสามารถคำนวณหาระยะทาง</p>	<p>ระดับที่ 3 การนำไปใช้</p>	<p>1. ใบงานที่ 7.1 ในชั้นฝึกปฏิบัติจำนวน 5 ข้อ</p> <p>2. ใบงานที่ 7.2 “มุมเฉยกับอัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้”</p> <p>3. เกณฑ์การตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 7.1 ในชั้นฝึกและใบงานที่ 7.2</p>	<p>1. ตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 8.1 ในชั้นฝึกและใบงานที่ 8.2 ตามเกณฑ์การตรวจสอบและวัดผลที่ครูกำหนด</p>

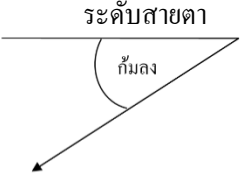
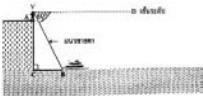
ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ชั่วโมง	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่คาดหวัง	สาระสำคัญ	ระดับพฤติกรรม (Wilson)	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล
8	<p>มุมเงย</p> <p>มุมเงยคือมุมที่เปิดกว้างขึ้นจากระดับสายตา</p>  <p>ระดับสายตา</p> <p>ซึ่งปัญหาโดยทั่วไปที่เราพบมักจะใช้มุมเงยมาช่วยแก้ปัญหาในการคำนวณหาความสูงของสิ่งต่างๆ หรือระยะทาง อาทิ เช่น การวัดความสูงของต้นไม้โดยใช้อัตราส่วน <math>\tan \theta</math> (<math>\theta</math> =ขนาดของมุมที่เปิดขึ้นจากระดับสายตาจนมองเห็นยอดต้นไม้)</p>	<p>1. ผู้เรียนสามารถนำความรู้ ความเข้าใจ เรื่องมุมก้มไปคำนวณหาความสูงของสิ่งต่างๆ และระยะทางได้</p>	<p>ระหว่างเรากับสิ่งต่างๆ ได้เมื่อเราพบความสูงของสิ่งนั้นโดยใช้ อัตราส่วน <math>\tan</math> และ <math>\cot</math> มุมก้มคือมุมที่เปิดกว้างลงจากระดับสายตา</p>  <p>ซึ่งเมื่อเราทราบขนาดของมุมที่ก้ม เราสามารถคำนวณหาความสูงของสิ่งต่างๆ ได้ เมื่อเรา</p>	<p><b>ระดับที่ 3</b></p> <p>การนำไปใช้</p>	<p>1. ใบงานที่ 8.1 ในชั้นฝึกปฏิบัติจำนวน 5 ข้อ</p> <p>2. ใบงานที่ 8.2 “มุมก้มกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ”</p> <p>3. เกณฑ์การตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 8.1 ในชั้นฝึก</p>	<p>1. ตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 8.1 ในชั้นฝึก และใบงานที่ 8.2 ตามเกณฑ์การตรวจสอบและวัดผลที่ครูกำหนด</p>

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

หัวข้อ	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่คาดหวัง	สาระสำคัญ	ระดับ	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล
โมง				พฤติกรรม (Wilson)		
8	<p>โดยใช้อัตราส่วน <math>\tan \theta</math> (<math>\theta</math>=ขนาดของมุมที่เปิดขึ้นจากระดับสายตาจนมองเห็นยอดต้นไม้)</p> 	<p>ทราบระยะห่างระหว่างเรากับสิ่งนั้นหรือเราสามารถคำนวณหาระยะทางระหว่างเรากับสิ่งต่างๆ ได้เมื่อเราทราบความสูงโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ</p>	<p>ระดับที่ 3</p> <p>การนำไปใช้</p>			

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ชั่วโมง	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่คาดหวัง	สาระสำคัญ	ระดับพฤติกรรม (Wilson)	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล
9	<p>มุมก้ม</p> <p>มุมก้มคือมุมที่เปิดกว้างลงจากระดับสายตา</p>  <p>บางสถานการณ์เราใช้มุมก้มในการแก้ปัญหาในการคำนวณหาความสูงของสิ่งต่างๆ หรือระยะทางได้เช่นกันกับมุมเงยอาทิเช่น</p>  <p>จากภาพเราสามารถหาระยะ</p>	<p>1.ผู้เรียนสามารถนำความรู้ ความเข้าใจ เรื่องมุมก้มไปคำนวณหาความสูงของสิ่งต่างๆและระยะทางได้</p>	<p>มุมก้มคือมุมที่เปิดกว้างลงจากระดับสายตา</p> <p>ระดับสายตา</p> <p>ก้มลง</p> <p>ซึ่งเมื่อเราทราบขนาดของมุมที่ก้ม เราสามารถคำนวณหาความสูงของสิ่งต่างๆได้ เมื่อเราทราบระยะห่างระหว่างเรากับสิ่งนั้น หรือเราสามารถคำนวณหา ระยะทางระหว่างเรากับ</p>	<p><b>ระดับที่ 3</b></p> <p>การนำไปใช้</p>	<p>1.ใบงานที่ 8.1 ในชั้นฝึกปฏิบัติจำนวน 5 ข้อ</p> <p>2.ใบงานที่ 8.2 “มุมก้มกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ”</p> <p>3.เกณฑ์การตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 8.1 ในชั้นฝึกและใบงานที่ 8.2</p>	<p>1.ตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 8.1 ในชั้นฝึก และใบงานที่ 8.2 ตามเกณฑ์การตรวจสอบและวัดผลที่ครูกำหนด</p>

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

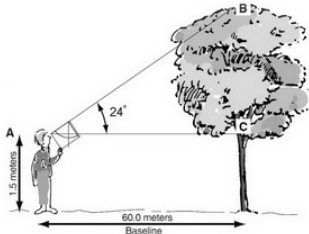
ชั่วโมง	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่คาดหวัง	สาระสำคัญ	ระบบพฤติกรรม (Wilson)	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล
9	<p>ห่างระหว่างเรือกับหน้าผาได้เมื่อทราบความสูงของหน้าผารวมกับความสูงของคนโดยใช้อัตราส่วน <math>\tan \theta</math> หรือ <math>\cot \theta</math> ได้(เมื่อ <math>\theta =</math> ขนาดของมุมที่เปิดลงจากระดับสายตาจนมองเห็นเรือ)</p>	<p>1.ผู้เรียนสามารถนำความรู้ความเข้าใจเรื่องมุมก้มไปคำนวณหาความสูงของสิ่งต่างๆและระยะทางได้</p>	<p>สิ่งต่างๆ ได้เมื่อเราทราบความสูงโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ มุมก้มคือมุมที่เปิดกว้างลงจากระดับสายตา</p> <div style="text-align: center;"> <p>ระดับสายตา</p> <p>ก้มลง</p> <p>ซึ่งเมื่อเราทราบขนาดของมุมที่ก้ม เราสามารถคำนวณหาความสูงของสิ่งต่างๆได้ เมื่อเราทราบระยะห่างระหว่าง</p> </div>	<p><b>ระดับที่ 3</b> การนำไปใช้</p>	<p>1.ใบงานที่ 8.1 ในชั้นฝึกปฏิบัติจำนวน 5 ข้อ 2.ใบงานที่ 8.2 “ มุมก้มกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ” 3. เกณฑ์การตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 8.1 ในชั้นฝึกและใบงานที่ 8.2</p>	<p>1.ตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 8.1 ในชั้นฝึกและใบงานที่ 8.2 ตามเกณฑ์การตรวจสอบและวัดผลที่ครูกำหนด</p>



ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ชั่วโมง	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่คาดหวัง	สาระสำคัญ	ระดับ พฤติกรรม (Wilson)	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล
			เรากับสิ่งนั้น หรือเราสามารถคำนวณหา ระยะทางระหว่างเรากับ สิ่งต่างๆ ได้เมื่อเรา ทราบความสูงของสิ่ง นั้น โดยใช้อัตราส่วน tan และ co			
10	การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้เมื่อเรา ทราบขนาดของมุมที่เงยขึ้นหรือก้มลงจาก ระดับสายตาเรา และทราบระยะทาง ระหว่างเราถึงสิ่งนั้น เราสามารถ คำนวณหาความสูงของสิ่งนั้น โดยใช้ อัตราส่วน tan หรือ cot ของขนาดมุมที่เรา ทราบ	.1 ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำอัตราส่วน ตรีโกณมิติและ นำไปใช้หาความ	เมื่อเราทราบขนาดของ มุมที่เงยขึ้นหรือก้มลง จากระดับสายตาเรา และทราบระยะทาง ระหว่างเราถึงสิ่งนั้น เรา สามารถคำนวณหา ความสูงของสิ่งนั้น โดย	<b>ระดับที่ 3</b> การนำไปใช้	1.ใบงานที่ ในชั้นฝึก 9.1 ข้อ ปฏิบัติจำนวน 5 2.ใบงานที่ “ 9.2อัตราส่วน ตรีโกณมิติและการ นำไปใช้” 3.เกณฑ์การตรวจสอบ ความถูกต้องของ	.ตรวจสอบความถูกต้อง ของใบงานที่ 9.1 ในชั้นฝึก และใบงานที่ 9.2 ตาม เกณฑ์การตรวจสอบและ วัดผล

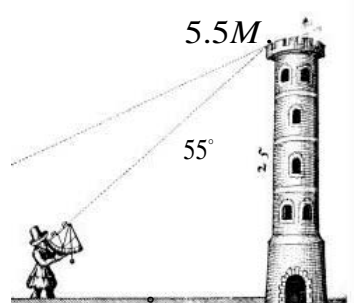
ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ชั่วโมง	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่คาดหวัง	สาระสำคัญ	ระดับพฤติกรรม (Wilson)	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล
	 <p>จากภาพเราสามารถหาความสูงต้นไม้ได้ดังนี้</p> $\tan 24^\circ = \frac{h}{60}$ $0.445 = \frac{h}{60}$ $0.445 \times 60 = h$ $h \approx 27$ <p>ความสูงต้นไม้ที่แท้จริง</p> $27 + 1.5 = 28.5 \text{ เมตร}$	<p>1. ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติและนำไปใช้หาความยาวหรือความสูงของสิ่งต่างๆในสถานการณ์ต่างๆได้</p>	<p>เมื่อเราทราบขนาดของมุมที่เงยขึ้นหรือก้มลงจากระดับสายตาเราและทราบระยะทางระหว่างเราถึงสิ่งนั้น เราสามารถคำนวณหาความสูงของสิ่งนั้นโดยใช้อัตราส่วน <math>\tan</math> หรือ <math>\cot</math> ของขนาดมุมที่เราทราบ</p>	<p><b>ระดับที่ 3</b> การนำไปใช้</p>	<p>1. ใบงานที่ 9.1 ในชั้นฝึกปฏิบัติจำนวน 5 ข้อ</p> <p>2. ใบงานที่ 9.2 “อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้”</p> <p>3. เกณฑ์การตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 9.1 ในชั้นฝึกและใบงานที่ 9.2</p>	<p>1. ตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 9.1 ในชั้นฝึกและใบงานที่ 9.2 ตามเกณฑ์การตรวจสอบและวัดผลที่ครูกำหนด</p>

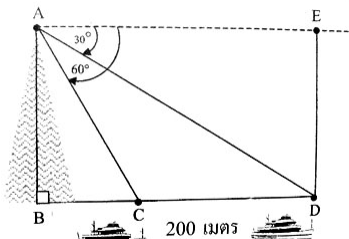
ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ชั่วโมง	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่คาดหวัง	สาระสำคัญ	ระดับพฤติกรรม (Wilson)	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล
11	การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้(ต่อ) เมื่อเราทราบขนาดของมุมที่เงยขึ้นหรือก้มลงจากระดับสายตาเรา และทราบความสูงของสิ่งนั้น เราสามารถคำนวณหาระยะทางหรือความยาวระหว่างเรากับสิ่งต่าง ๆ นั้น ได้ด้วยอัตราส่วน $\tan$ ของขนาดมุมที่เราทราบ	1. ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติและนำไปใช้หาความยาวหรือความสูงของสิ่งต่างๆ ในสถานการณ์ต่างๆ ได้	เมื่อเราทราบขนาดของมุมที่เงยขึ้นหรือก้มลงจากระดับสายตาเรา และทราบความสูงของสิ่งนั้น เราสามารถคำนวณหาระยะทางหรือความยาวระหว่างเรากับสิ่งต่าง ๆ นั้น ได้ด้วยอัตราส่วน $\tan$ ของขนาดมุมที่เราทราบ	<b>ระดับที่ 3</b> การนำไปใช้	1. ใบงานที่ 9.3 ในชั้นฝึกปฏิบัติจำนวน 5 ข้อ 2. ใบงานที่ 9.4 “อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้” 3. เกณฑ์การตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 9.3 ในชั้นฝึกและใบงานที่ 9.4	1. ตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 9.3 ในชั้นฝึกและใบงานที่ 9.4 ตามเกณฑ์การตรวจสอบและวัดผลที่ครูกำหนด

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ชั่วโมง	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่คาดหวัง	สาระสำคัญ	ระดับพฤติกรรม (Wilson)	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล
11	<p>การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้(ต่อ)</p>  <p>เราสามารถคำนวณระยะห่างของหอคอยกับคนได้ดังนี้</p> $\tan 55^\circ = \frac{5.5}{s}$ $1.428 = \frac{5.5}{s}$ $s = \frac{5.5}{1.428}$ $s \approx 3.85$	<p>1. ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติและนำไปใช้หาความยาวหรือความสูงของสิ่งต่างๆในสถานการณ์ต่างๆได้</p>	<p>เมื่อเรทราบขนาดของมุมที่เงขึ้นหรือก้มลงจากระดับสายตาเราและทราบความสูงของสิ่งนั้นเราสามารถคำนวณหาระยะทางหรือความยาวระหว่างเรากับสิ่งต่างๆนั้นได้ด้วยอัตราส่วน <math>\tan</math> ของขนาดมุมที่เราทราบ</p>	<p><b>ระดับที่ 3</b> การนำไปใช้</p>	<p>1. ใบงานที่ 9.3 ในชั้นฝึกปฏิบัติจำนวน 5 ข้อ 2. ใบงานที่ 9.4 “อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้” การตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 9.3 ในชั้นฝึกและใบงานที่ 9.4</p>	<p>1. ตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 9.3 ในชั้นฝึกและใบงานที่ 9.4 ตามเกณฑ์การตรวจสอบและวัดผลที่ครูกำหนด</p>

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ชั่วโมง	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่คาดหวัง	สาระสำคัญ	ระดับพฤติกรรม (Wilson)	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล
12	<p>การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้(ต่อ)</p> <p>เราสามารถคำนวณหาความสูง หรือ ระยะทางของสถานการณ์ที่ยากหรือ ซับซ้อนมากขึ้นโดยใช้อัตราส่วน <math>\tan</math> หรือ <math>\cot</math> ของมุมนั้น</p>  <p>ถ้ากำหนดให้ <math>AB</math> คือความสูงของหน้าผา เราสามารถคำนวณความสูงของหน้าผาได้ดังนี้ จากภาพจะได้</p> $\hat{BAC} = 30^\circ, \hat{BAD} = 60^\circ$	<p>1. ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติและนำไปใช้หาความยาวหรือความสูงของสิ่งต่างๆในสถานการณ์ต่างๆได้</p>	<p>เราสามารถคำนวณหาความสูง หรือระยะทางของสถานการณ์ที่ยากหรือซับซ้อนมากขึ้นโดยใช้อัตราส่วน <math>\tan</math> หรือ <math>\cot</math> ของมุมนั้น</p>	<p><b>ระดับที่ 4</b></p> <p>การวิเคราะห์ และการแก้ปัญหาที่ไม่เคยพบ</p>	<p>1. ใบงานที่ 10 “การใช้เครื่องมือในการคำนวณหาความสูงของสิ่งต่างๆ”</p> <p>2. เกณฑ์การตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 10</p>	<p>1. ตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 10 ตามเกณฑ์การตรวจสอบและวัดผลที่ครูกำหนด</p>

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ชั่วโมง	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่คาดหวัง	สาระสำคัญ	ระดับพฤติกรรม (Wilson)	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล
12	<p>1. หา <math>\overline{BC}</math></p> $\tan 30^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ $\overline{AB} = \sqrt{3}\overline{BC}$ $\tan 60^\circ = \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}}$ $\sqrt{3} = \frac{200 + \overline{BC}}{\sqrt{3}\overline{BC}}$ $3\overline{BC} = 200 + \overline{BC}$ $2\overline{BC} = 200$ $\overline{BC} = 100$ <p>2. หา <math>\overline{AB}</math></p>	<p>1. ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติและนำไปใช้หาความยาวหรือความสูงของสิ่งต่างๆ ในสถานการณ์ต่างๆ ได้</p>	<p>เราสามารถคำนวณหาความสูง หรือระยะทางของสถานการณ์ที่ยากหรือซับซ้อนมากขึ้น โดยใช้อัตราส่วน <math>\tan</math> หรือ <math>\cot</math> ของมุมนั้น</p>	<p><b>ระดับที่ 4</b> การวิเคราะห์และการแก้ปัญหาที่ ไม่เคยพบ</p>	<p>1. ใบงานที่ 10 “การใช้เครื่องมือในการคำนวณหาความสูงของสิ่งต่างๆ” 2. เกณฑ์การตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 10</p>	<p>1. ตรวจสอบความถูกต้องของใบงานที่ 10 ตามเกณฑ์การตรวจสอบและวัดผลที่ครูกำหนด</p>

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

หัวข้อ	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่คาดหวัง	สาระสำคัญ	ระดับ พฤติกรรม (Wilson)	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล
12	$\tan 30^\circ = \frac{BC}{AB}$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{100}{AB}$ $\overline{AB} = 100 \times 1.73$					



2.1.10 นำแผนการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยวิธีนิรนัย เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ผู้วิจัยสร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา และผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่านเพื่อพิจารณาความเหมาะสมของเนื้อหา ตรวจสอบความถูกต้องชี้แนะข้อบกพร่อง และเสนอแนะแนวทางปรับปรุงแก้ไข

2.1.11 นำแผนการจัดการเรียนการสอนที่ได้ปรับและแก้ไขเสร็จเรียบร้อยแล้วตามคำแนะนำและข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญไปทดลองใช้กับกลุ่มที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนตะวันชัยวิทยา อำเภอปักธงชัย จังหวัดนครราชสีมา จำนวน 20 คน

## 2.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ มี 2 ตอน โดยตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบปรนัยจำนวน 20 ข้อ 20 คะแนน ข้อละ 1 คะแนน และตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ 20 คะแนน ข้อละ 4 คะแนน ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ต่อไปนี้

2.2.1 ศึกษาเอกสารและทฤษฎี หลักการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.2.2 วิเคราะห์เนื้อหา สำคัญ และจุดประสงค์การเรียนรู้ ของเนื้อหาที่ใช้ในการทดลองโดยวิเคราะห์หลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ ให้สอดคล้องกับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยที่ต้องการวัด 4 ระดับของ วิลสัน (Willson) เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

2.2.3 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ เป็นแบบทดสอบปรนัยเลือกคำตอบ 4 ตัวเลือกจำนวน 20 ข้อ และเป็นแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ ให้ครอบคลุมเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนด

1) กำหนดเกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในส่วนของข้อสอบ ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ ข้อละ 1 คะแนน และ ตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบอัตนัย ข้อละ 4 คะแนน จำนวน 1 ฉบับ โดยที่ผู้เรียนจะต้องแสดงวิธีคิดหาคำตอบโดยละเอียด และมีเกณฑ์การให้คะแนนกำหนดตามกรมวิชาการ (2546, น.121-123) และ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546, น. 72-74)



ซึ่งมีเกณฑ์ดังต่อไปนี้

ระดับคะแนน	ผลการทำแบบทดสอบที่ปรากฏให้เห็น
4	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน
3	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้องครบถ้วน
2	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบถูกต้องครบถ้วน
1	การแสดงวิธีทำไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง
0	ไม่มีร่องรอยการดำเนินการใดๆ

2) นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติที่สร้างขึ้น เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา และผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และพิจารณาว่า แบบทดสอบย่อยที่สร้างขึ้น สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่ โดยพิจารณาค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อคำถามกับลักษณะพฤติกรรม IOC (IOC: Index Of Objective Congruence) ซึ่งมีเกณฑ์การให้คะแนนของผู้เชี่ยวชาญดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

3) นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้รับการตรวจสอบจากอาจารย์ที่ปรึกษา และผู้เชี่ยวชาญมาคำนวณหาค่า IOC แบบทดสอบที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง โดยเลือกข้อสอบตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ส่วนข้อสอบที่มีได้ค่าดัชนีความสอดคล้องไม่ถึง 0.5 ดำเนินการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำและความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญต่อไป

4) นำแบบทดสอบที่ได้แก้ไขจนสมบูรณ์แล้วไปทดลองใช้กับกลุ่มที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนที่กำลังศึกษาอยู่ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และเลขเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาแล้ว

5) นำผลการทดสอบที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อหาค่าความยากง่าย ( $p$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ซึ่งค่าความยากง่าย ควรอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนกที่มีค่า 0.20 ขึ้นไปถึงจะเป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่มีคุณภาพ จากนั้นนำแบบทดสอบทั้งสองฉบับมาหาค่าความเชื่อมั่น โดยแบบทดสอบปรนัยหาค่าความเชื่อมั่นโดยใช้แนวคิดของครอนบาช (Cronbach) และในส่วนของแบบทดสอบอัตนัยหาค่าความเชื่อมั่นโดยใช้แนวคิดของฮอยท์ (Hoyt) ซึ่งแบบวัด

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการวิจัยครั้งนี้สามารถสรุปผลการวิเคราะห์ค่าความยากง่าย (P) ค่าอำนาจจำแนก (R) ค่าความเชื่อมั่น ดังตารางที่ 3.2 ดังนี้

ตารางที่ 3.2 ตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

แบบทดสอบ	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (R)	ค่าความเชื่อมั่น
ปรนัย	0.30 – 0.70	0.43 – 0.58	0.83
อัตนัย	0.25 – 0.80	0.29 – 0.86	0.94

จากตารางที่ 3.2 ค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัยก่อนและอัตนัย มีค่าความยากง่าย(P) ซึ่งอยู่ในช่วง 0.20 – 0.80 ถือว่าเป็นแบบวัดผลสัมฤทธิ์ที่มีความยาก และความง่ายเหมาะสม ส่วนค่าอำนาจจำแนก(R)ของแบบทดสอบปรนัยและอัตนัยมีค่าสูงกว่าระดับ 0.20 ขึ้นไปซึ่งถือเป็นแบบทดสอบที่สามารถจำแนกผู้เรียนที่เหมาะสม ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบปรนัยตรวจสอบโดยวิธีครอนบาช (Cronbach) ซึ่งค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งสองฉบับอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ ส่วนค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัยตรวจสอบโดยวิธีของฮอยท์ (Hoyt) ซึ่งค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งสองฉบับอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ เช่นกัน

### 3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ เป็นการวิจัยแบบศึกษากลุ่มทดลองวัดผลก่อนและหลังเรียน ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยและเก็บรวบรวมข้อมูลกับผู้เรียนกลุ่มทดลองดังนี้

3.1 ซึ่แจงการเรียนการสอน โดยใช้การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยวิธีนิรนัย เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ให้กับนักเรียน กลุ่มตัวอย่างทราบ (นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสุรธรรมพิทักษ์ จำนวน 30 คน)

3.2 ทดสอบก่อนเรียนกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ แล้วตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์การตรวจให้คะแนนตามกรมวิชาการ (2546, น.121-123) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และ

เทคโนโลยี (2546, น. 72-74) โดยข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบข้อละ 1 คะแนน และข้อสอบอัตนัยแบบแสดงวิธีหาคำตอบข้อละ 4 คะแนน

3.3 ดำเนินการทดลอง โดยผู้วิจัยจัดการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยวิธีนรณัย เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 10 แผน ใช้เวลา 12 ชั่วโมง ตั้งแต่วันที่ 22 มกราคม พ.ศ. 2561 ถึง 2 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2561

3.4 เมื่อเสร็จการทดลองแล้ว ทดสอบหลังเรียนกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ แล้วตรวจให้คะแนน โดยใช้เกณฑ์การตรวจให้คะแนนตามกรมวิชาการ (2546, น.121-123) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546, น.72-74) โดยข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบข้อละ 1 คะแนน และข้อสอบอัตนัยแบบแสดงวิธีหาคำตอบข้อละ 4 คะแนน

3.5 นำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ก่อนและหลังเรียนไปวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติ

#### 4. การวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลมีดังนี้

4.1 สถิติที่ใช้ในการนำเสนอข้อมูลหลังการจัดการเรียนการสอนโดยนรณัย ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สัมประสิทธิ์ความแปรปรวน ความเบ้และความโด่ง

4.2 สถิติที่ใช้ในการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างก่อนและหลังสอนด้วยการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนรณัย คือ สถิติทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ย t-test

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนรูปแบบนิรนัย สำหรับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลโดยแบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้

1. ลักษณะการแจกแจงข้อมูลตัวแปรของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
2. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของผู้เรียนก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอน โดยวิธีนิรนัย

#### ตอนที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลตอนที่ 1

มีจุดมุ่งหมายเพื่อนำเสนอค่าสถิติบรรยายของตัวแปรผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยวิธีนิรนัย เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของกลุ่มตัวอย่างจำนวน 30 คน โดยนำผลการทดสอบที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลด้วยค่าสถิติ ดังนี้ 1) คะแนนสูงสุด 2) คะแนนต่ำสุด 3) ค่าเฉลี่ย 4) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5) สัมประสิทธิ์การแปรผัน 6) ความเบ้ และ 7) ความโด่ง พบว่าคะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ก่อนเรียนมีคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 20.66 คะแนน โดยมีคะแนนสูงสุดอยู่ที่ 30 คะแนน และคะแนนต่ำสุดอยู่ที่ 4 คะแนน มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานอยู่ที่ 6.76 ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันเท่ากับ 0.32 ค่าความเบ้อยู่ที่ -0.58 และค่าความโด่งอยู่ที่ 0.48 ส่วนผลการวิเคราะห์ข้อมูลแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์หลังเรียนพบว่ามีความเฉลี่ยอยู่ที่ 26.26 คะแนน โดยคะแนนสูงสุดอยู่ที่ 38 คะแนน และคะแนนต่ำสุดอยู่ที่ 10 คะแนน โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ 6.42 ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันเท่ากับ 0.24 ค่าความเบ้อยู่ที่ -1.21 และค่าความโด่งอยู่ที่ 1.23 ดังรายละเอียดที่แสดงในตาราง 4.1

ตารางที่ 4.1 ค่าสถิติบรรยายของตัวแปรผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนและหลัง  
ได้รับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยวิธีนिरนัย

ผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียน คณิตศาสตร์	คะแนน เต็ม	คะแนน สูงสุด	คะแนน ต่ำสุด	ค่าเฉลี่ย	ส่วน เบี่ยงเบน มาตรฐาน	สัมประสิทธิ์ ความแปร ผัน	ความ เบ้	ความ โด่ง
ก่อนการจัดการ เรียนการสอน	40	30	4	20.66	6.98	0.32	-0.58	-0.48
หลังการจัดการ เรียนการสอน	40	38	10	26.26	6.64	0.24	-1.21	1.23

## ตอนที่ 2 การวิเคราะห์ข้อมูลตอนที่ 1

มีจุดมุ่งหมายเพื่อทดสอบสมมติฐานการวิจัย “คะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
หลังการจัดการเรียนการสอน โดยวิธีนिरนัย สูงกว่า คะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนการ  
จัดการเรียนการสอน โดยวิธีนिरนัย” สรุปผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
คณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของผู้เรียนก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดย  
วิธีนिरนัยนำเสนอดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ  
ของผู้เรียนก่อน และหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยวิธีนिरนัย

กลุ่ม	n	$\bar{X}$	S	t	p
ก่อนได้รับการสอนแบบนिरนัย	30	20.66	6.98	5.8722	0.05
หลังได้รับการสอนแบบนिरนัย	30	26.26	6.64		

$p < 0.05$

จากข้อมูลทางสถิติของตารางที่ 4.1 และตารางที่ 4.2 สามารถแปลความหมายของ  
ข้อมูลทางสถิติได้ดังนี้

1. ค่าเฉลี่ยของคะแนนแบบทดสอบหลังเรียนสูงขึ้นกว่าก่อนเรียน อยู่ที่ 5.60 คะแนน ซึ่งเป็นค่าความแตกต่างของค่าเฉลี่ยที่ไม่สูงมาก เนื่องจากเนื้อหาอัตราส่วนตรีโกณมิตินั้นค่อนข้างยาก และผลมาจากความแตกต่างของผู้เรียนเก่ง กลางและผู้เรียนอ่อนของกลุ่มตัวอย่าง กล่าวคือ ผู้เรียนที่อยู่ในกลุ่มเก่ง สามารถทำข้อสอบในระดับง่าย และปานกลางได้โดยปกติ แต่หลังได้รับการสอนโดยวิธีนรณัยยิ่งส่งผลให้ทำแบบทดสอบในส่วนระดับที่ยาก หรือซับซ้อนได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งจำนวนข้อของแบบทดสอบที่มีระดับความยากและซับซ้อนนั้นมีสัดส่วนที่ไม่มากในนักในข้อสอบจึงทำให้คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มผู้เรียนเก่งสูงขึ้นเพียงเล็กน้อยเท่านั้น แต่ในทางกลับกันผู้เรียนที่อยู่ในกลุ่มอ่อน และกลุ่มกลางหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนรณัยแล้วสามารถทำแบบทดสอบในระดับง่าย และกลาง ได้ดียิ่งขึ้นอย่างเห็น ได้ชัด และสามารถทำแบบทดสอบที่มีระดับความยากและซับซ้อนได้บ้างเล็กน้อยจึงทำให้ผู้เรียนในกลุ่มอ่อน และปานกลางมีคะแนนเฉลี่ยสูงขึ้นอย่างเห็น ได้ชัด แต่เมื่อนำมาหาค่าเฉลี่ยรวมของผู้เรียนทุกกลุ่มแล้วจึงทำให้คะแนนเฉลี่ยสูงขึ้นอยู่ที่ 26.26 คะแนนซึ่งสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนอยู่ที่ 5.60 ดังตารางที่ 4.1 และส่งผลถึงค่า t-test (ค่าความแตกต่างของค่าเฉลี่ย) ในตารางที่ 4.2 อยู่ที่ระดับ 5.8722 ซึ่งแปลความหมายได้ว่าคะแนนหลังเรียนของนักเรียน สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

2. ในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ทางผู้วิจัยได้ดำเนินการแบ่งระดับผู้เรียน ออกเป็น 3 กลุ่ม ได้แก่กลุ่มเก่ง กลาง และกลุ่มเรียนอ่อน อย่างชัดเจนซึ่งผู้เรียนที่อยู่ในกลุ่มเก่งจะได้คะแนนที่สูง และในทางกลับกันผู้เรียนที่อยู่ในกลุ่มอ่อน ได้คะแนนอยู่ในระดับต่ำ ซึ่งในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ พบว่าผู้เรียนที่อยู่ในกลุ่มเก่งได้คะแนนการทำแบบทดสอบหลังเรียนอยู่ระหว่าง 32-38 คะแนน และผู้เรียนที่อยู่ในกลุ่มอ่อน ได้คะแนนแบบทดสอบหลังเรียนอยู่ระหว่าง 10 – 13 คะแนน และผู้เรียนที่อยู่ในกลุ่มกลางได้คะแนนแบบทดสอบหลังเรียนอยู่ระหว่าง 23 – 29 คะแนน ซึ่งลักษณะของคะแนนการทำแบบทดสอบหลังเรียนที่กล่าวมานั้นมีการกระจายตัว และต่างจากค่าเฉลี่ยค่อนข้างมากจึงทำให้มีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนหลังเรียนอยู่ที่ระดับ 6.64 ซึ่งต่ำลงมาจากก่อนเรียนเล็กน้อยอยู่ที่ 0.34 คะแนน ดังตารางที่ 4.1 และส่งผลถึงค่าสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน (CV หรือ ตัวชี้วัดทางสถิติในการกระจายจุดข้อมูลในชุดข้อมูลรอบ ๆ ค่าเฉลี่ย) โดยค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันของคะแนนหลังเรียนอยู่ที่ 0.24 (24%) ซึ่งมีการกระจายตัวของข้อมูลลดลง 0.08 (8%) จากคะแนนก่อนเรียน ดังตารางที่ 4.2 ซึ่งสามารถแปลความหมายได้ว่านักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังได้รับการสอนโดยวิธีนรณัยมีคะแนนผลการทดสอบเฉลี่ยที่สูงขึ้น และมีจำนวนผู้เรียนที่มีระดับคะแนนที่เกาะกลุ่มและใกล้เคียงกับคะแนนเฉลี่ยเพิ่มมากขึ้น ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนรณัยทำให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ที่สูงขึ้น



3. ค่าความเบ้ของข้อมูลกลุ่มตัวอย่างในการวิจัยครั้งนี้พบว่า กราฟมีลักษณะเบ้ซ้าย (ค่าเฉลี่ย < ค่ามัธยฐาน < ฐานนิยม) เนื่องจาก ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียนอยู่ที่ 26.26 คะแนน ค่ามัธยฐานอยู่ที่ 28 คะแนน และฐานนิยมอยู่ที่ 30 คะแนน และจากข้อมูลดังตารางที่ 4.1 พบว่าค่าความเบ้ของคะแนนหลังเรียนมีการลดลงอยู่ที่ -1.21 ซึ่งมีการเบ้ไปทางซ้ายเพิ่มขึ้นจากเดิม -0.58 สามารถแปลความหมายได้ว่าผู้เรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนแบบทดสอบหลังเรียนสูงกว่าระดับคะแนนเฉลี่ย ซึ่งเป็นผลจากการได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนिरนัย

4. ค่าความโด่งของคะแนนหลังเรียนของข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างพบว่า มีลักษณะโด่ง ผิดปกติ (Lepto Kurtic) โดยจากข้อมูลดังตารางที่ 4.1 พบว่าค่าความโด่งเพิ่มขึ้นอยู่ที่ 1.23 ซึ่งมีค่า > 0 ซึ่งแสดงว่าข้อมูลมีการแจกแจงและกระจายตัวมากซึ่งสัมพันธ์กับคะแนนสูงสุด คะแนนต่ำสุด คะแนนเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(Sd.)ในตารางที่ 4.1 ซึ่งเกิดจากลักษณะคะแนนหลังเรียนของกลุ่มตัวอย่างมีการกระจายตัวจากค่าเฉลี่ย และมีค่าพิสัยมาก(ค่าความแตกต่างของข้อมูลที่มากที่สุด กับข้อมูลที่น้อยที่สุด)ค่อนข้างมาก

จากผลการวิเคราะห์ข้อมูลข้างต้นสามารถสรุปได้ว่าผลการทดสอบสมมติฐานทางสถิติแบบทางเดียวระหว่างคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนिरนัย กับคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนिरนัย พบว่าปฏิเสธสมมติฐานหลักทางสถิติ ( $H_0 : \mu_{post} - \mu_{pre} \leq 0$ ) และยอมรับสมมติฐานรอง ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05 โดยมีค่าสถิติทดสอบความแตกต่าง  $t = 5.8722$  และค่า  $p = 0.05$  นั่นคือผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนिरนัย สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนिरนัยอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.05

## บทที่ 5

### สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยวิธีนรณัย เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสุรธรรมพิทักษ์ จังหวัดนครราชสีมา สามารถสรุป อภิปรายผล และให้ข้อเสนอแนะการวิจัยได้ดังนี้

#### 1. สรุปการวิจัย

##### 1.1 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนรณัย

##### 1.2 สมมติฐานของการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนรณัย สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอน

##### 1.3 วิธีดำเนินการวิจัย

**1.3.1 กลุ่มตัวอย่าง** ได้แก่ นักเรียนที่กำลังศึกษาในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนสุรธรรมพิทักษ์ จังหวัดนครราชสีมา จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 30 คน จัดห้องเรียนแบบละความสามารถของผู้เรียน ที่มีผลการเรียนระดับ เก่ง ปานกลาง และอ่อน อยู่ในห้องเดียวกัน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม

**1.3.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย** ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยวิธีนรณัย เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 10 แผน เป็นเวลาทั้งสิ้น 12 ชั่วโมง และ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ

**1.3.3 การเก็บรวบรวมข้อมูล** ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ดังนี้

1) ซึ่งแจ้งการเรียนการสอน โดยใช้การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ด้วยวิธีนรณัย เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ให้กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบ



2) ทดสอบก่อนเรียนกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ แล้วตรวจให้คะแนน โดยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมี 2 ตอน ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบปรนัยจำนวน 20 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน ข้อที่ตอบถูกให้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบให้ 0 คะแนน และตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน ผู้เรียนจะต้องแสดงวิธีคิดหาคำตอบโดยละเอียด โดยใช้แนวทางการให้คะแนนตามผลการทำแบบทดสอบที่ปรากฏตามเกณฑ์ การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้อง ครอบถ้วนให้ 4 คะแนน การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้องครบถ้วนให้ 3 คะแนน การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบถูกต้องครบถ้วนให้ 2 คะแนน การแสดงวิธีทำไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้องให้ 1 คะแนน และไม่มีร่องรอยการดำเนินการใดๆ ให้ 0 คะแนน (เกณฑ์การให้คะแนนอ้างอิงจากกรมวิชาการ (2546, น.121-123) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546, น. 72-74)

3) ดำเนินการทดลอง โดยผู้วิจัยทำการทดลองด้วยการจัดการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ด้วยวิธีนินัย เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 10 แผน ใช้เวลา 12 ชั่วโมง ตั้งแต่วันที่ 22 มกราคม พ.ศ. 2561 ถึง 2 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2561

4) เมื่อเสร็จการทดลองแล้ว ทดสอบหลังเรียนกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ แล้วตรวจให้คะแนน โดยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แล้วตรวจให้คะแนนตามแนวทางเดียวกับข้อ 2)

5) นำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยวิธีนินัย ทั้งก่อนและหลังเรียน ไปวิเคราะห์ด้วยวิธีทางสถิติ

**1.3.4 การวิเคราะห์ข้อมูล** ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูล โดยสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลมีดังนี้

1) สถิติที่ใช้ในการนำเสนอข้อมูลหลังการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนินัย ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สัมประสิทธิ์การแปรผันความเบ้ และความโด่ง

2) สถิติที่ใช้ในการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนินัย คือ สถิติทดสอบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ย t-test

#### 1.4 ผลการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนิรนัย สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีนิรนัยอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.05

## 2. อภิปรายผล

จากการศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการสอนแบบนิรนัยสามารถอภิปรายผลได้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสอนแบบนิรนัยสูงกว่าก่อนได้รับการสอนแบบนิรนัยอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.5 เนื่องจาก

2.1 ในการสอนแบบนิรนัยผู้สอนมีบทบาทสำคัญในการวางแผนการถ่ายทอดความรู้วางกรอบเนื้อหา ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลประเมินผล ทำให้ครูผู้สอนต้องเตรียมเนื้อหา และตัวอย่าง เป็นอย่างมากแล้วรวบรวมเป็นความรู้แล้วสรุปเป็นเรื่องที่จะสอนแก่ผู้เรียนจัดทำตัวอย่าง สื่อการสอน ในเวลาที่กำหนด 1 คาบเรียนให้ได้ประสิทธิภาพมากที่สุด เมื่อครูผู้สอนมีการเตรียมการสอนอย่างมีประสิทธิภาพส่งผลให้กิจกรรมการสอนในชั้นเรียนได้ผลดีตามไปด้วยแล้วทำให้ผู้เรียนได้รับความรู้ ความเข้าใจ ได้ฝึกปฏิบัติ ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีขึ้น

2.1.1 เอกสารหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจะเรียงลำดับความรู้ และทักษะที่ใช้ โดยมีตัวอย่างพื้นฐานหลายๆตัวอย่างเพื่อให้ผู้เรียนได้ทำความเข้าใจพื้นฐาน แล้วจึงเพิ่มเติมตัวอย่างการนำไปใช้หรือการประยุกต์ และในส่วนของตัวอย่างยังมีการเรียงจากง่าย ไปสู่ยากทำให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นชิน และเข้าใจจนนำไปสู่การเกิดความรู้ในเรื่องนั้นๆ

2.1.2 แบบฝึกหัดในชั้นปฏิบัติ เป็นการทบทวนเนื้อหา และความรู้ที่ได้ในคาบเรียนนั้น โดยทันที ซึ่งลักษณะของแบบฝึกปฏิบัติจะคล้ายกับตัวอย่างที่ผู้สอนให้อธิบายในคาบเรียนนั้น เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นชินในเนื้อหานั้น จนเกิดเป็นผลการเรียนรู้ที่ได้ในคาบเรียนนั้นว่าผู้เรียนรู้ เข้าใจ และสามารถปฏิบัติได้โดยแบบฝึกปฏิบัติจะเรียงลำดับจากง่ายไปยาก แล้วจึงเสริมทักษะให้กับผู้เรียนด้วยใบงานเพิ่มเติมซึ่งลักษณะของใบงานจะเป็นการนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้โดยลักษณะของใบงานเพิ่มเติมจะเรียงลำดับจากง่ายไปสู่ยากด้วยเช่นกัน เป็นการยืนยันว่านอกจากผู้เรียนนั้น ได้ความรู้พื้นฐานของเรื่องนั้นๆแล้ว ยังสามารถนำไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆได้

2.1.3 การนำเสนอเนื้อหาและตัวอย่างโดยนำเสนอในรูปแบบของโปรแกรม PowerPoint ทำให้ครูผู้สอนประหยัดเวลาในการเขียนบนกระดาน เพื่อให้เหลือเวลาในแต่ละคาบเรียนมากขึ้นเพื่อแสดงตัวอย่างหลายๆตัวอย่างจนผู้เรียนเกิดความคุ้นชิน และจนเกิดเป็นความเข้าใจในเนื้อหานั้นๆ และยังเหลือเวลาในการทำแบบฝึกปฏิบัติท้ายคาบเรียนเพื่อยืนยันความเข้าใจเนื้อหานั้นๆ และที่สำคัญคือผู้สอนได้มีการเตรียมตัวในการสอน สรุปเนื้อหา ตัวอย่างจนครูผู้สอนมีความเชี่ยวชาญในเรื่องนั้นๆ และทำให้ผู้สอนมีประสิทธิภาพในการสอนต่อผู้เรียน

และข้อสังเกตที่ได้จากการสอนแบบนิรนัยทางผู้วิจัยไม่ค่อยเห็นถึงการเรียนรู้แบบร่วมมือกันของผู้เรียน เนื่องจากผู้เรียนแต่ละคนต้องเรียนรู้และศึกษาตัวอย่าง และทำแบบฝึกปฏิบัติในชั้นเรียนแบบรายบุคคล ไม่มีการทำกิจกรรมแบบกลุ่มหรือร่วมมือเท่าที่ควร นอกจากผู้เรียนจะปรึกษา หรือซักถาม หรือแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน แต่ในทางกลับกันทำให้ผู้สอนได้สังเกต ได้เห็น และรับรู้ปัญหาของผู้เรียนเป็นรายบุคคลได้มากขึ้นเนื่องจากกิจกรรมกลุ่มจะมีเพียงผู้เรียนในกลุ่มเรียนเก่งที่กล้าแสดงความคิดเห็นในกิจกรรมนั้น และการสอนแบบนิรนัยเหมาะสมกับเนื้อหาที่มีความยาก เนื้อหาที่ต้องอาศัยทักษะด้านจำนวนและการดำเนินการ ทักษะด้านพีชคณิต และทักษะในการแก้ปัญหา เนื่องจากผู้เรียนได้ศึกษาตามกรอบและแนวทางที่ถูกต้องที่ครูผู้สอนได้เตรียมมา เรียนรู้จากเรื่องๆ ย่อยๆ เป็นขั้นเป็นตอน และศึกษาตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่างประกอบ โดยเรียงลำดับความง่าย ไปถึงยาก และทำใบงาน แบบฝึกปฏิบัติรายบุคคลในชั้นเรียนซึ่งทำให้ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมผู้เรียนได้ง่าย เนื่องจากผู้เรียนที่เรียนอ่อนก็จะไม่สามารถทำใบงานหรือแบบฝึกปฏิบัติในชั้นเรียนได้ ทำให้ผู้สอนเข้าไปแก้ไขปัญหารายบุคคลได้ และการเตรียมตัวอย่างและเนื้อหาโดยใช้โปรแกรม Power Point ช่วยทำให้ครูได้จัดการเรียนการสอนที่เตรียมมาอย่างเต็มประสิทธิภาพใน 1 คาบเรียน ลดเวลาในการเขียนเนื้อหา ตัวอย่าง บนกระดานทำให้สามารถยกตัวอย่างเพื่อเน้นย้ำความเข้าใจแก่ผู้เรียนได้มากยิ่งขึ้น และมีเวลาให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติแล้วตรวจสอบความถูกต้อง และสรุปความรู้ที่ได้ใน 1 คาบเรียน และพร้อมที่จะขึ้นเนื้อหาใหม่ในคาบเรียนต่อไปได้

### 3. ข้อเสนอแนะ

3.1 ผู้สอนต้องเตรียมความพร้อมในการเตรียมการสอนเป็นอย่างมาก และให้สมบูรณ์ที่สุด โดยเรียบเรียงและสรุปเนื้อหา กำหนดผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและสร้างเครื่องมือต่างๆ ในการช่วยสอนหรือวัดผลและประเมินผลผู้เรียนให้ตรงตามมาตรฐานตัวชี้วัด ที่หลักสูตรแกนกลาง

พุทธศักราช 2551 กำหนด เนื่องจากการสอนแบบนิรนัยครูผู้สอนมีบทบาทสำคัญ และเป็นกลไกในการดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นอย่างมาก

3.2 ผู้สอนควรจัดทำตัวอย่างเพิ่มเติมนอกเหนือจากตัวอย่างที่เตรียมไว้ในแต่ละคาบเรียน สำหรับกรณีตัวอย่างที่นำเสนอในคาบเรียนนั้น ไม่เพียงพอหรือผู้เรียนยังไม่เข้าใจในเรื่องนั้นๆ

3.3 ผู้สอนควรทราบศักยภาพและพื้นฐานของผู้เรียนรายบุคคลอาจจะวิเคราะห์จากผลการทดสอบก่อนเรียนหรือข้อมูลจากครูผู้สอนท่านอื่น เนื่องจากการสอนแบบนิรนัยผู้เรียนจะเรียนรู้จากผู้สอน และฝึกทำใบงานหรือแบบฝึกปฏิบัติรายบุคคลเป็นหลัก ผู้เรียนที่ไม่มีความกล้าแสดงออกจะมีส่วนร่วมในการเรียนน้อย ผู้สอนจึงต้องทราบเจาะจงซักถามเพื่อเน้นย้ำความเข้าใจ และตรวจสอบว่าผู้เรียนดังกล่าวทำใบงานหรือแบบฝึกปฏิบัติด้วยตนเองหรือไม่

3.4 กรณีบางสถานศึกษาไม่มีอุปกรณ์ในการนำเสนอสื่อการสอน ครูผู้สอนอาจจะนำผู้เรียนไปใช้ห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ของโรงเรียนได้





**บรรณานุกรม**

## บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*.  
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- จรรยา ทศพร. (2553). *การพัฒนาชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ  
ระดับ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนทวิธาภิเศก 2 เขตบางขุนเทียน กรุงเทพมหานคร.  
(ปริญญาณิพนธ์ปริญาศึกษามหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร  
จำเนียร ศิลปะวานิช. (2538). *หลักและวิธีการสอน*. กรุงเทพฯ: สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล  
นนทบุรี.*
- ฉันท ชาติทอง. (2550). *การออกแบบการสอนและบูรณาการ*. กรุงเทพฯ: เพชรเกษมการพิมพ์.  
ประดับ เรืองมาลัย. (2524). *หลักการสอนและการเตรียมประสบการณ์ภาคปฏิบัติ*. กรุงเทพฯ:  
วัฒนาพานิช.
- ชวาลย์ ชมดี. (2551). *การพัฒนาผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องการหาค่าเฉลี่ย  
เลขคณิตชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยวิธีการสอนแบบอุปนัยหรือแบบนิรนัย.  
(ปริญญาณิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต ไม้ได้ตีพิมพ์). มหาวิทยาลัยมหาสารคาม,  
มหาสารคาม.*
- ชาญชัย อาจินสมาจาร. (2537) *หลักสูตรและการสอน*. ปัตตานี: สถาบันเพื่อความก้าวหน้าทาง  
วิชาการ.
- ทิสนา แจมมณี. (2559). *ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มี  
ประสิทธิภาพ*. (พิมพ์ครั้งที่ 20). กรุงเทพฯ: ด่านสุทธาการพิมพ์.
- ธีรรัตน์ สัณหรณ์. (2556). *ผลของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นิรนัยที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการ  
เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร  
ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (ปริญญาณิพนธ์  
การศึกษามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.*
- ชนบัตย์ ปัทมโกมล. (2554). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ  
โดยใช้วิธีการสอนแบบ 5E ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และ  
ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่  
4 โรงเรียนมารีย์วิทยา จังหวัดนครราชสีมา. (วิทยานิพนธ์ปริญาศึกษาศาสตร  
มหาบัณฑิต ไม้ได้ตีพิมพ์). มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, นนทบุรี.*



- ปราณี กองจินดา. (2549). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และทักษะการคิดเลขในใจของนักเรียนที่ได้รับการสอนตามรูปแบบชิปปาโดยใช้แบบฝึกหัดที่เน้นทักษะการคิดเลขในใจกับนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้คู่มือครู. (ปริญญาานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต ไม่ได้ตีพิมพ์). มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา, พระนครศรีอยุธยา.
- พิมพ์ันท์ เดชะคุปต์ และเพยาว์ ยินดีสุข. (2548). วิธีวิทยาการสอนวิทยาศาสตร์ทั่วไป. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- พิสนุ พงศ์ศรี. (2556). การประเมินทางการศึกษา แนวคิดสู่การปฏิบัติ. (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ: ค่านสุทธาการพิมพ์.
- ไพศาล แมลทับทอง. (2558). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. (ปริญญาานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต ไม่ได้ตีพิมพ์). มหาวิทยาลัยบูรพา, ชลบุรี.
- รัชณี ภูพัชรกุล. (2551). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างวิธีสอนแบบนิรนัย ร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคเพื่อนคู่คิดและวิธีสอนแบบปกติ. (ปริญญาานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต ไม่ได้ตีพิมพ์). มหาวิทยาลัยทักษิณ, สงขลา.
- วาริรัตน์ แก้วอุไร. (2543). แนวโน้มการจัดการศึกษา: ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้และเรียนรู้ด้วยตนเอง. วารสารศึกษาศาสตร์. มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- ศศิธร เวียงวะลัย. (2556). การเรียนรู้-การจัดการกิจกรรมการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. (2545). 21 วิธีการจัดการเรียนรู้ เพื่อพัฒนาแนวคิด. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- อนูรัถย์ วักดีเพชร. (2557). ผลการใช้ชุดการสอนแบบนิรนัยและอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD ที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหา เจตคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนบะฮีวิทยาคม. (ปริญญาานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต ไม่ได้ตีพิมพ์). มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร, สกลนคร.
- อินทรา บุญยาทร. (2542). หลักการสอน. กรุงเทพฯ: สถาบันราชภัฏสมเด็จพระเจ้าพระยา.
- เอกรินทร์ สีมหาศาล. (2546). กระบวนการวัดและประเมินผล. กรุงเทพฯ: บั๊ก พอยท์.

ฤทธิศักดิ์ สดคมขำ. (2557). การพัฒนาความสามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนานโดยวิธีการสอนแบบนิรนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนหอแหฟอุปถัมภ์. (ปริญญาานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต "ไม่"ได้ตีพิมพ์). มหาวิทยาลัยศิลปากร, กรุงเทพฯ.







ภาคผนวก

มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร

สืบราชสันตติวงศ์

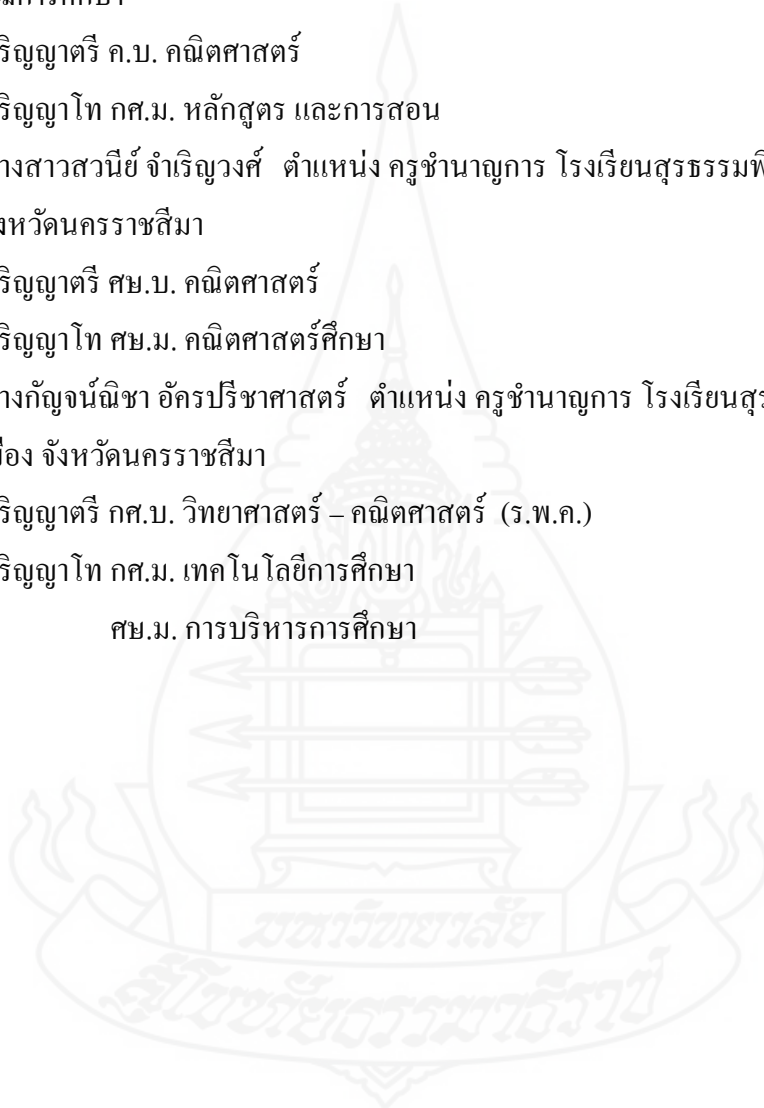
ภาคผนวก ก

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจเครื่องมือการทำวิจัย



## รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจเครื่องมือการทำวิจัย

1. นางสาวอุไรรัตน์ ชุระสุข ตำแหน่ง ครูชำนาญการ โรงเรียนสุรธรรมพิทักษ์ อำเภอเมือง  
จังหวัดนครราชสีมา  
วุฒิการศึกษา  
ปริญญาตรี ค.บ. คณิตศาสตร์  
ปริญญาโท กศ.ม. หลักสูตร และการสอน
2. นางสาวสวณีย์ จำเริญวงศ์ ตำแหน่ง ครูชำนาญการ โรงเรียนสุรธรรมพิทักษ์ อำเภอเมือง  
จังหวัดนครราชสีมา  
ปริญญาตรี ศษ.บ. คณิตศาสตร์  
ปริญญาโท ศษ.ม. คณิตศาสตร์ศึกษา
3. นางกัญจน์นิษา อัครปริชาศาสตร์ ตำแหน่ง ครูชำนาญการ โรงเรียนสุรธรรมพิทักษ์ อำเภอ  
เมือง จังหวัดนครราชสีมา  
ปริญญาตรี กศ.บ. วิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ (ร.พ.ค.)  
ปริญญาโท กศ.ม. เทคโนโลยีการศึกษา  
ศษ.ม. การบริหารการศึกษา





**ภาคผนวก ข**

แผนการจัดการเรียนรู้ และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน	รหัส ค33101
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5		ภาคเรียนที่ 2
หน่วยการเรียนรู้ อัตราส่วนตรีโกณมิติ		เวลา 12 ชั่วโมง
เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ		เวลา 1 ชั่วโมง

## 1. สาระสำคัญ

อัตราส่วนตรีโกณมิติ คือ อัตราส่วนระหว่างความยาวด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส กฎของโคไซน์และกฎของไซน์ซึ่งประกอบไปด้วย

$\sin A$  หาได้จากอัตราส่วนของความยาวด้านตรงข้ามมุม  $A$  ต่อความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก

$\cos A$  หาได้จากอัตราส่วนของความยาวด้านประชิดมุม  $A$  ต่อความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก

$\tan A$  หาได้จากอัตราส่วนของความยาวด้านตรงข้ามมุม  $A$  ต่อความยาวด้านประชิดมุม  $A$

ส่วนฟังก์ชัน  $\operatorname{cosec}$ ,  $\sec$  และ  $\cot$  เป็นส่วนกลับของ  $\sin$ ,  $\cos$  และ  $\tan$  ตามลำดับ

## 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถเขียน และหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของรูปสามเหลี่ยมเมื่อกำหนดมุมมาให้ได้

## 3. สาระการเรียนรู้

อัตราส่วนตรีโกณมิติ

## 4. กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

## 1. ชี้นำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)

ครูนำเข้าสู่บทเรียน โดยการตั้งคำถามนักเรียนว่านักเรียนเคยสงสัยหรือไม่ว่าเสาธงของโรงเรียนเรานั้นมีความสูงเท่าใด และจะวัดความสูงได้อย่างไร (ครูอาจให้เวลานักเรียนได้เสนอหรือคาดคะเนความสูง พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ)

## 2. ชั้นถ่ายทอดความรู้ (ประมาณ 15 นาที)

2.1 ครูอธิบายนักเรียนว่าเราสามารถใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติในการหาความสูงหรือระยะทางของสิ่งต่างๆ ได้ และอธิบายอัตราส่วนตรีโกณมิติหมายถึง อัตราส่วนของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากโดยใช้โปรแกรม Power Point พร้อมอธิบายประกอบให้นักเรียนได้ทราบ ซึ่งประกอบด้วย

$\sin A$  หาได้จากอัตราส่วนของความยาวด้านตรงข้ามมุม  $A$  ต่อความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก

$\cos A$  หาได้จากอัตราส่วนของความยาวด้านประชิดมุม  $A$  ต่อความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก

$\tan A$  หาได้จากอัตราส่วนของความยาวด้านตรงข้ามมุม  $A$  ต่อความยาวด้านประชิดมุม  $A$  (อัตราส่วนตรีโกณมิติ  $\tan$  สามารถหาได้จากความสัมพันธ์  $\frac{\sin A}{\cos A}$ )

ส่วนฟังก์ชัน cosec, sec และ cot เป็นส่วนกลับของ sin, cos และ tan ตามลำดับ  
 $\text{cosec} A$  หาได้จากอัตราส่วนของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉากต่อความยาวด้านตรงข้ามมุม  $A$

$\sec A$  หาได้จากอัตราส่วนของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก ต่อ ความยาวด้านประชิดมุม  $A$

$\cot A$  หาได้จากอัตราส่วนของความยาวด้านด้านประชิดมุม  $A$  ต่อความยาวด้านตรงข้ามมุม  $A$

2.2 ครูทดสอบความรู้นักเรียนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ได้อธิบายไปแล้ว โดยใช้คำถาม 5 ข้อด้านล่าง และให้นักเรียนตอบพร้อมกัน สังเกตนักเรียนที่ไม่ตอบคำถามหรือไม่มีส่วนร่วม ครูเรียกถามรายบุคคลเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนคนดังกล่าว

### คำถาม

1. อัตราส่วน  $\sin A$  ได้แก่อัตราส่วนระหว่างด้านใด ต่อด้านใด

ตอบ ด้านตรงข้ามมุม  $A$  ต่อด้านตรงข้ามมุมฉาก

2. อัตราส่วน  $\sec A$  เป็นอัตราส่วนที่ตรงข้ามกับอัตราส่วนใดและมีอัตราส่วนระหว่างด้านใด ต่อด้านใด

ตอบ เป็นส่วนกลับของ  $\cos A$  และเป็นอัตราส่วนระหว่างด้านตรงข้ามมุมฉาก ต่อด้านประชิดมุม  $A$

3. อัตราส่วน  $\tan A$  เป็นอัตราส่วนระหว่างด้านใด ต่อ ด้านใด

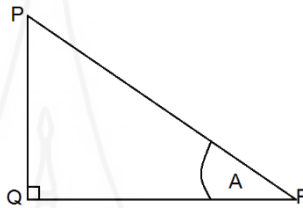
ตอบ ด้านตรงข้ามมุม  $A$  และด้านประชิดมุม  $A$

4. อัตราส่วน cosec A เป็น อัตราส่วนที่ตรงข้ามกับอัตราส่วนใดและมีอัตราส่วนระหว่างด้านใด ต่อด้านใด

ตอบ เป็นส่วนกลับ sin A และเป็นอัตราส่วนระหว่างตรงข้ามมุมฉากต่อด้านตรงข้ามมุม A

5. นักเรียนคิดว่าเพราะเหตุใด อัตราส่วน  $\frac{\sin A}{\cos A}$  จึงมีค่าเท่ากับ tan A

ตอบ เมื่อกำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก PQR โดยมี Q เป็นมุมฉาก และกำหนดมุม A กับความยาวแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยม(ดังรูป)



$$\text{จะพบว่า } \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{PQ}{PR}}{\frac{QR}{PR}} \text{ จะเท่ากับ } \frac{PQ}{PR} \times \frac{PR}{QR} = \frac{PQ}{QR}$$


ซึ่งตรงกับอัตราส่วนของด้านตรงข้ามมุม A ต่อด้านประชิดมุม A จึงเท่ากับ tan A  
ครูแจ้งนักเรียนว่า ข้อตกลงของเรา ต่อไปจะเขียนและอ่าน sin A หรือ cos A เลย โดยจะละคำว่า “อัตราส่วน” ไว้เพื่อความสะดวก

### 3. ขั้นนำเข้าสู่ตัวอย่าง (ประมาณ 15 นาที)

3.1 เมื่อนักเรียนมีความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติแล้ว ครูยกตัวอย่างแสดงวิธีการหาอัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 3 ตัวอย่าง เรียงจากง่ายไปยาก เพื่อเน้นย้ำให้นักเรียนเข้าใจถึงอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยนำเสนอด้วยโปรแกรม Power Point ดังรูป ครูเป็นผู้อธิบายร่วมกับนักเรียนช่วยกันตอบและจดลงสมุด


**ตัวอย่างที่ 1 (โจทย์ และเฉลย)**

**ตัวอย่างที่ 1** กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมี C เป็นมุมฉาก จงเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติต่อไปนี้

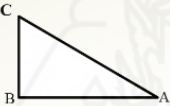


- $\sin A =$
- $\cos A =$
- $\sec C =$
- $\cot C =$
- $\frac{CB}{BA} =$


นักเรียนต้องทราบก่อนว่าหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมใดและนักเรียนต้องจำให้ได้ว่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ  $\sin$ ,  $\cos$  และ  $\tan$  เป็นอัตราส่วนระหว่างด้านใด ต่อด้านใดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



**ตัวอย่างที่ 1** กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมี C เป็นมุมฉาก จงเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติต่อไปนี้



- $\sin A = \frac{CB}{CA}$  คือ อัตราส่วนระหว่างด้านตรงข้ามมุม A ( $\overline{CB}$ ) ต่อด้านตรงข้ามมุมฉาก ( $\overline{CA}$ )
- $\cos A = \frac{AB}{CA}$  คือ อัตราส่วนระหว่างด้านประชิดมุม A ( $\overline{AB}$ ) ต่อด้านตรงข้ามมุมฉาก ( $\overline{CA}$ )
- $\sec C = \frac{CA}{CB}$  คือ อัตราส่วนระหว่างด้านตรงข้ามมุมฉาก ( $\overline{CA}$ ) ต่อด้านประชิดมุม C ( $\overline{CB}$ )
- $\cot C = \frac{CB}{BA}$  คือ อัตราส่วนระหว่างด้านประชิดมุม C ( $\overline{CB}$ ) ต่อด้านตรงข้ามมุม C ( $\overline{AB}$ )
- $\frac{CB}{BA}$  คือ อัตราส่วนระหว่างด้านตรงข้ามมุม A ( $\overline{CB}$ ) ต่อด้านประชิดมุม A ( $\overline{AB}$ ) คืออัตราส่วน  $\tan A$  หรือเป็นอัตราส่วนระหว่างด้านประชิดมุม C ต่อด้านตรงข้ามมุม C คืออัตราส่วน  $\cot C$



จากตัวอย่างที่ 1 ครูตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยการตั้งคำถามให้นักเรียนร่วมกันตอบดังนี้

**คำถาม**

1. จากภาพนักเรียนคิดว่า  $\operatorname{cosec} A$  เป็นอัตราส่วนระหว่างด้านใดบ้าง

ตอบ  $\frac{CA}{CB}$

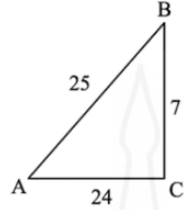
2. จากภาพนักเรียนคิดว่า อัตราส่วนระหว่าง  $\frac{AB}{CA}$  เป็นอัตราส่วนตรีโกณมิติใด

ตอบ  $\cos A, \sin C$




## ตัวอย่างที่ 2 (โจทย์ และเฉลย)

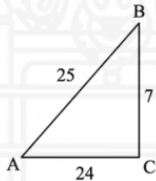
ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมี C เป็นมุมฉาก จงเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติ




1.  $\tan A$  คือ
2.  $\text{Cosec } A$  คือ
3.  $\cos B$  คือ
4.  $\sin B$  คือ
5. จากรูปจงหา  $\sin A + \sin B$



ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมี C เป็นมุมฉาก จงเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติ

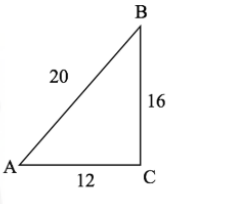


1.  $\tan A$  คือ อัตราส่วนความยาวระหว่างด้านตรงข้ามมุม A ต่อด้านประชิดมุม A =  $\frac{7}{24}$
2.  $\text{Cosec } A$  คือ อัตราส่วนความยาวระหว่างด้านตรงข้ามมุมฉาก ต่อด้านตรงข้ามมุม A =  $\frac{25}{7}$
3.  $\cos B$  คืออัตราส่วนความยาวระหว่างด้านประชิดมุม B ต่อด้านตรงข้ามมุมฉาก =  $\frac{7}{25}$
4.  $\sin B$  คืออัตราส่วนระหว่างด้านตรงข้ามมุม B ต่อตรงข้ามมุมฉาก =  $\frac{24}{25}$
5. จากรูปจงหา  $\sin A + \sin B = \frac{7}{25} + \frac{24}{25} = \frac{31}{25}$




### ตัวอย่างที่ 3 (โจทช์ และเฉลย)

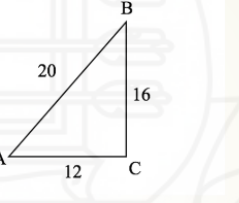
ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อกำหนดอัตราส่วนของความยาวด้านทั้งสองด้านจึงบอกว่าเป็นอัตราส่วนตรีโกณมิติใด




- $\frac{20}{12} =$
- $\frac{16}{12} =$
- $\frac{20}{16} =$



ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อกำหนดอัตราส่วนของความยาวด้านทั้งสองด้านจึงบอกว่าเป็นอัตราส่วนตรีโกณมิติใด



- $\frac{20}{12} = \sec A, \operatorname{cosec} B$
- $\frac{16}{12} = \tan A, \cot B$
- $\frac{20}{16} = \operatorname{cosec} A, \sec B$



#### 4. ชั้นฝึกปฏิบัติ (ประมาณ 20 นาที)

4.1 เน้นย้ำความเข้าใจ โดยให้นักเรียนทำใบงานที่ 1.1 “การเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติ” เป็นรายบุคคล โดยครูชี้แจงคำสั่งให้ชัดเจนและกำหนดเวลาทำประมาณ 10-15 นาที ครูเดินดูและ

คอยให้คำแนะนำนักเรียนเมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัย เสร็จแล้ว ครูเฉลยคำตอบให้นักเรียนตรวจคำตอบ

### 5. ชั้นสรุป (5 นาที)

5.1 ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปว่า “อัตราส่วนตรีโกณมิติ คือ อัตราส่วนระหว่างความยาวด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส กฎของโคไซน์และกฎของไซน์” จากนั้นครูสรุปด้วยคำถาม แล้วให้นักเรียนช่วยกันตอบ ดังนี้

1. อัตราส่วนตรีโกณมิติมีทั้งหมดกี่ประเภทและประกอบไปด้วยอะไรบ้าง

ตอบ 3 ประเภท ได้แก่  $\sin$  ,  $\cos$  ,  $\tan$

2. อัตราส่วน  $\sin$  คืออัตราส่วนระหว่างความยาวด้านใดบ้าง

ตอบ ด้านตรงข้ามมุม A ต่อด้านตรงข้ามมุมฉาก

3. อัตราส่วน  $\cos$  คืออัตราส่วนระหว่างความยาวด้านใดบ้าง

ตอบ ด้านประชิดมุม A ต่อด้านตรงข้ามมุมฉาก

4. อัตราส่วน  $\tan$  คืออัตราส่วนระหว่างความยาวด้านใดบ้าง

ตอบ ด้านตรงข้ามมุม A ต่อด้านประชิดมุม A

5. ส่วนกลับของอัตราส่วนตรีโกณมิติมีอัตราส่วนใดบ้าง

ตอบ  $\operatorname{cosec}$  ,  $\sec$  และ  $\cot$  เป็นส่วนกลับของ  $\sin$  ,  $\cos$  และ  $\tan$  ตามลำดับ

### 6. ชิ้นวัดผลประเมินผล

6.1 ครูให้นักเรียนกลับไปทำใบงานที่ 1.2 “การเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติและการประยุกต์ใช้” เป็นแบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่บ้านแล้วให้นำมาส่งตามวันที่ครูนัดหมายก่อนถึงชั่วโมงเรียนถัดไป

### 7. สื่อ / อุปกรณ์ ประกอบการเรียนรู้

7.1 ใบงานที่ 1.1 “การเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติ”

7.2 ใบงานที่ 1.2 “การเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติและการประยุกต์ใช้”

7.3 โปรแกรม Power Point การเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติ

## 8. เกณฑ์การวัดผลประเมินผล

### 8.1 ครูตรวจใบงาน

**เกณฑ์การวัดผลใบงานที่ 1.1 “การเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติ” จำนวน 5 ข้อ 5 คะแนน**

1. นักเรียนหาคำตอบและเขียนคำตอบได้ถูกต้องได้ 1 คะแนน
2. นักเรียนได้คะแนนระหว่าง 3-5 คะแนน ถึงผ่านเกณฑ์การประเมิน

**เกณฑ์การประเมินใบงานที่ 1.2 “การเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติและการประยุกต์ใช้”**

**ตอนที่ 1 จำนวน 20 ข้อ**

1. นักเรียนหาคำตอบและเขียนคำตอบได้ถูกต้องได้ 1 คะแนน
2. นักเรียนได้คะแนนระหว่าง 15 – 20 คะแนน ถึงผ่านเกณฑ์การประเมินใน

ตอนที่ 1

**เกณฑ์การประเมินใบงาน 1.2 “การเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติและการประยุกต์ใช้”**

**ตอนที่ 2 จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน**

- |         |  |
|---------|--|
| 5 คะแนน | นักเรียนหาคำตอบ แสดงวิธีการหาคำตอบชัดเจน และเขียนคำตอบได้ถูกต้องโดยนำมาความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้พร้อมอธิบายเหตุผลที่ใช้วิธีการนั้นได้ชัดเจน |
| 4 คะแนน | นักเรียนหาคำตอบ แสดงวิธีการหาคำตอบ และเขียนคำตอบได้ถูกต้องโดยนำมาความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้  |
| 3 คะแนน | นักเรียนหาคำตอบ และเขียนคำตอบได้ถูกต้องโดยนำมาความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้   |
| 2 คะแนน | นักเรียนแสดงวิธีคิด และการหาคำตอบ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง (ครูสามารถตรวจสอบขั้นตอนที่ผิดได้)  |
| 1 คะแนน | นักเรียนเขียนคำตอบ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง (ครูไม่สามารถตรวจสอบขั้นตอนที่ผิดได้)  |
| คะแนน   | นักเรียนไม่ทำแบบฝึกหัดนักเรียนได้คะแนน 3 คะแนนขึ้นไป ถึงผ่านเกณฑ์การประเมินในตอนที่ 2  |

9. บันทึกผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

.....

.....

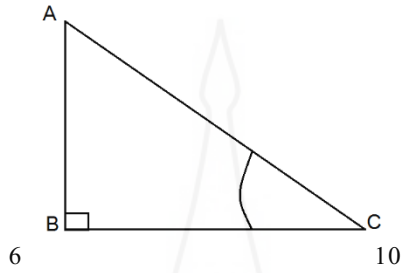
.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน  
(นายกิติรัฐ เอกศาสตร์)



ใบงานที่ 1.1 “การเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติ”

คำชี้แจง จากรูปสามเหลี่ยม  $\hat{ABC}$  โดยกำหนดให้ B เป็นมุมฉาก ให้นักเรียนหาคำตอบต่อไปนี้



$\cos \theta =$  .....

1.  $\sin A =$  .....

2.  $\tan \theta + \operatorname{cosec} A =$   
 .....

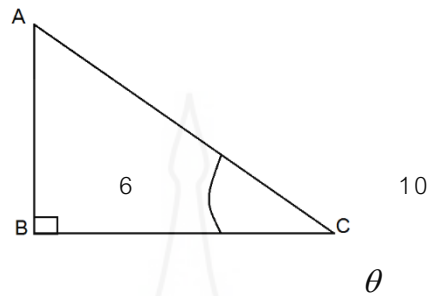
3.  $\sec \theta + \cot A =$   
 .....

4.  $\sin A + 3x = 2$  แล้ว x มีค่าเท่าใด  
 .....



เฉลยใบงานที่ 1.1 “การเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติ”

**คำชี้แจง** จากรูปสามเหลี่ยม  $\hat{A}BC$  โดยกำหนดให้  $B$  เป็นมุมฉาก ให้นักเรียนหาคำตอบต่อไปนี้



1.  $\cos \theta =$   
คำตอบ  $\frac{8}{10}, \frac{4}{5}$
2.  $\sin A =$   
คำตอบ  $\frac{8}{10}, \frac{4}{5}$
3.  $\tan \theta + \operatorname{cosec} A =$   $\frac{6}{8} + \frac{10}{8}$   
 $\frac{16}{8} = 2$   
คำตอบ 2
4.  $\sec \theta + \cot A =$   $\frac{10}{8} + \frac{6}{8}$   
 $\frac{16}{8} = 2$   
คำตอบ 2
5.  $\sin A + 3x = 2$  แล้ว  $x$  มีค่าเท่าใด

$$\frac{8}{10} + 3x = 2$$

$$(10)\frac{8}{10} + 3x(10) = 2(10)$$

$$8 + 30x = 20$$

$$30x = 20 - 8$$

$$30x = 12$$

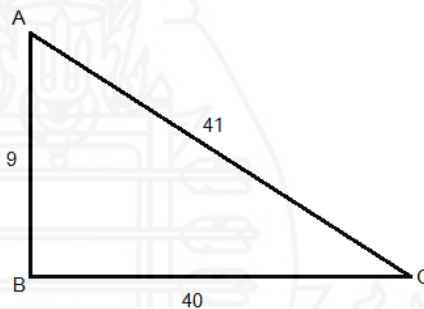
$$x = \frac{12}{30}, \frac{2}{5}$$

**คำตอบ**  $\frac{2}{5}$

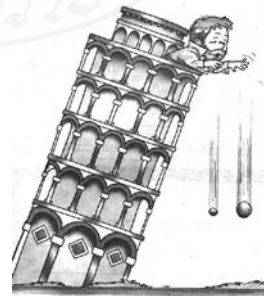
**ใบงานที่ 1.2** “การเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติและการประยุกต์ไปใช้”

**ตอนที่ 1** ให้นักเรียนเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติ

จากรูปสามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากงหาอัตราส่วนตรีโกณมิติต่อไปนี้



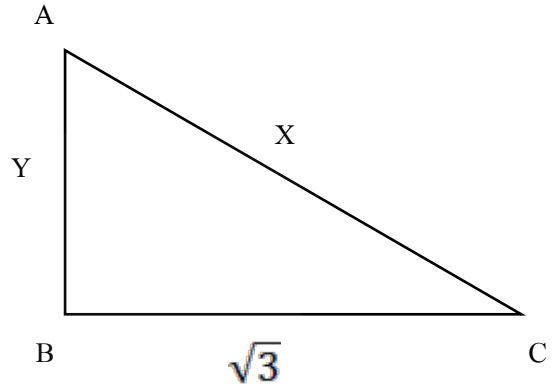
- |             |         |           |         |
|-------------|---------|-----------|---------|
| 1. sin A    | = ..... | 11. sec A | = ..... |
| 2. cosec C  | = ..... | 12. cot A | = ..... |
| 3. sin C    | = ..... |           |         |
| 4. cos A    | = ..... |           |         |
| 5. sec C    | = ..... |           |         |
| 6. cos C    | = ..... |           |         |
| 7. tan A    | = ..... |           |         |
| 8. cot C    | = ..... |           |         |
| 9. tan C    | = ..... |           |         |
| 10. cosec A | = ..... |           |         |





จากอัตราส่วนที่กำหนดให้นักเรียนระบุว่าตรงกับอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมใด

- 13.  $\sin \dots\dots\dots = \frac{y}{x}$
- 14.  $\operatorname{cosec} \dots\dots = \frac{x}{\sqrt{3}}$
- 15.  $\sin \dots\dots\dots = \frac{\sqrt{3}}{x}$
- 16.  $\cos \dots\dots\dots = \frac{x}{\sqrt{3}}$
- 17.  $\sec \dots\dots\dots = \frac{y}{x}$
- 18.  $\cos \dots\dots\dots = \frac{y}{y}$
- 19.  $\tan \dots\dots\dots = \frac{x}{\sqrt{3}}$
- 20.  $\cot \dots\dots\dots = \frac{y}{\sqrt{3}}$



**ตอนที่ 2**

1. เพื่อให้ประตูหลบภัยบานนี้ใช้ได้ผลนักเรียนจะต้องวางเฟอรันิเจอร์หรือของตกแต่งภายในห้องให้ห่างจากประตูบานนี้เป็นระยะอย่างน้อยเท่าใด นักเรียนจะใช้วิธีการคำนวณด้วยอัตราส่วนตรีโกณมิติใดถ้ากำหนดมุม  $\theta$  และความยาวด้าน เท่ากับ X หน่วย มาให้ดังรูป



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. วิศวกรต้องการสร้างกระเช้าเพื่อขนย้ายนักท่องเที่ยวที่พิการ หรือชราภาพ หรือสิ่งของเพื่อขึ้นและลงยอดเขาภู ซึ่งสถานีรับส่งภาคพื้นดินอยู่ตรงที่นักเรียนกำลังยืนอยู่ ซึ่งทราบระดับความสูงจากพื้นดินถึงยอดเขาแต่ไม่ทราบระยะทางตรงจุดที่ยืนถึงจุดกึ่งกลางยอดเขาในแนวราบ และ ระยะทางในการสร้างกระเช้า นักเรียนคิดว่าจะใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติใดเพื่อมาช่วยในการคำนวณ เพราะสาเหตุใด



### แนวทางการตอบคำถาม

#### ตอนที่ 1

1. นักเรียนต้องจำอัตราส่วนตรีโกณมิติให้แม่นยำเสียก่อน
2. นักเรียนต้องดูโจทย์ให้ดีว่าต้องการหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมใด
3. แทนชื่อของด้าน หรือค่าของความยาวด้านลงไป ในอัตราส่วนตรีโกณที่นักเรียนคิดว่าถูกต้อง

เช่น ข้อที่ 1.  $\sin A =$  อัตราส่วนระหว่างด้านตรงข้ามมุม  $A$  ต่อ ด้านตรงข้ามมุมฉาก

$$\sin A = \frac{40}{41}$$

#### ตอนที่ 2

1. นักเรียนต้องสังเกตว่าจากสถานการณ์ดังกล่าวเรากำหนดมุม  $\theta$  มุมใด
2. นักเรียนต้องสังเกตดูว่าเรามีความยาวของด้านอย่างน้อยหนึ่งด้านแล้วหรือไม่
3. นักเรียนต้องพิจารณาว่ามุมที่นักเรียนทราบนั้นกับด้านที่มีสามมถวัดความยาวหรือระยะทางได้ และด้านที่เราต้องการหาคำตอบนั้นตรงกับอัตราส่วนตรีโกณมิติใด

**เฉลยใบงานที่ 1.2** “การเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติและการประยุกต์ใช้”

**ตอนที่ 1** ให้นักเรียนเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติ

จากรูปสามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหาอัตราส่วนตรีโกณมิติต่อไปนี้

$$1. \sin A = \frac{40}{41}$$

$$11. \sec A = \frac{41}{9}$$

$$2. \operatorname{cosec} C = \frac{41}{9}$$

$$12. \cot A = \frac{9}{40}$$

$$3. \sin C = \frac{9}{41}$$

$$4. \cos A = \frac{9}{41}$$

$$5. \sec C = \frac{41}{40}$$

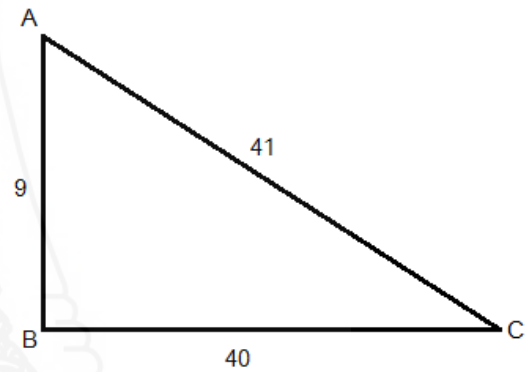
$$6. \cos C = \frac{40}{41}$$

$$7. \tan A = \frac{40}{9}$$

$$8. \cot C = \frac{40}{9}$$

$$9. \tan C = \frac{9}{40}$$

$$10. \operatorname{cosec} A = \frac{41}{40}$$



**จากอัตราส่วนที่กำหนดให้นักเรียนระบุว่าตรงกับอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมใด**

$$13. \sin C = \frac{y}{x}$$

$$14. \operatorname{cosec} A = \frac{\sqrt{3}}{x}$$

$$15. \sin A = \frac{x}{\sqrt{3}}$$

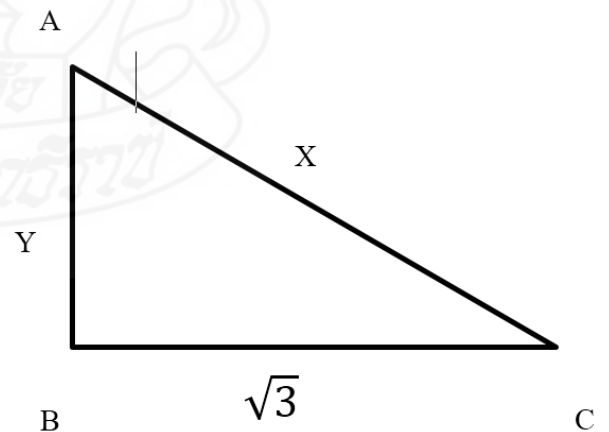
$$16. \cos C = \frac{x}{x}$$

$$17. \sec A = \frac{y}{y}$$

$$18. \cos A = \frac{x}{y}$$

$$19. \tan C = \frac{y}{\sqrt{3}}$$

$$20. \cot A = \frac{y}{\sqrt{3}}$$

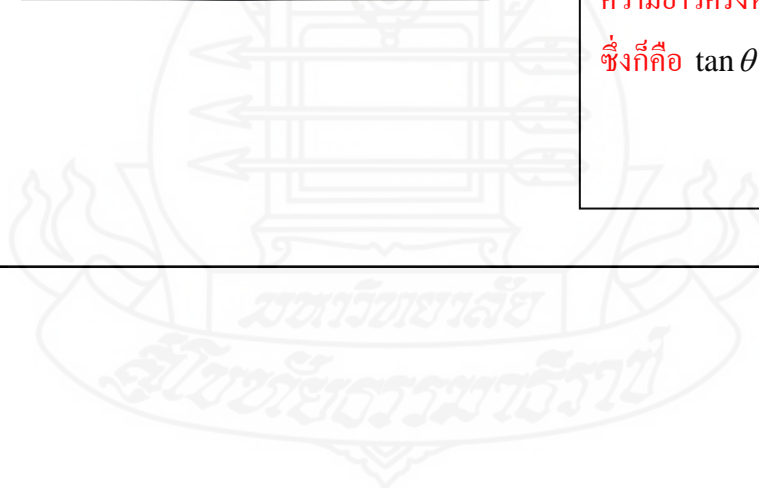


## ตอนที่ 2

1. เพื่อให้ประตูหลบภัยบานนี้ใช้ได้ผลนักเรียนจะต้องวางเฟอร์นิเจอร์หรือของตกแต่งภายในห้องให้ห่างจากประตูบานนี้เป็นระยะอย่างน้อยเท่าใด นักเรียนจะใช้วิธีการคำนวณด้วยอัตราส่วนตรีโกณมิติใดถ้ากำหนดมุม  $\theta$  และความยาวด้าน เท่ากับ  $X$  หน่วย มาให้ดังรูป



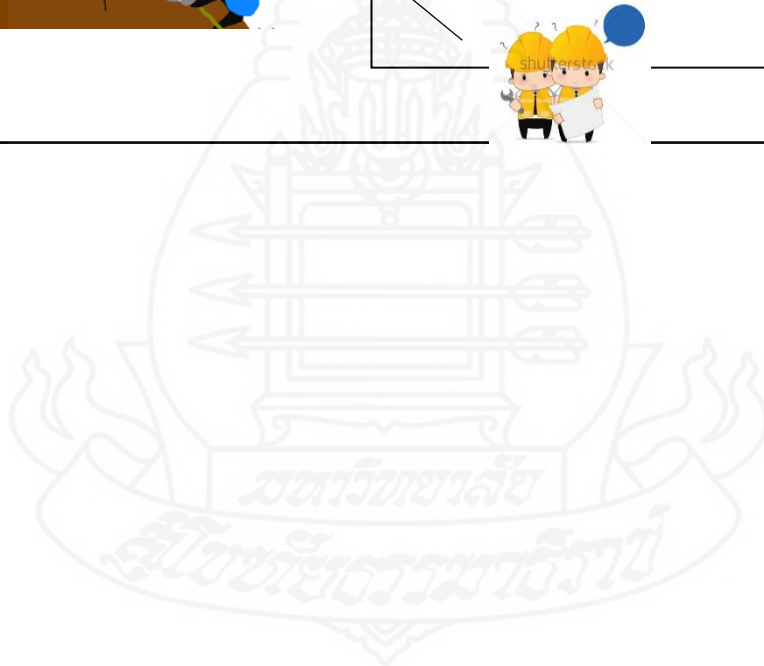
เมื่อสังเกตแล้วนักเรียนจะพบว่า ประตูถูกออกแบบมาให้พับครึ่งได้ เพื่อไว้ใช้ในการหลบภัยดังรูป และเมื่อประตูถูกพับครึ่งหนึ่งของความสูงประตูดังรูปแล้วจะมีระยะทางจากกรอบบานประตูตามแนวราบของพื้นเป็นระยะทาง  $y$  หน่วยซึ่งเป็นพื้นที่ในการสร้างที่หลบภัยดังรูป ซึ่งระยะทางอย่างน้อยที่สุดของ  $y$  หาได้จาก อัตราส่วนระหว่างความยาวครึ่งหนึ่งของประตู กับ  $y$  ซึ่งก็คือ  $\tan \theta$  หรือ  $\cot \theta$



2. วิศวกรต้องการสร้างกระเช้าเพื่อขนย้ายนักท่องเที่ยวที่พิการ หรือชราภาพ หรือสิ่งของเพื่อขึ้นและลงยอดเขาภู ซึ่งสถานีรับส่งภาคพื้นดินอยู่ตรงที่นักเรียนกำลังยืนอยู่ ซึ่งทราบระดับความสูงจากพื้นดินถึงยอดเขาแต่ไม่ทราบระยะทางตรงจุดที่ยืนถึงจุดกึ่งกลางยอดเขาในแนวราบ และ ระยะทางในการสร้างกระเช้า นักเรียนคิดว่าจะใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติใดเพื่อมาช่วยในการคำนวณ เพราะสาเหตุใด



จากสถานการณ์ดังกล่าวนักเรียนจะมองเห็นยอดเขาในมุมเงย และนักเรียนทราบความสูงจากระดับน้ำทะเลถึงยอดเขา และระยะทางของกระเช้าคือ  $x$  สามารถหาได้จากอัตราส่วนระหว่าง ความสูงจากระดับน้ำทะเลถึงยอดเขา กับ ระยะทางกระเช้า ( $x$ ) ซึ่งก็คือ  $\sin \theta$  หรือ  $\operatorname{cosec} \theta$



## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัส ค33101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ อัตราส่วนตรีโกณมิติ

เวลา 12 ชั่วโมง

เรื่อง ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$ 

เวลา 1 ชั่วโมง

## 1. สาระสำคัญ

ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$  หาได้จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและทฤษฎีบทพีทาโกรัส



จากรูปสามารถระบุค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ  $\sin$ ,  $\cos$  และ  $\tan$  ของมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$  ได้จากการความสัมพันธ์ของด้านสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนี้

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ หรือ } \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ หรือ } \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ หรือ } \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \tan 45^\circ = 1$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

ในทำนองเดียวกัน ค่าของ  $\operatorname{cosec}$ ,  $\sec$  และ  $\cot$  สามารถหาได้จากส่วนกลับของ  $\sin$ ,  $\cos$  และ  $\tan$  ตามลำดับ ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$  เขียนในรูปตารางค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังนี้

	$\frac{\pi}{6} (30^\circ)$	$\frac{\pi}{4} (45^\circ)$	$\frac{\pi}{3} (60^\circ)$
$\sin \theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

## 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนบอกค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$  ได้
2. นักเรียนใช้ค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$  เพื่อดำเนินการหาค่าที่กำหนดได้

## 3. สารการเรียนรู้

1. ค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$

## 4. กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

### 1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)

1. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติในคาบเรียนที่ผ่านมาโดยซักถามนักเรียนและให้นักเรียนตอบพร้อมกัน

### คำถาม

1. อัตราส่วนระหว่างด้านประชิดมุม A กับ ด้านตรงข้ามมุมฉาก คืออัตราส่วนตรีโกณมิติใด

ตอบ sin

2. อัตราส่วนด้านตรงข้ามมุมฉาก ต่อ ด้านประชิดมุม A คืออัตราส่วนตรีโกณมิติใด

ตอบ sec

3. อัตราส่วนของประชิดมุม A ต่อด้านตรงข้ามมุม A คืออัตราส่วนตรีโกณมิติใด

ตอบ cot

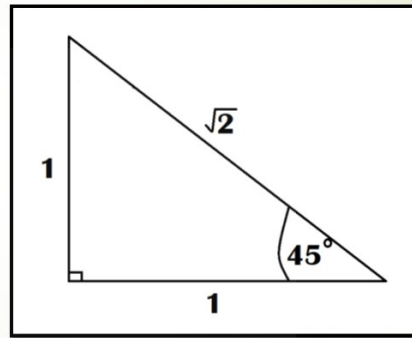
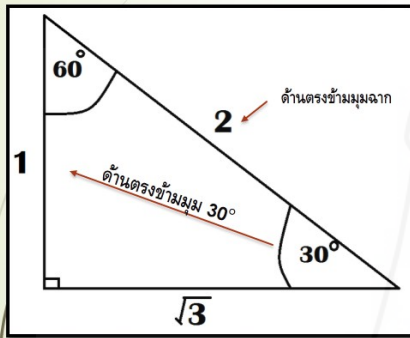
2. ครูพูดคุยกับนักเรียนว่าถ้าเราต้องการนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ นั้น เราต้องนำค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการคำนวณหรือการดำเนินการซึ่งค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติมีหลายค่า แต่จะมีค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ใช้อยู่บ่อยๆคือค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$  ซึ่งสามารถหาได้จากตาราง และสามเหลี่ยมมุมฉากที่ครูกำลังจะสอนดังนี้

### 2. ขั้นถ่ายทอดความรู้ (ประมาณ 15 นาที)

1. ครูอธิบายให้นักเรียนว่าเราสามารถหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$  พร้อมนำเสนอวิธีการหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติดังกล่าวให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจ โดยนำเสนอด้วยโปรแกรม Power Point ดังรูป ครูเป็นผู้อธิบายร่วมกับนักเรียนช่วยกันตอบและจดลงสมุด



“นักเรียนสามารถค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30,45 และ 60 องศา ได้จากการใช้ความสัมพันธ์ของอัตราส่วนระหว่างของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปต่อไปนี้”



ตัวอย่างการหาค่า  $\sin 30^\circ =$  อัตราส่วนระหว่างด้านตรงข้ามมุม ( $30^\circ$ ) ต่อด้านตรงข้ามมุมฉาก  
จะได้  $\frac{1}{2}$

ตารางค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$

ตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30, 45 และ 60 องศา


	มุม	ไซน์	โคไซน์	แทนเจนต์
	A	$\frac{BC}{AB}$	$\frac{AC}{AB}$	$\frac{BC}{AC}$
	$30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
	$45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
	$60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$





2. ครูทดสอบความรู้นักเรียน โดยตั้งคำถามเพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียนจำนวน 5 ข้อ โดยให้นักเรียนช่วยกันตอบ หรือสังเกตนักเรียนที่ไม่ตอบคำถามหรือไม่มีส่วนร่วม ครูเรียกถามรายบุคคลเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนคนดังกล่าว

### คำถาม



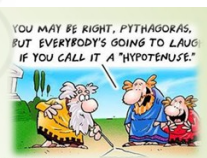
#### คำถาม

1. ค่าของ  $\sin 45^\circ$  มีค่าเท่าใด
2. ค่าของ  $\tan 60^\circ$  มีค่าเท่าใด
3. ค่าของ  $\operatorname{cosec} 30^\circ$  มีค่าเท่าใด
4. ค่าของ  $\operatorname{cosec} 60^\circ$  เท่ากับ  $\operatorname{cosec} 30^\circ + \operatorname{cosec} 30^\circ$  หรือไม่
5. จงหาผลรวมของ  $\sin 30^\circ$  กับ  $\cos 60^\circ$

### เฉลย

#### เฉลยคำตอบ

1.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  หรือ  $\frac{1}{\sqrt{2}}$
2.  $\sqrt{3}$
3.  $\sin 30^\circ$  มีค่า  $\frac{1}{2}$  ส่วน  $\operatorname{cosec} = \frac{1}{\sin}$  ดังนั้น จะได้  $\operatorname{cosec} 30^\circ = \frac{1}{\frac{1}{2}}$  ซึ่งเท่ากับ 2
4.  $\operatorname{Cosec}_{60^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}}$  ส่วน  $\operatorname{cosec} 30^\circ$  ดังนั้น  $2+2 \neq \frac{2}{\sqrt{3}}$
5.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$



<http://geomatics-tech.blogspot.com/2012/09/blog-post.html>

### 3. ขั้นนำเข้าสู่ตัวอย่าง (ประมาณ 15 นาที)


3.1 เมื่อนักเรียนมีความรู้เกี่ยวกับค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  และ  $60^\circ$  แล้ว ครูยกตัวอย่างแสดงวิธีการนำไปใช้ในการคำนวณหรือการดำเนินการ จำนวน 3 ตัวอย่าง เรียงจากง่ายไปยาก เพื่อเน้นย้ำให้นักเรียนเข้าใจ โดยนำเสนอด้วยโปรแกรม Power Point ดังรูป ครูเป็นผู้อธิบายร่วมกับนักเรียนช่วยกันตอบและจดลงสมุด

#### ตัวอย่างที่ 1 (โจทย์ และเฉลย)

ตัวอย่าง 1

จงหาค่าของ  $2\sin 30^\circ + \cos 60^\circ$

ได้ค่า  $\sin 30^\circ$  เท่าใดนำไปคูณกับ 2 ก่อนนะ! แล้วค่อยนำไปรวมกับค่าของ  $\cos 60^\circ$



ตัวอย่าง 1


จงหาค่าของ  $2\sin 30^\circ + \cos 60^\circ$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \text{ และ } \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$2\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}$$

$$1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

ตอบ  $\frac{3}{2}$




## ตัวอย่างที่ 2 (โจทช์ และเฉลย)

ตัวอย่างที่ 2

จงหาค่าของ  $\cos 60^\circ - 3 \tan^2 30^\circ$

ได้ค่าของ  $\tan 30^\circ$  เสร็จแล้วยกกำลังสองก่อนนะ แล้วค่อยนำไปคูณกับสาม



ตัวอย่างที่ 2

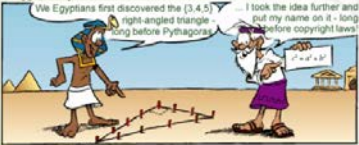
จงหาค่าของ  $\cos 60^\circ - 3 \tan^2 30^\circ$

$$\frac{1}{2} - \left[ 3 \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 \right]$$

$$\frac{1}{2} - \left( 3 \frac{1}{3} \right)$$

$$\frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

ตอบ  $-\frac{1}{2}$



## ตัวอย่างที่ 3 (โจทช์ และเฉลย)

ตัวอย่างที่ 3

จงหาค่าของ  $x$  ที่ทำให้  $2\tan x = \csc 60^\circ$



“ค่าของ  $\tan$  ของมุมเท่าใดที่คุณด้วย 2 แล้วมีค่าเท่ากับค่าของ  $\csc 60^\circ$ ”

ตัวอย่างที่ 3


จงหาค่าของ  $x$  ที่ทำให้  $2\tan x = \csc 60^\circ$

$$\csc 60^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$2\tan x = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\tan x = \frac{2}{\sqrt{3}} \div 2$$

$$\tan x = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2}$$

$$\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$


ขนาดของมุมที่ทำให้อัตราส่วน  $\tan$  มีค่าเป็น  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  คือมุม  $30^\circ$  นั่นเอง

ตอบ  $x = 30^\circ$

#### 4. ชั้นเน้นย้ำความเข้าใจ (ประมาณ 20 นาที)

1. เน้นย้ำความเข้าใจ โดยให้นักเรียนทำใบงานที่ 2.1 “การประยุกต์ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$ ” เป็นรายบุคคล โดยครูชี้แจงคำสั่งให้ชัดเจนและกำหนดเวลาทำประมาณ 10-15 นาที ครูเดินดูและคอยให้คำแนะนำนักเรียนเมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัยเสร็จแล้วครูเฉลยคำตอบให้นักเรียนตรวจคำตอบ

#### 5. ชั้นสรุป (5 นาที)

1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปว่า “ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$  สามารถหาได้จากความสัมพันธ์ระหว่างด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก และนำมาสรุปเป็นตาราง” แล้วเรานำค่าที่ได้ไปใช้ในการคำนวณหรือดำเนินการต่างๆที่เกี่ยวข้องกับเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ

#### 6. ชั้นวัดผลประเมินผล

6.1 ครูให้นักเรียนกลับไปทำใบงานที่ 2.2 “การประยุกต์ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$ ” เป็นแบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่บ้านแล้วให้นำมาส่งตามวันที่ครูนัดหมายก่อนถึงชั่วโมงเรียนถัดไป

#### 7. สื่อ / อุปกรณ์ ประกอบการเรียนรู้

7.1 ใบงานที่ 2.1 “การประยุกต์ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$ ”

7.2 ใบงานที่ 2.2 “การประยุกต์ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$ ”

7.3 โปรแกรม Power Point ค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$

#### 8. เกณฑ์การวัดผลประเมินผล

8.1 ครูตรวจใบงาน

เกณฑ์การวัดผลใบงานที่ 2.1 “การประยุกต์ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$ ” จำนวน 5 ข้อ 5 คะแนน

1) นักเรียนหาคำตอบและเขียนคำตอบได้ถูกต้องได้ 1 คะแนน

2) นักเรียนได้คะแนน 3 คะแนนขึ้นไป ถึงผ่านเกณฑ์การประเมิน

เกณฑ์การประเมินใบงานที่ 2.1 “การประยุกต์ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$ ” จำนวน 20 ข้อ 20 คะแนน

1) นักเรียนหาคำตอบและเขียนคำตอบได้ถูกต้องได้ 1 คะแนน

2) นักเรียนได้คะแนน 15 คะแนนขึ้นไป ถึงผ่านเกณฑ์การประเมิน

7. บันทึกผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

.....

.....

.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน  
(นายกิติรัฐ เอกศาสตร์)





ใบงานที่ 2.1 “การประยุกต์ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$ ”

จงหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติต่อไปนี้

1.  $\sin 60^\circ + \cot 30^\circ =$

.....  
 .....  
 .....

2.  $(\csc^2 45^\circ + \cos 60^\circ) - 2\sec 60^\circ =$

.....  
 .....  
 .....

3.  $\sqrt{3}(\tan^2 45^\circ + \cos 45^\circ) =$

.....  
 .....  
 .....

4.  $\frac{\tan 30^\circ}{\sin 45^\circ} =$

.....  
 .....  
 .....

5.  $2\left(\frac{\cot 30^\circ}{\tan 30^\circ}\right) + x \sin 30^\circ = 0$  แล้ว  $x$  มีค่าเท่าใด

.....  
 .....  
 .....  
 .....

กระบวนการหารสังยุค (Conjugate)

“คือกระบวนการทำให้ส่วนไม่ติดราก( $\sqrt{\quad}$ ) โดยการนำจำนวนที่อยู่ในรูปรากที่  $n$  ที่เป็นจำนวนตรงข้ามมาคูณทั้งเศษและส่วนเพื่อให้เข้าสูตรพหุนามกำลังสองหรือพหุนามกำลังสาม เมื่อหารสังยุคแล้วจะได้จำนวนใหม่แต่มีค่าเท่าเดิม”

ใบงานที่ 2.2 “การประยุกต์ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$ ”

**ตอนที่ 1** ให้นักเรียนเขียนค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ  $30^\circ$   $45^\circ$   $60^\circ$

1.  $\sin 30^\circ$  = .....
2.  $\operatorname{cosec} 45^\circ$  = .....
5.  $\sin 60^\circ$  = .....
6.  $\cos 30^\circ$  = .....
8.  $\sec 45^\circ$  = .....
9.  $\cos 60^\circ$  = .....
10.  $\tan 30^\circ$  = .....
8.  $\cot 45^\circ$  = .....
11.  $\tan 45^\circ$  = .....
12.  $\operatorname{cosec} 60^\circ$  = .....
13.  $\sec 30^\circ$  = .....
14.  $\cot 60^\circ$  = .....
21.  $\sec^2 30^\circ + \sin 30^\circ$  = .....
22.  $\tan 60^\circ \times \cos 30^\circ$  = .....
23.  $\sin 45^\circ + \cos 45^\circ$  = .....
24.  $\sin 60^\circ \times \cot 60^\circ$  = .....
25.  $\frac{\cos 60^\circ}{\sin 30^\circ}$  = .....



26.  $\cos 60^\circ + x = 1$  แล้ว  $x = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

27.  $2x - \tan 45^\circ = 3$  แล้ว  $x = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

28.  $4x - \frac{\cos 30^\circ}{\sin 60^\circ} = 7$  แล้ว  $x = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

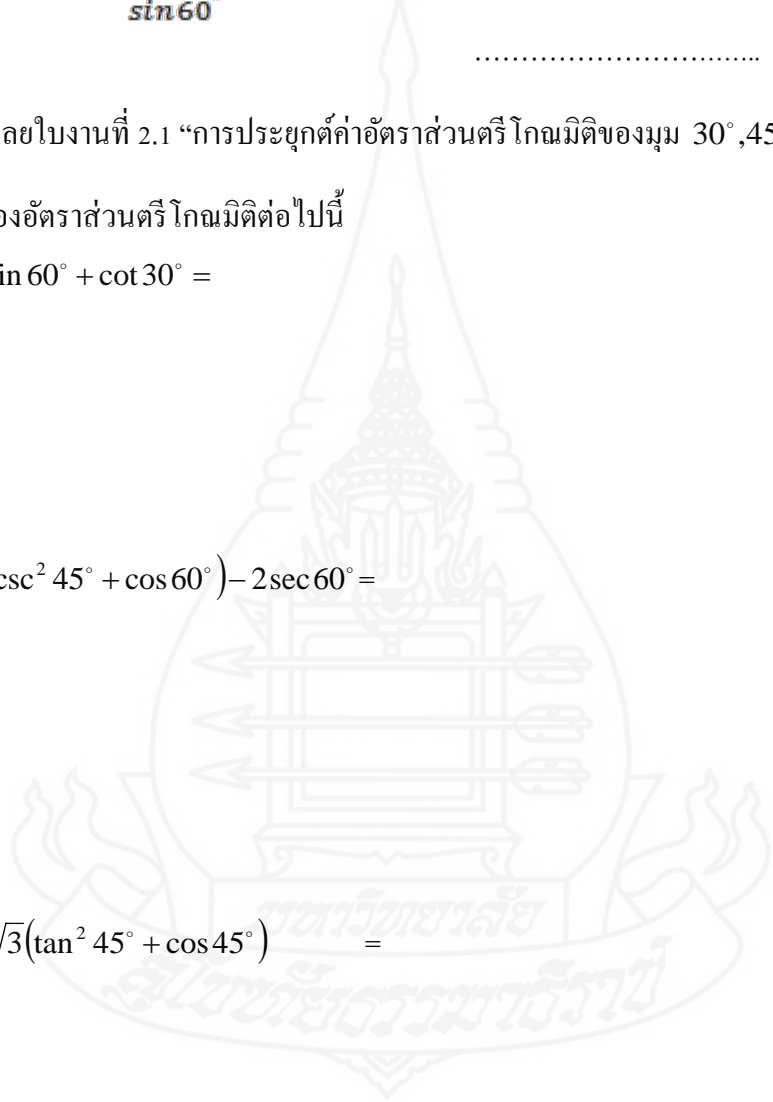
เฉลยใบงานที่ 2.1 “การประยุกต์ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$ ”

จงหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติต่อไปนี้

1.  $\sin 60^\circ + \cot 30^\circ =$

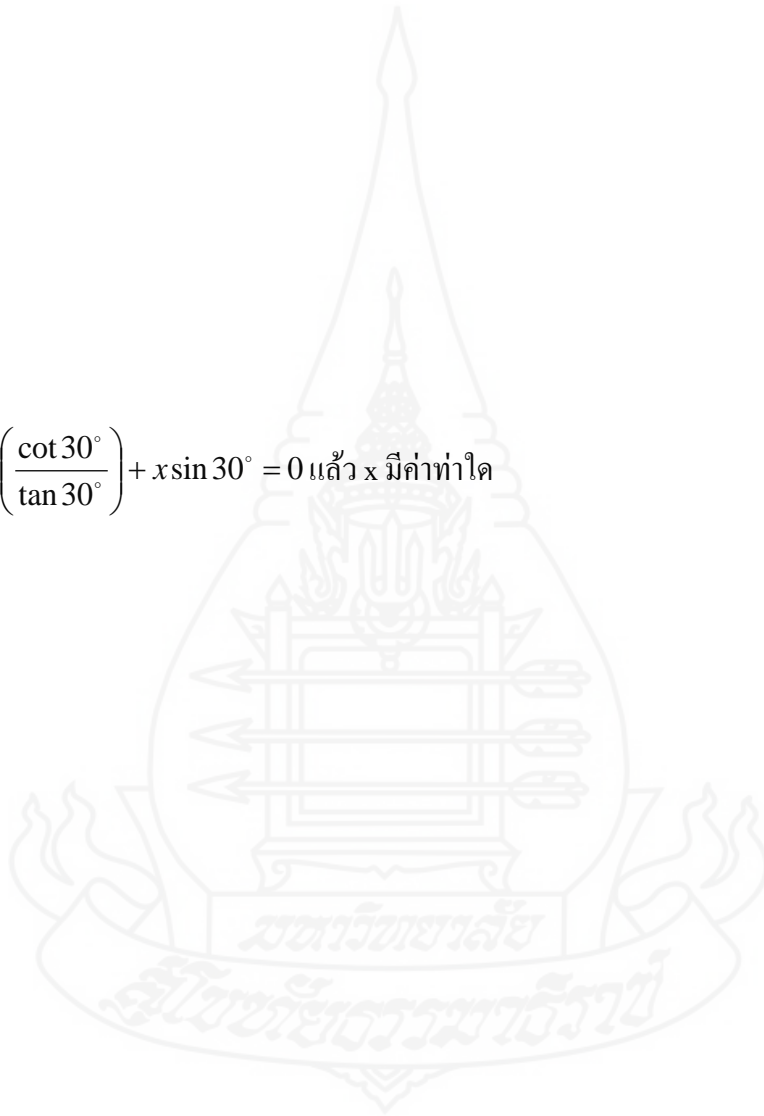
2.  $(\csc^2 45^\circ + \cos 60^\circ) - 2\sec 60^\circ =$

3.  $\sqrt{3}(\tan^2 45^\circ + \cos 45^\circ) =$



4.  $\frac{\tan 30^\circ}{\sin 45^\circ} =$

5.  $2\left(\frac{\cot 30^\circ}{\tan 30^\circ}\right) + x \sin 30^\circ = 0$  แล้ว  $x$  มีค่าเท่าใด



เฉลยใบงานที่ 2.2 “การประยุกต์ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  และ  $60^\circ$ ”

**ตอนที่ 1** ให้นักเรียนเขียนค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ  $30^\circ$   $45^\circ$   $60^\circ$

$$1. \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$2. \operatorname{Cosec} 45^\circ = \sqrt{2}$$

$$3. \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$4. \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$7. \sec 45^\circ = \sqrt{2}$$

$$8. \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$9. \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$8. \cot 45^\circ = 1$$

$$9. \tan 45^\circ = 1$$

$$10. \operatorname{Cosec} 60^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$11. \sec 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$12. \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$13. \sec^2 30^\circ + \sin 30^\circ =$$

$$14. \tan 60^\circ \times \cos 30^\circ =$$

$$15. \sin 45^\circ + \cos 45^\circ =$$

16.  $\sin 60^\circ \times \cot 60^\circ =$

17.  $\frac{\cos 60^\circ}{\sin 30^\circ} =$

18.  $\cos 60^\circ + x = 1$  แล้ว  $x$  มีค่าเท่าใด

19.  $2x - \tan 45^\circ = 3$  แล้ว  $x$  มีค่าเท่าใด

20.  $4x - \frac{\cos 30^\circ}{\sin 60^\circ} = 7$  แล้ว  $x$  มีค่าเท่าใด

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัส ค33101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ อัตราส่วนตรีโกณมิติ

เวลา 12 ชั่วโมง

เรื่อง ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่างๆ

เวลา 1 ชั่วโมง

## 1. สาระสำคัญ

หาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ  $\sin$ ,  $\cos$  และ  $\tan$  ของมุมที่อยู่ระหว่าง  $0-90^\circ$  หาได้จากการเปิดตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังนี้

$\theta$	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$
$1^\circ$	0.0175	0.9998	0.0175
$2^\circ$	0.0349	0.9994	0.0349
$3^\circ$	0.0523	0.9986	0.0524
$4^\circ$	0.0698	0.9976	0.0699
$5^\circ$	0.0872	0.9962	0.0875
$6^\circ$	0.1045	0.9945	0.1051
$7^\circ$	0.1219	0.9925	0.1228
$8^\circ$	0.1392	0.9903	0.1405
$9^\circ$	0.1564	0.9877	0.1584
$10^\circ$	0.1736	0.9848	0.1763
$11^\circ$	0.1908	0.9816	0.1944
$12^\circ$	0.2079	0.9781	0.2126
$13^\circ$	0.2250	0.9744	0.2309
$14^\circ$	0.2419	0.9703	0.2493
$15^\circ$	0.2588	0.9659	0.2679
$16^\circ$	0.2756	0.9613	0.2867
$17^\circ$	0.2924	0.9563	0.3057
$18^\circ$	0.3090	0.9511	0.3249
$19^\circ$	0.3256	0.9455	0.3443
$20^\circ$	0.3420	0.9397	0.3640
$21^\circ$	0.3584	0.9336	0.3839
$22^\circ$	0.3746	0.9272	0.4040
$23^\circ$	0.3907	0.9205	0.4245
$24^\circ$	0.4067	0.9135	0.4452

$\theta$	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$
$25^\circ$	0.4226	0.9063	0.4663
$26^\circ$	0.4384	0.8989	0.4877
$27^\circ$	0.4540	0.8910	0.5095
$28^\circ$	0.4695	0.8829	0.5317
$29^\circ$	0.4848	0.8746	0.5543
$30^\circ$	0.5000	0.8660	0.5774
$31^\circ$	0.5150	0.8572	0.6009
$32^\circ$	0.5299	0.8480	0.6249
$33^\circ$	0.5446	0.8387	0.6494
$34^\circ$	0.5592	0.8290	0.6745
$35^\circ$	0.5736	0.8192	0.7002
$36^\circ$	0.5878	0.8090	0.7265
$37^\circ$	0.6018	0.7986	0.7536
$38^\circ$	0.6157	0.7880	0.7813
$39^\circ$	0.6293	0.7771	0.8098
$40^\circ$	0.6428	0.7660	0.8391
$41^\circ$	0.6561	0.7547	0.8693
$42^\circ$	0.6691	0.7431	0.9004
$43^\circ$	0.6820	0.7314	0.9325
$44^\circ$	0.6947	0.7193	0.9657
$45^\circ$	0.7071	0.7071	1.000
$46^\circ$	0.7193	0.6947	1.036
$47^\circ$	0.7314	0.6820	1.072
$48^\circ$	0.7431	0.6691	1.111

ตัวอย่างตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ (ต่อ)

$\theta$	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$
49°	0.7547	0.6561	1.150
50°	0.7660	0.6428	1.192
51°	0.7771	0.6293	1.235
52°	0.7880	0.6157	1.280
53°	0.7986	0.6018	1.327
54°	0.8090	0.5878	1.376
55°	0.8192	0.5736	1.428
56°	0.8290	0.5592	1.483
57°	0.8387	0.5446	1.540
58°	0.8480	0.5299	1.600
59°	0.8572	0.5150	1.664
60°	0.8660	0.5000	1.732
61°	0.8746	0.4848	1.804
62°	0.8829	0.4695	1.881
63°	0.8910	0.4540	1.963
64°	0.8988	0.4384	2.505
65°	0.9063	0.4226	2.145
66°	0.9135	0.4067	2.246
67°	0.9205	0.3907	2.356
68°	0.9272	0.3746	2.475

$\theta$	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$
69°	0.9336	0.3584	2.605
70°	0.9397	0.3420	2.748
71°	0.9445	0.3256	2.904
72°	0.9511	0.3090	3.078
73°	0.9563	0.2924	3.271
74°	0.9613	0.2756	3.487
75°	0.9659	0.2588	3.732
76°	0.9703	0.2419	4.011
77°	0.9744	0.2250	4.331
78°	0.9781	0.2079	4.705
79°	0.9816	0.1908	5.145
80°	0.9848	0.1736	5.671
81°	0.9877	0.1564	6.314
82°	0.9903	0.1392	7.115
83°	0.9925	0.1219	8.144
84°	0.9945	0.1045	9.514
85°	0.9962	0.0872	11.430
86°	0.9976	0.0698	14.301
87°	0.9986	0.0523	19.081
88°	0.9994	0.0349	28.636
89°	0.9998	0.0175	57.290

ช่องที่ 1 ช่องที่ 2 ช่องที่ 3 ช่องที่ 4

ช่องที่ 1 ช่องที่ 2 ช่องที่ 3 ช่องที่ 4

โดยวิธีการดูค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติมุมที่ต้องการ ทำได้โดย หาด้านของมุมที่ต้องการ  
ทราบค่าในช่องที่ 1 แล้วจึงไปดูค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ต้องการของมุมนั้นๆ ในช่องขวามือถัดไป  
(ช่องที่ 2-4)

## 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนบอกค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนด จากการเปิดตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติได้
2. นักเรียนใช้ค่าจากตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติเพื่อดำเนินการหาค่าที่กำหนดได้

## 3. สาระการเรียนรู้

1. ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่างๆในตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ

## 4. กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

### 1. ช้่นนำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)

1. ครูสนทนากับนักเรียนว่าในชีวิตประจำวันเราสามารถพบเจอมุมที่หลากหลายขนาด ซึ่งในคาบเรียนที่ผ่านมาเราทราบวิธีการหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  และ  $60^\circ$  แล้ว และมุนนอกเหนือจากสามมุมนี้เราก็สามารถระบุค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้เช่นกัน โดยดูค่าจากตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ

### 2. ช้่นถ่ายทอดความรู้ (ประมาณ 15 นาที)

1. ครูอธิบายนักเรียนว่าเราสามารถหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่างๆได้โดยการดูค่าจากตาราง

นำเสนอด้วยโปรแกรม Power Point ดังรูปเพื่อให้ให้นักเรียน ได้ศึกษา และทำความเข้าใจโดยครูเป็นผู้อธิบายและนักเรียนจดลงสมุด



ตารางค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

**ตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ**

θ	sin θ	cos θ	tan θ
1°	0.0175	0.9998	0.0175
2°	0.0349	0.9994	0.0349
3°	0.0523	0.9986	0.0524
4°	0.0698	0.9976	0.0699
5°	0.0872	0.9962	0.0875
6°	0.1045	0.9945	0.1051
7°	0.1219	0.9925	0.1228
8°	0.1392	0.9903	0.1405
9°	0.1564	0.9877	0.1584
10°	0.1736	0.9848	0.1763
11°	0.1908	0.9816	0.1944
12°	0.2079	0.9781	0.2126
13°	0.2250	0.9744	0.2309
14°	0.2419	0.9703	0.2493
15°	0.2588	0.9659	0.2679
16°	0.2756	0.9613	0.2867
17°	0.2924	0.9563	0.3057
18°	0.3090	0.9511	0.3249
19°	0.3256	0.9455	0.3443
20°	0.3420	0.9397	0.3640
21°	0.3584	0.9336	0.3839
22°	0.3746	0.9272	0.4040
23°	0.3907	0.9205	0.4245
24°	0.4067	0.9135	0.4452

θ	sin θ	cos θ	tan θ
25°	0.4226	0.9063	0.4663
26°	0.4384	0.8989	0.4877
27°	0.4540	0.8910	0.5095
28°	0.4695	0.8829	0.5317
29°	0.4848	0.8746	0.5543
30°	0.5000	0.8660	0.5774
31°	0.5150	0.8572	0.6009
32°	0.5299	0.8480	0.6249
33°	0.5446	0.8387	0.6494
34°	0.5592	0.8290	0.6745
35°	0.5736	0.8192	0.7002
36°	0.5878	0.8090	0.7265
37°	0.6018	0.7986	0.7536
38°	0.6157	0.7880	0.7813
39°	0.6293	0.7771	0.8098
40°	0.6428	0.7660	0.8391
41°	0.6561	0.7547	0.8693
42°	0.6691	0.7431	0.9004
43°	0.6820	0.7314	0.9325
44°	0.6947	0.7193	0.9657
45°	0.7071	0.7071	1.000
46°	0.7193	0.6947	1.036
47°	0.7314	0.6820	1.072
48°	0.7431	0.6691	1.111

θ	sin θ	cos θ	tan θ
49°	0.7547	0.6561	1.150
50°	0.7660	0.6428	1.192
51°	0.7771	0.6293	1.235
52°	0.7880	0.6157	1.280
53°	0.7986	0.6018	1.327
54°	0.8090	0.5878	1.376
55°	0.8192	0.5736	1.428
56°	0.8290	0.5592	1.483
57°	0.8387	0.5446	1.540
58°	0.8480	0.5299	1.600
59°	0.8572	0.5150	1.664
60°	0.8660	0.5000	1.732
61°	0.8746	0.4848	1.804
62°	0.8829	0.4695	1.881
63°	0.8910	0.4540	1.963
64°	0.8988	0.4384	2.050
65°	0.9063	0.4226	2.145
66°	0.9135	0.4067	2.246
67°	0.9205	0.3907	2.356
68°	0.9272	0.3746	2.475

1	2	3	4
69°	0.9336	0.3584	2.605
70°	0.9397	0.3420	2.748
71°	0.9445	0.3256	2.904
72°	0.9511	0.3090	3.078
73°	0.9563	0.2924	3.271
74°	0.9613	0.2756	3.487
75°	0.9659	0.2588	3.732
76°	0.9703	0.2419	4.011
77°	0.9744	0.2250	4.331
78°	0.9781	0.2079	4.705
79°	0.9816	0.1908	5.145
80°	0.9848	0.1736	5.671
81°	0.9877	0.1564	6.314
82°	0.9903	0.1392	7.115
83°	0.9925	0.1219	8.144
84°	0.9945	0.1045	9.514
85°	0.9962	0.0872	11.430
86°	0.9976	0.0698	14.301
87°	0.9986	0.0523	19.081
88°	0.9994	0.0349	28.636
89°	0.9998	0.0175	57.290

ช่องที่ 1 = ขนาดของมุม  
 ช่องที่ 2 = ค่า sin  
 ช่องที่ 3 = ค่า cos  
 ช่องที่ 4 = ค่า tan



2. ครูทดสอบความรู้นักเรียน โดยตั้งคำถามเพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียนจำนวน 5 ข้อโดยให้นักเรียนช่วยกันตอบ หรือสังเกตนักเรียนที่ไม่ตอบคำถามหรือไม่มีส่วนร่วม ครูเรียกถามรายบุคคลเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนคนดังกล่าว

คำถาม

คำถาม

1. จงบอกค่าของ sin 37 องศา
2. จงบอกค่าของ cos 80 องศา
3. จงบอกค่าของ tan 56 องศา
4. นักเรียนคิดว่าค่า cosec 15 องศา มีค่าประมาณเท่าใด
5. ค่าของ  $2(\sin 43^\circ + \cos 47^\circ)$  มีค่าเท่าใด






## เฉลย

**เฉลย**

1. 0.6018
2. 0.1736
3. 1.483
4.  $\frac{1}{0.2588} \approx 3.863$
5. 2.728

ข้อ 4. cosec เป็นส่วนกลับของ sin นักเรียนลองประมาณค่าดูนะครับ




## 3. ขั้นนำเข้าสู่ตัวอย่าง (ประมาณ 15 นาที)

1. เมื่อนักเรียนมีความรู้เกี่ยวกับการเปิดค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติจากตารางแล้ว ครูยกตัวอย่างแสดงวิธีการนำไปใช้ในการคำนวณหรือการดำเนินการ จำนวน 3 ตัวอย่าง เรียงจากง่ายไปยาก เพื่อเน้นย้ำให้นักเรียนเข้าใจ โดยนำเสนอด้วยโปรแกรม Power Point ดังรูป ครูเป็นผู้อธิบายร่วมกับนักเรียนช่วยกันตอบและจดลงสมุด

ตัวอย่างที่ 1 (โจทย์ และเฉลย)

**ตัวอย่างที่ 1**

จงหาค่าของ  $3\sin 65^\circ - \cos 70^\circ$

$$\begin{aligned} \sin 65^\circ &= 0.9063, \cos 70^\circ = 0.3420 \text{ (ค่าจากตาราง)} \\ &= 3(0.9063) - 0.3420 \\ &= 2.7189 - 0.3420 \\ &= 2.3769 \end{aligned}$$


## ตัวอย่างที่ 2 (โจทช์ และเฉลย)

ตัวอย่างที่ 2

จงหาค่าของ  $\frac{2}{5} \sin 27^\circ + \tan 48^\circ$

$\sin 27^\circ = 0.4540, \tan 48^\circ = 1.111$  (ค่าจากตาราง)

$$= \frac{2}{5}(0.4540) + 1.111$$

$$= 0.1816 + 1.111$$

$$= 1.2926$$

A cartoon showing three men in a field. One man in a yellow robe points to a right-angled triangle drawn on the ground. The other two men, one in a blue robe and one in a red robe, are laughing. A speech bubble from the man in the blue robe says: "YOU MAY BE RIGHT, PYTHAGORAS, BUT EVERYBODY'S GOING TO LAUGH IF YOU CALL IT A 'HYPOTENUSE'."

## ตัวอย่างที่ 3 (โจทช์ และเฉลย)

ตัวอย่างที่ 3

จงหาค่าของ  $2(\cos 36^\circ + \sin 75^\circ)$

$\cos 36^\circ = 0.8090, \sin 75^\circ = 0.9659$  (ค่าจากตาราง)

$$= 2(0.8090 + 0.9659)$$

$$= 2(1.7749)$$

$$= 3.5498$$

A classical illustration of the philosopher Pythagoras, shown from the chest up, wearing a red robe and holding a globe of the Earth.

## 4. เน้นย้ำความเข้าใจ (ประมาณ 20 นาที)

1. เน้นย้ำความเข้าใจ โดยให้นักเรียนทำใบงานที่ 3.1 “ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่างๆ” ในคาบเรียน เป็นรายบุคคล โดยครูชี้แจงคำสั่งให้ชัดเจนและกำหนดเวลาทำประมาณ 10-15 นาที ครูเดินดูและคอยให้คำแนะนำนักเรียนเมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัย เสร็จแล้ว ครูเฉลยคำตอบให้นักเรียนตรวจคำตอบ

### 5. ขั้นสรุป (5 นาที)

1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปว่า “ค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่างๆสามารถหาได้จากตาราง แล้วเรานำค่าที่ได้ไปใช้ในการคำนวณหรือดำเนินการต่างๆที่เกี่ยวข้องกับเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ”

### 6. ขั้นวัดผลประเมินผล

1. ครูให้นักเรียนกลับไปทำใบงานที่ 3.2 “ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่างๆ(ต่อ)” เป็นแบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่บ้านแล้วให้นำมาส่งตามวันที่ครูนัดหมายก่อนถึงชั่วโมงเรียนถัดไป

### 7. สื่อ / อุปกรณ์ ประกอบการเรียนรู้

7.1 ใบงานที่ 3.1 “ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่างๆ”

7.2 ใบงานที่ 3.2 “ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่างๆ(ต่อ)”

7.3 โปรแกรม Power Point “ค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่างๆ จากตาราง”

### 8. เกณฑ์การวัดผลประเมินผล

8.1 ครูตรวจใบงาน

เกณฑ์การวัดผลใบงานใบงานที่ 3.1 “ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่างๆ” ในขั้นฝึกปฏิบัติ จำนวน 10 ข้อ 10 คะแนน

1. นักเรียนหาคำตอบและเขียนคำตอบได้ถูกต้องได้ 1 คะแนน

2. นักเรียนได้คะแนน 7 คะแนนขึ้นไป ถึงผ่านเกณฑ์การประเมินใบงานที่ 3.1

เกณฑ์การประเมินใบงานที่ 3.2 “ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่างๆ(ต่อ)” จำนวน 25 ข้อ

1. นักเรียนหาคำตอบและเขียนคำตอบได้ถูกต้องได้ 1 คะแนน

2. นักเรียนได้คะแนน 18 คะแนนขึ้นไป ถึงผ่านเกณฑ์การประเมินใบงานที่ 3.2

### 7. บันทึกผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

.....

.....

.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน

(นายกิติรัฐ เอกศาสตร์)

### ใบงานที่ 3.1 “ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่างๆ”

ให้นักเรียนเปิดตารางอัตราส่วนตรีโกณมิติหาคำตอบต่อไปนี้

1.  $\cos 38^\circ$  = .....
2.  $\cos 75^\circ$  = .....
3.  $\sin 67^\circ$  = .....
4.  $\sin 86^\circ$  = .....
5.  $\tan(67^\circ - 32^\circ)$  = .....
6.  $\sin 70^\circ + \cos 20^\circ$  = .....
7.  $\frac{\cos 49^\circ}{\sin 41^\circ}$  = .....
8. ถ้า  $\sin \theta = 0.4226$  แล้ว  $\theta$  มีค่าเท่าใด = .....
9. ถ้า  $\cos \theta = 0.5150$  แล้ว  $\theta$  มีค่าเท่าใด = .....
10. ถ้า  $\sin A^\circ = 0.9986$  และ  $\sin B^\circ = 0.8660$  แล้ว  $\cos(A - B)^\circ$  มีค่าเท่าใด  
= .....



"The stars in the heavens sing  
a music if only we had ears to hear."

- Pythagoras

ใบงานที่ 3.2 “ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่างๆ(ต่อ)”

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ ต่อไปนี้

2.  $\sin 32^\circ = \dots\dots\dots$

2.  $\cos 47^\circ = \dots\dots\dots$

3  $\sin 63^\circ = \dots\dots\dots$

4  $\cos 35^\circ = \dots\dots\dots$

5  $\tan 49^\circ = \dots\dots\dots$

6  $\cos 72^\circ = \dots\dots\dots$

7  $\tan 34^\circ = \dots\dots\dots$

8.  $\cos 46^\circ = \dots\dots\dots$

15.  $\tan 56^\circ = \dots\dots\dots$

16.  $\sin 71^\circ = \dots\dots\dots$

11.  $\sin 18^\circ = \dots\dots\dots$

12.  $\cos 85^\circ = \dots\dots\dots$

13.  $\tan 67^\circ = \dots\dots\dots$

14.  $\sin 22^\circ = \dots\dots\dots$

15.  $\cos 81^\circ = \dots\dots\dots$



ตอนที่ 2 จงหาค่า  $\theta$  จากค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติต่อไปนี้

16.  $\sin \theta = 0.8387$        $\theta = \underline{\hspace{2cm}}$

17.  $\cos \theta = 0.4848$        $\theta = \underline{\hspace{2cm}}$

18.  $\tan \theta = 2.605$        $\theta = \underline{\hspace{2cm}}$

19.  $\sin \theta = 0.6561$        $\theta = \underline{\hspace{2cm}}$

20.  $\cos \theta = 0.9455$        $\theta = \underline{\hspace{2cm}}$

21.  $\tan \theta = 0.1.600$        $\theta = \underline{\hspace{2cm}}$

22.  $\sin \theta = 0.4226$        $\theta = \underline{\hspace{2cm}}$

23.  $\cos \theta = 0.3256$        $\theta = \underline{\hspace{2cm}}$

24.  $\tan\theta = 28.636$

$\theta = \underline{\hspace{2cm}}$

25.  $\sin\theta = 0.7071$

$\theta = \underline{\hspace{2cm}}$

**คำถามชวนคิด**

ในตารางสังเกตว่า จะไม่มีค่า Cosec , Sec และ cot ถ้านักเรียนต้องการทราบค่าอัตราส่วนตรีโกณที่กล่าวมานักเรียนคิดว่าต้องทำอะไร





เฉลยใบงานที่ 3.1 “ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่างๆ”

ให้นักเรียนเปิดตารางอัตราส่วนตรีโกณมิติหาคำตอบต่อไปนี้

1.  $\cos 38^\circ = 0.7880$
2.  $\cos 75^\circ = 0.2588$
3.  $\sin 67^\circ = 0.9205$
4.  $\sin 86^\circ = 0.9976$
5.  $\tan(67^\circ - 32^\circ) = 0.7002$
6.  $\sin 70^\circ + \cos 20^\circ = 0.9397 + 0.9397 = 1.8794$
7.  $\frac{\cos 49^\circ}{\sin 41^\circ} = \frac{0.6561}{0.6561} = 1$
8. ถ้า  $\sin \theta = 0.4226$  แล้ว  $\theta$  มีค่าเท่าใด = 25 องศา
9. ถ้า  $\cos \theta = 0.5150$  แล้ว  $\theta$  มีค่าเท่าใด = 59 องศา
10. ถ้า  $\sin A^\circ = 0.9986$  และ  $\sin B^\circ = 0.8660$  แล้ว  $\cos(A - B)^\circ$  มีค่าเท่าใด  
 $\cos(87^\circ - 60^\circ) = \cos 27^\circ = 0.8910$



"The stars in the heavens sing  
a music if only we had ears to hear."  
- Pythagoras

เฉลยใบงานที่ 3.2 “ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่างๆ(ต่อ)”

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ ต่อไปนี้

- |                     |   |        |                     |   |        |
|---------------------|---|--------|---------------------|---|--------|
| 1. $\sin 32^\circ$  | = | 0.5299 | 11. $\sin 18^\circ$ | = | 0.3090 |
| 2. $\cos 47^\circ$  | = | 0.6820 | 12. $\cos 85^\circ$ | = | 0.1736 |
| 3. $\sin 63^\circ$  | = | 0.8910 | 13. $\tan 67^\circ$ | = | 2.356  |
| 4. $\cos 35^\circ$  | = | 0.8192 | 14. $\sin 22^\circ$ | = | 0.3746 |
| 5. $\tan 49^\circ$  | = | 1.150  | 15. $\cos 81^\circ$ | = | 0.1564 |
| 6. $\cos 72^\circ$  | = | 0.3090 |                     |   |        |
| 7. $\tan 34^\circ$  | = | 0.6745 |                     |   |        |
| 8. $\cos 46^\circ$  | = | 0.6947 |                     |   |        |
| 9. $\tan 56^\circ$  | = | 1.483  |                     |   |        |
| 10. $\sin 71^\circ$ | = | 0.9445 |                     |   |        |



ตอนที่ 2 จงหาค่า  $\theta$  จากค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติต่อไปนี้

- |                             |                     |
|-----------------------------|---------------------|
| 16. $\sin \theta = 0.8387$  | $\theta = 57^\circ$ |
| 17. $\cos \theta = 0.4848$  | $\theta = 61^\circ$ |
| 18. $\tan \theta = 2.605$   | $\theta = 69^\circ$ |
| 19. $\sin \theta = 0.6561$  | $\theta = 41^\circ$ |
| 20. $\cos \theta = 0.9455$  | $\theta = 19^\circ$ |
| 21. $\tan \theta = 0.1.600$ | $\theta = 58^\circ$ |
| 22. $\sin \theta = 0.4226$  | $\theta = 25^\circ$ |



23.  $\cos\theta = 0.3256$

$\theta = 71^\circ$

24.  $\tan\theta = 28.636$

$\theta = 88^\circ$

25.  $\sin\theta = 0.7071$

$\theta = 45^\circ$

**คำถามชวนคิด**

ในตารางสังเกตว่า จะไม่มีค่า Cosec , Sec และ cot ถ้านักเรียนต้องการทราบค่าอัตราส่วนตรีโกณที่กล่าวมานักเรียนคิดว่าต้องทำอะไร



## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัส ค33101

ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ อัตราส่วนตรีโกณมิติ

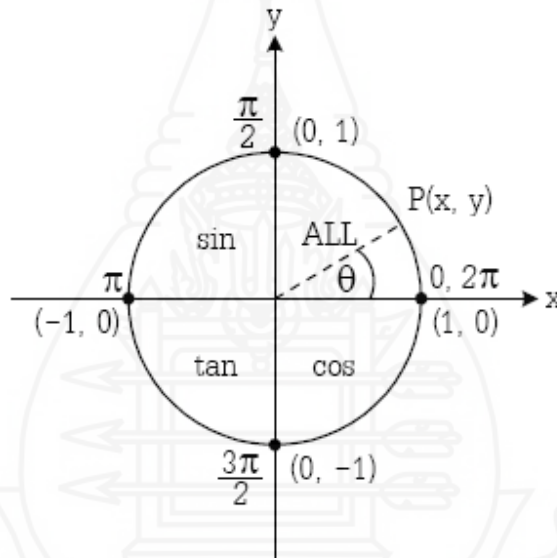
เวลา 12 ชั่วโมง

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้

เวลา 1 ชั่วโมง

### 1. สารสำคัญ

ค่าไซน์และโคไซน์ของมุม  $a\frac{\pi}{2}$  หรือ  $a90^\circ$  เมื่อ  $a$  คือจำนวนเต็มใดๆ หาได้จาก ความสัมพันธ์ของรูปวงกลมหนึ่งหน่วย วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด  $(0,0)$  และรัศมี 1 หน่วย ดังรูป



จากรูปเมื่อลากเส้นตรงจากจุด  $P$  ตั้งฉากกับแกน  $x$  จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีรัศมีทำมุม  $\theta$  กับแกน  $x$  และโดยนิยามโคไซน์ของมุม  $\theta$  หาได้จากอัตราส่วนระหว่างด้านประชิดมุม  $\theta$  ต่อด้านตรงข้ามมุมฉาก ดังนั้น ถ้ารัศมีทำมุม  $0$  องศา กับแกน  $x$  จะได้  $\cos 0^\circ = 1$  แต่ถ้ารัศมีกางเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ในทิศทวนเข็มนาฬิกา จะเห็นว่าด้านประชิดมุม  $\theta$  จะเล็กลงเรื่อยๆ จนกระทั่งเป็น  $0$  เมื่อรัศมีตั้งฉากกับแกน  $x$  ( $90$  องศา) ดังนั้น  $\cos 90^\circ = 0$  ในทำนองเดียวกัน ค่าไซน์ของมุม  $\theta$  หาได้จากอัตราส่วนระหว่างด้านตรงข้ามมุม  $\theta$  ต่อด้านตรงข้ามมุมฉาก ดังนั้น  $\sin 0^\circ = 0$  และ  $\sin 90^\circ = 1$

และยังสามารถหาค่าของไซน์และโคไซน์ของมุมที่อยู่ในรูป  $a\frac{\pi}{2}$  หรือ  $a90^\circ$  เมื่อ  $a$  คือจำนวนเต็มใดๆ ได้โดยพิจารณาจากรูปวงกลมหนึ่งหน่วย และมุมระหว่างรัศมีกับแกน  $x$  หรือมุม  $\theta$  นั้นเอง

### 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนบอกค่าไซน์และโคไซน์ของมุม  $0^\circ$  และ  $90^\circ$  โดยพิจารณาจากวงกลมหนึ่งหน่วยได้

2. นักเรียนบอกค่าไซน์และโคไซน์ของมุม  $a\frac{\pi}{2}$  หรือ  $a90^\circ$  เมื่อ  $a$  คือจำนวนเต็มใดๆได้

### 3. ตารางการเรียนรู้

1. ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $0^\circ$  และ  $90^\circ$

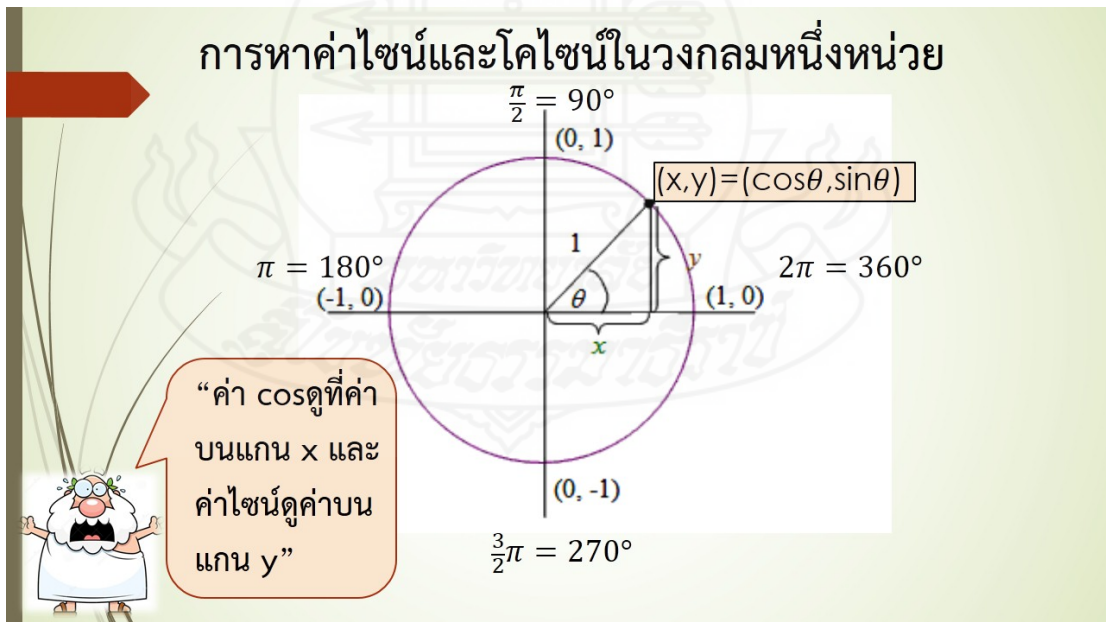
### 4. กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

#### 1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)

1. ครูสนทนากับนักเรียนว่าในคาบเรียนที่ผ่านมาเราสามารถหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่างๆได้โดยการเปิดตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณ แต่นักเรียนสังเกตหรือไม่ว่าในตารางนั้นเราจะไม่พบค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติมุม  $0^\circ$  และ  $90^\circ$  ซึ่งนักเรียนสามารถศึกษาวิธีการหาค่าไซน์และโคไซน์มุม  $0^\circ$  และ  $90^\circ$  ได้จากการหาค่าในวงกลมรัศมีหนึ่งหน่วยบนกราฟที่ครูจะสอนอธิบายดังต่อไปนี้

#### 2. ขั้นถ่ายทอดความรู้ (ประมาณ 15 นาที)

2.1 ครูอธิบายนักเรียนว่าเราสามารถหาค่าไซน์และโคไซน์ของมุม  $0^\circ$  และ  $90^\circ$  ได้โดยการดูค่าจากวงกลมรัศมีหนึ่งหน่วยบนกราฟโดยนำเสนอด้วยโปรแกรม Power Point ดังรูปเพื่อให้ นักเรียนได้ศึกษา และทำความเข้าใจโดยครูเป็นผู้อธิบายและนักเรียนจดลงสมุด



2. ครูทดสอบความรู้นักเรียน โดยตั้งคำถามเพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียนจำนวน 5 ข้อ โดยให้นักเรียนช่วยกันตอบ หรือสังเกตนักเรียนที่ไม่ตอบคำถามหรือไม่มีส่วนร่วม ครูเรียกถามรายบุคคล เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนคนดังกล่าว

#### คำถาม

1. ค่าของไซน์นักเรียนต้องดูค่าบนแกนใด
2. ค่าโคไซน์นักเรียนต้องดูค่าบนแกนใด
3. ค่าของโคไซน์  $270^\circ$  มีค่าเท่าใด
4. ค่าของไซน์  $360^\circ$  มีค่าเท่าใด
5. นักเรียนคิดว่า  $\tan 270^\circ$  มีค่าเท่าใด

#### เฉลย

1. แกน y
2. แกน x
3. 0
4. 0
5. ไม่สามารถหาค่าของแทนเจนต์ของมุม  $270^\circ$  ได้เนื่องจากค่า โคไซน์ของมุม  $270^\circ$  เป็น 0 เพราะ อัตราส่วนแทนเจนต์ คืออัตราส่วนระหว่างไซน์ต่อโคไซน์ ซึ่งส่วนไม่สามารถเป็น 0 ได้ ดังนั้นเราสามารถหาค่าของแทนเจนต์ได้บางมุมที่โคไซน์ไม่เป็น 0 เท่านั้น

#### 3. ขั้นนำเข้าสู่ตัวอย่าง (ประมาณ 15 นาที)

3.1 เมื่อนักเรียนมีความรู้เกี่ยวกับการค่าของไซน์และโคไซน์ของมุม  $0^\circ$  และ  $90^\circ$  แล้วครูยกตัวอย่างแสดงวิธีการหาค่าไซน์และโคไซน์ของมุมที่มากกว่า  $90^\circ$  (แต่ต้องเป็นมุมขนาดที่หารด้วย 90 ลงตัว) จำนวน 3 ตัวอย่าง เรียงจากง่ายไปยาก เพื่อเน้นย้ำให้นักเรียนเข้าใจ โดยนำเสนอด้วยโปรแกรม Power Point ดังรูป ครูเป็นผู้อธิบายร่วมกับนักเรียนช่วยกันตอบและจดลงสมุด

ตัวอย่างที่ 1 (โจทย์ และเฉลย)

### 1. จงหาค่าไซน์ $450^\circ$

$(x,y) = (\cos\theta, \sin\theta)$ 

$\frac{\pi}{2} = 90^\circ$      $2\pi = 360^\circ$   
 $\pi = 180^\circ$      $(-1,0)$      $(1,0)$   
 $\frac{3}{2}\pi = 270^\circ$      $(0,-1)$

เกินมา  $90^\circ$

1 รอบ =  $360^\circ$

“นักเรียนลองดูว่า  $450^\circ$  นั้นเกิน  $360^\circ$  มาเท่าใด และขนาดของมุมที่เกินมานั้นเท่ากับกี่องศาแล้วจึงไปหาค่าไซน์และโคไซน์ของมุนนั้น นั่นเอง!!”

ไซน์ของมุม  $450^\circ$  ครบ 1 รอบวงกลม  $360^\circ$  และเกินมา  $90^\circ$  แสดงว่าถ้าเราจะหาค่าไซน์  $450^\circ$  ก็ให้ดูจากค่าไซน์  $90^\circ$  นั่นเองซึ่งมีค่าเท่ากับ 1

ตัวอย่างที่ 2 (โจทย์ และเฉลย)

ตัวอย่างที่ 2 (โจทย์และเฉลย)

### 2. จงหาค่าไซน์ $-540^\circ$

$(x,y) = (\cos\theta, \sin\theta)$ 

$\frac{\pi}{2} = 90^\circ$      $2\pi = 360^\circ$   
 $\pi = 180^\circ$      $(-1,0)$      $(1,0)$   
 $\frac{3}{2}\pi = 270^\circ$      $(0,-1)$

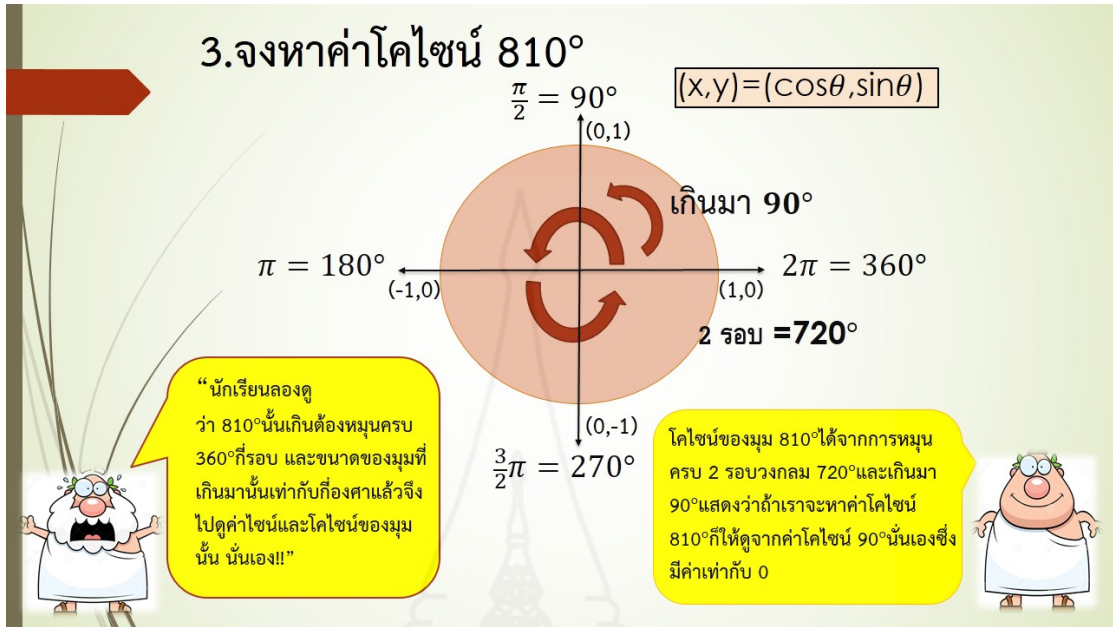
1 รอบ =  $-360^\circ$

เกินมา  $-180^\circ$

“นักเรียนลองดูว่า  $-540^\circ$  นั้นเกิน  $-360^\circ$  มาเท่าใด และขนาดของมุมที่เกินมานั้นเท่ากับกี่องศาแล้วจึงไปหาค่าไซน์และโคไซน์ของมุนนั้น นั่นเอง!!”

ไซน์ของมุม  $-540^\circ$  ครบ 1 รอบวงกลม  $-360^\circ$  และเกินมา  $-180^\circ$  แสดงว่าถ้าเราจะหาค่าไซน์  $-540^\circ$  ก็ให้ดูจากค่าไซน์  $-180^\circ$  นั่นเองซึ่งมีค่าเท่ากับ 0

### ตัวอย่างที่ 3 (โจทย์ และเฉลย)



- จากตัวอย่างจะพบว่าเราสามารถหาค่าของไซน์ และ โคไซน์มุมที่มีขนาดมากกว่า  $90^\circ$  ได้ด้วยการดูค่าบนแกน x และแกน y ในวงกลมหนึ่งหน่วย แต่ขนาดของมุมนั้นจะต้องหารด้วย 90 ลงตัว หรือถ้าเป็นมุมที่มีขนาดมากกว่า  $360^\circ$  จะต้องหารด้วย 360 ลงตัว เพื่อที่จะได้ทราบว่าหมุนครบรอบวงกลมกี่รอบ และเกินมากี่องศา ซึ่งค่าของมุมที่เกินรอบ จะมีค่าเท่ากับค่าของมุมที่เราต้องการทราบนั่นเอง

#### 4. ชั้นเน้นย้ำความเข้าใจ (ประมาณ 20 นาที)

3.1 เน้นย้ำความเข้าใจ โดยให้นักเรียนทำใบงานที่ 4.1 “ให้นักเรียนหาค่าของไซน์ และ โคไซน์” ในคาบเรียนเป็นรายบุคคล โดยครูชี้แจงคำสั่งให้ชัดเจนและกำหนดเวลาทำประมาณ 10-15 นาที ครูเดินดูและคอยให้คำแนะนำนักเรียนเมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัย เสร็จแล้ว ครูเฉลยคำตอบให้นักเรียนตรวจคำตอบ

#### 5. ชั้นสรุป (5 นาที)

5.1 ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปว่า “เราสามารถหาค่าของไซน์ และ โคไซน์มุมที่มีขนาดมากกว่า  $90^\circ$  ได้ด้วยการดูค่าบนแกน x และแกน y ในวงกลมหนึ่งหน่วย แต่ขนาดของมุมนั้นจะต้องหารด้วย 90 ลงตัว หรือถ้าเป็นมุมที่มีขนาดมากกว่า  $360^\circ$  จะต้องหารด้วย 360 ลงตัวเพื่อที่จะได้ทราบว่าหมุนครบรอบวงกลมกี่รอบ และเกินมากี่องศา ซึ่งค่าของมุมที่เกินรอบ จะมีค่าเท่ากับค่าของมุมที่เราต้องการทราบนั่นเอง”



## 6. ชั้นวัดผลประเมินผล

6.1 ครูให้นักเรียนกลับไปทำใบงานที่ 4.2 “การประยุกต์ค่าไซน์ และ โคไซน์ของมุม  $0$  และ  $90^\circ$ ” เป็นแบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่บ้านแล้วให้นำมาส่งตามวันที่ครูนัดหมายก่อนถึงชั่วโมงเรียนถัดไป

## 5. สื่อ / อุปกรณ์ ประกอบการเรียนรู้

5.1 ใบงานที่ 4.1 “ให้นักเรียนหาค่าของไซน์ และ โคไซน์”

5.2 ใบงานที่ 4.2 “การประยุกต์ค่าไซน์ และ โคไซน์ของมุม  $0$  และ  $90^\circ$ ”

5.3 โปรแกรม Power Point “การหาค่าไซน์ และ โคไซน์ภายในวงกลมหนึ่งหน่วย”

## 6. เกณฑ์การวัดผลประเมินผล

6.1 ครูตรวจใบงาน

เกณฑ์การวัดผลใบงาน 4.1 “ให้นักเรียนหาค่าของไซน์ และ โคไซน์”จำนวน 5 ข้อ 5

คะแนน

1. นักเรียนหาคำตอบและเขียนคำตอบได้ถูกต้องได้ 1 คะแนน

2. นักเรียนได้คะแนน 3 คะแนนขึ้นไป ถึงผ่านเกณฑ์การประเมินใบงานที่ 4.1

เกณฑ์การประเมินใบงานที่ 4.2 “การประยุกต์ค่าไซน์ และ โคไซน์ของมุม  $0$  และ  $90^\circ$ ” จำนวน 20 ข้อ

1. นักเรียนหาคำตอบและเขียนคำตอบได้ถูกต้องได้ 1 คะแนน

2. นักเรียนได้คะแนน 17 คะแนนขึ้นไป ถึงผ่านเกณฑ์การประเมินในของใบงานที่ 4.2

## 7. บันทึกผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

.....

.....

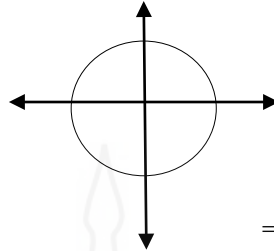
.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน

(นายกิติรัฐ เอกศาสตร์)

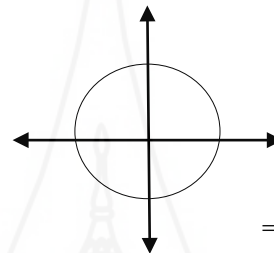
ใบงาน 4.1 “ให้นักเรียนหาค่าของไซน์ และโคไซน์”

11.  $\cos 540^\circ$



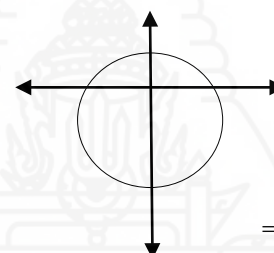
= .....คำตอบ

12.  $\cos -810^\circ$



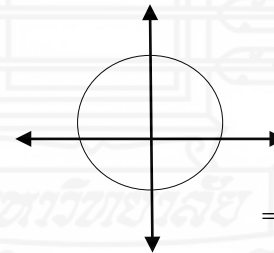
= .....คำตอบ

13.  $-\sin 900^\circ$



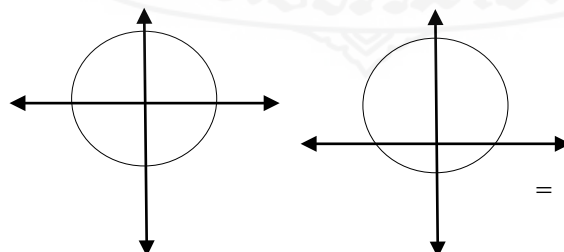
= .....คำตอบ

14.  $\sin -1,080^\circ$



= .....คำตอบ

15.  $-\sin(2,160 - 1,080) \times \cos 1,440$



= .....คำตอบ



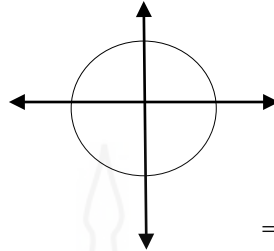
ใบงานที่ 4.2 “การประยุกต์ค่าไซน์ และโคไซน์ของมุม 0 และ 90° ”

ให้นักเรียนหาค่าของไซน์ และโคไซน์ต่อไปนี้

1.  $\sin 450^\circ$  = .....
2.  $\cos 630^\circ$  = .....
3.  $\cos 900^\circ$  = .....
4.  $\sin 1,260^\circ$  = .....
5.  $\tan 540^\circ$  = .....
6.  $\cos -630^\circ$  = .....
7.  $\sin -450^\circ$  = .....
8.  $\cos -900^\circ$  = .....
9.  $\sin -1,260^\circ$  = .....
10.  $\tan -540^\circ$  = .....
11.  $\sin -2,520^\circ$  = .....
12.  $\cos 1,800^\circ$  = .....
13.  $\sin -1,800^\circ$  = .....
14.  $\cos 3,240^\circ$  = .....
15.  $\tan -1,080^\circ$  = .....
16.  $\sin 2\pi$  = .....
17.  $\sin -2\pi$  = .....
18.  $\cos 2\pi + \sin -\frac{\pi}{2}$  = .....
19.  $\sin -5\pi + \cos 7\pi$  = .....
20.  $2\cos -\pi + \sin -7\frac{\pi}{2}$  = .....

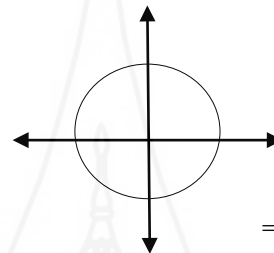
เฉลยใบงาน 4.1 “ให้นักเรียนหาค่าของไซน์และโคไซน์”

1.  $\cos 540^\circ$



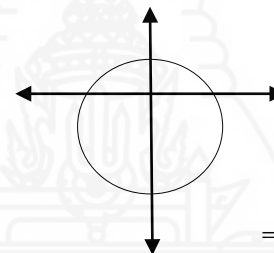
= -1 คำตอบ

2.  $\cos -810^\circ$



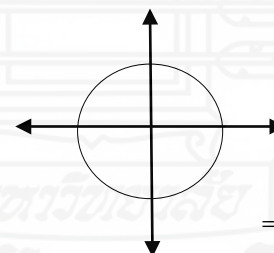
= 0 คำตอบ

3.  $-\sin 900^\circ$



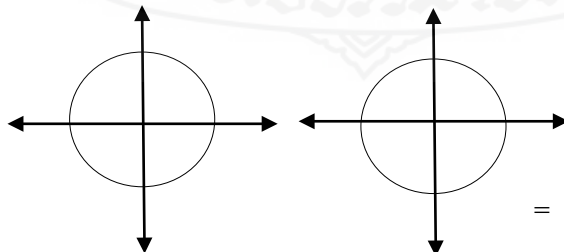
= 0 คำตอบ

4.  $\sin -1,080^\circ$



= 0 คำตอบ

5.  $-\sin(2,160 - 1,080) \times \cos 1,440$



= 0 คำตอบ

**เฉลยใบงานที่ 4.2 “การประยุกต์ค่าไซน์ และโคไซน์ของมุม 0 และ 90°”**

1.  $\sin 450^\circ = 1$
2.  $\cos 630^\circ = 0$
3.  $\cos 900^\circ = -1$
4.  $\sin 1,260^\circ = 0$
5.  $\tan 540^\circ = 0$
6.  $\cos -630^\circ = 0$
7.  $\sin -450^\circ = -1$
8.  $\cos -900^\circ = -1$
9.  $\sin -1,260^\circ = 0$
10.  $\tan -540^\circ = 0$
11.  $\sin -2,520^\circ = 0$
12.  $\cos 1,800^\circ = 1$
13.  $\sin -1,800^\circ = 0$
14.  $\cos 3,240^\circ = 1$
15.  $\tan -1,080^\circ = 0$
16.  $\sin 2\pi = 0$
17.  $\sin -2\pi = 0$
18.  $\cos 2\pi + \sin -\frac{\pi}{2} = 0$
19.  $\sin -5\pi + \cos 7\pi = -1$
20.  $2\cos -\pi + \sin -7\frac{\pi}{2} = -1$

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน	รหัส ค33101
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5		ภาคเรียนที่ 2
หน่วยการเรียนรู้ อัตราส่วนตรีโกณมิติ		เวลา 12 ชั่วโมง
เรื่อง ความเกี่ยวพันของค่าไซน์ และโคไซน์		เวลา 1 ชั่วโมง

## 1. สาระสำคัญ

ความเกี่ยวพันของอัตราส่วนตรีโกณมิติ เมื่อ  $0 \leq \theta < 90^\circ$  ในรูปโคฟังก์ชัน มีดังต่อไปนี้

1.  $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$
2.  $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$
3.  $\tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta$
4.  $\cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta$
5.  $\operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec \theta$
6.  $\sec(90^\circ - \theta) = \operatorname{cosec} \theta$

นำไปใช้ดำเนินการหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติอื่นๆต่อไปได้ เช่น  $\sin(90^\circ - 30^\circ) = \cos 30^\circ$

$$\begin{aligned} \sin 60^\circ &= \cos 30^\circ \\ \frac{\sqrt{3}}{2} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

## 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนบอกความสัมพันธ์ของค่าไซน์และโคไซน์ได้
2. นักเรียนหาอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีค่าเท่ากับอัตราส่วนตรีโกณมิติที่กำหนดให้ได้

## 3. สาระการเรียนรู้

1. ความเกี่ยวพันของค่าไซน์ และโคไซน์

## 4. กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

## 1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)

1. ครูสนทนากับนักเรียนว่าในคาบเรียนที่ผ่านมาเราสามารถหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติจากตาราง หรือจากอัตราส่วนด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งนักเรียนสังเกตหรือไม่ว่ามีค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เท่ากันอยู่ ซึ่งอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ต่างกันแต่มีค่าเท่ากันคือ “ความเกี่ยวพันของอัตราส่วนตรีโกณมิติ” ซึ่งเราสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการคำนวณได้

## 2. ชั้นถ่ายทอดความรู้ (ประมาณ 15 นาที)

2.1 ครูอธิบายนักเรียนเกี่ยวกับความเกี่ยวพันของอัตราส่วนตรีโกณมิติ ด้วยโปรแกรม Power Point ดังรูปเพื่อให้นักเรียนได้ศึกษา และทำความเข้าใจ โดยครูเป็นผู้อธิบายและนักเรียนจดลงสมุด

### ความเกี่ยวพันของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

“อัตราส่วนตรีโกณมิติต่างกัน แต่มีค่าเท่ากัน”

เราสามารถหาได้จาก

1. ค่าจากตาราง

นักเรียนจะสังเกตได้ว่า ค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติในตารางนั้นมีค่าที่เท่ากันอยู่หลายคู่ และจะเป็นเฉพาะค่าไซน์ และโคไซน์

θ	sin θ	cos θ	tan θ	θ	sin θ	cos θ	tan θ	θ	sin θ	cos θ	tan θ	θ	sin θ	cos θ	tan θ
1°	0.0175	0.9998	0.0175	25°	0.4226	0.9063	0.4663	49°	0.7547	0.6561	1.150	69°	0.9336	0.3584	2.605
2°	0.0349	0.9994	0.0349	26°	0.4384	0.8989	0.4877	50°	0.7660	0.6428	1.192	70°	0.9397	0.3420	2.748
3°	0.0523	0.9986	0.0524	27°	0.4540	0.8910	0.5095	51°	0.7771	0.6293	1.235	71°	0.9445	0.3256	2.904
4°	0.0698	0.9976	0.0699	28°	0.4695	0.8829	0.5317	52°	0.7880	0.6157	1.280	72°	0.9511	0.3090	3.078
5°	0.0872	0.9962	0.0875	29°	0.4848	0.8746	0.5543	53°	0.7986	0.6018	1.327	73°	0.9563	0.2924	3.271
6°	0.1045	0.9945	0.1051	30°	0.5000	0.8660	0.5774	54°	0.8090	0.5878	1.376	74°	0.9613	0.2756	3.487
7°	0.1219	0.9923	0.1228	31°	0.5150	0.8572	0.6009	55°	0.8192	0.5736	1.428	75°	0.9659	0.2588	3.732
8°	0.1392	0.9903	0.1405	32°	0.5299	0.8480	0.6249	56°	0.8290	0.5592	1.483	76°	0.9700	0.2419	4.011
9°	0.1564	0.9877	0.1584	33°	0.5446	0.8387	0.6494	57°	0.8387	0.5446	1.540	77°	0.9744	0.2250	4.331
10°	0.1736	0.9848	0.1763	34°	0.5592	0.8290	0.6745	58°	0.8480	0.5299	1.600	78°	0.9781	0.2079	4.705
11°	0.1908	0.9816	0.1944	35°	0.5736	0.8192	0.7002	59°	0.8572	0.5150	1.664	79°	0.9816	0.1908	5.145
12°	0.2079	0.9781	0.2126	36°	0.5878	0.8090	0.7265	60°	0.8660	0.5000	1.732	80°	0.9848	0.1736	5.671
13°	0.2250	0.9744	0.2309	37°	0.6018	0.7986	0.7536	61°	0.8746	0.4848	1.804	81°	0.9877	0.1564	6.314
14°	0.2419	0.9703	0.2493	38°	0.6157	0.7880	0.7813	62°	0.8829	0.4695	1.881	82°	0.9903	0.1392	7.115
15°	0.2588	0.9659	0.2679	39°	0.6293	0.7771	0.8098	63°	0.8890	0.4540	1.963	83°	0.9925	0.1219	8.144
16°	0.2756	0.9613	0.2867	40°	0.6428	0.7660	0.8391	64°	0.8988	0.4384	2.050	84°	0.9945	0.1045	9.514
17°	0.2924	0.9563	0.3057	41°	0.6561	0.7547	0.8693	65°	0.9063	0.4226	2.145	85°	0.9962	0.0872	11.430
18°	0.3090	0.9511	0.3249	42°	0.6691	0.7431	0.9004	66°	0.9135	0.4067	2.246	86°	0.9976	0.0698	14.301
19°	0.3256	0.9455	0.3443	43°	0.6820	0.7314	0.9325	67°	0.9205	0.3907	2.356	87°	0.9986	0.0523	19.081
20°	0.3420	0.9397	0.3640	44°	0.6947	0.7193	0.9657	68°	0.9272	0.3746	2.475	88°	0.9994	0.0349	28.636
21°	0.3584	0.9336	0.3839	45°	0.7071	0.7071	1.000					89°	0.9998	0.0175	57.290
22°	0.3746	0.9272	0.4040	46°	0.7193	0.6947	1.036								
23°	0.3907	0.9205	0.4245	47°	0.7314	0.6820	1.072								
24°	0.4067	0.9135	0.4452	48°	0.7431	0.6691	1.111								

### ความเกี่ยวพันของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

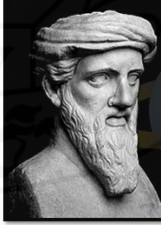
“อัตราส่วนตรีโกณมิติต่างกัน แต่มีค่าเท่ากัน”

ซึ่งสรุปเป็นความเกี่ยวพันนี้ได้ดังนี้ เมื่อกำหนดให้  $0 < \theta < 90^\circ$

1.  $\sin(90^\circ - \theta) = \cos\theta$
2.  $\cos(90^\circ - \theta) = \sin\theta$

ความเกี่ยวพันอื่นๆเพิ่มเติม

1.  $\cot(90^\circ - \theta) = \tan\theta$
2.  $\operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec\theta$



*"The stars in the heavens sing a music if only we had ears to hear."*  
-Pythagoras

2. ครูทดสอบความรู้นักเรียน โดยตั้งคำถามเพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียนจำนวน 5 ข้อ โดยให้นักเรียนช่วยกันตอบ หรือสังเกตนักเรียนที่ไม่ตอบคำถามหรือไม่มีส่วนร่วม ครูเรียกถามรายบุคคลเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนคนดังกล่าว

### คำถาม

1. ค่าของ  $\sin 60^\circ$  มีค่าเท่ากับอัตราส่วนตรีโกณมิติใด
2. ค่าของ  $\sin 70^\circ$  มีค่าเท่ากับอัตราส่วนตรีโกณมิติใด
3. ค่าของ  $\cos 60^\circ$  มีค่าเท่ากับอัตราส่วนตรีโกณมิติใด
4. ค่าของ  $\tan 60^\circ$  มีค่าเท่ากับอัตราส่วนตรีโกณมิติใด
5. ค่าของ  $\operatorname{cosec} 60^\circ$  มีค่าเท่ากับอัตราส่วนตรีโกณมิติใด

### เฉลย

1.  $\cos 30^\circ$
2.  $\cos 20^\circ$
3.  $\sin 30^\circ$
4.  $\cot 30^\circ$
5.  $\sec 30^\circ$

### 3. ขั้นนำเข้าสู่ตัวอย่าง (ประมาณ 15 นาที)

3.1 เมื่อนักเรียนมีความรู้เกี่ยวกับการความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติแล้ว ครูยกตัวอย่างการนำไปใช้ในการดำเนินการหรือคำนวณต่างๆ จำนวน 5 ตัวอย่าง เรียงจากง่ายไปยาก เพื่อเน้นย้ำให้นักเรียนเข้าใจ โดยนำเสนอด้วยโปรแกรม Power Point ดังรูป ครูเป็นผู้อธิบายร่วมกับนักเรียนช่วยกันตอบและจดลงสมุด


#### ตัวอย่างที่ 1 (โจทย์ และเฉลย)

**ตัวอย่างที่ 1** จงหาค่าของ  $\sin 60^\circ + \frac{\sin 75^\circ}{\cos 25^\circ}$

นักเรียนสังเกตดีๆ จะพบว่า  $\sin 75^\circ$  มีค่าเท่ากับ  $\cos 25^\circ$

จากความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ  $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$

จะได้

$$\begin{aligned}
 &= \sin 60^\circ + \frac{\sin 75^\circ}{\cos 25^\circ} \text{ (ในส่วนนี้จะได้ค่าเท่ากับ 1)} \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \\
 &= \frac{\sqrt{3}+2}{2} \text{ คำตอบ}
 \end{aligned}$$





### ตัวอย่างที่ 2 (โจทย์ และเฉลย)

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาค่าของ  $\tan 45^\circ + \frac{\cos 35^\circ}{\sin 55^\circ}$

นักเรียนสังเกตดีๆจะพบว่า  $\cos 35^\circ$  มีค่าเท่ากับ  $\sin 55^\circ$

จากความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ  $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$

จะได้

$$\begin{aligned}
 &= \tan 45^\circ + \frac{\cos 35^\circ}{\sin 55^\circ} \quad (\text{ในส่วนนี้จะได้ค่าเท่ากับ 1}) \\
 &= 1 + 1 \\
 &= 2 \quad \text{คำตอบ}
 \end{aligned}$$


### ตัวอย่างที่ 3 (โจทย์ และเฉลย)


**ตัวอย่างที่ 3** จงหาค่าของ  $\tan 45^\circ + \frac{\cos 35^\circ}{\sin 45^\circ} \times \frac{\cos 45^\circ}{\sin 55^\circ}$

นักเรียนสังเกตดีๆจะพบว่า  $\cos 35^\circ$  มีค่าเท่ากับ  $\sin 55^\circ$

และ  $\cos 45^\circ$  มีค่าเท่ากับ  $\sin 45^\circ$

จากความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ  $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$

จะได้

$$\begin{aligned}
 &= \tan 45^\circ + \frac{\cos 35^\circ}{\sin 45^\circ} \times \frac{\cos 45^\circ}{\sin 55^\circ} \quad (\text{ในส่วนนี้จะได้ค่าเท่ากับ 1}) \\
 &= 1 + 1 \\
 &= 2 \quad \text{คำตอบ}
 \end{aligned}$$


3.2 จากตัวอย่างครูสรุปให้นักเรียนว่าเราสามารถนำความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติมาใช้ในการคำนวณหรือการดำเนินการเพื่อช่วยในการหาคำตอบได้ง่ายขึ้น

#### 4. ชั้นเน้นย้ำความเข้าใจ (ประมาณ 20 นาที)

4.1 เน้นย้ำความเข้าใจ โดยให้นักเรียนทำใบงานที่ 5.1 “ความเกี่ยวข้องของค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ” ในคาบเรียน เป็นรายบุคคล โดยครูชี้แจงคำสั่งให้ชัดเจนและกำหนดเวลาทำประมาณ 10-15 นาที ครูเดินดูและคอยให้คำแนะนำนักเรียนเมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัย เสร็จแล้ว ครูเฉลยคำตอบให้นักเรียนตรวจคำตอบ

#### 5. ชั้นสรุป (5 นาที)

5.1 ครูสรุปให้นักเรียนฟังว่าเราสามารถนำความเกี่ยวข้องของอัตราส่วนตรีโกณมิติมาใช้ในการคำนวณหรือการดำเนินการเพื่อช่วยในการหาคำตอบได้ง่ายขึ้น โดยในบางครั้งเราไม่จำเป็นต้องไปหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่เราไม่ทราบค่าเลย

#### 6. ชั้นวัดผลประเมินผล

6.1 ครูให้นักเรียนกลับไปทำใบงานที่ 5.2 “ความเกี่ยวข้องของค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ (ต่อ)” เป็นแบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่บ้านแล้วให้นำมาส่งตามวันที่ครูนัดหมายก่อนถึงชั่วโมงเรียนถัดไป

#### 5. สื่อ / อุปกรณ์ ประกอบการเรียนรู้

- 5.1 ใบงานที่ 5.1 “ความเกี่ยวข้องของค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ”
- 5.2 ใบงานที่ 5.2 “ความเกี่ยวข้องของค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ(ต่อ)”
- 5.3 โปรแกรม Power Point “ความเกี่ยวข้องของอัตราส่วนตรีโกณมิติ”

#### 6. เกณฑ์การวัดผลประเมินผล

6.1 ครูตรวจใบงาน

เกณฑ์การวัดผลใบงาน 5.1 “ความเกี่ยวข้องของค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ”

จำนวน 5 ข้อ 5 คะแนน

1. นักเรียนหาคำตอบและเขียนคำตอบได้ถูกต้องได้ 1 คะแนน
  2. นักเรียนได้คะแนน 3 คะแนนขึ้นไป ถึงผ่านเกณฑ์การประเมินใบงานที่ 5.1
- เกณฑ์การประเมินใบงานที่ 5.2 “ความเกี่ยวข้องของค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ(ต่อ)”

จำนวน 20 ข้อ

1. นักเรียนหาคำตอบและเขียนคำตอบได้ถูกต้องได้ 1 คะแนน
2. นักเรียนได้คะแนน 14 คะแนนขึ้นไป ถึงผ่านเกณฑ์การประเมินในของใบงานที่ 5.2



7. บันทึกผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

.....

.....

.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน  
(นายกิติรัฐ เอกศาสตร์)



**ใบงานที่ 5.1** ความเกี่ยวข้องของค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ

ให้นักเรียนอัตราส่วนที่มีค่าเท่ากับอัตราส่วนต่อไปนี้

21.  $\sin 85^\circ$  = .....

22.  $\cos 33^\circ$  = .....

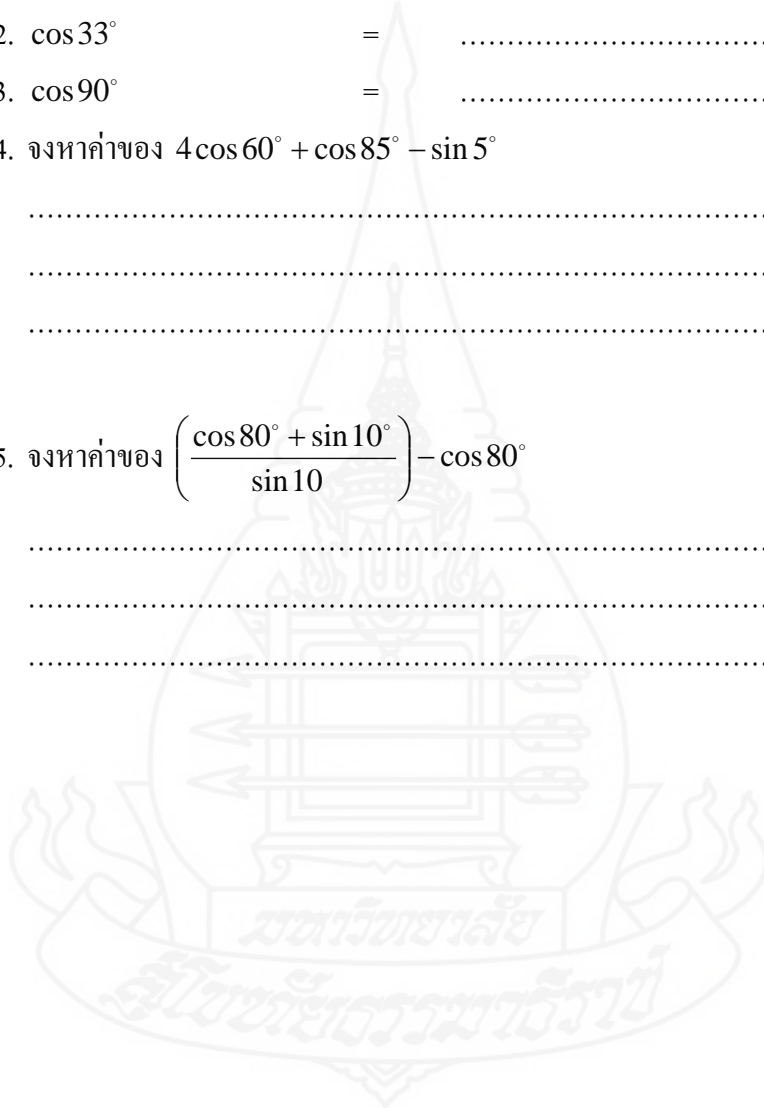
23.  $\cos 90^\circ$  = .....

24. จงหาค่าของ  $4\cos 60^\circ + \cos 85^\circ - \sin 5^\circ$

.....  
 .....  
 .....

25. จงหาค่าของ  $\left(\frac{\cos 80^\circ + \sin 10^\circ}{\sin 10^\circ}\right) - \cos 80^\circ$

.....  
 .....  
 .....



**ใบงานที่ 5.2** ความเกี่ยวพันของค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ(ต่อ)

ให้นักเรียนอัตราส่วนที่มีค่าเท่ากับอัตราส่วนต่อไปนี้

1.  $\sin 15^\circ$  = .....
2.  $\cos 63^\circ$  = .....
3.  $\cos 9^\circ$  = .....
4.  $\sin 12^\circ$  = .....
5.  $\tan 54^\circ$  = .....
26.  $\cos 64^\circ$  = .....
27.  $\sin 83^\circ$  = .....
28.  $\cos 10^\circ$  = .....
29.  $\sin 20^\circ$  = .....
30.  $\tan 74^\circ$  = .....
31.  $\sin 23^\circ$  = .....
32.  $\cos 18^\circ$  = .....
33.  $\sin 67^\circ$  = .....
34.  $\cos 37^\circ$  = .....
35.  $\tan 44^\circ$  = .....
36. จงหาค่าของ  $2 \cos 60^\circ + \cos 35^\circ - \sin 55^\circ$
37. จงหาค่าของ  $\frac{\sin 40^\circ}{\tan 30^\circ} \cdot \frac{\sin 75^\circ}{\cos 50^\circ} \cdot \frac{\sin 60^\circ}{\cos 15^\circ}$
38. จงหาค่าของ  $\cos 70^\circ + \frac{2 \cos 40^\circ}{2 \sin 50^\circ} - \sin 20^\circ$
39. จงหาค่าของ  $\frac{\sin 65^\circ + \cos 25^\circ}{2 \sin 65^\circ} + \sin 30^\circ$
40. จงหาค่าของ  $\tan 60^\circ \left( \sin 38^\circ + \frac{2 \cos 80^\circ}{\sin 10^\circ} - \cos 52^\circ - \sin 10^\circ \right)$

**เฉลยใบงานที่ 5.1** ความเกี่ยวข้องของค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ

ให้นักเรียนอัตราส่วนที่มีค่าเท่ากับอัตราส่วนต่อไปนี้

$$1. \sin 85^\circ = \cos 5^\circ$$

$$2. \cos 33^\circ = \sin 57^\circ$$

$$3. \cos 90^\circ = \sin 0^\circ$$

$$4. \text{ จงหาค่าของ } 4\cos 60^\circ + \cos 85^\circ - \sin 5^\circ$$

$$\text{จากโจทย์ } \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \text{ และ } \cos 85^\circ = \sin 5^\circ$$

$$\text{จะได้} = 4\left(\frac{1}{2}\right) + 0$$

$$= 2 \quad \text{คำตอบ}$$

$$5. \text{ จงหาค่าของ } \left(\frac{\cos 80^\circ + \sin 10^\circ}{\sin 10^\circ}\right) - \cos 80^\circ$$

$$\text{จากโจทย์ } \cos 80^\circ = \sin 10^\circ$$

$$\text{จะได้} = \frac{2\sin 10^\circ}{\sin 10^\circ} - \sin 10^\circ$$

$$(\text{เปลี่ยน } \cos 80^\circ \rightarrow \sin 10^\circ)$$

$$= 0 \quad \text{คำตอบ}$$

**เฉลยใบงานที่ 5.2** ความเกี่ยวข้องกันของค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ(ต่อ)

ให้นักเรียนอัตราส่วนที่มีค่าเท่ากับอัตราส่วนต่อไปนี้

$$1. \sin 15^\circ = \cos 75^\circ$$

$$2. \cos 63^\circ = \sin 27^\circ$$

$$3. \cos 9^\circ = \sin 81^\circ$$

$$4. \sin 12^\circ = \cos 78^\circ$$

$$5. \tan 54^\circ = \cot 36^\circ$$

$$6. \cos 64^\circ = \sin 26^\circ$$

$$7. \sin 83^\circ = \cos 7^\circ$$

$$1. \cos 10^\circ = \sin 80^\circ$$

$$2. \sin 20^\circ = \cos 70^\circ$$

$$3. \tan 74^\circ = \cot 16^\circ$$

$$4. \sin 23^\circ = \cos 67^\circ$$

$$5. \cos 18^\circ = \sin 72^\circ$$

$$6. \cos 67^\circ = \sin 23^\circ$$

$$7. \cos 37^\circ = \sin 53^\circ$$

$$8. \tan 44^\circ = \cot 46^\circ$$

$$9. \text{จงหาค่าของ } 2\cos 60^\circ + \cos 35^\circ - \sin 55^\circ$$

$$\text{จากโจทย์ } \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \text{ และค่าของ } \cos 35^\circ = \sin 55^\circ$$

$$\text{จะได้ } = 2\left(\frac{1}{2}\right) + 0$$

$$= 1 \quad \text{คำตอบ}$$

10. จงหาค่าของ  $\frac{\sin 40^\circ}{\tan 30^\circ} \cdot \frac{\sin 75^\circ}{\cos 50^\circ} \cdot \frac{\sin 60^\circ}{\cos 15^\circ}$

จากโจทย์  $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$  และ

$\sin 40^\circ = \cos 50^\circ$ ,  $\sin 75^\circ = \cos 15^\circ$

จะได้ 
$$= \frac{\cancel{\sin 40^\circ}}{\tan 30^\circ} \cdot \frac{\cancel{\sin 75^\circ}}{\cancel{\cos 50^\circ}} \cdot \frac{\sin 60^\circ}{\cancel{\cos 15^\circ}}$$

$$= \frac{\sin 60^\circ}{\tan 30^\circ}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3}}{1}$$

$$= \frac{3}{2} \quad \text{คำตอบ}$$

11. จงหาค่าของ  $\cos 70^\circ + \frac{2 \cos 40^\circ}{2 \sin 50^\circ} - \sin 20^\circ$

จากโจทย์  $\cos 70^\circ = \sin 20^\circ$ ,  $\cos 40^\circ = \sin 50^\circ$

จะได้ 
$$= \cancel{\cos 70^\circ} + \frac{2 \cos 40^\circ}{2 \sin 50^\circ} - \cancel{\sin 20^\circ} \rightarrow \text{ค่าในส่วน}$$

นี้ได้ 1

$$= 1 \quad \text{คำตอบ}$$

12. จงหาค่าของ  $\frac{\sin 65^\circ + \cos 25^\circ}{2 \sin 65^\circ} + \sin 30^\circ$

จากโจทย์  $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$  และ  $\sin 65^\circ = \cos 25^\circ$

จะได้ 
$$= \frac{2 \sin 65^\circ}{2 \sin 65^\circ} + \frac{1}{2} \quad (\text{เปลี่ยน } \cos 25^\circ \rightarrow \sin 65^\circ)$$

$$= 1 + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{2} \quad \text{คำตอบ}$$

13. จงหาค่าของ  $\tan 60^\circ \left( \sin 38^\circ + \frac{2 \cos 80^\circ}{\sin 10^\circ} - \cos 52^\circ - \sin 10^\circ \right)$

จากโจทย์  $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$  และ  $\sin 38^\circ = \cos 52^\circ, \sin 10^\circ = \cos 80^\circ$

จะได้  $= \sqrt{3} \left( \sin 38^\circ + \frac{2 \sin 10^\circ}{\sin 10^\circ} - \sin 38^\circ - \sin 10^\circ \right)$

เปลี่ยน  $\cos 80^\circ \rightarrow \sin 10^\circ$  และ  $\cos 52^\circ \rightarrow \sin 38^\circ$

$= \sqrt{3} (\cancel{\sin 38^\circ} + \cancel{\sin 10^\circ} - \cancel{\sin 38^\circ} - \cancel{\sin 10^\circ})$

$= \sqrt{3} (0)$

$= 0$       คำตอบ



### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน	รหัส ค33101
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4		ภาคเรียนที่ 1
หน่วยการเรียนรู้ อัตราส่วนตรีโกณมิติ		เวลา 12 ชั่วโมง
เรื่อง การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ		เวลา 2 ชั่วโมง

#### 1. สาระสำคัญ

การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติในหัวข้อนี้คือการนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ  $\sin$ ,  $\cos$  และ  $\tan$  ไปคำนวณหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก กล่าวคือถ้าเราทราบความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากเพียงด้านเดียวเราไม่สามารถใช้ทฤษฎีพีทาโกรัสหาความยาวด้านที่เหลือได้ แต่ถ้าเราทราบขนาดของมุมที่ไม่ใช่มุมฉากเพิ่มเติมเราสามารถนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติในการคำนวณหาความยาวของด้านที่ต้องการได้โดยใช้การเปรียบเทียบสัดส่วนระหว่างอัตราส่วนด้านที่ต้องการทราบต่อด้านที่มีความยาวด้าน กับอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เกี่ยวข้องโดยใช้นิยามของมุมที่ทราบ

#### 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้หาความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดได้

#### 3. สาระการเรียนรู้

1. การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ

#### 4. กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

##### 4.1 กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ในชั่วโมงที่ 1

##### 1. นำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)

1) ครูสนทนากับนักเรียนว่าถ้าเราต้องทราบความยาวของด้านสามเหลี่ยมมุมฉากด้านใดด้านหนึ่ง เราจะต้องทราบความยาวด้านสองด้าน และใช้ทฤษฎีพีทาโกรัสหาความยาวของด้านที่เราต้องการ แต่ถ้าเราทราบหรือสามารถวัดความยาวด้านที่เหลือได้เพียงด้านเดียว เราไม่สามารถใช้ทฤษฎีพีทาโกรัสหาความยาวของด้านที่เราต้องการได้ แต่ถ้าเราทราบขนาดของมุมเพิ่มเติมโดยมุม

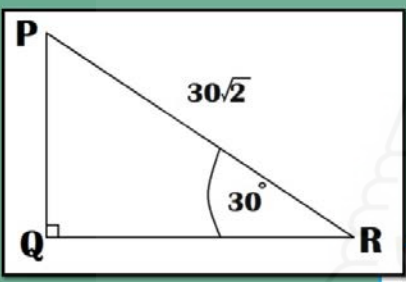


นั้นไม่ใช่มุมฉาก เราสามารถใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ แม้เราจะทราบหรือมีความยาวของด้านเพียงด้านเดียวก็ตาม


## 2. ขั้นถ่ายทอดความรู้ (ประมาณ 15 นาที)

1) ครูอธิบายนักเรียนเรื่องการนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้หาความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก ด้วยโปรแกรม Power Point ดังรูปเพื่อให้นักเรียนได้ศึกษา และทำความเข้าใจโดยครูเป็นผู้อธิบายและนักเรียนจดลงสมุด

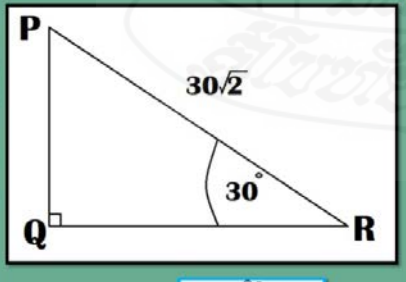
**การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ**



จากรูป  $\triangle PQR$  เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีด้าน  $PR$  เป็นด้านตรงข้ามมุมฉากยาว  $30\sqrt{2}$  หน่วย จงหาความยาวของ  $PQ$



**การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ**

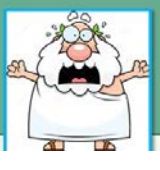


อัตราส่วนระหว่างด้านที่ทราบความยาว ต่อ ด้านที่ต้องการคือ ด้านตรงข้ามมุม  $30^\circ$  ต่อ ด้านตรงข้ามมุมฉาก ซึ่งก็คืออัตราส่วนไซน์นั่นเอง ซึ่งในที่นี้เราทราบขนาดของมุมคือ  $30^\circ$  ดังนั้น

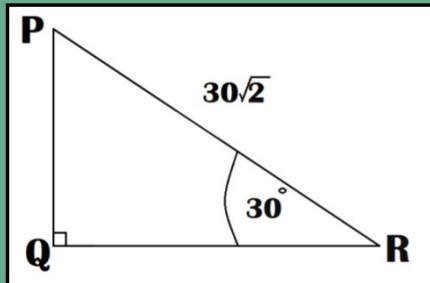
$$\frac{PQ}{PR} = \sin 30^\circ$$

$$\frac{PQ}{30\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$2PQ = 30\sqrt{2}$$

$$\frac{PQ}{1} = 15\sqrt{2}$$


### การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ



อัตราส่วนระหว่างด้านที่ทราบความยาว และด้านที่ต้องการคือ ด้านตรงข้ามมุม  $30^\circ$  และด้านตรงข้ามมุมฉาก เราสามารถใช้ส่วนกลับของ sin ซึ่งก็คือ cosec ได้เช่นกัน

ดังนั้น

$$\frac{PR}{PQ} = \text{cosec} 30^\circ$$

$$\frac{30\sqrt{2}}{PQ} = 2$$

$$\frac{2PQ}{PQ} = 30\sqrt{2}$$

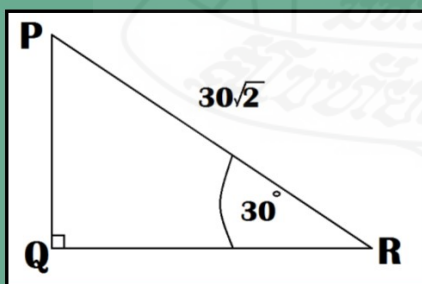
$$\frac{PQ}{PQ} = 15\sqrt{2}$$



2. ครูทดสอบความรู้นักเรียน โดยตั้งคำถามเพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียนจำนวน 1 ข้อ (แต่มีคำตอบที่ถูกต้อง 8 คำตอบ หรือ 8 วิธีการ) ให้นักเรียนช่วยกันตอบ หรือสังเกตนักเรียนที่ไม่ตอบคำถามหรือไม่มีส่วนร่วม ครูเรียกถามรายบุคคลเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนคนดังกล่าว

คำถาม

### การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ



ตอนนี้เราทราบแล้วว่า ด้าน  $PQ = 15\sqrt{2}$  ถ้า นักเรียนต้องการทราบความยาว  $QR$  นักเรียนสามารถใช้ทฤษฎีพีทาโกรัสได้แล้ว หรือจะใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติหาความยาวด้าน  $QR$  ก็ได้เช่นกัน

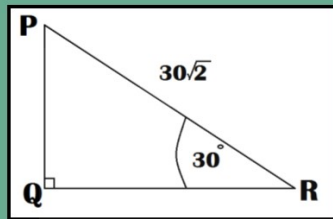
“ว่าแต่นักเรียนคิดว่าสามารถหาความยาวด้าน  $QR$  โดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติได้อย่างไรบ้าง?”



## เฉลย

## การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ

$$\overline{PQ} = 15\sqrt{2}$$



ตอนนี้เราทราบความยาว  
ด้าน 2 ด้าน ซึ่งมีวิธีการ  
มากมายในการหาความ  
ยาวด้านที่เหลือ !!

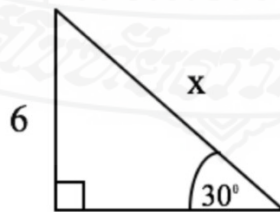
1. ใช้อัตราส่วน  $\tan 30^\circ = \frac{PQ}{QR}$
2. ใช้อัตราส่วน  $\cot 30^\circ = \frac{QR}{PQ}$
3. ใช้อัตราส่วน  $\cos 30^\circ = \frac{PR}{QR}$
4. ใช้อัตราส่วน  $\sec 30^\circ = \frac{PR}{QR}$
5. ใช้อัตราส่วน  $\tan 60^\circ = \frac{PQ}{QR}$
6. ใช้อัตราส่วน  $\cot 60^\circ = \frac{QR}{PQ}$
7. ใช้อัตราส่วน  $\sin 60^\circ = \frac{PR}{QR}$
8. ใช้อัตราส่วน  $\operatorname{cosec} 60^\circ = \frac{PR}{QR}$

## 3. ขั้นนำเข้าสู่ตัวอย่าง (ประมาณ 15 นาที)

3.1 เมื่อนักเรียนมีความรู้เกี่ยวกับการการประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติแล้ว ครูยกตัวอย่างการนำไปใช้ จำนวน 3 ตัวอย่าง เรียงจากง่ายไปยาก เพื่อเน้นย้ำให้นักเรียนเข้าใจ โดยนำเสนอด้วยโปรแกรม Power Point ดังรูป ครูเป็นผู้อธิบายร่วมกับนักเรียนช่วยกันตอบและจดลงสมุด

## ตัวอย่างที่ 1 (โจทย์ และเฉลย)

ตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียนช่วยกันหาค่า  $x$  ต่อไปนี้



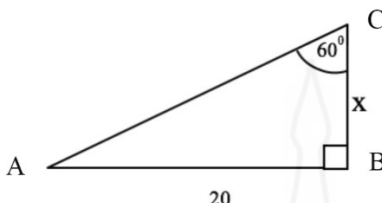
$$\begin{aligned}\sin 30^\circ &= \frac{6}{x} \\ \frac{1}{2} &= \frac{6}{x} \\ x &= 12\end{aligned}$$



นักเรียนต้องดูว่าด้านที่เราต้องการหาความยาว และด้านที่เราทราบความยาวอยู่ตำแหน่งใด กับมุมที่ทราบขนาด และดูว่าความสัมพันธ์ของด้านทั้งสองนั้นตรงกับความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติใด

## ตัวอย่างที่ 2 (โจทก์ และเฉลย)

ตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนหาพื้นที่ของสามเหลี่ยม ABC



$$\tan 60^\circ = \frac{20}{\overline{CB}}$$


$$\frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{20}{\overline{CB}}$$

$$\overline{CB} = \frac{20}{\sqrt{3}} \rightarrow \frac{20\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{20\sqrt{3}}{3}$$

เมื่อทราบความยาวของด้าน  $\overline{CB}$  ก็สามารถหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC ได้ดังนี้ พื้นที่สามเหลี่ยมได้จาก  $= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{CB}$

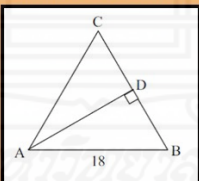
$$= \frac{1}{2} \times 20 \times \frac{20\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{200\sqrt{3}}{3} \text{ กำหนดให้ } \sqrt{3} \approx 1.73$$

$$\approx 115.33$$


## ตัวอย่างที่ 3 (โจทก์ และเฉลย)

ตัวอย่างที่ 3 จากรูปกำหนดให้  $\triangle ABC$  เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า จงหาความยาวของ  $\overline{AD}$



สามารถหาได้นักเรียนดูดีๆ โจทย์ระบุมาว่า  $\triangle ABC$  เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า แสดงว่า มุม A, B และ C จะมีขนาดของมุมเท่ากับ  $60^\circ$  ดังนั้นเราจะหา  $\overline{AD}$  จากรูป  $\triangle ADB$  โดยมีมุม B มีขนาด  $60^\circ$  โดยมี  $\overline{AD}$  เป็นด้านตรงข้ามมุม B และ  $\overline{AB}$  เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

$$\sin B = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\overline{AD}}{18}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\overline{AD}}{18}$$



$$18\sqrt{3} = 2\overline{AD}$$

$$9\sqrt{3} = \overline{AD}$$

$$\overline{AD} \approx 15.57$$

เมื่อ  $\sqrt{3} \approx 1.73$

จากรูปจะพบว่า  $\overline{AD}$  เป็นด้านหนึ่งของ  $\triangle ADB$  โดยเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก เราทราบความด้าน  $\overline{AB} = 18$  แต่เราไม่ทราบขนาดของมุม A และมุม B เราจะใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติได้อย่างไร

3.2 จากตัวอย่างครูสรุปให้นักเรียนว่าเราสามารถนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาใช้ในการคำนวณหาความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากที่ต้องการได้ แต่จะต้องทราบความยาวของด้านหนึ่งด้าน และทราบขนาดของมุมใด มุมหนึ่งที่ไม่ใช่มุมฉาก



#### 4. เน้นย้ำความเข้าใจ (ประมาณ 20 นาที)

4.1 เน้นย้ำความเข้าใจ โดยให้นักเรียนทำใบงานที่ 6.1 “การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ” ในคาบเรียน เป็นรายบุคคล โดยครูชี้แจงคำสั่งให้ชัดเจนและกำหนดเวลาทำประมาณ 10-15 นาที ครูเดินดูและคอยให้คำแนะนำนักเรียนเมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัย เสร็จแล้ว ครูเฉลยคำตอบให้นักเรียนตรวจคำตอบ

#### 5. ขั้นสรุป (5 นาที)

5.1 ครูสรุปให้นักเรียนฟังว่าเราสามารถนำอัตราส่วนตรีโกณมิติมาใช้ในการคำนวณหาความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากที่ต้องการได้ แต่จะต้องทราบความยาวของด้านหนึ่งด้าน และทราบขนาดของมุมใด มุมหนึ่งที่ไม่ใช่มุมฉาก โดยแต่ละคนอาจจะใช้อัตราส่วนที่แตกต่างกัน แต่ในอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ใช้นั้นจะต้องเป็นอัตราส่วนของด้านที่ทราบ และด้านที่ต้องการจะหา นั่นเอง ต่ออัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่เราทราบขนาด

#### 6. ขั้นวัดผลประเมินผล

6.1 ครูให้นักเรียนกลับไปทำใบงานที่ 6.2 “การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ(ต่อ)” เป็นแบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่บ้านแล้วให้นำมาส่งตามวันที่ครูนัดหมายก่อนถึงชั่วโมงเรียนถัดไป

### 4.2 กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ในชั่วโมงที่ 2

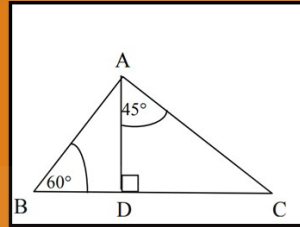
#### 1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)

1. ครูสนทนากับนักเรียนว่าในคาบเรียนที่ผ่านมา เราสามารถใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ โดยเราจะต้องทราบขนาดของมุมใดมุมหนึ่งที่ไม่ใช่มุมฉาก และต้องทราบความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากอย่างน้อยหนึ่งด้าน โดยในคาบเรียนนี้ครูให้นักเรียนฝึกการนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้หาความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเกิดความชำนาญ

#### 2. ขั้นถ่ายทอดความรู้ (ประมาณ 15 นาที)

1. ครูอธิบายนักเรียนเรื่องการนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้หาความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก ด้วยโปรแกรม Power Point ดังรูปเพื่อให้นักเรียนได้ศึกษา และทำความเข้าใจโดยครูเป็นผู้อธิบายและนักเรียนจดลงสมุด

กำหนดให้  $\overline{AB}$  ยาว 4 หน่วย จงหา  $\overline{AC}$



ขั้นแรก หาความยาวของด้าน  $\overline{AD}$  ของ  $\triangle ABD$   
โดยใช้อัตราส่วน  $\sin 60^\circ$  ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\sin 60^\circ &= \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} &= \frac{\overline{AD}}{4} \\ \overline{AD} &= 2\sqrt{3}\end{aligned}$$

เมื่อทราบความยาวของด้าน  $\overline{AD}$  ก็สามารถหาความยาวของด้าน  $\overline{AC}$  ได้โดยใช้อัตราส่วน  $\cos 45^\circ$  ดังนี้

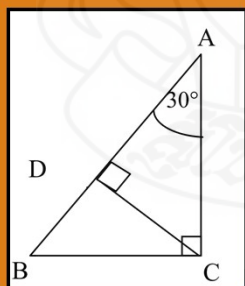
$$\begin{aligned}\cos 45^\circ &= \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} &= \frac{2\sqrt{3}}{\overline{AC}} \\ \overline{AC} &= 2\sqrt{6}\end{aligned}$$



### 3. ขั้นนำเข้าสู่ตัวอย่าง (ประมาณ 15 นาที)

3.1 เมื่อนักเรียนมีความรู้เกี่ยวกับการการประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติแล้ว ครูยกตัวอย่างการนำไปใช้ จำนวน 3 ตัวอย่าง เรียงจากง่ายไปยากซึ่งเป็นตัวอย่างที่ยากกว่าคาบเรียนที่ผ่านมา เพื่อเน้นย้ำให้นักเรียนเข้าใจ โดยนำเสนอด้วยโปรแกรม Power Point ดังรูป ครูเป็นผู้อธิบายร่วมกับนักเรียนช่วยกันตอบและจดลงสมุด

#### ตัวอย่างที่ 1 (โจทย์ และเฉลย)



กำหนดให้  $CD$  ยาว 3 หน่วย จงหา  $BC$

$$\begin{aligned}\sin 60^\circ &= \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} &= \frac{3}{\overline{BC}} \\ \sqrt{3}\overline{BC} &= 6 \\ \overline{BC} &= \frac{6}{\sqrt{3}} \\ \overline{BC} &\approx 3.468\end{aligned}$$



นักเรียนลองสังเกตดีๆ จะพบว่า มุม  $D$  จะมีขนาด  $90^\circ$  เนื่องจากเป็นมุมประชิดกันจะมีขนาดรวมกันได้  $180^\circ$  และ มุม  $B$  ของ  $\triangle BDC$  มีขนาด  $60^\circ$  เนื่องจาก  $\triangle ACB$  เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากและมุม  $A$  มีขนาด  $30^\circ$  ดังนั้น มุม  $B$  จึงมีขนาด  $60^\circ$

ตัวอย่างที่ 2 (โจทย์ และเฉลย)

จากรูป จงหา BC

$$\sin 30^\circ = \frac{ED}{AE}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{AE}$$

$$AE = 6$$

$$\overline{AC} = \overline{AE} + \overline{EC}$$

$$\overline{AC} = 6 + 4$$

$$\overline{AC} = 10$$

$$\sin 30^\circ = \frac{CB}{AC}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{BC}{10}$$

$$\overline{BC} = 5$$

นักเรียนลองสังเกตดีๆจะพบว่าถ้าเราทราบขนาด  $\overline{AE}$  จะทำให้เราทราบความยาวทั้งหมดของ  $\overline{AC}$  และนักเรียนใช้อัตราส่วน  $\sin 30^\circ$  หาความยาวด้าน  $\overline{BC}$  ได้ ดังนั้นเราช่วยกันหาความยาวของ  $\overline{AE}$  กันเลย

ตัวอย่างที่ 3 (โจทย์

และ

ตัวอย่างที่ 3 จากรูปจงหาความยาวของ BD

นักเรียนจะต้องใช้ประโยชน์ความยาวของด้าน  $\overline{DC} = 50$  กับมุม  $30^\circ$  ให้เป็นประโยชน์ และเราจะกำหนดความยาวของ  $\overline{BD} = x$  เพื่อสะดวกในการคำนวณ จะได้  $\overline{BC} = x + 50$  เริ่ม ทำในสิ่งที่เรามีจากภาพ !!

เราได้ความยาวของ  $\overline{AB}$  มาแล้วเราไปหา  $\overline{BD}$  กันได้เลย

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BD} \quad \sqrt{3}x = \frac{x+50}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{x} \quad 3x = x + 50$$

$$x = 25$$

$$\overline{BD} = 25$$

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{x+50}$$

$$\sqrt{3}AB = x + 50$$

$$\overline{AB} = \frac{x+50}{\sqrt{3}}$$

3.2 จากตัวอย่างครูสรุปให้นักเรียนว่าเราสามารถนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาใช้ในการคำนวณหาความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากที่ต้องการได้ โดยจะต้องทราบความยาวของด้านหนึ่งด้าน และทราบขนาดของมุมใด มุมหนึ่งที่ไม่ใช่มุมฉากบางครั้งเราต้องวางแผนในการคำนวณว่าจะทำสิ่งใดก่อนหรือหลัง

#### 4. เน้นย้ำความเข้าใจ (ประมาณ 20 นาที)

1. เน้นย้ำความเข้าใจ โดยให้นักเรียนทำใบงานที่ 6.3 “การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ (ต่อ)” ในคาบเรียน เป็นรายบุคคล โดยครูชี้แจงคำสั่งให้ชัดเจนและกำหนดเวลาทำประมาณ 10-15 นาที ครูเดินดูและคอยให้คำแนะนำนักเรียนเมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัย เสร็จแล้ว ครูเฉลยคำตอบให้นักเรียนตรวจคำตอบ

#### 5. ขั้นสรุป (5 นาที)

1. ครูสรุปให้นักเรียนฟังว่าเราสามารถนำอัตราส่วนตรีโกณมิติมาใช้ในการคำนวณหาความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากที่ต้องการได้ แต่จะต้องทราบความยาวของด้านหนึ่งด้าน และทราบขนาดของมุมใด มุมหนึ่งที่ไม่ใช่มุมฉาก โดยแต่ละคนอาจจะใช้อัตราส่วนที่แตกต่างกัน แต่ในอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ใช้นั้นจะต้องเป็นอัตราส่วนของด้านที่ทราบ และด้านที่ต้องการจะหาตัวเอง ต่ออัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่เราทราบขนาด

#### 6. ขั้นวัดผลประเมินผล

1. ครูให้นักเรียนกลับไปทำใบงานที่ 6.4 “การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ(ต่อ)” เป็นแบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่บ้านแล้วให้นำมาส่งตามวันที่ครูนัดหมายก่อนถึงชั่วโมงเรียนถัดไป

#### 5. สื่อ / อุปกรณ์ ประกอบการเรียนรู้

- 5.1 ใบงานที่ 6.1 “การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ”
- 5.2 ใบงานที่ 6.2 “การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ(ต่อ)”
- 5.3 ใบงานที่ 6.3 “การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ(ต่อ)”
- 5.4 ใบงานที่ 6.4 “การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ(ต่อ)”
- 5.5 โปรแกรม Power Point “การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ”



## 6. เกณฑ์การวัดผลประเมินผล

### 6.1 ครูตรวจใบงาน

เกณฑ์การวัดผลใบงานที่ 6.1 “การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ” จำนวน 5 ข้อ

ข้อละ 2 คะแนน รวม 10 คะแนน

1. นักเรียนใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติได้ถูกต้องได้ 1 คะแนน
2. นักเรียนสามารถคิดคำนวณ และหาคำตอบได้ถูกต้องได้ 1 คะแนน
3. นักเรียนได้คะแนน 7 คะแนนขึ้นไป ถึงผ่านเกณฑ์การประเมินใบงานที่ 6.1

เกณฑ์การประเมินใบงานที่ 6.2 “การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ(ต่อ)” จำนวน 10 ข้อ

ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน

1. นักเรียนใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติได้ถูกต้องได้ 1 คะแนน
2. นักเรียนสามารถคิดคำนวณ และหาคำตอบได้ถูกต้องได้ 1 คะแนน
3. นักเรียนได้คะแนน 14 คะแนนขึ้นไป ถึงผ่านเกณฑ์การประเมินใบงานที่ 6.2

เกณฑ์การวัดผลใบงานที่ 6.3 “การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ(ต่อ)” จำนวน 2 ข้อ

ข้อละ 5 คะแนน รวม 10 คะแนน

- |         |  |
|---------|--|
| 5 คะแนน | นักเรียนหาคำตอบ แสดงวิธีการหาคำตอบชัดเจน และเขียนคำตอบได้ถูกต้องโดยนำมาความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้พร้อมอธิบายเหตุผลที่ใช้วิธีการนั้นได้ชัดเจน |
| 4 คะแนน | นักเรียนหาคำตอบ แสดงวิธีการหาคำตอบ และเขียนคำตอบได้ถูกต้องโดยนำมาความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้  |
| 3 คะแนน | นักเรียนหาคำตอบ และเขียนคำตอบได้ถูกต้องโดยนำมาความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้   |
| 2 คะแนน | นักเรียนแสดงวิธีคิด และการหาคำตอบ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง (ครูสามารถตรวจสอบขั้นตอนที่ผิดได้)  |
| 1 คะแนน | นักเรียนเขียนคำตอบ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง (ครูไม่สามารถตรวจสอบขั้นตอนที่ผิดได้)  |
| 0 คะแนน | นักเรียนไม่ทำแบบฝึกหัดนักเรียนต้องได้คะแนน 7 คะแนน ขึ้นไปถึงผ่านเกณฑ์การประเมินใบงานที่ 6.3  |

เกณฑ์การวัดผลใบงานที่ 6.4 “การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ(ต่อ)” จำนวน 2 ข้อ  
 ข้อละ 5 คะแนน รวม 10 คะแนน

- 5 คะแนน นักเรียนหาคำตอบ แสดงวิธีการหาคำตอบชัดเจน และเขียนคำตอบได้ถูกต้องโดยนำมาความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้พร้อมอธิบายเหตุผลที่ใช้วิธีการนั้นได้ชัดเจน
- 4 คะแนน นักเรียนหาคำตอบ แสดงวิธีการหาคำตอบ และเขียนคำตอบได้ถูกต้องโดยนำมาความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้
- 3 คะแนน นักเรียนหาคำตอบ และเขียนคำตอบได้ถูกต้องโดยนำมาความรู้ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้
- 2 คะแนน นักเรียนแสดงวิธีคิด และการหาคำตอบ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง (ครูสามารถตรวจสอบขั้นตอนที่ผิดได้)
- 1 คะแนน นักเรียนเขียนคำตอบ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง (ครูไม่สามารถตรวจสอบขั้นตอนที่ผิดได้)
- 0 คะแนน นักเรียนไม่ทำแบบฝึกหัด
- นักเรียนต้องได้คะแนน 7 คะแนน ขึ้นไปถึงผ่านเกณฑ์การประเมินใบงานที่ 6.4

#### 7. บันทึกผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

.....

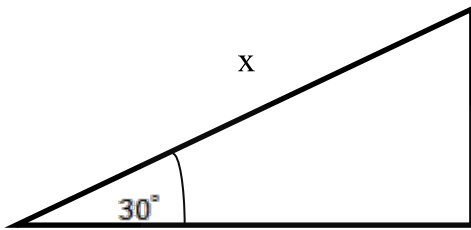
.....

.....

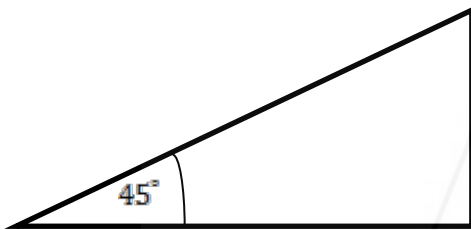
ลงชื่อ .....ผู้สอน  
 (นายกิติรัฐ เอกศาสตร์)

**ใบงานที่ 6.1 “การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ”**

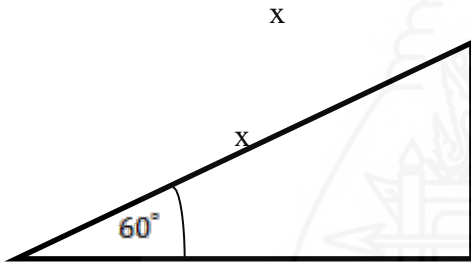
จงค่า  $x$  (แทนความยาวด้าน) โดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ



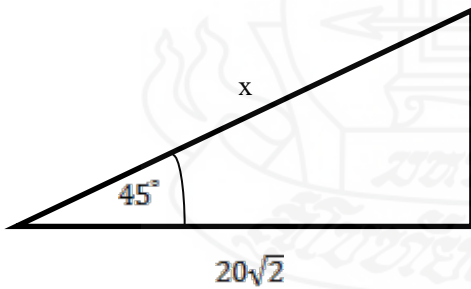
1.....  
 .....  
 .....



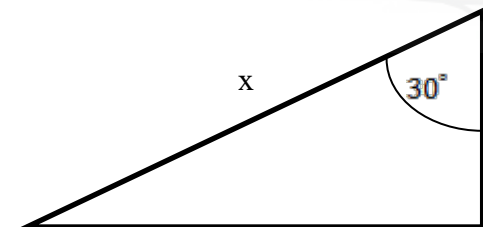
2.....  
 .....  
 .....



3.....  
 .....  
 .....



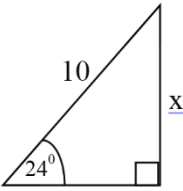
4.....  
 .....  
 .....



5.....  
 .....  
 .....

**ใบงานที่ 6.2 “การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ(ต่อ)”**

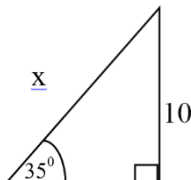
ให้นักเรียน จงค่า  $x$  (แทนความยาวด้าน) โดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ

1.  .....

.....

.....

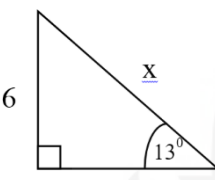
.....

2.  .....

.....

.....

.....

3.  .....

.....

.....

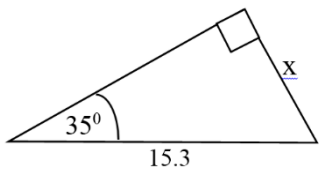
.....

4.  .....

.....

.....

.....

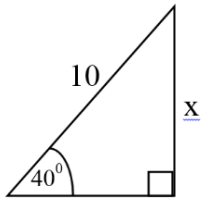
5.  .....

.....

.....

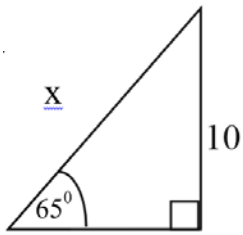
.....

6.



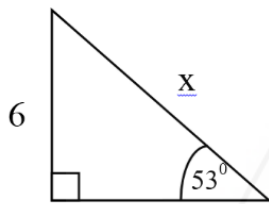
.....  
.....  
.....  
.....

7.



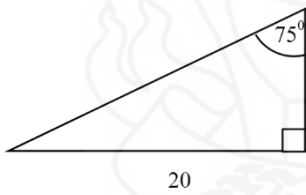
.....  
.....  
.....  
.....

8.



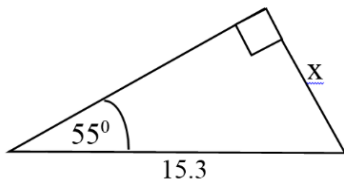
.....  
.....  
.....  
.....

9.



.....  
.....  
.....  
.....

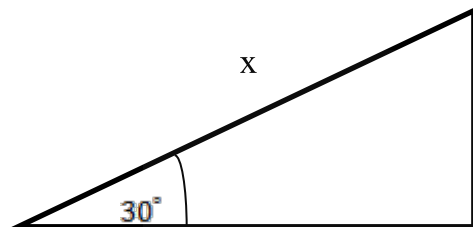
10.



.....  
.....  
.....  
.....

เฉลยใบงานที่ 6.1 “การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ”

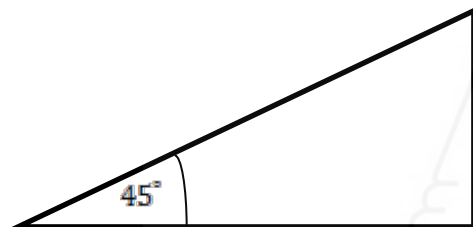
จงค่า  $x$  (แทนความยาวด้าน) โดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ



$$1. \sin 30^\circ = \frac{10}{x}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{10}{x}$$

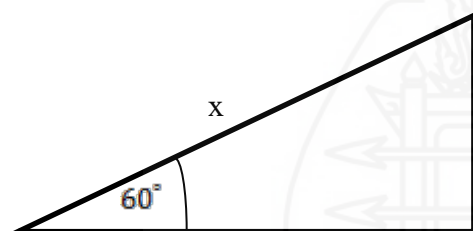
$$x = 20$$



$$2. \tan 45^\circ = \frac{20}{x}$$

$$1 = \frac{20}{x}$$

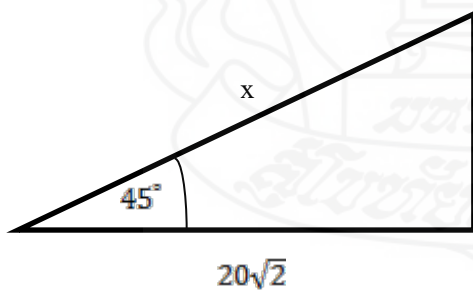
$$x = 20$$



$$3. \sin 60^\circ = \frac{30\sqrt{3}}{x}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{30\sqrt{3}}{x}$$

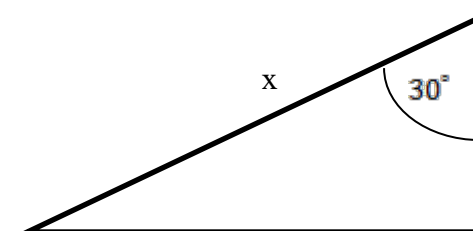
$$\sqrt{3}x = 60\sqrt{3}$$



$$4. \cos 45^\circ = \frac{20\sqrt{2}}{x}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{2}}{x}$$

$$x = 20(2)$$



$$5. \cos 30^\circ = \frac{8\sqrt{3}}{x}$$

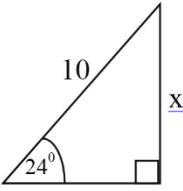
$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{x}$$

$$\sqrt{3}x = 16\sqrt{3}$$

$$x = 16$$

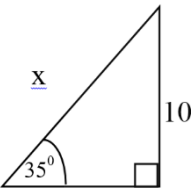
เฉลย ใบงานที่ 6.2 “การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ(ต่อ)”

ให้นักเรียน จงค่า  $x$  (แทนความยาวด้าน) โดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ

- 

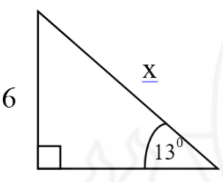
$$\sin 24^\circ = \frac{x}{10}$$

$$0.4067 = \frac{x}{10}$$

$$x = 4.067$$
- 


$$\sin 35^\circ = \frac{10}{x}$$

$$0.5736 = \frac{10}{x}$$

$$x \approx 17.433$$
- 

$$\sin 13^\circ = \frac{6}{x}$$

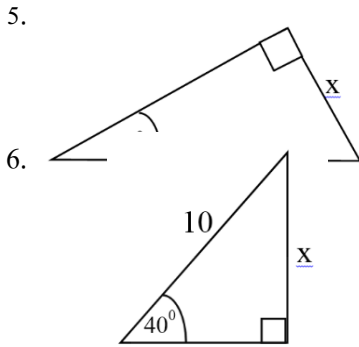
$$0.2250 = \frac{10}{x}$$

$$x \approx 44.444$$
- 

$$\tan 65^\circ = \frac{20}{x}$$

$$2.145 = \frac{20}{x}$$

$$x \approx 9.324$$



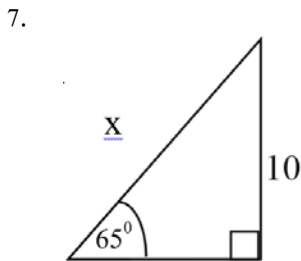
$$\sin 35^\circ = \frac{x}{15.3}$$

$$0.5736 = \frac{x}{15.3}$$

$$\sin 40^\circ = \frac{x}{10}$$

$$0.6428 = \frac{x}{10}$$

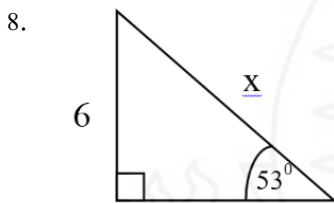
$$x = 6.428$$



$$\sin 65^\circ = \frac{10}{x}$$

$$0.9063 = \frac{10}{x}$$

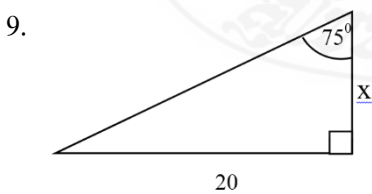
$$x \approx 11.033$$



$$\sin 53^\circ = \frac{6}{x}$$

$$0.7986 = \frac{6}{x}$$

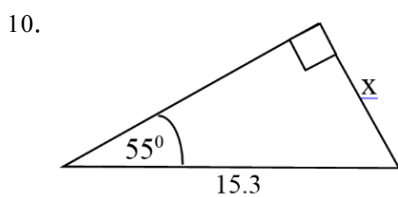
$$x \approx 7.513$$



$$\tan 75^\circ = \frac{20}{x}$$

$$3.732 = \frac{20}{x}$$

$$x \approx 5.359$$



$$\dots \sin 55^\circ = \frac{x}{15.3}$$

$$0.8192 = \frac{x}{15.3}$$

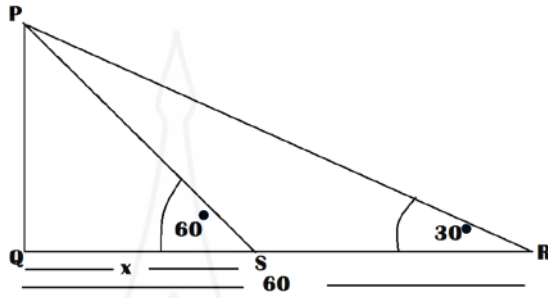
$$x \approx 12.533$$



เฉลย ใบงานที่ 6.3 “การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ(ต่อ)”

จงค่า  $x$  (แทนความยาวด้าน) โดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ

1.



$$\tan 30^\circ = \frac{PQ}{QR}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{PQ}{60}$$

$$PQ = \frac{60}{\sqrt{3}}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{PQ}{QS}$$

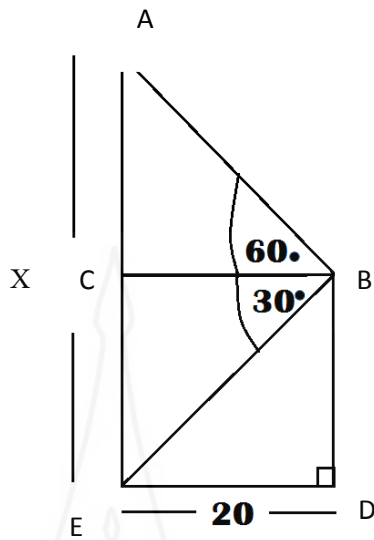
$$\sqrt{3} = \frac{\frac{60}{\sqrt{3}}}{x}$$

$$\sqrt{3}x = \frac{60}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{60}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{60}{3} = 20$$

**คำตอบ**

1. สมมติชื่อส่วนของเส้นตรงดังนี้



สังเกตว่า  $\overline{ED} = \overline{CB}$  ดังนั้น  $\overline{CB} = 20$

$$\tan 30^\circ = \frac{\overline{EC}}{\overline{CB}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\overline{EC}}{20}$$

$$\sqrt{3}\overline{EC} = 20$$

$$\overline{EC} = \frac{20}{\sqrt{3}}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{CB}}$$

$$\sqrt{3} = \frac{\overline{AC}}{20}$$

$$\overline{AC} = 20\sqrt{3}$$

$$x = \overline{EC} + \overline{AC} \text{ จะได้ } \frac{20}{\sqrt{3}} + 20\sqrt{3} \text{ (ใช้กระบวนการหารสังเคราะห์ช่วย)}$$

$$= \frac{20\sqrt{3}}{3} + 20\sqrt{3}$$

$$= \frac{20\sqrt{3}}{3} + 20\sqrt{3}\left(\frac{3}{3}\right)$$

$$= \frac{20\sqrt{3}}{3} + \frac{60\sqrt{3}}{3}$$

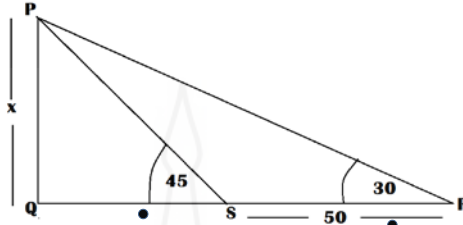
$$= \frac{80\sqrt{3}}{3}$$

คำตอบ

เฉลยใบงานที่ 6.4 “การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ(ต่อ)”

ให้นักเรียน จงค่า  $x$  (แทนความยาวด้าน) โดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ

1.



$$\tan 30^\circ = \frac{\overline{PQ}}{\overline{QR}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\overline{PQ}}{50 + x}$$

$$\sqrt{3}\overline{PQ} = 50 + x$$

$$\overline{PQ} = \frac{50 + x}{\sqrt{3}}$$

$$\overline{PQ} = \frac{50 + x}{\sqrt{3}} \left( \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right) = \frac{50\sqrt{3} + \sqrt{3}x}{3}$$

(ใช้กระบวนการหารสังเคราะห์)

$$\tan 45^\circ = \frac{\overline{PQ}}{\overline{QS}}$$

$$\frac{50\sqrt{3} + \sqrt{3}x}{3}$$

$$1 = \frac{x}{3}$$

$$x = \frac{50\sqrt{3} + \sqrt{3}x}{3}$$

$$3x = 50\sqrt{3} + \sqrt{3}x$$

$$3x - \sqrt{3}x = 50\sqrt{3}$$

$$x(3 - \sqrt{3}) = 50\sqrt{3} \quad \text{ใช้กระบวนการดึงตัวร่วม}$$

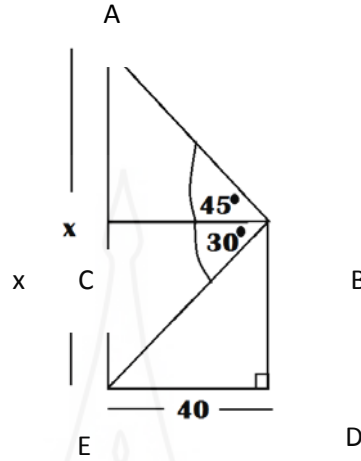
$$x = \frac{50\sqrt{3}}{(3 - \sqrt{3})} \quad \text{ใช้กระบวนการหารสังเคราะห์}$$

$$x = \frac{50\sqrt{3}}{(3 - \sqrt{3})} \frac{(3 + \sqrt{3})}{(3 + \sqrt{3})} \frac{((a+b)(a-b) = (a^2 - b^2))}{(3 + \sqrt{3})}$$

$$X = \frac{150\sqrt{3} + 150}{6} = 25\sqrt{3} + 25$$

คำตอบ

2. สมมติชื่อส่วนของเส้นตรงดังนี้



สังเกตว่า  $\overline{ED} = \overline{CB}$  ดังนั้น  $\overline{CB} = 40$

$$\tan 30^\circ = \frac{\overline{EC}}{\overline{CB}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\overline{EC}}{40}$$

$$\sqrt{3}\overline{EC} = 40$$

$$\overline{EC} = \frac{40}{\sqrt{3}}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{CB}}$$

$$1 = \frac{\overline{AC}}{40}$$

$$\overline{AC} = 40$$

$$x = \overline{EC} + \overline{AC} \text{ จะได้ } \frac{40}{\sqrt{3}} + 40 \text{ (ใช้กระบวนการหารสังเคราะห์ช่วย)}$$

$$= \frac{40\sqrt{3}}{3} + 40$$

$$= \frac{40\sqrt{3}}{3} + 40\left(\frac{3}{3}\right)$$

$$= \frac{40\sqrt{3}}{3} + \frac{120}{3}$$

$$= \frac{40\sqrt{3} + 120}{3}$$

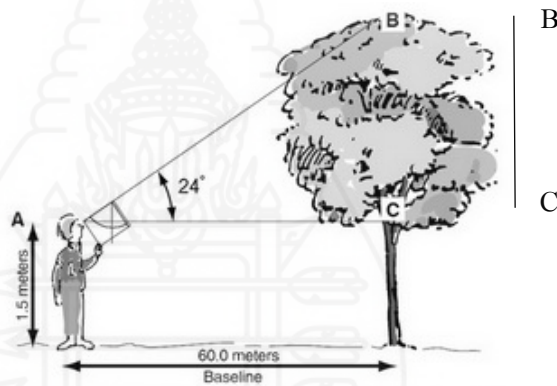
คำตอบ

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน	รหัส ค33101
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5		ภาคเรียนที่ 2
หน่วยการเรียนรู้ อัตราส่วนตรีโกณมิติ		เวลา 12 ชั่วโมง
เรื่อง มุมเงยกับอัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้		เวลา 1 ชั่วโมง

## 1. สาระสำคัญ

มุมเงยคือมุมที่กางยกขึ้นจากระดับสายตา โดยทั่วไปมักจะใช้มุมเงยมาช่วยแก้ปัญหาในการคำนวณหาความสูงของสิ่งต่างๆ หรือระยะทางระหว่างสิ่งสองสิ่งที่ไม่สามารถวัดได้หรือวัดได้ยาก อาทิเช่น การวัดความสูงของต้นไม้โดยใช้อัตราส่วน  $\tan \theta$  เมื่อ  $\theta$  คือขนาดของมุมที่กางยกขึ้นจากระดับสายตาจนมองเห็นยอดต้นไม้



จากรูปเราสามารถใช้อัตราส่วน  $\tan \theta$  เพื่อคำนวณหาระยะ  $\overline{BC}$  โดยวัดขนาดของมุมเงยและระยะห่างระหว่างคนกับต้นไม้ จากนั้นใช้อัตราส่วนระหว่างด้านตรงข้ามมุมกับด้านประชิดมุม หรือ  $\tan \theta = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$  เพื่อหาระยะ  $\overline{BC}$  และนำระยะดังกล่าวมาคำนวณหาความสูงของต้นไม้ทั้งหมดได้

## 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติและมุมเงยมาประยุกต์ใช้หาความสูงและระยะทางที่กำหนดได้
2. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติและมุมเงยได้

### 3. ตารางการเรียนรู้

#### 1. มุมเงย

### 4. กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

#### 1. ช้่นนำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)

1. ครูสนทนากับนักเรียนว่านักเรียนทราบหรือไม่ว่าบุคคลที่ทำอาชีพเกี่ยวกับอนุรักษ์ป่าไม้ หรือเจ้าหน้าที่อุทยานเค้าวัดความสูงของต้นไม้ได้อย่างไร ทั้งที่ต้นไม้กึ่งพันกัน และบางต้นก็มีความสูงซึ่งไม่สามารถใช้เครื่องมือวัดได้ ซึ่งนักเรียนก็สามารถวัดความสูงของต้นไม้หรือสิ่งต่างๆ ที่ไม่สามารถใช้เครื่องมือหรืออุปกรณ์วัดได้ โดยนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาในส่วนของมุมเงย มาใช้นั่นเอง

#### 2. ช้่นถ่ายทอดความรู้ (ประมาณ 15 นาที)

1. ครูอธิบายนักเรียนเรื่องการนำความรู้เรื่องมุมเงยมาประยุกต์ใช้หาความยาวด้านหรือความสูงของสิ่งต่างๆ ด้วยโปรแกรม Power Point ดังรูปเพื่อให้นักเรียนได้ศึกษา และทำความเข้าใจ โดยครูเป็นผู้อธิบายและนักเรียนจดลงสมุด

จากภาพนักเรียนจะพบว่า ผู้ชายคนนี้มองเห็นยอดต้นไม้ในมุมเงย  $24^\circ$  และระยะห่างระหว่างเขากับต้นไม้เป็น 60 เมตร และเขามีความสูงอยู่ที่ 1.5 เมตร เราสามารถคำนวณความสูงของต้นไม้ได้ดังนี้

$$\tan \theta = \frac{BC}{AC}$$

$$\tan 24^\circ = \frac{BC}{60}$$

$$0.4452 = \frac{BC}{60}$$

$$\overline{BC} = 26.712$$

ความสูงของต้นไม้ทั้งหมดจะต้องรวมกับความสูงของเขาด้วย จะได้

$$26.712 + 1.5 = 28.212$$


ต้นไม้สูงประมาณ 28.212 เมตร นั่นเอง

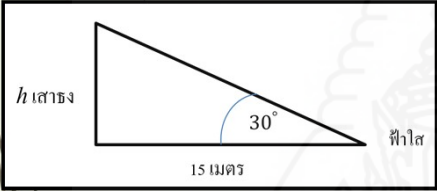
#### ช้่นยกตัวอย่าง (ประมาณ 15 นาที)

### 3. ขั้นนำเข้าสู่ตัวอย่าง

1. เมื่อนักเรียนมีความรู้เกี่ยวกับการนำมุมเงยมาใช้ในการหาความสูง แล้วครูยกตัวอย่างการนำไปใช้ จำนวน 3 ตัวอย่าง เรียงจากง่ายไปยากซึ่งเป็นตัวอย่างที่ยากกว่าคาบเรียนที่ผ่านมา เพื่อเน้นย้ำให้นักเรียนเข้าใจ โดยนำเสนอด้วยโปรแกรม Power Point ดังรูป ครูเป็นผู้อธิบายร่วมกับนักเรียนช่วยกันตอบและจดลงสมุด

#### ตัวอย่างที่ 1 (โจทย์ และเฉลย)

 ตัวอย่างที่ 1 ฟาโสลียืนอยู่ที่ขอบสนามฟุตบอลของโรงเรียนมองไปยังยอดเสาธงของโรงเรียน จากระดับสายตาเป็นมุมเงย  $30^\circ$  ถ้าขอบสนามอยู่ห่างจากเสาธง 15 เมตร จงหาว่าเสาธงสูงกี่เมตร โดยไม่คำนึงถึงความสูงของฟาโสลี เมื่อนักเรียนวาดภาพจะได้ดังนี้



$$\tan 30^\circ = \frac{h}{15}$$


$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{15}$$

$$\sqrt{3}h = 15$$

$$h = \frac{15}{\sqrt{3}}$$

เสาธงสูง  $\frac{15}{\sqrt{3}}$  เมตร

เสาธงสูงประมาณ  $\frac{15}{1.73} \approx 8.67$  นั่นเอง

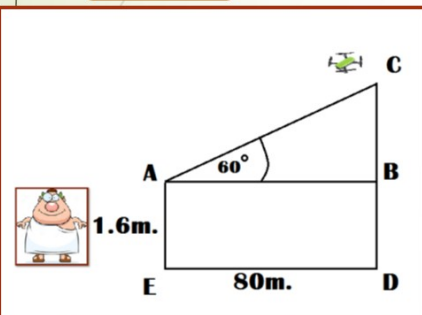


#### ตัวอย่างที่ 2 (โจทย์ และเฉลย)

ตัวอย่างที่ 2 นักเรียนคนหนึ่งมีความสูง 160 เซนติเมตร กำลังยืนอยู่บนชายหาดแห่งหนึ่งซึ่งห่างจากฟันทูที่อยู่บนทะเลเป็นระยะประมาณ 80 เมตร และเมื่อนักเรียนมองไปบนฟันทูเป็นมุมเงย  $60^\circ$  องศา พบโดรนกำลังร่อนอยู่บนฟันทูพอดีจึงประมาณหาความสูงของโดรนกับฟันทูในทะเล

(มัลติโรเตอร์ หรือ มัลติคอปเตอร์ เป็นโดรนแบบใบพัดซึ่งใช้ในการถ่ายภาพมุมสูงไม่ใช่โดรนที่ใช้ในการสอดแนมทางการทหาร)

จากโจทย์จะได้



จากข้อมูลข้างต้นนักเรียนสังเกตว่า  $\overline{AB} = \overline{ED} = 80\text{m}$ .  
จะได้  $\tan 60^\circ = \frac{\overline{CB}}{\overline{AB}}$


$$\sqrt{3} = \frac{\overline{CB}}{80}$$

$$\overline{CB} = 80\sqrt{3}$$

$$\overline{CB} \approx 138.4$$

ความสูงของโดรนกับฟันทูที่แท้จริงจะต้องรวมกับความสูงของนักเรียนด้วย  
จะได้  $138.4 + 1.6 = 140$  เมตร

โดรนสูงจากฟันทูประมาณ 140 เมตร





### ตัวอย่างที่ 3 (โจทย์ และเฉลย)

ตัวอย่างที่ 3 รมิตานอนราบอยู่บนหลังคาตึก 3 ชั้น สูง 11 เมตร มองเห็นนกกำลังบินอยู่บนฟ้า เป็น มุมเงย 30 องศา หากระยะทางจากตึกถึงจุดที่นกบินอยู่เหนือศีรษะห่างกัน 30 เมตรนกบินสูงจากพื้นดินกี่เมตร

จากข้อมูลข้างต้นจะได้

ความสูงของนกจากพื้นดิน =  $x + 11$

$$\cot 30^\circ = \frac{30}{x}$$

$$\sqrt{3} = \frac{x}{30}$$

$$x = \frac{30}{\sqrt{3}}$$

เพื่อให้ง่ายแก่การคำนวณให้นักเรียนใช้ความรู้เรื่อง การหารสังยุค นำ  $\sqrt{3}$  คูณทั้งเศษและส่วน

$$x = \frac{30}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$x = 10\sqrt{3} \approx 17.32$$

ความสูงของนกจากพื้นดิน =  $17.32 + 11$

$$= 28.32 \text{ เมตร}$$

2. จากตัวอย่างครูสรุปให้นักเรียนว่าเราสามารถนำความรู้เรื่องอัตราส่วน  $\tan \theta, \cot \theta$  มาใช้ในการคำนวณหาความยาวหรือความสูงของสิ่งต่างๆที่ต้องการได้ โดยจะต้องทราบความยาวของด้านหนึ่งด้าน และทราบขนาดของมุมใด มุมหนึ่งที่ไม่ใช่มุมฉากบางครั้งเราต้องวางแผนในการคำนวณว่าจะทำสิ่งใดก่อนหรือหลัง

#### 4. เน้นย้ำความเข้าใจ (ประมาณ 20 นาที)

1. เน้นย้ำความเข้าใจ โดยให้นักเรียนทำใบงานที่ 7.1 “มุมเงยกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ และการนำไปใช้” เป็นรายบุคคล โดยครูชี้แจงคำสั่งให้ชัดเจนและกำหนดเวลาทำประมาณ 10-15 นาที ครูเดินดูและคอยให้คำแนะนำนักเรียนเมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัย เสร็จแล้ว ครูเฉลยคำตอบให้นักเรียนตรวจคำตอบ

#### 5. ขั้นสรุป (5 นาที)

1. ครูสรุปให้นักเรียนฟังว่าในการคำนวณหาความสูงของสิ่งต่างๆ หรือระยะทางระหว่างสิ่งต่างๆ นั้นในมุมเงยนั้นเราสามารถใช้อัตราส่วน  $\tan \theta, \cot \theta$  มาใช้ในการคำนวณ โดยจะต้องทราบความยาวของด้านหนึ่งด้าน และทราบขนาดของมุมใด มุมหนึ่งที่ไม่ใช่มุมฉากบางครั้งเราต้องวางแผนในการคำนวณว่าจะทำสิ่งใดก่อนหรือหลัง



## 6. ชั้นวัดผลประเมินผล

1. ครูให้นักเรียนกลับไปทำใบงานที่ 7.2 “มุมมองกับอัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้” เป็นแบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่บ้านแล้วให้นำมาส่งตามวันที่ครูนัดหมายก่อนถึงชั่วโมงเรียนถัดไป

## 5. สื่อ / อุปกรณ์ ประกอบการเรียนรู้

5.1 ใบงานที่ 7.1 “มุมมองกับอัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้”

5.2 ใบงานที่ 7.2 “มุมมองกับอัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้(ต่อ)”

5.3 โปรแกรม Power Point “ มุมมอง ”

## 6. เกณฑ์การวัดผลประเมินผล

6.1 ครูตรวจใบงาน

เกณฑ์การวัดผลใบงานที่ 7.1 “มุมมองกับอัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้”

จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน รวม 10 คะแนน

5 คะแนน นักเรียนหาคำตอบ แสดงวิธีการหาคำตอบชัดเจน และเขียนคำตอบได้ถูกต้อง โดยนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้พร้อมอธิบายเหตุผลที่ใช้วิธีการนั้นได้ชัดเจน

4 คะแนน นักเรียนหาคำตอบ แสดงวิธีการหาคำตอบ และเขียนคำตอบได้ถูกต้องโดยนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้

3 คะแนน นักเรียนหาคำตอบ และเขียนคำตอบได้ถูกต้องโดยนำความรู้ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้

2 คะแนน นักเรียนแสดงวิธีคิด และการหาคำตอบ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง (ครูสามารถตรวจสอบขั้นตอนที่ผิดได้)

1 คะแนน นักเรียนเขียนคำตอบ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง (ครูไม่สามารถตรวจสอบขั้นตอนที่ผิดได้)

0 คะแนน นักเรียนไม่ทำแบบฝึกหัด

นักเรียนต้องได้คะแนน 7 คะแนน ขึ้นไปถึงผ่านเกณฑ์การประเมินใบงานที่ 7.1

เกณฑ์การประเมินใบงานที่ 7.2 “มุมมองกับอัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้(ต่อ)”

จำนวน 4 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน รวม 20 คะแนน

- 5 คะแนน นักเรียนหาคำตอบ แสดงวิธีการหาคำตอบชัดเจน และเขียนคำตอบได้ถูกต้อง โดยนำมาความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้พร้อมอธิบาย เหตุผลที่ใช้วิธีการนั้นได้ชัดเจน
- 4 คะแนน นักเรียนหาคำตอบ แสดงวิธีการหาคำตอบ และเขียนคำตอบได้ถูกต้องโดย นำมาความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้
- 3 คะแนน นักเรียนหาคำตอบ และเขียนคำตอบได้ถูกต้องโดยนำมาความรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้
- 2 คะแนน นักเรียนแสดงวิธีคิด และการหาคำตอบ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง (ครูสามารถ ตรวจสอบขั้นตอนที่ผิดได้)
- 1 คะแนน นักเรียนเขียนคำตอบ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง (ครูไม่สามารถตรวจสอบขั้นตอนที่ ผิดได้)
- 0 คะแนน นักเรียนไม่ทำแบบฝึกหัด
- นักเรียนต้องได้คะแนน 14 คะแนน ขึ้นไปจึงผ่านเกณฑ์การประเมินใบงานที่ 7.2

7. บันทึกผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

.....

.....

.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน  
(นายกิติรัฐ เอกศาสตร์)

### ใบงานที่ 7.1 “มุมมองกับอัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้”

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. จอร์จยืนอยู่ห่างจากอาคารเรียนเป็นระยะ 50 เมตร มองขึ้นไปยอดตึกเป็นมุมเงย 45 องศา อยากทราบว่าตึกนี้สูงประมาณกี่เมตร ถ้านายจอร์จมีความสูง 165 เซนติเมตร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ.....

อัตราส่วนตรีโกณมิติที่ใช้ .....

วิธีการแก้ปัญหา .....

.....

.....

.....

**ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ**

.....

.....

2. นักศึกษาวิชาทหารนายหนึ่งต้องการคาดคะเนความสูงของหอคระโดคซึ่งนักศึกษาวิชาทหารยืนห่างจากหอคอยเป็นระยะ 4 เมตร และมองเห็นยอดหอคระโดคเป็นมุมเงย 70 องศา อยากทราบว่าหอคระโดคสูงประมาณกี่เมตร ถ้านักศึกษาวิชาทหารนายนี้มีความสูง 175 เซนติเมตร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ.....

อัตราส่วนตรีโกณมิติที่ใช้ .....

วิธีการแก้ปัญหา .....

.....

.....

**ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ**

.....

.....

**ใบงานที่ 7.2 “มุมมองกับอัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้(ต่อ)”**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. น้ำตาลยืนอยู่บนหน้าผาซึ่งอยู่สูงจากระดับน้ำทะเล 80 เมตร และในทะเลมีเรือลำหนึ่ง โดยคนบนเรือสามารถมองเห็นน้ำตาลในมุมมองขนาด 60 องศา เรือลำนี้อยู่ห่างจากหน้าผาเป็นระยะทางกี่เมตร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ.....

อัตราส่วนตรีโกณมิติที่ใช้ .....

วิธีการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ**

.....

.....

2. นักอนุรักษ์ป่าไม้ต้องการทราบความสูงของต้นสักทองร้อยปีต้นหนึ่งซึ่งเขามองเห็นยอดต้นสักทองนั้นเป็นมุมเงย 45 องศา เขายืนห่างจากต้นสักทองนั้นเป็นระยะทาง 10 เมตร ถ้าความสูงจากพื้นดินถึงระดับสายตาเขาเป็น 1.65 เมตร ต้นสักทองนี้มีความสูงเท่าใด

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ.....

อัตราส่วนตรีโกณมิติที่ใช้ .....

วิธีการแก้ปัญหา .....

.....

.....

.....

**ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ**

.....

.....

พลอยยืนอยู่บนยอดตึก A ซึ่งสูง 20 เมตร มองเห็นมินอยู่บนยอดตึก B เป็นมุมเงย 60 องศา ถ้าพลอยมีความสูง 1.60 เมตร แล้วระยะห่างระหว่างตึก A และ ตึก B เป็นระยะทาง 25 เมตร อยากทราบว่าตึก B มีความสูงประมาณเท่าใด

**สิ่งที่โจทย์**

**กำหนดให้**.....

**สิ่งที่โจทย์ต้องการ**.....

**อัตราส่วนตรีโกณมิติที่ใช้** .....

**วิธีการแก้ปัญหา** .....

.....

.....

.....

**ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ**

.....

.....

3. ต้อตติ และเคล ปิเอโรยืนอยู่คนละด้านของป้อมปราการหลังหนึ่งซึ่งทั้งสองมองเห็นยอดป้อมปราการเป็นมุมยก 60 องศา และ 45 องศาตามลำดับ ถ้าทั้งสองคนอยู่ห่างกัน 100 เมตร แล้วป้อมปราการสูงประมาณกี่เมตร

**สิ่งที่โจทย์กำหนดให้**.....

**สิ่งที่โจทย์ต้องการ**.....

**อัตราส่วนตรีโกณมิติที่ใช้** .....

**วิธีการแก้ปัญหา** .....

.....

.....

**ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ**

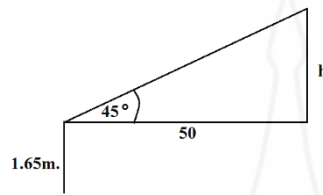
.....

.....

### เฉลยใบงานที่ 7.1 “มุมเงยกับอัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้”

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. จอร์จยืนอยู่ห่างจากอาคารเรียนเป็นระยะ 50 เมตร มองขึ้นไปยอดตึกเป็นมุมเงย 45 องศา อยากทราบว่าตึกนี้สูงประมาณกี่เมตร ถ้านายจอร์จมีความสูง 1.65 เซนติเมตร



$$\tan 45^\circ = \frac{h}{50}$$

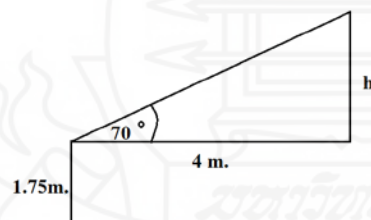
$$1 = \frac{h}{50}$$

$$h = 50$$

ความสูงของอาคารเรียนได้จาก  $h + 1.65$

ดังนั้นอาคารเรียนสูง 51.65 เมตร

2. นักศึกษาวิชาทหารนายหนึ่งต้องการคาดคะเนความสูงของหอคระโดคซึ่งนักศึกษาวิชาทหารยืนห่างจากหอคอยเป็นระยะ 4 เมตร และมองเห็นยอดหอคระโดคเป็นมุมเงย 70 องศา อยากทราบว่าหอคระโดคสูงประมาณกี่เมตร ถ้านักศึกษาวิชาทหารนายนี้มีความสูง 1.75 เซนติเมตร



$$\tan 70^\circ = \frac{h}{4}$$

$$2.748 = \frac{h}{4}$$

$$h \approx 10.992$$

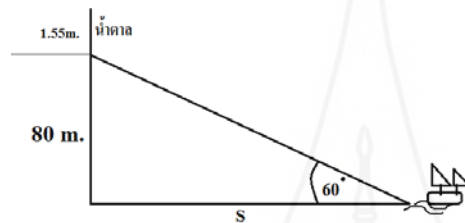
ความสูงของอาคารเรียนได้จาก  $h + 1.75$

ดังนั้นอาคารเรียนสูงประมาณ 12.742 เมตร

### เฉลยใบงานที่ 7.2 “มุมเงยกับอัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้(ต่อ)”

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

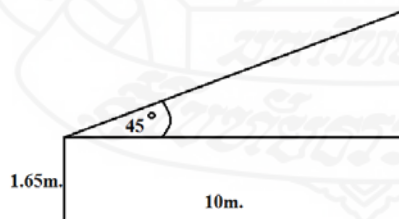
1. น้ำตาลยืนอยู่บนหน้าผาซึ่งอยู่สูงจากระดับน้ำทะเล 80 เมตร และในทะเลมีเรือลำหนึ่ง โดยคนบนเรือสามารถมองเห็นน้ำตาลในมุมเงยขนาด 60 องศา เรือลำนี้อยู่ห่างจากหน้าผาเป็นระยะทางกี่เมตร



$$\begin{aligned}\tan 60^\circ &= \frac{80}{s} \\ \sqrt{3} &= \frac{80}{s} \\ s &= \frac{80}{\sqrt{3}}\end{aligned}$$

เรืออยู่ห่างจากหน้าผาประมาณ  $\frac{80}{1.73} \approx 46.24$  เมตร

2. นักอนุรักษ์ป่าไม้ต้องการทราบความสูงของต้นสักทองร้อยปีต้นหนึ่งซึ่งเขามองเห็นยอดต้นสักทองนั้นเป็นมุมเงย 45 องศา เขายืนห่างจากต้นสักทองนั้นเป็นระยะทาง 10 เมตร ถ้าความสูงจากพื้นดินถึงระดับสายตาเขาเป็น 1.65 เมตร ต้นสักทองนี้มีความสูงเท่าใด

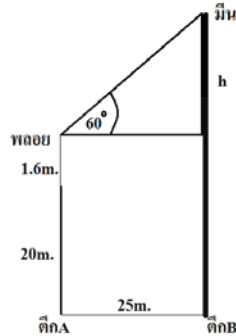


$$\begin{aligned}\tan 45^\circ &= \frac{h}{10} \\ 1 &= \frac{h}{10} \\ h &= 10\end{aligned}$$

ความสูงของต้นสักทองได้จาก  $h + 1.65$

ดังนั้นต้นสักทองสูง 11.65 เมตร

3. พลอยยืนอยู่บนยอดตึก A ซึ่งสูง 20 เมตร มองเห็นมินอยู่บนยอดตึก B เป็นมุมองศา 60 องศา ถ้าพลอยมีความสูง 1.60 เมตร แล้วระยะห่างระหว่างตึก A และ ตึก B เป็นระยะทาง 25 เมตร อยากทราบว่าตึก B มีความสูงประมาณเท่าใด



$$\tan 60^\circ = \frac{h}{25}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{25}$$

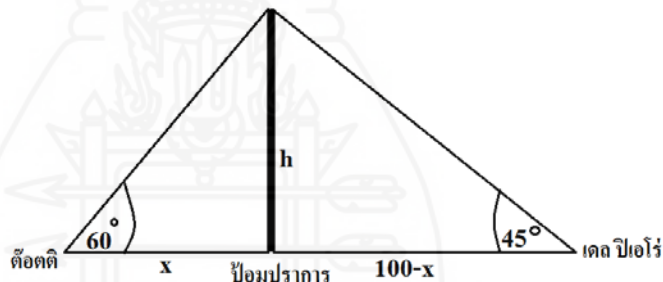
$$h = 25\sqrt{3}$$

$$h \approx 43.25$$

ความสูงของตึก B ได้จาก  $h + 1.6 + 20$

จะได้  $43.25 + 1.6 + 20 \approx 64.85$  เมตร

4. ตี้อตติ และเคล ปิเอโรยืนอยู่คนละด้านของป้อมปราการหลังหนึ่งซึ่งทั้งสองมองเห็นยอดป้อมปราการเป็นมุมยก 60 องศา และ 45 องศาตามลำดับ ถ้าทั้งสองคนอยู่ห่างกัน 100 เมตร แล้วป้อมปราการสูงประมาณกี่เมตร



ทั้งสองคนมองเห็นยอดป้อมปราการมุมยกต่างกัน แสดงว่าทั้งสองยืนอยู่ห่างจากป้อมไม่เท่ากัน  
ซึ่งจะบอกว่าทั้งคู่ยืนห่างจากป้อมปราการคนละ 50 เมตรไม่ได้

ความสูงของป้อมปราการได้จาก  $h$  ของตี้อตติ =  $h$  ของเคล ปิเอโร

$$h \text{ ของตี้อตติ} = h_1 \quad \text{ได้จาก} \quad \tan 60^\circ = \frac{h_1}{x}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h_1}{x}$$

$$h_1 = \sqrt{3}x$$

$$h \text{ ของเคล ปิเอโร} = h_2 \quad \text{ได้จาก} \quad \tan 45^\circ = \frac{h_2}{100-x}$$

$$1 = \frac{h_2}{100-x}$$

$$h_2 = 100 - x$$

ความสูงของป้อมปราการ  $h_1 = h_2$  จะได้



$$\sqrt{3}x = 100 - x$$

$$\sqrt{3}x + x = 100$$

$$x(\sqrt{3} + 1) = 100 \quad (\text{ใช้การดัดตัวร่วม})$$

$$x = \frac{100}{\sqrt{3} + 1}$$

$$x = \frac{100}{\sqrt{3} + 1} \left( \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1} \right) \quad (\text{ใช้การหารสังยุค})$$

$$\text{และ } (a - b)(a + b) = (a^2 - b^2)$$

$$x = \frac{100(\sqrt{3} - 1)}{2}$$

$$x = 50(\sqrt{3} - 1) = 50\sqrt{3} - 50$$

เมื่อได้  $x$  แล้วนำไปคำนวณหาความสูงของป้อมปราการโดยเลือกใช้มุมเงยของต้อตติหรือ เบลปีเอโร ก็ได้ แต่ในที่นี้เลือกใช้ของ เบล ปีเอโรจะง่ายกว่า และสะดวกในการคำนวณกว่า

$$h = \tan 45^\circ = \frac{h}{100 - [50\sqrt{3} - 50]} \quad \text{แทน } x = 50\sqrt{3} - 50$$

$$1 = \frac{h}{100 - 50\sqrt{3} + 50} \quad (\text{ใช้กฎการกระจาย})$$

$$h = 100 - 50\sqrt{3} + 50$$

$$h = 150 - 50\sqrt{3}$$

$$h \approx 150 - 50(1.73)$$

$$h \approx 150 - 86.5$$

$$h \approx 93.5$$

ป้อมปราการสูงประมาณ 93.5 เมตร

### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน	รหัส ค33101
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5		ภาคเรียนที่ 2
หน่วยการเรียนรู้ อัตราส่วนตรีโกณมิติ		เวลา 12 ชั่วโมง
เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้		เวลา 1 ชั่วโมง

#### 1. สาระสำคัญ

การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปประยุกต์ใช้ในหัวข้อนี้ คือการนำความรู้และวิธีแก้ปัญหาในเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ มุมเฉย และมุมก้ม ที่เรียนผ่านมาแล้ว ไปประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการคำนวณหาความสูงของสิ่งต่างๆ หรือระยะทางระหว่างสิ่งสองสิ่งที่ไม่สามารถวัดได้หรือวัดได้ยาก

#### 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ มุมเฉย และมุมก้มมาประยุกต์หาความสูงและระยะทางที่กำหนดได้
2. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ มุมเฉย และมุมก้ม ได้

#### 3. สาระการเรียนรู้

1. การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปประยุกต์ใช้

#### 4. กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

##### 4.1 กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ในชั่วโมงที่ 1

##### 1. ช้่นนำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)

1. ครูสนทนากับนักเรียนว่าในคาบเรียนที่ผ่านมาเราได้เรียนรู้ทฤษฎีต่างๆเกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ และตัวอย่างการนำไปใช้แก้ปัญหาต่างๆ ซึ่งในคาบเรียนนี้เราจะฝึกการนำทฤษฎีอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้แก้ปัญหาในการคำนวณหาความสูง และระยะของสิ่งต่างๆ เพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเกิดความชำนาญมากยิ่งขึ้น

##### 2. ช้่นถ่ายทอดความรู้ (ประมาณ 15 นาที)

2. ครูทบทวนความรู้ให้กับนักเรียนเรื่องการนำความรู้เรื่องมุมก้มหรือมุมเฉยมาประยุกต์ใช้หาระยะทางหรือความสูงของสิ่งต่างๆ โดยใช้อัตรา  $\tan$  และ  $\cot$  ด้วยโปรแกรม Power Point ดังรูปเพื่อให้นักเรียนได้ศึกษา และทำความเข้าใจ โดยครูเป็นผู้อธิบายและนักเรียนจดลงสมุด

จากตาดฟ้าตึกหลังหนึ่งซึ่งสูง  $8\sqrt{3}$  เมตร สมานยืนอยู่ที่จุด A มองเห็นรถยนต์ 2 คันที่จอดอยู่ห่างไกลจากตึกมาก เป็นมุมก้ม  $60^\circ$  และ  $30^\circ$  ตามลำดับ จากเส้นระดับสายตาเน้นเดียวกัน จงหาว่ารถยนต์ 2 คันนั้นอยู่ ห่างกันเท่าใด

1. ระยะห่างระหว่างรถยนต์ที่ 1 กับตึกก่อนในมุมก้ม  $30^\circ$

$$\tan 30^\circ = \frac{8\sqrt{3}}{S_1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{S_1}$$

$$S_1 = 8\sqrt{3}(\sqrt{3})$$

ระยะห่างระหว่าง รถคันที่ 1 กับตึกคือ 24 เมตร

2. ระยะห่างระหว่างรถยนต์ที่ 2 กับตึกในมุมก้ม  $60^\circ$

$$\tan 60^\circ = \frac{8\sqrt{3}}{S_2}$$

$$\sqrt{3} = \frac{8\sqrt{3}}{S_2}$$

$$S_2 = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

ระยะห่างระหว่าง รถคันที่ 2 กับตึกคือ 8 เมตร

ระยะห่างระหว่างคันที่ 1 กับคันที่ 2 ได้จาก  $S_1 - S_2$  จะได้  $24 - 8 = 12$  เมตร คำตอบ

### 3. ขั้นนำเข้าสู่ตัวอย่าง (ประมาณ 15 นาที)

3.1 เมื่อนักเรียนมีความรู้เกี่ยวกับการนำมุมก้มและมุมเงยมาใช้ในการหาความสูงและระยะทางในกรณีข้างต้นแล้วครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมจำนวน 3 ตัวอย่าง เรียงจากง่ายไปยากซึ่งเป็นตัวอย่งที่ยากกว่าคาบเรียนที่ผ่านมา เพื่อเน้นย้ำให้นักเรียนเข้าใจ โดยนำเสนอด้วยโปรแกรม Power Point ดังรูป ครูเป็นผู้อธิบายร่วมกับนักเรียนช่วยกันตอบและจดลงสมุด

#### ตัวอย่างที่ 1 (โจทย์ และเฉลย)

ชายคนหนึ่งยืนอยู่บนหน้าผา มองเห็นเรือสินค้าลำหนึ่งแล่นอยู่ในทะเลเป็นมุมก้ม  $30^\circ$  และในขณะเดียวกันมองเห็นเรือประมงลำหนึ่งเป็นมุมก้ม  $60^\circ$  ถ้าเรือสินค้าและเรือประมงแล่นในทิศทางเดียวกันและอยู่ห่างกัน 3 กิโลเมตร จงหาว่าระดับสายตาของชายคนนั้นอยู่สูงจากผิวน้ำเท่าไร

นักเรียนสังเกตว่า ความสูงของหน้าผาถึงระยะสายตา  $h_1 = h_2$

**ขั้นที่ 1**  $h_1 = \tan 30^\circ = \frac{h_1}{3+S}$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h_1}{3+S}$$

$$h_1 = \frac{3+S}{\sqrt{3}}$$

**ขั้นที่ 2**  $h_2 = \tan 60^\circ = \frac{h_2}{S}$

$$\sqrt{3} = \frac{h_2}{S}$$

$$h_2 = \sqrt{3}S$$

**ขั้นที่ 3**  $h_1 = h_2$

$$\frac{3+S}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}S$$

$$3\sqrt{3} + \sqrt{3}S = 3\sqrt{3}S$$

$$3\sqrt{3} = 3\sqrt{3}S - \sqrt{3}S$$

$$3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}S$$

$$S = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{3}{2}$$

$$S = 1.5 \text{ km.}$$

**ขั้นที่ 4**  $h = \tan 60^\circ = \frac{h}{1.5}$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{1.5}$$

$$h = 1.5(\sqrt{3})$$

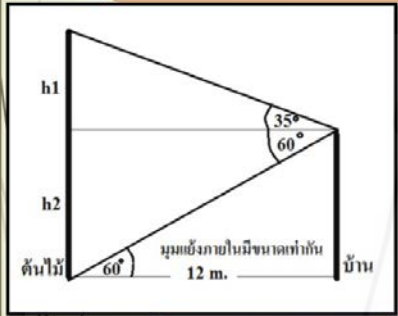
$$h \approx 1.5(1.73)$$

$$h \approx 2.595 \text{ km.}$$

ต้องดำเนินการถึง 4 ขั้นตอนจึงจะได้ความสูง !!

ตัวอย่างที่ 2 (โจทย์ และเฉลย)

ชายคนหนึ่งมองต้นไม้ซึ่งอยู่ห่างจากบ้านเป็นระยะทาง 12 เมตร ถ้ามุมก้มซึ่งมองไปยังโคนต้นไม้มีขนาด 60 องศา และถ้าเงยหน้าขึ้น 35 องศา จะมองเห็นยอดต้นไม้จงหาความสูงของต้นไม้



ต้นไม้ 60° 12 m. บ้าน


ปัญหาคือนักเรียนต้องเข้าใจสถานการณ์แล้วนำมาวาดรูปให้ถูกระวัง

ความสูงทั้งหมดของต้นไม้ได้จาก  $h_1 + h_2$

$h_1$  ได้จาก  $\tan 35^\circ = \frac{h_1}{12}$   
 $0.7002 = \frac{h_1}{12}$   
 $h_1 = 8.4024$

$h_2$  ได้จาก  $\tan 60^\circ = \frac{h_2}{12}$   
 $\sqrt{3} = \frac{h_2}{12}$   
 $h_2 = 12\sqrt{3}$   
 $h_2 \approx 12(1.73)$   
 $h_2 \approx 20.76$

ต้นไม้สูงประมาณ  $20.76 + 8.4024 \approx 29.1624$  เมตร

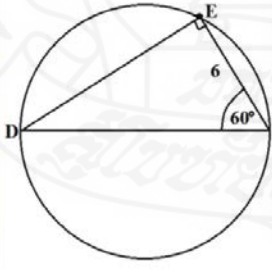


ตัวอย่างที่ 3 (โจทย์ และเฉลย)

วงกลมวงหนึ่งมี  $\overline{CD}$  เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง และมีจุด E อยู่บนเส้นรอบวง เมื่อลากเส้นตรงจากจุด C ไปหาจุด E จะได้มุม 60 องศา และทำให้  $\overline{EC} = 6$  จงหาพื้นที่ของวงกลมนี้

นักเรียนระวัง อย่างเพิ่งเข้าใจคิดว่า  $\overline{EC}$  คือรัศมี หรือ  $r$  นะครับ!!

นี่คือรูปที่ได้ แต่เอ๊ะ!! ทำไมมุม E ถึงเป็นมุมฉากได้นะ??



เราต้อง รัศมี( $r$ ) จาก  $\frac{\overline{DC}}{2}$  ซึ่ง  $\overline{DC}$  หาได้ดังนี้



$$\overline{DC} = \cos 60^\circ = \frac{\overline{EC}}{\overline{DC}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{6}{\overline{DC}}$$

$$\overline{DC} = 12$$

ดังนั้น รัศมี( $r$ ) เท่ากับ 6 (ครึ่งหนึ่งของเส้นผ่านศูนย์กลาง)

พื้นที่วงกลมเท่ากับ  $\pi r^2 = 3.14 \times 6^2$   
 $= 3.14 \times 36$   
 $= 113.04$  ตารางหน่วย

3.2 จากตัวอย่างครูสรุปให้นักเรียนว่าเราสามารถนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติเกี่ยวกับมุมก้มและมุมเงยมาใช้ในการคำนวณหาความยาวหรือความสูงของสิ่งต่างๆที่ต้องการได้ โดยจะต้องทราบความยาวของด้านหนึ่งด้าน และทราบขนาดของมุมใด มุมหนึ่งที่ไม่ใช่มุมฉาก บางครั้งเราต้องวางแผนในการคำนวณว่าจะทำสิ่งใดก่อนหรือหลัง

#### 4. เน้นย้ำความเข้าใจ (ประมาณ 20 นาที)

1. เน้นย้ำความเข้าใจ โดยให้นักเรียนทำใบงานที่ 9.1 “อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้” ในคาบเรียน เป็นรายบุคคล โดยครูชี้แจงคำสั่งให้ชัดเจนและกำหนดเวลาทำประมาณ 10-15 นาที ครูเดินดูและคอยให้คำแนะนำนักเรียนเมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัย เสร็จแล้ว ครูเฉลยคำตอบให้นักเรียนตรวจคำตอบ

#### 5. ขั้นสรุป (5 นาที)

1. ครูสรุปให้นักเรียนฟังว่าในการคำนวณหาความสูงของสิ่งต่างๆ หรือระยะทางระหว่างสิ่งต่างๆนั้นในมุมก้ม และมุมเงยนั้นเราสามารถใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ มาใช้ในการคำนวณ โดยจะต้องทราบความยาวของด้านหนึ่งด้าน และทราบขนาดของมุมใด มุมหนึ่งที่ไม่ใช่มุมฉาก บางครั้งเราต้องวางแผนในการคำนวณว่าจะทำสิ่งใดก่อนหรือหลัง

#### 6. ขั้นวัดผลประเมินผล

1. ครูให้นักเรียนกลับไปทำใบงานที่ 9.1 “อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปประยุกต์ใช้” เป็นแบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่บ้านแล้วให้นำมาส่งตามวันที่ครูนัดหมายก่อนถึงชั่วโมงเรียนถัดไป

### 4.2 กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ในชั่วโมงที่ 2

#### 1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)

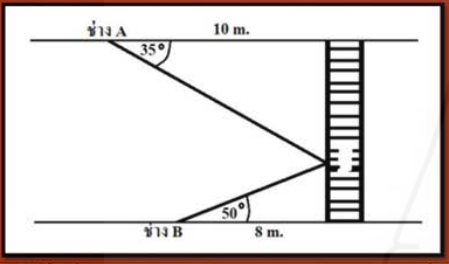
1. ครูสนทนากับนักเรียนว่าในคาบเรียนที่ผ่านมาเราได้เรียนรู้ทฤษฎีต่างๆเกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ และตัวอย่างการนำไปใช้แก้ปัญหาต่างๆ ซึ่งในคาบเรียนนี้เราจะฝึกการนำทฤษฎีอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้แก้ปัญหาในการคำนวณหาความสูง และระยะของสิ่งต่างๆเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเกิดความชำนาญมากยิ่งขึ้น แต่ในสถานการณ์จริงบางครั้งมุมที่เรามองเห็นวัตถุหรือสิ่งต่างๆนั้นอาจไม่ได้อยู่ในลักษณะมุมก้ม หรือมุมเงย แต่เมื่อเราจำลองสถานการณ์หรือปัญหาเหล่านั้นแล้วจะมีลักษณะเป็นมุมก้มหรือมุมเงยได้

#### 2. ขั้นถ่ายทอดความรู้ (ประมาณ 15 นาที)



1. ครูทบทวนความรู้ให้กับนักเรียนเรื่องการนำความรู้เรื่องมุมก้มหรือมุมเงยมาประยุกต์ใช้หาระยะทางหรือความสูงของสิ่งต่างๆ โดยใช้อัตราตรีโกณมิติด้วยโปรแกรม Power Point ดังรูปเพื่อให้นักเรียนได้ศึกษา และทำความเข้าใจโดยครูเป็นผู้อธิบายและนักเรียนจดลงสมุด

ช่างซ่อมสะพานข้ามแม่น้ำสองคนอยู่คนละฝั่งกัน ซึ่งกำลังทำการวางแผนซ่อมสะพานซึ่ง ช่าง A ยืนอยู่ห่างจากสะพานมาทางทิศตะวันตก 10 เมตร มองเห็นจุดชำรุดของสะพานทางทิศตะวันออกเฉียงใต้ทำมุม 35 องศา ส่วนช่าง B ยืนห่างจากสะพาน 8 เมตร ทางทิศตะวันตก และมองเห็นจุดชำรุดของสะพานทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือทำมุม 50 องศา นักเรียนจงหาว่าสะพานข้ามแม่น้ำยาวประมาณเท่าใด



ความยาวสะพานจากฝั่งถึงจุดชำรุดที่นาย A มองเห็นได้จาก

$$\tan 35^\circ = \frac{h}{10}$$

$$0.7002 = \frac{h}{10}$$

$$h = 7.002$$

ความยาวสะพานจากฝั่งถึงจุดชำรุดที่นาย B มองเห็นได้จาก

$$\tan 50^\circ = \frac{s}{8}$$


$$1.192 = \frac{s}{8}$$

$$s = 9.536$$

ความยาวของสะพานได้จาก  $h + s$  จะได้

$$7.002 + 9.536 = 16.538$$

สะพานยาวประมาณ 16.538 เมตร

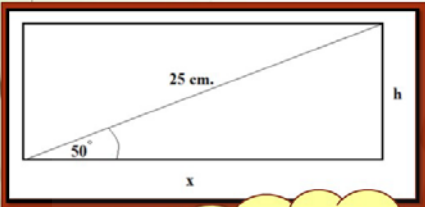


### 3. ขั้นนำเข้าสู่ตัวอย่าง (ประมาณ 15 นาที)

3.1 เมื่อนักเรียนมีความรู้เกี่ยวกับการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติมาใช้ในการหาความสูงและระยะทางในกรณีข้างต้นแล้วครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมจำนวน 3 ตัวอย่าง เรียงจากง่ายไปยากซึ่งเป็นตัวอย่างที่ยากกว่าคาบเรียนที่ผ่านมา เพื่อเน้นย้ำให้นักเรียนเข้าใจ โดยนำเสนอด้วยโปรแกรม Power Point ดังรูป ครูเป็นผู้อธิบายร่วมกับนักเรียนช่วยกันตอบและจดลงสมุด

## ตัวอย่างที่ 1 (โจทย์ และเฉลย)

เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งยาว 25 เซนติเมตร และทำมุม 50 องศา กับด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมนี้ จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมนี้



ให้  $h$  แทนความกว้าง หาได้จาก

$$\sin 50^\circ = \frac{h}{25}$$

$$0.7660 = \frac{h}{25}$$

$$h = 19.15$$

ให้  $x$  แทนความยาว หาได้จาก

$$\cos 50^\circ = \frac{x}{25}$$

$$0.6428 = \frac{x}{25}$$

$$x = 16.07$$

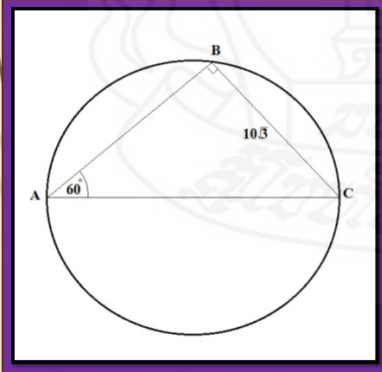
พื้นที่สี่เหลี่ยม จะได้

$$19.15 \times 16.07 \approx 307.74 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าได้จาก กว้าง  $x$  ยาว แต่เราไม่ทราบความกว้าง กับยาว จะทำอย่างไร

## ตัวอย่างที่ 2 (โจทย์ และเฉลย)

กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแนบในวงกลม โดยมีด้าน AC เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง ถ้า  $\widehat{BAC} = 60^\circ$  และด้าน BC ยาว  $10\sqrt{3}$  หน่วย แล้วรัศมีของวงกลมยาวเท่าใด



ขั้นแรกหาความยาวของ AC ดังนี้

$$\sin 60^\circ = \frac{10\sqrt{3}}{AC}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{AC}$$

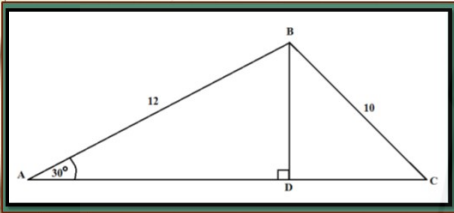
$$\sqrt{3}AC = 20\sqrt{3}$$

$$AC = 20$$

ขั้นตอนต่อมาหารัศมีของ วงกลม ซึ่งก็คือครึ่งหนึ่งของเส้นผ่านศูนย์กลาง  $\frac{AC}{2}$  นั่นเอง ซึ่งจะได้รัศมีเท่ากับ 10 หน่วย

### ตัวอย่างที่ 3 (โจทย์ และเฉลย)

ฟ้าใส่ปลูกไม้ดอก 2 ชนิด ภายในที่ดินรูปสามเหลี่ยม ABC โดยปลูกกุหลาบภายในรูปสามเหลี่ยม ABD และปลูกทานตะวันในบริเวณรูปสามเหลี่ยม BCD (ตั้งรูป) ถ้า AB และ BC ยาว 12 เมตร และ 10 เมตร ตามลำดับ แล้วพื้นที่ปลูกทานตะวันเท่ากับกี่ตารางเมตร



ถึงเราจะไม่ทราบขนาดของมุม  $\hat{B}$  และ  $\hat{C}$  ในสามเหลี่ยม  $BDC$  แต่เรารู้ความยาวด้าน แล้วสองด้าน เราสามารถใช้ทฤษฎีพีทาโกรัสหาความยาวด้าน  $DC$  ได้ดังนี้

$$\overline{DC} = \sqrt{10^2 - 6^2}$$

$$\overline{DC} = \sqrt{64}$$

$$\overline{DC} = 8$$

ดังนั้น พื้นที่ปลูกดอกทานตะวันเท่ากับ

$$\frac{1}{2} \times \overline{DC} \times \overline{BD}$$



$$\frac{1}{2} \times 8 \times 6$$

เท่ากับ **24 ตารางเมตร**

ขั้นแรกหา  $\overline{BD}$  จะได้

$$\sin 30^\circ = \frac{\overline{BD}}{12}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\overline{BD}}{12}$$

$$\overline{BD} = 6$$



3.2 จากตัวอย่างครูสรุปให้นักเรียนว่าเราสามารถนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติเกี่ยวกับมุมก้ม และมุมเงยมาใช้ในการคำนวณหาความยาวหรือความสูงของสิ่งต่างๆ ที่ต้องการได้ โดยจะต้องทราบความยาวของด้านหนึ่งด้าน และทราบขนาดของมุมใด มุมหนึ่งที่ไม่ใช่มุมฉาก บางครั้งเราต้องวางแผนในการคำนวณว่าจะทำสิ่งใดก่อนหรือหลัง

#### 4. เน้นย้ำความเข้าใจ (ประมาณ 20 นาที)

1. เน้นย้ำความเข้าใจ โดยให้นักเรียนทำใบงานที่ 9.3 “อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้” ในคาบเรียน เป็นรายบุคคล โดยครูชี้แจงคำสั่งให้ชัดเจนและกำหนดเวลาทำประมาณ 10-15 นาที ครูเดินดูและคอยให้คำแนะนำนักเรียนเมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัย เสร็จแล้ว ครูเฉลยคำตอบให้นักเรียนตรวจคำตอบ

#### 5. ขั้นสรุป (5 นาที)

1. ครูสรุปให้นักเรียนฟังว่าในการคำนวณหาความสูงของสิ่งต่างๆ หรือระยะทางระหว่างสิ่งต่าง ๆ นั้น ในมุมก้ม และมุมเงยนั้นเราสามารถใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ มาใช้ในการคำนวณ โดยจะต้องทราบความยาวของด้านหนึ่งด้าน และทราบขนาดของมุมใด มุมหนึ่งที่ไม่ใช่มุมฉาก บางครั้งเราต้องวางแผนในการคำนวณว่าจะทำสิ่งใดก่อนหรือหลัง



## 6. ชั้นวัดผลประเมินผล

1. ครูให้นักเรียนกลับไปทำใบงานที่ 9.4 “อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้” เป็นแบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่บ้านแล้วให้นำมาส่งตามวันที่ครูนัดหมายก่อนถึงชั่วโมงเรียนถัดไป

## 5. สื่อ / อุปกรณ์ ประกอบการเรียนรู้

- 5.1 ใบงานที่ 9.1 “อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้”
- 5.2 ใบงานที่ 9.2 “อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้”
- 5.3 ใบงานที่ 9.3 “อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้”
- 5.4 ใบงานที่ 9.4 “อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้”
- 5.5 โปรแกรม Power Point “การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปประยุกต์ใช้”

## 6. เกณฑ์การวัดผลประเมินผล

### 6.1 ครูตรวจใบงาน

เกณฑ์การวัดผลใบงานที่ 9.1 และ ใบงานที่ 9.3 จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน

- |         |   |
|---------|---|
| 5 คะแนน | นักเรียนหาคำตอบ แสดงวิธีการหาคำตอบชัดเจน และเขียนคำตอบได้ถูกต้อง โดยนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้พร้อมอธิบายเหตุผลที่ใช้วิธีการนั้นได้ชัดเจน |
| 4 คะแนน | นักเรียนหาคำตอบ แสดงวิธีการหาคำตอบ และเขียนคำตอบได้ถูกต้องโดยนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้   |
| 3 คะแนน | นักเรียนหาคำตอบ และเขียนคำตอบได้ถูกต้องโดยนำความรู้ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้   |
| 2 คะแนน | นักเรียนแสดงวิธีคิด และการหาคำตอบ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง (ครูสามารถตรวจสอบขั้นตอนที่คิดได้)   |
| 1 คะแนน | นักเรียนเขียนคำตอบ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง (ครูไม่สามารถตรวจสอบขั้นตอนที่คิดได้)   |
| 0 คะแนน | นักเรียนไม่ทำแบบฝึกหัด  |

นักเรียนต้องได้คะแนน 7 คะแนน ขึ้น ไปถึงผ่านเกณฑ์การประเมินใบงานที่ 9.1

และใบงานที่ 9.3

**เกณฑ์การประเมินใบงานที่ 9.2 และ ใบงานที่ 9.4 จำนวน 4 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน**

- 5 คะแนน นักเรียนหาคำตอบ แสดงวิธีการหาคำตอบชัดเจน และเขียนคำตอบได้ ถูกต้องโดยนำมาความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้พร้อม อธิบายเหตุผลที่ใช้วิธีการนั้นได้ชัดเจน
- 4 คะแนน นักเรียนหาคำตอบ แสดงวิธีการหาคำตอบ และเขียนคำตอบได้ถูกต้องโดย นำมาความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้
- 3 คะแนน นักเรียนหาคำตอบ และเขียนคำตอบได้ถูกต้องโดยนำมาความรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้
- 2 คะแนน นักเรียนแสดงวิธีคิด และการหาคำตอบ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง (ครูสามารถ ตรวจสอบขั้นตอนที่ผิดได้)
- 1 คะแนน นักเรียนเขียนคำตอบ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง (ครูไม่สามารถตรวจสอบ ขั้นตอนที่ผิดได้)
- 0 คะแนน นักเรียนไม่ทำแบบฝึกหัด

นักเรียนต้องได้คะแนน 14 คะแนน ขึ้น ไปถึงผ่านเกณฑ์การประเมินใบงานที่ 9.2 และใบงานที่ 9.4

**7. บันทึกผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้**

.....

.....

.....

ลงชื่อ .....

(นายกิติรัฐ เอกศาสตร์)

### ใบงานที่ 9.1 “อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้”

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

- รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งมีด้านประกอบมุมยอดยาวด้านละ 4 หน่วย และมีมุมที่ฐานขนาด  $30^\circ$  สามเหลี่ยมรูปนี้มีพื้นที่เท่าใด

สิ่งที่โจทย์

กำหนดให้.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ.....

อัตราส่วนตรีโกณมิติที่ใช้ .....

วิธีการแก้ปัญหา .....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

.....

.....

- ฟ้าใสสูง 5 ฟุต ยืนอยู่ห่างจากเสาธงต้นหนึ่งพบว่าเงาของตัวเองกับเงาของยอดเสาธง อยู่ในตำแหน่งเดียวกันพอดี และเมื่อเหลียวมองไปที่ยอดเสาธงพบว่าเป็นมุมเงย  $30^\circ$  และวัดเงาของเสาธงได้ยาว  $20\sqrt{3}$  ฟุต อยากทราบว่าเสาธงต้นนี้สูงเท่าใด

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ.....

อัตราส่วนตรีโกณมิติที่ใช้ .....

วิธีการแก้ปัญหา .....

.....

.....

ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

.....

.....

ใบงานที่ 9.2 “อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้(ต่อ)”

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. ถ้ารูปสามเหลี่ยมด้านเท่า รูปหนึ่งมีความสูง 1 หน่วย แล้วความยาวเส้นรอบรูปของสามเหลี่ยมรูปนี้จะเป็นเท่าใด

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ.....

อัตราส่วนตรีโกณมิติที่ใช้ .....

วิธีการแก้ปัญหา .....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

.....

.....

2. กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยม โดยมีมุม A เป็นมุมฉาก และมีมุม  $B = 30^\circ$  องศา ถ้า D และ E เป็นจุดบนด้าน AB และ BC ตามลำดับ ซึ่งทำให้ DE ขนานกับ AC โดยที่ DE ยาว 5 หน่วย และ EC ยาว 6 หน่วย แล้ว AC ยาวเท่าใด

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ.....

อัตราส่วนตรีโกณมิติที่ใช้ .....

วิธีการแก้ปัญหา .....

.....

.....

.....

ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

.....

.....

กล้องวงจรปิดซึ่งถูกติดตั้งอยู่สูงจากพื้นถนน 4 เมตร สามารถจับภาพได้ต่ำที่สุดที่มุมก้ม 45 องศา และสูงสุดที่มุมก้ม 30 องศา ระยะทางบนพื้นถนนในแนวกล้องที่กล้องนี้ สามารถจับภาพได้คือประมาณเท่าใด

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ.....

อัตราส่วนตรีโกณมิติที่ใช้ .....

วิธีการแก้ปัญหา .....

.....

.....

.....

.....

**ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ**

.....

.....

3. กำหนดให้  $\hat{ACB}$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมี C เป็นมุมฉาก ซึ่งอยู่ในวงกลมวงหนึ่ง โดยที่ จุดยอดทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมอยู่บนเส้นรอบวง โดย  $\tan B = \frac{1}{\sqrt{3}}$  และ

กำหนดให้ ด้าน BC ยาว 4 หน่วย จงหาพื้นที่ที่เหลื่อภายในวงกลมโดยประมาณ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ.....

อัตราส่วนตรีโกณมิติที่ใช้ .....

วิธีการแก้ปัญหา .....

.....

.....

.....

**ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ**

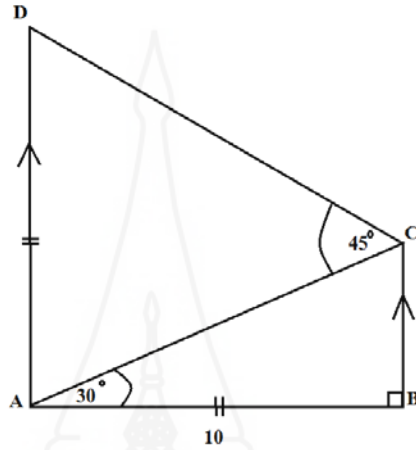
.....

.....

ใบงานที่ 9.3 “อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้”

คำชี้แจง ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

- จากรูปจงหาความยาวของด้าน  $\overline{DC}$



สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ.....

อัตราส่วนตรีโกณมิติที่ใช้ .....

วิธีการแก้ปัญหา .....

.....

.....

.....

ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

.....

.....

2. น้ำตาลขึ้นอยู่บนสนามแห่งหนึ่ง มองเห็นยอดเสาธงเป็นมุมเงย 15 องศา แต่เมื่อเดินตรงเข้าไปหาเสาธง อีก 60 เมตร เขามองเห็นยอดเสาธงเป็นมุมเงย 75 องศา ถ้าน้ำตาลสูง 150 เซนติเมตร จงประมาณความสูงของเสาธง (ตอบเป็นทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ.....

อัตราส่วนตรีโกณมิติที่ใช้ .....

วิธีการแก้ปัญหา .....

.....

.....

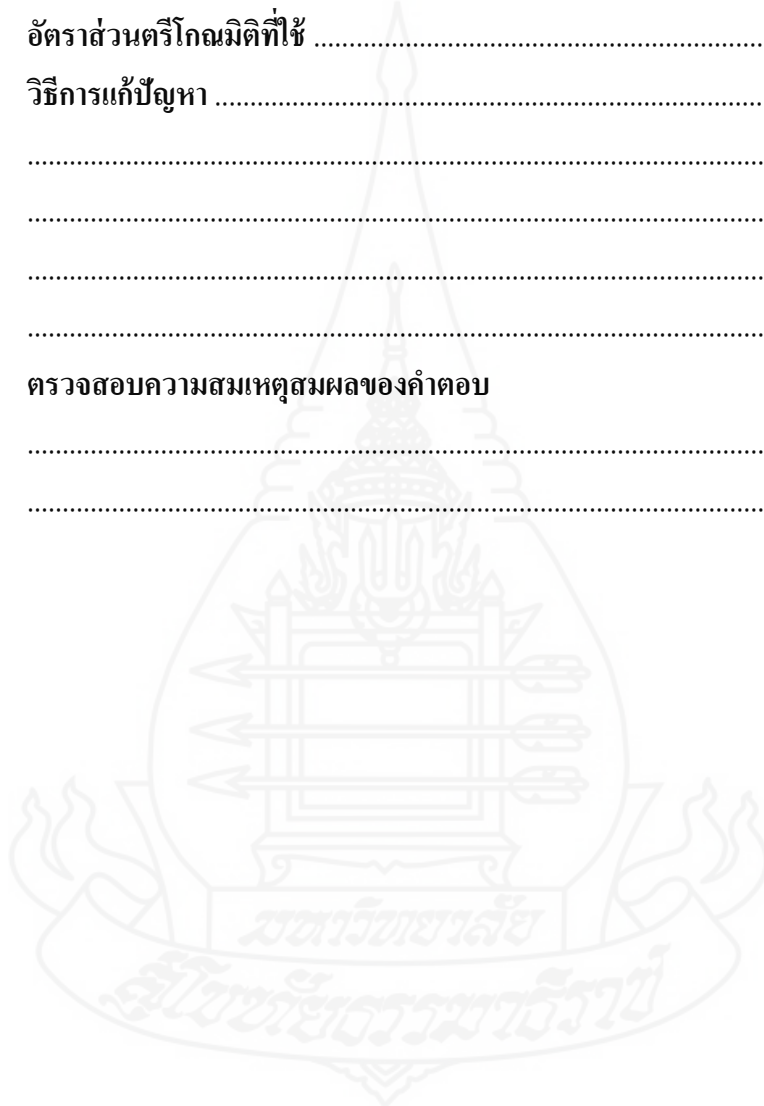
.....

.....

ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

.....

.....





### ใบงานที่ 9.4 “อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้”

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. กำหนดให้  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยม โดยมี  $C$  เป็นมุมฉาก และด้าน  $\overline{BC}$  ยาว 18 นิ้ว ถ้า  $D$  เป็นจุดบนด้าน  $\overline{AC}$  โดยที่  $\hat{BDC} = 70^\circ$  และ  $\hat{ABD} = 10^\circ$  แล้วด้าน  $\overline{AB}$  ยาวเท่าใด

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ.....

อัตราส่วนตรีโกณมิติที่ใช้ .....

วิธีการแก้ปัญหา .....

.....  
 .....  
 .....  
 .....

ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

.....  
 .....

2. กำหนดให้  $\triangle ABC$  เป็นสามเหลี่ยมซึ่งมุม  $A$  เป็นมุมฉาก และมีมุม  $B = 30^\circ$  ถ้า  $D$  และ  $E$  เป็นจุดบนด้าน  $\overline{AB}$  และ  $\overline{BC}$  ตามลำดับ ซึ่งทำให้  $\overline{DE}$  ขนานกับ  $\overline{AC}$  โดยที่  $\overline{DE}$  ยาว 5 หน่วย และ  $\overline{EC}$  ยาว 6 หน่วยแล้ว  $\overline{AC}$  ยาวเท่าใด

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ.....

อัตราส่วนตรีโกณมิติที่ใช้ .....

วิธีการแก้ปัญหา .....

.....  
 .....  
 .....  
 .....

ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

.....

.....  
 ดึกสองหลังที่มีหลังคาเรียบตั้งอยู่ห่างกัน 60 ฟุต จากหลังคาของดึกที่เตี้ยกว่าซึ่งสูง 40 ฟุต มุมที่วัดจากหลังคาของดึกที่เตี้ยกว่าไปยังหลังของดึกที่สูงกว่ามีขนาด  $40^\circ$  ดึกที่สูงกว่าจะมีความสูงเท่ากับกี่ฟุต

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ.....

อัตราส่วนตรีโกณมิติที่ใช้ .....

วิธีการแก้ปัญหา .....

.....  
 .....  
 .....

**ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ**

.....  
 .....

3. ชายคนหนึ่งสูง 180 เซนติเมตร ยืนห่างจากดึก 20 เมตร เห็นโคนต้นเสาธงปักอยู่บนยอดดึกเป็นมุมเงย 45 องศา และเห็นปลายเสาธงในมุมเงย 60 องศา จงหาความสูงของดึกกับเสาธงต่างกันเท่าใด

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ.....

อัตราส่วนตรีโกณมิติที่ใช้ .....

วิธีการแก้ปัญหา .....

.....  
 .....

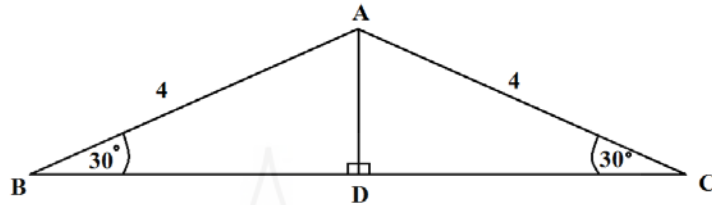
**ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ**

.....  
 .....

**เฉลยใบงานที่ 9.1 “อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้”**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งมีด้านประกอบมุมยอดยาวด้านละ 4 หน่วย และมีมุมที่ฐานขนาด  $30^\circ$  สามเหลี่ยมรูปนี้มีพื้นที่เท่าใด



$$\sin 30^\circ = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\overline{AD}}{4}$$

$$\overline{AD} = 2$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}}$$

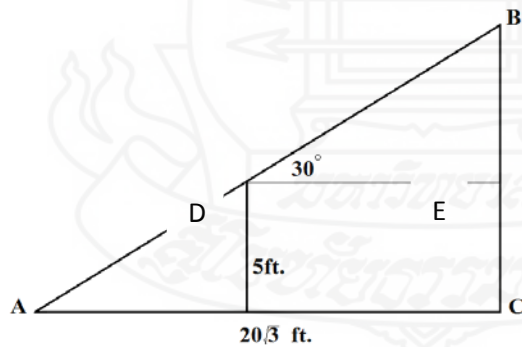
$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\overline{BD}}{4}$$

$$\overline{BD} = \frac{4\sqrt{3}}{2}, 2\sqrt{3}$$

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมนี้ได้จาก  $\frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{BC}$  ( $\overline{BC} = 2\overline{BD}$ )

จะได้  $\frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3}$  หรือประมาณ 6.92 ตารางหน่วย

2. ไฟฟ้าสูง 5 ฟุต ยืนอยู่ห่างจากเสาตรงต้นหนึ่งพบว่าเงาของตัวเองกับเงาของยอดเสาตรง อยู่ในตำแหน่งเดียวกันพอดี และเมื่อเหลียวมองไปที่ยอดเสาตรงพบว่าเป็นมุมเฉย  $30^\circ$  และวัดเงาของเสาตรงได้ยาว  $20\sqrt{3}$  ฟุต อยากทราบว่าเสาตรงต้นนี้สูงเท่าใด



ให้ BC เป็นความสูงของเสาตรง

ให้ AC เป็นความยาวของเงาเสาตรงยาว  $20\sqrt{3}$  ฟุต

เนื่องจาก  $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$  ดังนั้น  $\hat{A} = 30^\circ$

$$\text{จะได้ } \tan 30^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\overline{BC}}{20\sqrt{3}}$$

$$\overline{BC} = \frac{20\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

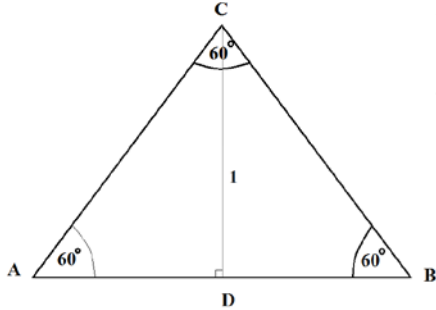
$$\overline{BC} = 20$$

เสาตรงสูง 20 ฟุต

เฉลยใบงานที่ 9.2 “อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้”

คำชี้แจง ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. ถ้ารูปสามเหลี่ยมด้านเท่า รูปหนึ่งมีความสูง 1 หน่วย แล้วความยาวเส้นรอบรูปของสามเหลี่ยมรูปนี้จะเป็นเท่าใด



สามเหลี่ยมด้านเท่าจะมีมุมภายในขนาด  $60^\circ$  เท่ากันทุกมุม

ดังนั้น

$$\sin 60^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}}$$

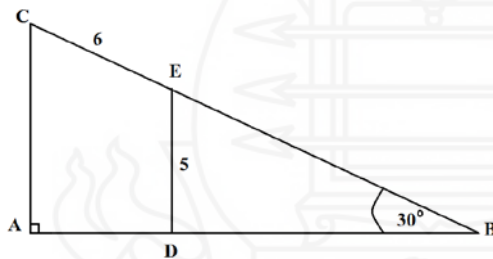
$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{\overline{AC}}$$

$$\overline{AC} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

ความยาวรอบรูปเท่ากับ  $\frac{2}{\sqrt{3}}(3) = \frac{6}{\sqrt{3}}$

หรือ  $\frac{6}{\sqrt{3}} \left( \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right) = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$  ประมาณ 3.46 หน่วย

2. กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยม โดยมีมุม A เป็นมุมฉาก และมีมุม B =  $30^\circ$  องศา ถ้า D และ E เป็นจุดบนด้าน AB และ BC ตามลำดับ ซึ่งทำให้ DE ขนานกับ AC โดยที่ DE ยาว 5 หน่วย และ EC ยาว 6 หน่วย แล้ว AC ยาวเท่าใด



จากรูปข้างแรกหาความยาวด้าน EB จะ  
ได้

$$\sin 30^\circ = \frac{\overline{ED}}{\overline{EB}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{\overline{EB}}$$

$$\overline{EB} = 10$$

ดังนั้น  $\overline{BC} = \overline{CE} + \overline{BE}$ ,  $\overline{BC} = 16$

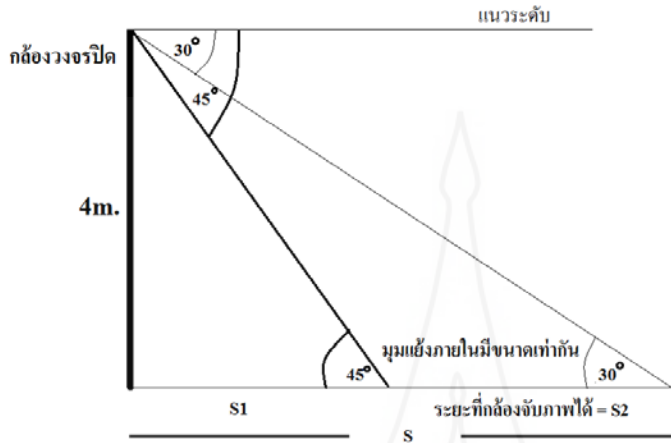
เมื่อได้ความยาวของ  $\overline{CB}$  หาความยาวของ  $\overline{CA}$

จะได้  $\sin 30^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{CB}}$

$$\frac{1}{2} = \frac{\overline{AC}}{16}$$

$$\overline{AC} = 8$$

3. กล้องวงจรปิดซึ่งถูกติดตั้งอยู่สูงจากพื้นถนน 4 เมตร สามารถจับภาพได้ต่ำที่สุดที่มุมก้ม 45 องศา และสูงสุดที่มุมก้ม 30 องศา ระยะทางบนพื้นถนนในแนวกล้องที่กล้องนี้ สามารถจับภาพได้คือประมาณเท่าใด



จากภาพขั้นแรกหาความยาวของ S ดังนี้

$$S = \tan 30^\circ = \frac{4}{S}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4}{S}$$

$$S = 4\sqrt{3}$$

หรือ  $S \approx 4(1.73)$

$$S \approx 6.92$$

ขั้นตอนต่อมาหาความยาวของ S1 ดังนี้

$$S1 = \tan 45^\circ = \frac{4}{S1}$$

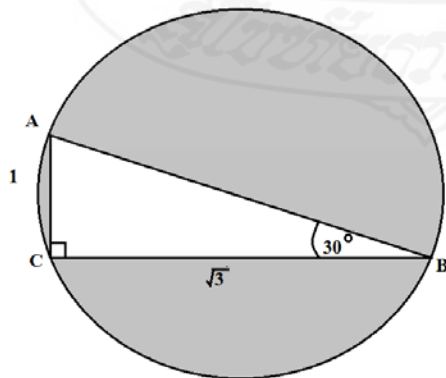
$$1 = \frac{4}{S1}$$

$$S1 = 4$$

ดังนั้นระยะที่กล้องจับภาพได้ S2 ได้จาก  $S - S1$

$$6.92 - 4 = 2.92$$

4. กำหนดให้  $\hat{ACB}$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมี C เป็นมุมฉาก ซึ่งอยู่ในวงกลมวงหนึ่ง โดยที่ จุดยอดทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมอยู่บนเส้นรอบวง โดย  $\tan B = \frac{1}{\sqrt{3}}$  และ กำหนดให้ ด้าน BC ยาว 4 หน่วย จงหาพื้นที่ที่ที่เหลือภายในวงกลมโดยประมาณ



จากโจทย์ จุด ABC อยู่บนเส้นรอบวง ดังนั้นจะได้  $\overline{AB}$

เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง ดังนั้น  $r = \frac{\overline{AB}}{2}$

และ  $\tan B = \frac{1}{\sqrt{3}}$  แสดงว่า  $B = 30^\circ$

ดังนั้น  $\overline{AB} = \sin 30^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{\overline{AB}}$$

$$\overline{AB} = 2 \text{ จะได้ } r = 1$$

พื้นที่ของส่วนที่แรเงาได้จาก = พื้นที่ของวงกลม - พื้นที่ของ  $\triangle ACB$

$$\text{พื้นที่วงกลม} = \pi r^2$$

$$= 3.14 \times 1 \times 1$$

$$= 3.14$$

$$\text{พื้นที่ } \triangle ACB = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AC}$$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 1$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\approx \frac{1.73}{2}$$

$$\approx 0.865$$

พื้นที่ส่วนที่แรเงา(ส่วนที่เหลือ) ประมาณ  $3.14 - 0.865$

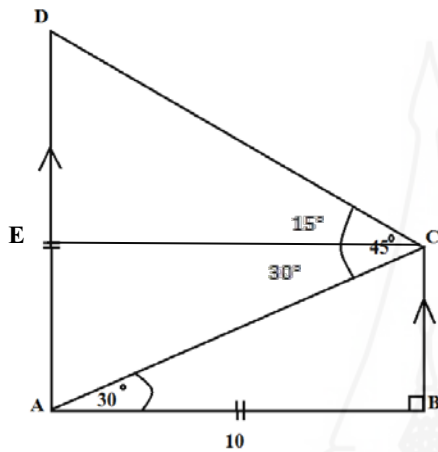
$$\approx 2.275 \text{ ตารางหน่วย}$$



เฉลยใบงานที่ 9.3 “อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้”

คำชี้แจง ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

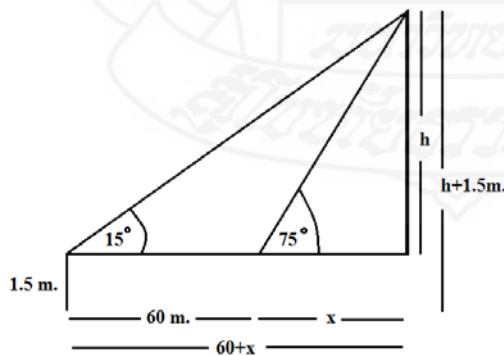
1. จากรูปจงหาความยาวของด้าน  $\overline{DC}$



ถ้านักเรียนลากเส้นตรง  $\overline{CE}$  ขนานกับ  $\overline{AB}$  ดัง  
จะได้มุม  $c$  ขนาด  $30^\circ$  เนื่องจากเป็นมุมแย้ง  
และมุม  $c$  อีกมุมที่ถูกแบ่งจะเหลือขนาด  $15^\circ$

$$\begin{aligned}\cos 15^\circ &= \frac{\overline{CE}}{\overline{DC}} \\ 0.9659 &= \frac{10}{\overline{DC}} \\ \overline{DC} &= \frac{10}{0.9659} \\ \overline{DC} &\approx 10.35\end{aligned}$$

1. น้ำตาลขึ้นอยู่บนสนามแห่งหนึ่ง มองเห็นยอดเสาธงเป็นมุมเงย  $15^\circ$  องศา แต่เมื่อเดินตรงเข้าไปหาเสาธงอีก 60 เมตร เขามองเห็นยอดเสาธงเป็นมุมเงย  $75^\circ$  องศา ถ้าน้ำตาลสูง 150 เซนติเมตร จงประมาณความสูงของเสาธง (ตอบเป็นทศนิยม 2 ตำแหน่ง)



$$\text{ให้ } h_1 = \tan 15^\circ = \frac{h_1}{60+x}$$

$$0.2679 = \frac{h_1}{60+x}$$

$$16.074 + 0.2679x = h_1$$

$$\text{ให้ } h_2 = \tan 75^\circ = \frac{h_2}{x}$$

$$3.732 = \frac{h_2}{x}$$

$$h_2 = 3.732x$$

$$\text{ให้ } h_1 = h_2$$

$$16.074 + 0.2679x = 3.732x$$

$$16.074 = 3.4641x$$

$$\frac{16.074}{3.4641} = x$$

$$x \approx 4.64$$

หา  $h$  จาก

$$\tan 75^\circ = \frac{h}{4.64}$$

$$3.732 = \frac{h}{4.64}$$

$$h \approx 17.31$$

ความสูงเสาธงจะได้

$$h \approx 17.31 + 1.5$$

$$h \approx 18.81$$

เสาธงสูงประมาณ 18.81 เมตร **คำตอบ**

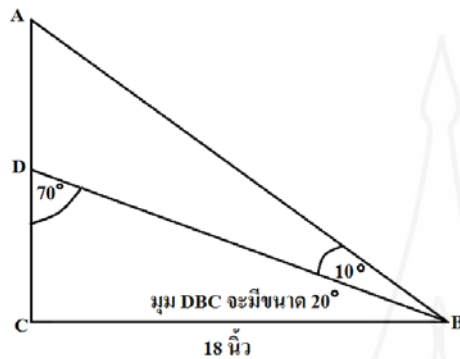




### เฉลยใบงานที่ 9.4 “อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้”

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. กำหนดให้  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยม โดยมี  $C$  เป็นมุมฉาก และด้าน  $\overline{BC}$  ยาว 18 นิ้ว ถ้า  $D$  เป็นจุดบนด้าน  $\overline{AC}$  โดยที่  $\hat{BDC} = 70^\circ$  และ  $\hat{ABD} = 10^\circ$  แล้วด้าน  $\overline{AB}$  ยาวเท่าใด



แสดงว่า  $\hat{ABC} = 30^\circ$

ดังนั้น  $\overline{AB}$  หาได้จาก  $\cos 30^\circ = \frac{\overline{CB}}{\overline{AB}}$

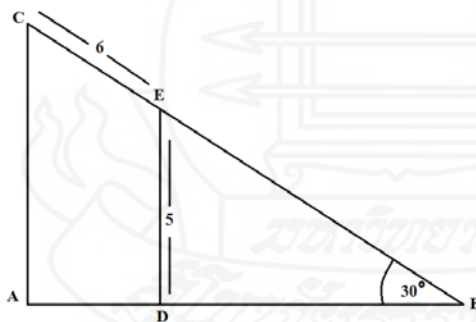
$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{18}{\overline{AB}}$$

$$\overline{AB} \frac{\sqrt{3}}{2} = 18$$

$$\overline{AB} = 18 \frac{(2)}{\sqrt{3}}$$

$$\overline{AB} \approx 20.8$$

2. กำหนดให้  $\triangle ABC$  เป็นสามเหลี่ยมซึ่งมุม  $A$  เป็นมุมฉาก และมีมุม  $B = 30^\circ$  ถ้า  $D$  และ  $E$  เป็นจุดบนด้าน  $\overline{AB}$  และ  $\overline{BC}$  ตามลำดับ ซึ่งทำให้  $\overline{DE}$  ขนานกับ  $\overline{AC}$  โดยที่  $\overline{DE}$  ยาว 5 หน่วย และ  $\overline{EC}$  ยาว 6 หน่วยแล้ว  $\overline{AC}$  ยาวเท่าใด



ขั้นแรกหาความยาวด้าน  $\overline{EB}$  ดังนี้

$$\sin 30^\circ = \frac{5}{\overline{EB}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{\overline{EB}}$$

$$\overline{EB} = 10$$

ดังนั้น  $\overline{CB} = \overline{CE} + \overline{EB}$

$$\overline{CB} = 6 + 10, \overline{CB} = 16$$

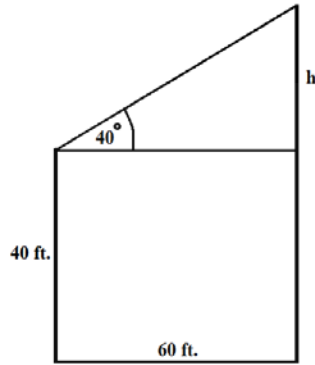
หาความยาวของ  $\overline{AC}$  ได้จาก

$$\sin 30^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{CB}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\overline{AC}}{16}$$

$$\overline{AC} = 8$$

3. ดึกสองหลังที่มีหลังคาเรียบตั้งอยู่ห่างกัน 60 ฟุต จากหลังคาของดึกที่เตี้ยกว่าซึ่งสูง 40 ฟุต มุมที่วัดจากหลังคาของดึกที่เตี้ยกว่าไปยังหลังของดึกที่สูงกว่ามีขนาด  $40^\circ$  ดึกที่สูงกว่าจะมีความสูงเท่ากับกี่ฟุต



ขั้นตอนแรกหาความสูงของ  $h$  ได้จาก

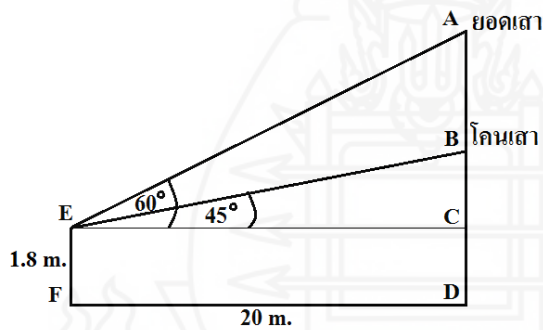
$$\tan 40^\circ = \frac{h}{60}$$

$$0.8391 = \frac{h}{60}$$

$$h = 50.346$$

ดึกที่สูงกว่ามีความสูง  $50.346 + 40 = 90.346$  ฟุต

4. ชายคนหนึ่งสูง 180 เซนติเมตร ยืนห่างจากดึก 20 เมตร เห็นโคนต้นเสาธงปักอยู่บนยอดดึก เป็นมุมเงย  $45^\circ$  องศา และเห็นปลายเสาธงในมุมเงย  $60^\circ$  องศา จงหาความสูงของดึกกับเสาธงต่างกันเท่าใด



ขั้นแรกหาความสูงของดึกได้จาก

$$\tan 45^\circ = \frac{\overline{BC}}{20}$$

$$1 = \frac{\overline{BC}}{20}$$

$$\overline{BC} = 20$$

ความสูงของดึกได้จาก  $\overline{BC} + \overline{EF}$

$$20 + 1.8 = 21.8 \text{ เมตร}$$

ขั้นที่ 2 หาความสูงของเสาธงได้จาก

$$\tan 60^\circ = \frac{\overline{AC}}{20}$$

$$\sqrt{3} = \frac{\overline{AC}}{20}$$

$$\overline{AC} = 20\sqrt{3}$$

$$\overline{AC} \approx 34.6$$

ขั้นที่ 3 ความสูงเสาธงได้จาก  $\overline{AC} - \overline{BC}$  จะได้

$$34.6 - 20 = 14.6$$

ดังนั้นความสูงของดึกต่างจากเสาธง

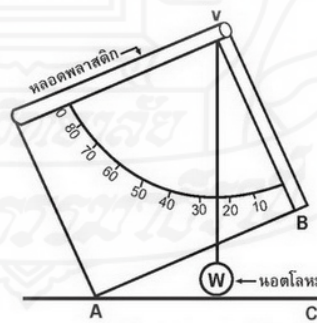
$$21.8 - 14.6 = 7.2 \text{ เมตร}$$

### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน	รหัส ค33101
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5		ภาคเรียนที่ 2
หน่วยการเรียนรู้ อัตราส่วนตรีโกณมิติ		เวลา 12 ชั่วโมง
เรื่อง การสร้างเครื่องมือไคลโนมิเตอร์และการนำไปใช้		เวลา 1 ชั่วโมง

#### 1. สาระสำคัญ

การวัดความสูงของสิ่งต่างๆ ถ้าเราไม่สามารถวัดได้โดยตรงเราสามารถสร้างเครื่องมือช่วยในการวัดหรือคาดคะเนความสูงของสิ่งสิ่งนั้นได้ เครื่องมือที่กล่าวคือ ไคลโนมิเตอร์ (Clinometer) ซึ่งเป็นเครื่องมือที่สามารถผลิตขึ้นเองได้แบบง่ายๆ ใช้สำหรับหาความสูงของวัตถุหรือสิ่งต่างๆ ไคลโนมิเตอร์ประกอบด้วยเส้นโค้งวงกลมที่มีสเกลบอกองศาตั้งแต่ 0 ถึง 90 องศา ช่องมองวัตถุ และเส้นเชือกถ่วงน้ำหนักตั้งรูป วิธีการใช้ ให้ยกไคลโนมิเตอร์ขึ้นมองวัตถุผ่านช่องมองจนเป็นแนวเดียวกันกับปลายวัตถุหรือจุดสูงสุดของวัตถุ จากนั้นเส้นเชือกถ่วงน้ำหนักจะตกลงมาตามแรงโน้มถ่วงของโลก และสัมผัสที่ส่วนโค้งของวงกลม ทำให้เกิดมุม  $\hat{B\hat{V}W}$  ดังรูป ซึ่งขนาดของมุม ซึ่งมุม  $\hat{B\hat{V}W}$  หาได้จากมุมเงยของไคลโนมิเตอร์  $\hat{B\hat{A}C}$  เนื่องจากมุมทั้งสองมีขนาดเท่ากันตามทฤษฎีความสัมพันธ์ของมุม ดังนั้นขนาดของมุมเงย  $\hat{B\hat{V}W}$  หาได้จากการอ่านค่าบนสเกลของไคลโนมิเตอร์ จากนั้นนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ในการคำนวณหาความสูงของวัตถุหรือสิ่งสิ่งนั้นได้เมื่อทราบระยะห่างระหว่างผู้วัดกับวัตถุที่ต้องการวัด



#### 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถสร้างเครื่องมือ
2. นักเรียนสามารถนำเครื่องมือไคลโนมิเตอร์ไปประยุกต์ใช้กับอัตราส่วนตรีโกณมิติเพื่อหาความสูงที่กำหนดได้

#### 3. สาระการเรียนรู้

1. การสร้างเครื่องมือไคลโนมิเตอร์เพื่อประยุกต์ใช้กับอัตราส่วนตรีโกณมิติ

#### 4. กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

##### 1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)

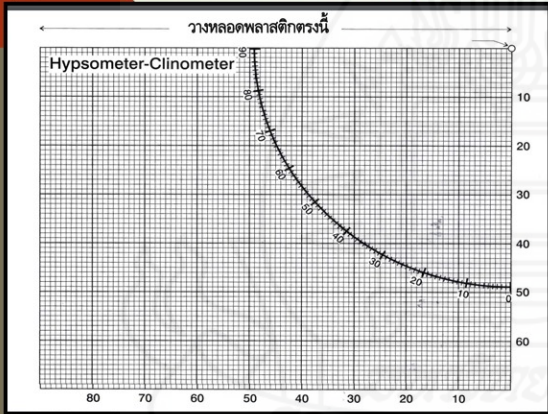
1. ครูสนทนากับนักเรียนว่าเราสามารถสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวัดหรือคาดคะเนความสูง (ไคลโนมิเตอร์) ด้วยอุปกรณ์ที่หาได้ง่ายๆรอบตัวนักเรียนได้แก่ หลอด , เชือก , นี้อต , รูปครึ่งวงกลม Hypsometer –Clinometer (นักเรียนสามารถดาวน์โหลดได้จากเว็บไซต์ของ สสวท.)

2. ครูให้นักเรียนนำอุปกรณ์ขึ้นมา (โดยครูต้องสั่งให้นักเรียนจัดเตรียมเครื่องมือมาล่วงหน้า) เพื่อเตรียมความพร้อมที่จะสร้างเครื่องมือไคลโนมิเตอร์ตามขั้นตอนที่ครูจะนำเสนอในขั้นตอนต่อไป


##### 2. ขั้นถ่ายทอดความรู้ และ 3. ขั้นนำเข้าสู่ตัวอย่าง (ประมาณ 15 นาที)

2.1 ครูอธิบายวิธีการสร้างเครื่องมือไคลโนมิเตอร์ผ่านโปรแกรม Power Point ที่ครูได้เตรียมมาเพื่อให้นักเรียนได้ศึกษา และทำตามทีละขั้นตอนและสาธิตวิธีการใช้เครื่องมือให้นักเรียนดูเป็นตัวอย่าง


อุปกรณ์การทำ ไคลโนมิเตอร์




กระดาษ Hypsometer-Clinometer จาก เว็บไซต์ สสวท.



นี้อต ตะปูเกลียวที่มีน้ำหนัก




หลอด



กระดาษกล่องหรือลัง



เชือก หรือไหมพรม



อุปกรณ์หาได้ไม่ยากเลย  
ใช่ไหมครับ



### วิธีทำไคลโนมิเตอร์

1. นำกระดาษHypsometer-Clinometer ปิดกับกระดาษแข็ง
2. นำหลอดติดลงไปตั้งภาพ
3. เจาะรู แล้วนำเชือก หรือไหมพรมร้อยไว้ แล้วมัดปมหรือติดกระดาษขาวไม่ให้หลุดไว้ ด้านหลัง
4. นำน็อต หรือวัสดุต่างๆที่มีน้ำหนักและขนาดเล็ก

วัสดุก็หาง่าย วิธีทำก็ง่ายจริงๆ ด้วยครับ

### วิธีการใช้งานไคลโนมิเตอร์

1. วัดระยะทางระหว่างจุดที่ยืนกับสิ่งที่จะวัดความสูง
2. เล็งยอดของสิ่งที่จะวัดนั้นผ่านหลอดโดยเงาหลอดขึ้นจนเห็นยอดของสิ่งนั้น
3. ใช้นิ้วที่ถนัดกดเส้นด้ายที่ห้อยลงมาตามแรงโน้มถ่วง เพื่อดูค่าของมุมเงยที่ได้ในตำแหน่งหมายเลข 2 เราจะได้ขนาดของ มุมที่ 1 = มุมที่ 2
4. คำนวณหาความสูงของสิ่งต่างๆนั้นโดยใช้อัตราส่วน  $\tan$  หรือ  $\cot$

อ่านค่ามุมเงย(Altitude) จากตำแหน่งเส้นด้าย

#### 4. เน้นย้ำความเข้าใจ (ประมาณ 20 นาที)

1. นักเรียนฝึกใช้เครื่องมือเล็งยอดของสิ่งต่างๆ การหาตำแหน่งยื่นห่างจากสิ่งที่จะวัดความสูง และฝึกอ่านค่าของมุมที่ได้จากเครื่องมือ ไคล โนมิเตอร์ (10 – 15 นาที)

#### 5. ชั้นสรุป (5 นาที)

1. ครูสรุปให้นักเรียนฟังว่าหลักการในการใช้เครื่องมือ ไคล โนมิเตอร์คือนักเรียนจะต้องหาตำแหน่งยื่นให้ห่างจากสิ่งที่จะวัดระยะหนึ่งและเล็งยอดวัตถุหรือสิ่งที่ต้องการวัดความสูง ผ่านช่องมอง(หลอด)โดยยกหลอดขึ้น จะเกิดมุมเงยซึ่งมุมเงยนี้มีขนาดเท่ากับมุมที่เกิดจากเชือกที่ติดกับวัตถุที่ใช้ถ่วงน้ำหนัก(ตั้งรูป)นั่นเองซึ่งจะทำให้เราทราบขนาดของมุมเงยจากระดับสายตากับยอดของวัตถุหรือสิ่งต่าง ๆ นั้น และเมื่อนักเรียนทราบระยะห่างระหว่างนักเรียนกับวัตถุหรือสิ่งต่าง ๆ นั้นนักเรียนสามารถใช้อัตราส่วน  $\tan$  หรือ  $\cot$  ในการคำนวณหาความสูงที่เราต้องการได้นั่นเอง

#### 6. ชั้นวัดผลประเมินผล

1. ครูให้นักเรียนกลับไปทำใบงานที่ 10 “การใช้เครื่องมือ ไคล โนมิเตอร์วัดความสูง” เป็นแบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่บ้านแล้วให้นำมาส่งตามวันที่ครูนัดหมายก่อนถึงชั่วโมงเรียนถัดไป

#### 5. สื่อ / อุปกรณ์ ประกอบการเรียนรู้

- 5.1 ใบงานที่ 10 “การใช้เครื่องมือในการคำนวณหาความสูงของสิ่งต่างๆ ”
- 5.2 โปรแกรม Power Point “การสร้างเครื่องมือ ไคล โนมิเตอร์”

#### 6. เกณฑ์การวัดผลประเมินผล

##### 6.1 ครูตรวจใบงาน

เกณฑ์การประเมินใบงานที่ 10 “การใช้เครื่องมือในการคำนวณหาความสูงของสิ่งต่างๆ ” จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน

- |         |   |
|---------|---|
| 5 คะแนน | นักเรียนหาคำตอบ แสดงวิธีการหาคำตอบชัดเจน และเขียนคำตอบได้ถูกต้องโดยนำมาความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้พร้อมอธิบายเหตุผลที่ใช้วิธีการนั้น ได้ชัดเจน |
| 4 คะแนน | นักเรียนหาคำตอบ แสดงวิธีการหาคำตอบ และเขียนคำตอบได้ถูกต้องโดยนำมาความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้   |
| 3 คะแนน | นักเรียนหาคำตอบ และเขียนคำตอบได้ถูกต้องโดยนำมาความรู้ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ได้   |

- 2 คะแนน นักเรียนแสดงวิธีคิด และการหาคำตอบ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง(ครูสามารถตรวจสอบขั้นตอนที่ผิดได้)
  - 1 คะแนน นักเรียนเขียนคำตอบ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง (ครูไม่สามารถตรวจสอบขั้นตอนที่ผิดได้)
  - 0 คะแนน นักเรียนไม่ทำแบบฝึกหัด
- นักเรียนต้องได้คะแนน 7 คะแนน ขึ้น ไปถึงผ่านเกณฑ์การประเมินใบงานที่ 10

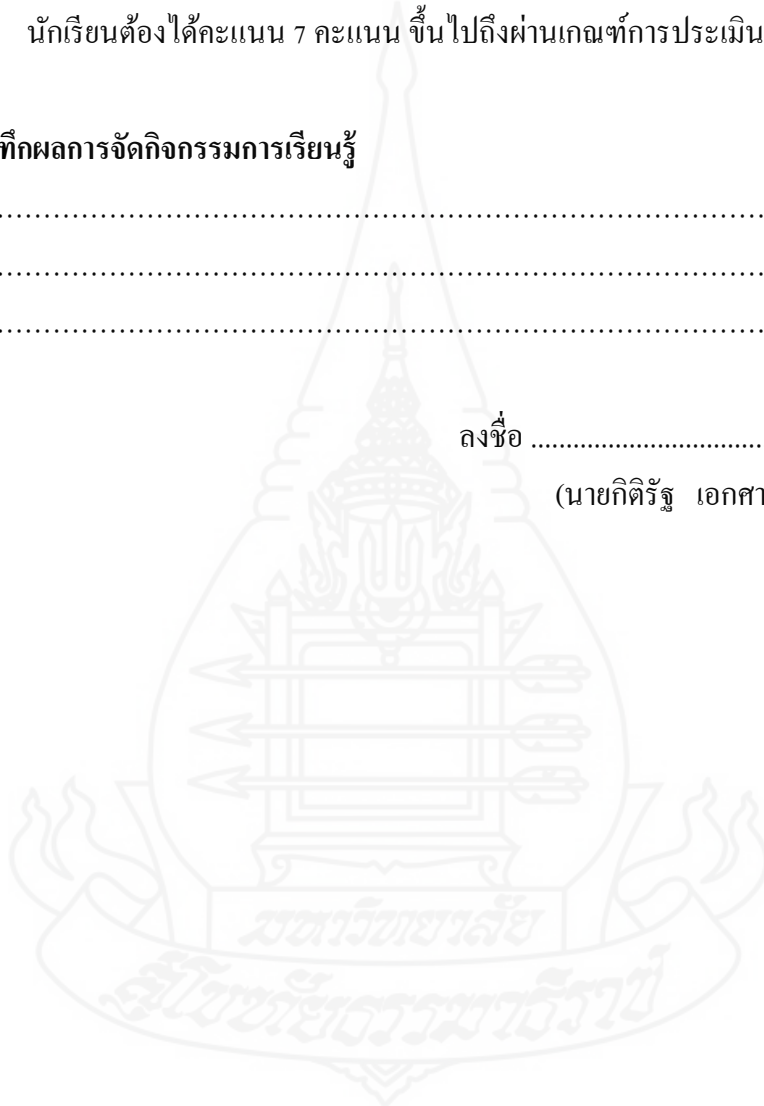
7. บันทึกผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

.....

.....

.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน  
(นายกิติรัฐ เอกศาสตร์)



**ใบงานที่ 10 “การใช้เครื่องมือในการคำนวณหาความสูงของสิ่งต่างๆ”**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนใช้เครื่องมือไคลโนมิเตอร์วัดความสูงของสิ่งที่น่าสนใจ และบันทึกผลลงในแบบบันทึกผลต่อไปนี้

1. สิ่งที่ทำการวัดความสูง .....
- รูปภาพประกอบ



1. ระยะห่างระหว่างนักเรียนกับสิ่งที่ทำการวัด

.....

เครื่องมือที่ใช้ในการวัดระยะห่างของนักเรียนกับสิ่งที่ทำการวัดความสูง

.....

ขนาดของมุมที่ได้จากการใช้เครื่องมือไคลโนมิเตอร์

.....

ความสูงของสิ่งที่น่าสนใจที่ทำการวัด (แสดงวิธีหาคำตอบ)

.....

.....

.....

.....

.....

.....



## ประวัติผู้ศึกษา

ชื่อ	นายกิติรัฐ เอกศาสตร์
วัน เดือน ปีเกิด	20 กรกฎาคม 2517
สถานที่เกิด	อำเภอภูกระดึง จังหวัดเลย
ประวัติการศึกษา	ศึกษาศาสตรบัณฑิต (การประถมศึกษา) มหาวิทยาลัยขอนแก่น พ.ศ. 2541
สถานที่ทำงาน	โรงเรียนสุรธรรมพิทักษ์ จังหวัดนครราชสีมา
ตำแหน่ง	ครู วิทยฐานะครูชำนาญการ

