

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้สื่อประสม เรื่องความรู้  
เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4  
โรงเรียนธรรมศาสตร์คลองหลวงวิทยาคม  
จังหวัดปทุมธานี

นายธีรพงษ์ ดอกดี

การศึกษาค้นคว้าอิสระนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต  
แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช

พ.ศ. 2557

**The Effects of Mathematics Learning Activities Using Multi-Media in  
the Topic of Fundamental Analytical Geometry on Mathematics  
Learning Achievement of Mathayom Suksa IV Students at  
Thammasart Khlongluang Wittayakom School  
in Pathum Thani Province**

**Mr. Teerapong Dokdee**

An Independent Study Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for  
the Degree of Master of Education in Curriculum and Instruction

School of Educational Studies

Sukhothai Thammathirat Open University

2014

หัวข้อการศึกษาค้นคว้าอิสระ ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้สื่อประสม เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ที่มีต่อ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4 โรงเรียนธรรมศาสตร์คลองหลวงวิทยาคม จังหวัดปทุมธานี

ชื่อและนามสกุล นายธีรพงษ์ ดอกดี

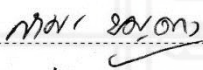
แขนงวิชา หลักสูตรและการสอน

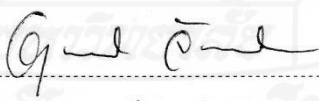
สาขาวิชา ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช


อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร. สาคร บุญดาว

การศึกษาค้นคว้าอิสระนี้ ได้รับความเห็นชอบให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา ตามหลักสูตรระดับปริญญาโท เมื่อวันที่ 4 พฤศจิกายน 2557

คณะกรรมการสอบการศึกษาค้นคว้าอิสระ

  
..... ประธานกรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร. สาคร บุญดาว)

  
..... กรรมการ  
(รองศาสตราจารย์อุษาวดี จันทร์สนธิ)

  
.....  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อรรณพ จินะวัฒน์)  
ประธานกรรมการประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์

**ชื่อการศึกษา** คำนวณไอสระ ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้สื่อประสม เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนธรรมศาสตร์คลองหลวงวิทยาคม จังหวัดปทุมธานี

**ผู้ศึกษา** นายธีรพงษ์ ดอกดี รหัสนักศึกษา 2542100249

**ปริญญา** ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (หลักสูตรและการสอน)

**อาจารย์ที่ปรึกษา** รองศาสตราจารย์ ดร. สาคร บุญดาว ปีการศึกษา 2557

### บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ (1) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนธรรมศาสตร์คลองหลวงวิทยาคม จังหวัดปทุมธานี ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้สื่อประสม และ (2) ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนดังกล่าวที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้สื่อประสม

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 35 คน ใน 1 ห้องเรียนของโรงเรียนธรรมศาสตร์คลองหลวงวิทยาคม จังหวัดปทุมธานี ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 ซึ่งได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย (1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ โดยใช้สื่อประสม (2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ และ (3) แบบสอบถามความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้สื่อประสม สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที

ผลการวิจัยปรากฏว่า (1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนธรรมศาสตร์คลองหลวงวิทยาคม หลังการเรียนรู้จากกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้สื่อประสม สูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดังกล่าวก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ (2) นักเรียนดังกล่าวมีความพึงพอใจโดยรวมต่อกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้สื่อประสม อยู่ในระดับมาก

**คำสำคัญ** กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สื่อประสม ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ความพึงพอใจ มัธยมศึกษา



**Independent Study title:** The Effects of Mathematics Learning Activities Using Multi-Media in the Topic of Fundamental Analytical Geometry on Mathematics Learning Achievement of Mathayom Suksa IV Students at Thammasart Khlongluang Wittayakom School in Pathum Thani Province

**Author:** Mr. Teerapong Dokdee; **ID:** 2542100249;

**Degree:** Master of Education (Curriculum and Instruction);

**Independent Study advisor:** Dr. Sakorn Boondao, Associate Professor;

**Academic year:** 2014

### Abstract

The purposes of this research were (1) to compare mathematics learning achievements in the topic of Fundamental Analytical Geometry of Mathayom Suksa IV students at Thammasart Khlongluang Wittayakom School in Pathum Thani province before and after undertaking learning activities using multi-media; and (2) to study the students' satisfaction with mathematics learning activities using multi-media.

The sample consisted of 35 Mathayom Suksa IV students in an intact classroom of Thammasart Khlongluang Wittayakom School in Pathum Thani province during the second semester of academic year 2013, obtained by cluster sampling. The employed research instruments comprised (1) learning activities management plans with the use of multi-media in the topic of Fundamental Analytical Geometry; (2) a learning achievement test on the topic of Fundamental Analytical Geometry; and (3) a questionnaire on student's satisfaction with mathematics learning activities using multi-media. Statistics used in data analysis were the percentage, mean, standard deviation, and t-test.

The research findings showed that (1) the post-learning mathematics achievement in the topic of Fundamental Analytical Geometry of Mathayom Suksa IV students at Thammasart Khlongluang Wittayakom School was significantly higher than their pre-learning counterpart achievement at the .05 level; and (2) the students' overall satisfaction with mathematics learning activities using multi-media was at the high level.

**Keywords:** Mathematics learning activities, Multi-media, Learning achievement, Fundamental Analytical Geometry, Satisfaction, Mathayom Suksa

## กิตติกรรมประกาศ

การทำการศึกษาค้นคว้าอิสระฉบับนี้ สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความสำเร็จเป็นอย่างยิ่งจากรองศาสตราจารย์ ดร. ศาคร บุญดาว สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช ที่ได้ให้ความกรุณาให้คำแนะนำและติดตามการทำการศึกษาค้นคว้าอิสระครั้งนี้อย่างใกล้ชิดตลอดมา นับตั้งแต่เริ่มต้นจนกระทั่งสำเร็จเรียบร้อยสมบูรณ์ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาของท่านเป็นอย่างยิ่ง

ขอขอบพระคุณ คุณครูศรีวรินทร์ ทองย่น ครูกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ โรงเรียนปทุมวิไล จังหวัดปทุมธานี ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ และขอขอบพระคุณคณะอาจารย์ในกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ โรงเรียนธรรมศาสตร์คลองหลวงวิทยาคมทุกท่าน ที่เสียสละเวลาและให้ความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล

นอกจากนี้ ผู้วิจัยขอขอบพระคุณคณาจารย์สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราชทุกท่าน เพื่อนนักศึกษา และผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องในการทำการศึกษาค้นคว้าอิสระครั้งนี้ทุกท่าน ที่ได้กรุณาให้การสนับสนุน ช่วยเหลือ และให้กำลังใจตลอดมา

ธีรพงษ์ ดอกดี

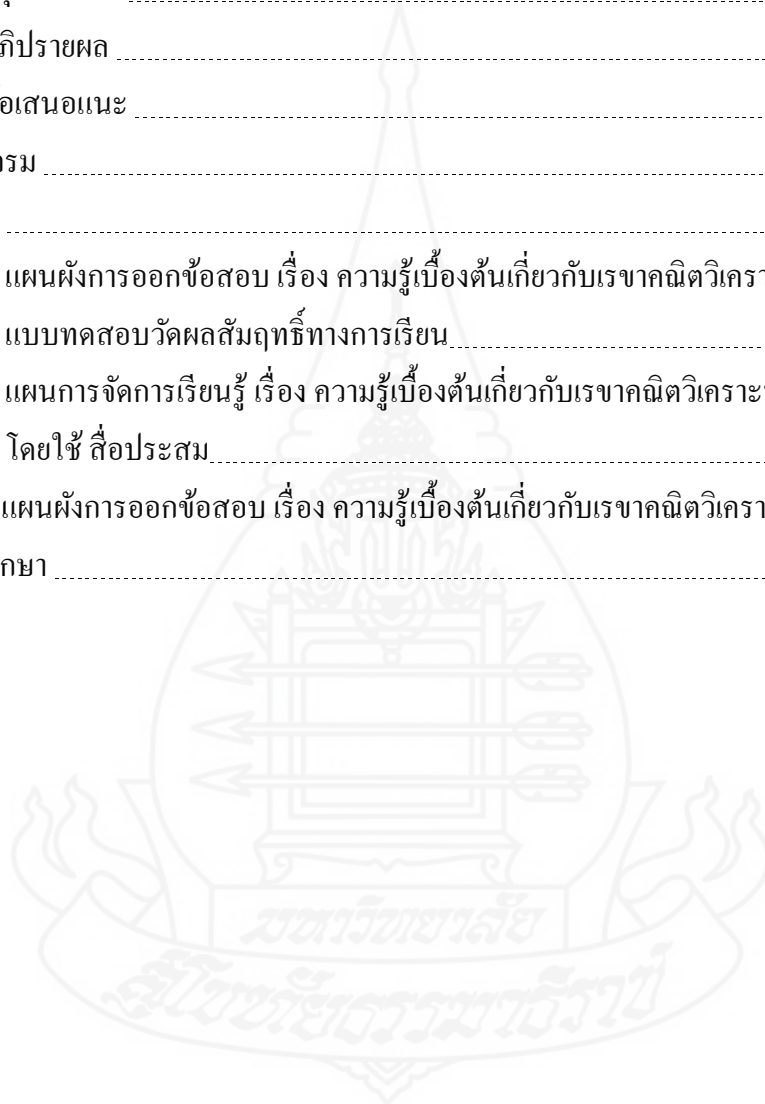
ตุลาคม 2557

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย .....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .....	จ
กิตติกรรมประกาศ .....	ฉ
สารบัญตาราง .....	ฅ
บทที่ 1 บทนำ .....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา .....	1
วัตถุประสงค์การวิจัย .....	4
สมมติฐานการวิจัย .....	5
ขอบเขตของการศึกษา .....	5
นิยามศัพท์เฉพาะ .....	6
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ .....	6
บทที่ 2 วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง .....	7
แนวคิดเกี่ยวกับการใช้สื่อประสมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ .....	7
การใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ .....	16
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ .....	21
ความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้สื่อประสม .....	25
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	32
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย .....	37
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง .....	37
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย .....	37
การเก็บรวบรวมข้อมูล .....	40
การวิเคราะห์ข้อมูล .....	41
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล .....	42
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยสถิติบรรยาย ของตัวแปรผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน .....	42
การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังการจัดกิจกรรม .....	43
การวิเคราะห์ข้อมูลตัวแปรความพึงพอใจ .....	44

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 5 สรุปการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ .....	47
สรุปการวิจัย .....	47
อภิปรายผล .....	48
ข้อเสนอแนะ .....	50
บรรณานุกรม .....	52
ภาคผนวก .....	58
ก แผนผังการออกข้อสอบ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์.....	59
ข แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	62
ค แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ โดยใช้ สื่อประสม.....	69
ง แผนผังการออกข้อสอบ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์.....	186
ประวัติผู้ศึกษา .....	189



สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 4.1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยสถิติบรรยาย ของตัวแปรผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน .....	43
ตารางที่ 4.2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ก่อนและหลัง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้สื่อประสม เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับ เรขาคณิตวิเคราะห์ .....	43
ตารางที่ 4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลตัวแปรความพึงพอใจ ที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้สื่อประสม สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับ เรขาคณิตวิเคราะห์ .....	45



# บทที่ 1

## บทนำ

### 1. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม การจัดการเรียนรู้ต้องเริ่มต้นจากการนำเสนอปัญหาที่น่าสนใจ และเหมาะสมกับวัย ให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้แก้ปัญหา เปิดโอกาสให้ผู้เรียนนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระภายใต้การให้คำปรึกษาแนะนำของผู้สอน การจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนมีโอกาสตั้งปัญหาขึ้นเองโดยมีโครงสร้างปัญหาคือคล้ายกับปัญหาเดิมที่ผู้เรียนมีประสบการณ์ จะช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจและเป็นการส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 คาดหวังว่าผู้เรียนเมื่อได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทางที่เสนอแนะไว้ จะส่งผลให้ผู้เรียนมีคุณลักษณะที่มีศักยภาพและความสามารถที่จะพัฒนาตนเองในด้านคณิตศาสตร์ ให้ไปสู่ความสำเร็จได้ (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา 2548: 6)

การจัดการเรียนการสอนที่ช่วยดึงดูดความสนใจของนักเรียนและสนองต่อความแตกต่างระหว่างบุคคล จึงจำเป็นต้องใช้สื่อการเรียนการสอน ซึ่งเป็นองค์ประกอบหนึ่งที่จะนำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (กิดานันท์ มลิทอง 2548: 12) สื่อการเรียนการสอนควรมีความหลากหลายทั้งสื่อธรรมชาติ สื่อสิ่งพิมพ์ สื่อเทคโนโลยีและสื่ออื่นๆ ซึ่งจะช่วยให้การเรียนการสอนเป็นไปอย่างมีคุณค่า น่าสนใจ ชวนคิด ชวนติดตาม เข้าใจได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น รวมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้แจ่มแจ้ง และช่วยให้นักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันบรรลุจุดประสงค์ในการเรียน ช่วยประหยัดเวลาในการสอน ช่วยให้นักเรียนเรียนรู้จากสิ่งที่เป็นรูปธรรม ไปสู่นามธรรม ทำให้นักเรียนเข้าใจอย่างลึกซึ้ง และคงทน นอกจากนี้สื่อการเรียนการสอนยังช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และสร้างเจตคติที่ดีต่อนักเรียน

การนำสื่อการสอนหลายชนิดมาประสมกันย่อมก่อให้เกิดผลดีต่อการเรียนการสอน และช่วยทำให้ผู้เรียนเกิดประสบการณ์หลายๆอย่างขึ้นพร้อมกัน ดังที่ สุแพรวพรรณ ตันติพลาผล (2527: 14) กล่าวว่า สื่อการเรียนการสอนเพียงชนิดใดชนิดหนึ่งอาจไม่ทำให้บรรลุจุดประสงค์เท่าที่ควร ดังนั้นจึงจำเป็นต้องนำสื่อการเรียนการสอนหลายๆชนิดมาใช้ร่วมกันอย่างมีระบบ มี

ความสัมพันธ์และส่งเสริมซึ่งกันและกัน เพื่อให้การเรียนรู้เกิดประสิทธิภาพสูงสุดซึ่งสอดคล้องกับที่ ชัยขงศ์ พรหมวงศ์ และคณะ (2521: 100) กล่าวว่า การใช้สื่อการเรียนการสอนหลายๆชนิด ในรูปสื่อ ประสม จะให้ผลดีกว่าใช้สื่อการเรียนการสอนอย่างใดอย่างหนึ่งแต่เพียงอย่างเดียว แต่ในการนำสื่อ การเรียนการสอนมาใช้นั้น ก็จะต้องเลือกให้เหมาะสมกับเนื้อหาและวิธีสอนตลอดจนเหมาะสมกับ ความสามารถของผู้เรียน ทักษะการใช้สื่อของครูผู้สอนและความคุ้มค่าของสื่อ ดังที่ วิระ ไทยพานิช (2528: 51) กล่าวว่า ครูจะต้องรู้จักผู้เรียนของท่านเพื่อเลือกสื่อที่ดีที่สุดเพื่อจะได้บรรลุจุดมุ่งหมาย ข้อมูลพื้นฐานเกี่ยวกับผู้เรียนจะเป็นตัวช่วยอย่างดีในการเลือกสื่อ ตลอดจนวิธีการในการสอนให้เข้า กับลักษณะและความสามารถของผู้เรียน

ปัจจุบันรูปแบบการใช้สื่อประสมในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีอย่าง หลากหลาย แต่ที่นิยมกันมากคือ การใช้คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือในการเรียนการสอน คอมพิวเตอร์เป็นสิ่งสำคัญและมีผลต่อการยกระดับความรู้ของนักเรียน การเรียนการสอนผ่าน จอภาพที่มุ่งให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กับคอมพิวเตอร์ สามารถเพิ่มแรงจูงใจในการเรียน เพราะมีการ ใช้สีภาพ ลายเส้น เสียงดนตรี คอมพิวเตอร์สามารถทำงานได้รวดเร็ว มีหน่วยความจำที่เก็บข้อมูลได้ มาก ข้อมูลที่ใดถูกต้องแม่นยำ จึงมีการนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในการเรียนการสอนมากยิ่งขึ้น (กิดานันท์ มลิทอง 2543: 240) ซึ่งสอดคล้องกับ วรรณวิภา สุทธิเกียรติ (2542: 46-48) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของการนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์มาใช้ในการเรียนการสอนเรขาคณิตว่า “โปรแกรม คอมพิวเตอร์สามารถปรับเปลี่ยนรูปแบบได้ตามความต้องการ จึงดีกว่าการใช้กระดาษและดินสอ ด้านการเรียนก็ช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนรู้บทสนทนาทางเรขาคณิตและนำไปประยุกต์ใช้ได้ ทำให้ เป็นผู้มีศักยภาพในการแก้ปัญหาและมีจินตนาการทางเรขาคณิต” ส่วนการแปลงทางเรขาคณิต ซึ่งเป็นเนื้อหาหนึ่งของเรขาคณิตที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ เช่น ศิลปะ สถาปัตยกรรม ภาพยนตร์ และสุกัญญา ยีภา (2524: 5) ได้กล่าวว่า การแปลงทางเรขาคณิตนี้จะเป็น พื้นฐานในการเรียนเรขาคณิตในระดับสูง เช่นเรขาคณิตวิเคราะห์ รวมทั้งยังนำไปฝึกความสามารถ ในด้านมิติสัมพันธ์บางรูปได้ ซึ่งในความสามารถด้านมิติสัมพันธ์นี้จะนำไปสู่อาชีพทางด้าน วิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี วิศวกรรม รวมทั้งด้านศิลปกรรมด้วย

ด้วยความก้าวหน้าทางเทคโนโลยี มีการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูปสำหรับการ เรียนการสอนเรขาคณิตไว้หลายโปรแกรมที่น่าสนใจคือ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต หรือ The Geometer's Sketchpad (GSP) มีคุณสมบัติใช้งานง่าย ผู้เรียนสามารถสร้างงานสองมิติและสามมิติ พลิก หมุน ยืด หด หรือเลือกรูปในมุมมองต่างๆ ได้อย่างรวดเร็วเป็นที่น่าสนใจ การเปลี่ยนแปลง รูปทำได้ง่าย รวมถึงสามารถวัดขนาดของมุมและความยาวได้อย่างถูกต้องรวดเร็ว นักเรียนสามารถ สร้างรูปและทำซ้ำๆแล้วพิสูจน์ได้หลายครั้งโดยไม่เสียเวลามาก ทำให้เนื้อหาเรื่องการแปลงทาง



เรขาคณิต จากนามธรรมมองเห็นเป็นรูปธรรมมากขึ้น นอกจากนี้ยังสามารถช่วยครูในการออกแบบกิจกรรมและสร้างรูปเรขาคณิตในใบงาน แบบฝึกหัดและข้อสอบ ซึ่งที่ผ่านมานับเป็นเรื่องที่ยุ่ยากพอสมควร (ประพนธ์ จำเริญ 2549: 65) ปัจจุบันมีการนำโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตมาใช้ในการเรียนคณิตศาสตร์ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาถึงระดับมัธยมศึกษา และได้รับการสนับสนุนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวง ศึกษาธิการ ทำให้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นที่แพร่หลายในหลายโรงเรียน

หากผู้สอนได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สามารถทำให้ผู้เรียนรู้จากแบบจำลองที่เป็นรูปธรรม และใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยเลือกใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นเครื่องมือการวิจัย เนื่องจากเป็นโปรแกรมที่สามารถทำให้ผู้เรียนเกิดการเชื่อมโยงองค์ความรู้เดิมต่อองค์ความรู้ใหม่ได้ง่ายขึ้น จนสามารถค้นพบความรู้และการสร้างความคิดรวบยอดได้ด้วยตนเอง ครูเป็นผู้กำหนดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนเกิดข้อสงสัยและต้องการค้นคำตอบ เพื่ออธิบายปัญหานั้น

โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเป็นโปรแกรมที่มีคุณสมบัติใช้งานง่าย สามารถที่จะใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ เพราะโปรแกรมดังกล่าวสามารถสร้างรูปกราฟในหลายรูปแบบสามารถคำนวณสมการรูปทั่วไปของกราฟในรูปแบบต่างๆ ได้รวดเร็วถูกต้อง ทั้งยังสามารถสร้างรูปสองมิติบนหน้าจอ แล้วเลื่อนรูปในมุมมองต่างๆ มีการแสดงการเคลื่อนไหวได้ ทำให้เกิดความคิดรวบยอดได้เร็ว เป็นรูปธรรมขึ้น และสามารถเชื่อมโยงไปสู่สถานการณ์ปัญหาต่างๆ ได้ ซึ่งสอดคล้องกับ กิมวัจน์ ธรรมใจ (2548: 1) กล่าวว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นโปรแกรมหนึ่ง ซึ่งครูสามารถนำไปใช้เป็นเครื่องมือเพื่อช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น เนื่องจากโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต สามารถนำเสนอภาพเคลื่อนไหว มาใช้อธิบายเนื้อหาต่างๆ ให้เกิดความเข้าใจได้ง่ายขึ้น ตลอดจนเน้นให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติด้วยตนเองได้จากบทเรียนปฏิบัติการที่สร้างขึ้นสำหรับนำไปใช้ในการสร้างสรรค์ การสำรวจ และการวิเคราะห์เนื้อหาต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ อีกทั้งโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต สามารถสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์ที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสรูปร่างความรู้ใหม่ๆ หรือความคิดรวบยอดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง ซึ่งจะเห็นได้ว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต มีความสำคัญต่อทั้งนักเรียนและครู ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนบรรลุจุดประสงค์ในการเรียนรู้ จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่ครูผู้สอนจะต้องมีการวางแผนการนำโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต มาใช้ให้เหมาะสมกับเนื้อหาและวิธีสอน

ปัญหาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ไม่บรรลุเป้าหมายตามจุดประสงค์ของหลักสูตรนั้น โดยเฉพาะปัญหาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนธรรมศาสตร์คลองหลวงวิทยาคม นั้น พบว่า ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มี

เนื้อหาเป็นนามธรรม ทำให้ยากให้นักเรียนเข้าใจยากถ้าครูไม่ได้อธิบาย อีกทั้งความสัมพันธ์กันอย่างต่อเนื่องของเนื้อหาคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนที่เรียนไม่เข้าใจตั้งแต่เริ่มต้นแล้วอาจจะไม่ต้องการ ที่จะเรียนคณิตศาสตร์ ในระดับที่สูงขึ้น นักเรียนมักจะเบื่อบ้าง โหมงเรียนคณิตศาสตร์ไม่ชอบทำงาน ที่ยากและงานที่ทำท่าย ตลอดจนขาดแรงจูงใจในการเรียนรู้ อีกทั้งปัญหาการรับนักเรียนต่อห้อง ที่มีจำนวนมาก ทำให้เกิดข้อจำกัดในเรื่องของเวลาในการถ่ายทอดความรู้ของครูผู้สอน และการถ่ายทอดความรู้ให้กับนักเรียนได้อย่างทั่วถึงในเวลาที่มีจำกัด รวมถึงในปัจจุบัน ความก้าวหน้าทางเทคโนโลยีเป็นไปอย่างรวดเร็ว และเข้ามามีบทบาทต่อการดำรงชีวิตของประชาชนในแทบทุกๆ ด้าน โดยเฉพาะการนำเอาเทคโนโลยีเข้ามาใช้เพื่อให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุดในการจัดการเรียนการสอน และต่อผู้เรียน จึงปฏิเสธไม่ได้ว่า เทคโนโลยีเป็นส่วนหนึ่งของการดำรงชีวิตของมนุษย์ไปแล้ว

จากเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยมีความประสงค์ที่จะหาวิธีที่เหมาะสม เพื่อนำมาช่วยในการจัดกระบวนการเรียนรู้ เพื่อศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยจึงมีความสนใจในการสร้างสื่อประสม โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นสื่อหลักในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในการจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีดังกล่าว ซึ่งผลที่ได้นั้นจะเป็นแนวทางในการสร้างสื่อการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพ และส่งเสริมให้นักเรียนได้มีพัฒนาการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ตามศักยภาพของตนเองต่อไป

## 2. วัตถุประสงค์การวิจัย

2.1 เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้สื่อประสม สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2.2 เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียน ที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้สื่อประสม สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

### 3. สมมติฐานการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้สื่อประสม สารการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน สูงกว่าก่อนเรียน

### 4. ขอบเขตของการศึกษา

การวิจัยครั้งนี้ ใช้แบบแผนการวิจัยก่อนการทดลอง แบบแผนวัดก่อนและหลังการทดลองกลุ่มเดียว โดยมีขอบเขตการวิจัยดังนี้

#### 4.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

**4.1.1 ประชากร** คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนธรรมศาสตร์คลองหลวงวิทยาคม จังหวัดปทุมธานี จำนวน 15 ห้องเรียน รวม 669 คน โรงเรียนจัดนักเรียนเข้าชั้นเรียน โดยความสามารถทุกห้องเรียน

**4.1.2 กลุ่มตัวอย่าง** คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียนทั้งหมด 35 คน โดยกลุ่มตัวอย่างได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม

#### 4.2 ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

**4.2.1 ตัวแปรอิสระ** คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสม สารการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

**4.2.2 ตัวแปรตาม** คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสม สารการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

#### 4.3 เนื้อหาที่ใช้

เนื้อหาที่นำมาจัดทำในครั้งนี้ได้มาจากการวิเคราะห์ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์เป็นหลักสูตรเพิ่มเติมของกลุ่มสาระการเรียนรู้ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประกอบด้วยแผนการสอน จำนวน 12 แผน

#### 4.4 ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556

## 5. นิยามศัพท์เฉพาะ

5.1 การตัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้สื่อประสม หมายถึง การจัดการเรียนการสอนด้วยการใช้คอมพิวเตอร์ คือ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นสื่อหลัก ร่วมกับสื่อสิ่งพิมพ์ในรูปแบบฝึกเสริมทักษะ โดยสื่อหลักใช้เพื่อประกอบการบรรยายของผู้สอน และเป็นสื่อประกอบการทำแบบฝึกทักษะของผู้เรียน

5.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสามารถด้านความรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ของผู้เรียน ซึ่งครอบคลุมระดับความสามารถขั้นความจำ การคิดคำนวณ ความเข้าใจ และการนำไปใช้ โดยวัดความสามารถดังกล่าวด้วยแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5.3 ความพึงพอใจที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้สื่อประสม หมายถึง ระดับความชื่นชอบหรือพอใจที่ผู้เรียนมีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยวัดความพึงพอใจด้วยมาตรวัดแบบลิเคิร์ต ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

## 6. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ได้แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเป็นสื่อหลัก ร่วมกับสื่อสิ่งพิมพ์ในรูปแบบฝึกทักษะ

## บทที่ 2

### วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้สื่อประสม เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนธรรมศาสตร์คลองหลวงวิทยาคม จังหวัดปทุมธานี ผู้วิจัยได้ทำการศึกษา ค้นคว้าความรู้จาก หนังสือ ตำรา วารสาร แนวคิด ทฤษฎี เอกสารต่างๆ และผลการวิจัยที่เกี่ยวข้อง ขอเสนอสาระสำคัญตามลำดับดังนี้

1. แนวคิดเกี่ยวกับการใช้สื่อประสมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. การใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
4. ความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้สื่อประสม
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### 1. แนวคิดเกี่ยวกับการใช้สื่อประสมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สื่อประสม มีพัฒนาการมาจากการนำสื่อมากกว่าหนึ่งชนิด มาช่วยในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดการเรียนรู้มากที่สุด โดยในสื่อที่นั่นอันได้แก่ ข้อความ ภาพนิ่ง แผนภูมิ กราฟิก ภาพเคลื่อนไหว

วีดิทัศน์ และเสียง เพื่อถ่ายทอดเนื้อหาบทเรียน หรือองค์ความรู้ในลักษณะใกล้เคียงกับการสอนจริงในห้องเรียนมากที่สุด คำว่า "สื่อประสม" (Multimedia) ได้เริ่มมีขึ้นตั้งแต่ พ.ศ. 2493 เพื่อระบุถึงการใช้ร่วมกันของสื่อในลักษณะที่นิ่งและเคลื่อนไหว หรือแม้แต่การสาธิตสด เพื่อเป็นการส่งเสริมประสิทธิภาพการศึกษาคำนี้ได้สะท้อนถึงวิถีทาง ที่เรียกว่า "วิธีการสื่อประสม" หรือ "วิธีการใช้สื่อข้ามกัน" โดยขึ้นอยู่กับหลักการ ซึ่งนำสื่อโสตทัศนและประสบการณ์หลากหลาย มาใช้ร่วมกับสื่อการสอนอื่นๆ เพื่อใช้เสริมค่าซึ่งกันและกัน (กิดานันท์ มลิทอง 2548: 267)

ในที่นี้จะกล่าวถึง ความหมายของสื่อประสม ประเภทของสื่อประสม องค์ประกอบของสื่อประสม หลักการเลือกใช้สื่อประสม และ ประโยชน์ของการใช้สื่อประสมในการจัดการเรียนการสอน ตามลำดับ ดังนี้

### 1.1 ความหมายของสื่อประสม

สื่อการเรียนการสอนที่ครอบคลุมเนื้อหา และกิจกรรมหรือวิธีเรียนที่จัดเตรียมไว้ล่วงหน้า มีทั้งสื่อที่เป็นรูปภาพ เสียง ตัวอักษร ภาพเคลื่อนไหว วิดิทัศน์ หรือที่เรียกว่า สื่อประสม หรือมัลติมีเดีย สามารถมีปฏิสัมพันธ์ หรือโต้ตอบกับนักเรียนได้ทันที มีนักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายของสื่อประสมไว้ดังนี้

เอกวิทย์ แก้วประดิษฐ์ (2545: 249) ได้ให้ความหมายของสื่อประสมว่า หมายถึง การรวบรวมการทำงานของสื่อ ที่มีคุณลักษณะหลายอย่างเข้าด้วยกัน หรือหมายถึง สื่อหลายชนิด ที่นำมาใช้ร่วมกันอย่างระบบสัมพันธ์กัน เพื่อช่วยในการถ่ายทอดเนื้อหาสาระ โดยสื่อแต่ละชนิด ที่นำมาใช้ต้องมีความสัมพันธ์สนับสนุนซึ่งกันและกัน การใช้สื่อประสมเป็นการใช้สื่อตั้งแต่สองชนิดขึ้นไป เพื่อช่วยให้ผู้เรียนหรือผู้รับสารเกิดความรู้ความเข้าใจดีขึ้น

กิดานันท์ มลิทอง (2548: 19) ได้ให้ความหมายของสื่อประสมว่า การบรรจบกันของเทคโนโลยีระบบแอนะล็อกและดิจิทัลในปัจจุบัน ทำให้ความหมายของสื่อประสมสามารถอธิบายได้เป็น 2 ลักษณะ โดยเป็นความหมายของสื่อประสมแบบดั้งเดิมและสื่อประสมแบบใหม่ที่มีการใช้คอมพิวเตอร์เป็นสื่อกลางดังนี้ คือ 1) สื่อประสมแบบดั้งเดิม หมายถึง การนำสื่อหลายอย่างมาใช้ร่วมกันทั้งวัสดุอุปกรณ์และวิธีการเพื่อให้เกิดประสิทธิภาพและประสิทธิผลสูงสุดในการเรียนการสอน โดยใช้สื่อแต่ละอย่างตามลำดับขั้นตอนของการนำเสนอเนื้อหา และ 2) สื่อประสมแบบใหม่ หมายถึง การนำเสนอข้อมูลด้วยคอมพิวเตอร์ในรูปแบบตัวอักษร ภาพนิ่งภาพเคลื่อนไหว เสียง และมีการปฏิสัมพันธ์โต้ตอบเรียกอีกอย่างว่า “ computer media ”

วรวิทย์ นิเทศศิลป์ (2551: 23) กล่าวว่า สื่อประสม หมายถึง การนำสื่อที่หลากหลาย ที่มีความสัมพันธ์กัน มีคุณค่าในตัวของมันเอง สื่อแต่ละชนิดใช้ได้ดีแตกต่างกันไป สื่อที่ดีจะช่วยให้ตัวผู้เรียนมีประสบการณ์จากประสาทสัมผัสที่ผสมผสานกัน การใช้สื่อประสมถือว่าเป็นนวัตกรรมการศึกษาอย่างหนึ่ง

อิริคสัน (Erickson, 1968: 32) กล่าวว่า "สื่อประสม" หมายถึง การนำเอาสื่อการสอนหลายๆอย่างมาสัมพันธ์กันซึ่งมีคุณค่า ที่ส่งเสริมซึ่งกันและกัน สื่อการสอนอย่างหนึ่งอาจใช้เพื่อเร้าความสนใจ ในขณะที่อีกอย่างหนึ่งใช้เพื่ออธิบายข้อเท็จจริงของเนื้อหา และอีกชนิดหนึ่งอาจใช้เพื่อก่อให้เกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งและป้องกันการเข้าใจความหมายผิด การใช้สื่อประสมจะช่วยให้ผู้เรียนมีประสบการณ์จากประสาทสัมผัสที่ผสมผสานกันได้พบวิธีการที่จะเรียนในสิ่งที่ต้องการได้ด้วยตนเองมากยิ่งขึ้น"



ไฮนิชและคณะ (Heinich and othoers, 1986: 17) ได้ให้ความหมายของสื่อประสม คือ การรวบรวมเอาวัสดุเพื่อการเรียนการสอน ที่ประกอบด้วยสื่อมากกว่าหนึ่งชนิด มาจัดรวมไว้ อย่างเกี่ยวเนื่องกัน

เจฟ โคท (Jeffcoate, 1995: 107) กล่าวว่า สื่อประสม คือ ระบบสื่อสารข้อมูล ข่าวสารหลายชนิด โดยผ่านสื่อทางคอมพิวเตอร์ ซึ่งประกอบด้วยข้อความฐานข้อมูล ตัวเลขกราฟิก ภาพ เสียง และวีดิทัศน์หรือวิดีโอ

วอห์น (Vaughan, 1998: 99) กล่าวว่า สื่อประสม คือ การใช้คอมพิวเตอร์สื่อ ความหมาย โดยการผสมผสานสื่อหลายชนิด เช่น ข้อความกราฟิก ภาพศิลป์ เสียง ภาพเคลื่อนไหว และวีดิทัศน์ เป็นต้น ถ้าผู้ใช้สามารถควบคุมสื่อเหล่านี้ให้แสดงออกมาตามต้องการได้ ระบบนี้จะ เรียกว่า สื่อประสมเชิงโต้ตอบ

ฮอลล์ (Hall, 1996: 67) ได้ให้ความหมายของสื่อประสมว่า เป็นโปรแกรมประยุกต์ ที่อาศัยคอมพิวเตอร์เป็นสื่อในการนำเสนอ ซึ่งเป็นการนำเสนอข้อความสีสรร ภาพกราฟิก ภาพเคลื่อนไหว เสียง และภาพยนตร์วีดิทัศน์ ส่วนสื่อประสมเชิงโต้ตอบ จะเป็นโปรแกรมประยุกต์ ที่ยอมรับการตอบสนองจากผู้ใช้ด้วยแผงแป้นอักขระ เมาส์ หรือตัวชี้ เป็นต้น

สรุปได้ว่า สื่อประสมหรือมัลติมีเดีย หมายถึง การนำสื่อหลายๆประเภทมาใช้ ร่วมกัน ทั้งวัสดุอุปกรณ์ และวิธีการ เพื่อให้เกิดประสิทธิภาพและประสิทธิผลสูงสุดในการเรียน การสอน โดยการใช้สื่อแต่ละอย่างตามลำดับขั้นตอนของเนื้อหา และในปัจจุบันมีการนำคอมพิวเตอร์ มาใช้ร่วมด้วย เพื่อการผลิตหรือการควบคุมการทำงานของอุปกรณ์ต่างๆ ในการนำเสนอข้อมูลทั้ง ตัวอักษร ภาพกราฟิก ภาพถ่าย ภาพเคลื่อนไหว และเสียง เป็นต้น เพื่อให้การเสนอผลงานหรือการ เรียนการสอนสามารถดำเนินไปได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยการเสนอเนื้อหาในรูปแบบต่างๆ นอกเหนือจากการบรรยายเพียงอย่างเดียวโดยที่ผู้ฟังหรือผู้เรียนมิได้มีปฏิสัมพันธ์ต่อสื่อ นั้นโดยตรง

แต่อย่างไรก็ตาม ในปัจจุบันบทบาทของเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลที่มี เพิ่มขึ้นในการทำงาน จึงทำให้ความหมายของสื่อประสมเพิ่มขึ้นจากเดิม ความหมายของสื่อ ประสมที่เพิ่มขึ้นในปัจจุบันจะหมายถึง "สื่อประสมเชิงโต้ตอบ" (Interactive Multimedia) โดยการ เพิ่มปฏิสัมพันธ์ระหว่างสื่อและผู้ใช้ สื่อประสมสมัยนี้จึงหมายถึง การนำอุปกรณ์ต่างๆ เช่น เครื่อง เล่นซีดีรอมเครื่องเสียงระบบดิจิทัล เครื่องเล่นแผ่นวีดิทัศน์ ฯลฯ มาใช้ร่วมกันเพื่อ เสนอเนื้อหา ข้อมูลที่เป็นตัวอักษร ภาพกราฟิก ภาพถ่าย ภาพเคลื่อนไหวแบบวีดิทัศน์ และเสียงในระบบสแตริโอ โดยการใช้เทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ช่วยในการผลิต การนำเสนอเนื้อหา เป็นการให้ผู้ใช้หรือผู้เรียน มิใช่เพียงแต่นั่งดู หรือฟังข้อมูลจากสื่อที่เสนอมาเท่านั้น แต่ผู้ใช้สามารถควบคุมให้คอมพิวเตอร์



ทำงานในการตอบสนองต่อคำสั่งและให้ข้อมูลป้อนกลับในรูปแบบต่างๆ ได้อย่างเต็มที่ โดยผู้ใช้สื่อสามารถมีปฏิสัมพันธ์ตอบสนองซึ่งกันและกันได้ทันที

## 1.2 ประเภทของสื่อประสม

สื่อประสมที่ใช้ในการเรียนการสอน เกิดจากการนำสื่อหลายประเภทมาใช้ร่วมกันในการเรียนการสอน จึงมีการผลิตสื่อเพื่อเสนอข้อมูลประเภทต่าง ซึ่งสื่อประสมได้ถูกจำแนกไว้ต่าง ๆ กัน แต่โดยทั่วไปสื่อประสมอาจแบ่งออกตามลักษณะการประสมของสื่อ และคุณลักษณะการใช้ มี 3 ประเภทใหญ่ๆ ดังนี้ (เอกวิทย์ แก้วประดิษฐ์ 2545: 250 – 252)

1. สื่อประสมที่เป็นวัสดุอุปกรณ์และกระบวนการเข้าด้วยกัน นำมาใช้สำหรับการเรียนการสอนปกติทั่วไป เช่น ชุดอุปกรณ์ชุดการเรียนการสอนบทเรียนแบบโปรแกรม โปรแกรมสไลด์ ศูนย์การเรียน เป็นต้น สื่อประสมแต่ละชนิดที่จัดอยู่ในประเภทนี้มีหลักการและลักษณะเด่นแตกต่างกันออกไป คือ

1.1 สามารถให้ผู้เรียนได้ประสบการณ์ด้วยตนเองคือมีส่วนร่วมในการกระทำหรือปฏิบัติกิจกรรมเป็นการเข้าใจแก่ผู้เรียนเช่นศูนย์การเรียนบทเรียนโปรแกรม เป็นต้น

1.2 สามารถให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ตามความสามารถและความแตกต่างของแต่ละบุคคลเช่นบทเรียนแบบโปรแกรมชุดการสอน เป็นต้น

1.3 สามารถให้ผู้เรียนใช้เรียนด้วยตนเองหรือใช้เมื่อขาดครูได้เช่นบทเรียนแบบโปรแกรมชุดการสอนรายบุคคล เป็นต้น

1.4 สามารถให้ผู้เรียนได้รับผลตอบกลับทันทีและได้รับความรู้สึกภาคภูมิใจในความสำเร็จเช่นศูนย์การเรียนชุดการสอน เป็นต้น

1.5 สามารถใช้ส่งเสริมสมรรถภาพการสอนของครูเช่นชุดการสอนประกอบคำบรรยาย เป็นต้น

2. สื่อประสมประเภทฉาย เป็นการประสมสื่อ โดยมีข้อจำกัดที่ความสามารถและคุณสมบัติเฉพาะตัวของอุปกรณ์เครื่องฉายเป็นสำคัญ เช่น สไลด์ประกอบเสียงวีดิทัศน์ประกอบเสียงสไลด์และแผ่นโปร่งใส เป็นต้น การนำเสนอด้วยสื่อประเภทฉายนี้ แม้ว่าจะในบางครั้งราคาการผลิตอาจจะสูงและการผลิตซับซ้อนกว่าการผลิตสื่อประสมประเภทแรก แต่ผลที่ได้รับจากการนำเสนอสื่อประสมประเภทฉาย ให้ผลตรงที่มีคุณสมบัติเฉพาะตัวที่สื่ออื่นไม่สามารถทำได้ คือ ผลในความรู้สึกอารมณ์สุนทรีย์ภาพช่วยดึงดูดความสนใจให้ผู้ชมได้ติดตามอย่างคึกคัก ตื่นใจ และมีประสิทธิภาพเป็นการช่วยในการเรียนการสอน สื่อประสมประเภทนี้มีคุณสมบัติเหมาะแก่การนำมาใช้ในการเรียนการสอน ได้แก่

- 2.1 ใช้เมื่อมีการเปรียบเทียบความคล้ายคลึงกันเป็นการง่ายสำหรับผู้เรียนในการสังเกตและเรียนรู้สิ่งที่คล้ายคลึงกันจากสื่อต่างๆ เมื่อภาพของสิ่งนั้นปรากฏบนจอพร้อมกัน
- 2.2 ใช้สอนให้เห็นความแตกต่างและการตัดกัน เมื่อภาพหลายๆ ภาพปรากฏพร้อมๆ กัน
- 2.3 ใช้แสดงภาพซึ่งดำเนินเป็นขั้นตอน และสามารถเรียนแบบการเคลื่อนไหวได้
- 2.4 ใช้แสดงสิ่งที่เกิดขึ้นตามลำดับก่อนและหลัง เกิดความต่อเนื่องที่ดี มีความสัมพันธ์ระหว่างภาพและเวลา ประกอบกับการจัดภาพและจอให้มีขนาดต่างกัน เป็นการง่ายต่อการจดจำ
- 2.5 ใช้เน้นจุดใดจุดหนึ่งโดยตรงได้โดยการกำหนดจุดสนใจที่ต้องการ ให้อยู่ในตำแหน่งและรูปแบบที่ต่างกัน หรืออาจทำโดยใช้ภาพที่ซ้ำๆ กันปรากฏบนจอพร้อมๆ กัน
- 2.6 ใช้ขีดเวลาการเสนอจุดหรือส่วนที่สำคัญของเนื้อหา เช่นภาพที่สำคัญสามารถปรากฏอยู่บนจอต่อไป ขณะที่รายละเอียดหรือส่วนที่เกี่ยวข้องได้เปลี่ยนแปลงไปในจอถัดไป
- 2.7 ลักษณะพิเศษประการสุดท้ายที่เด่นของสื่อประสมประเภทนี้ คือสามารถแสดงเนื้อหาได้มากในระยะเวลาที่จำกัด ลักษณะพิเศษนี้ผู้สอนอาจใช้สื่อประสมนี้ทำเป็นบทนำหรือบทสรุปได้
- 2.8 ประสมระบบการสื่อสารกับเทคโนโลยีสารสนเทศ โดยการใช้อุปกรณ์คอมพิวเตอร์ร่วมกับอุปกรณ์อื่น เพื่อให้คอมพิวเตอร์สามารถทำงาน ค้นหาข้อมูล แสดงภาพวีดิทัศน์ และมีเสียงต่างๆ การทำงานของสื่อหลายๆ อย่างในสื่อประสมประกอบด้วยการทำงาน ของระบบเสียง ภาพเคลื่อนไหว ภาพนิ่ง วีดิทัศน์ และไฮเปอร์เท็กซ์ ซึ่งข้อมูลที่ใช้ในไฮเปอร์เท็กซ์ จะแสดงเนื้อหาหลักของเรื่องราวที่กำลังอ่านขณะนั้น โดยเน้นเป็นเนื้อหา ถ้าคำใดสามารถเชื่อมจากจุดหนึ่งในเนื้อหาไปยังเนื้อหาอื่นได้ ก็จะทำเป็นตัวหนาหรือขีดเส้นใต้ เมื่อผู้ใช้หรือผู้อ่านต้องการจะดูเนื้อหาก็กสามารถไปคลิกไปยังข้อมูลหรือคำเหล่านั้นเพื่อเรียกมาดูรายละเอียดของเนื้อหาได้
- สื่อประสมในลักษณะนี้ นับว่าเป็นเทคโนโลยีใหม่ที่กำลังได้รับความสนใจอย่างกว้างขวาง เพราะเป็นเทคโนโลยีที่ทำให้นักเรียนและผู้สอนสามารถใช้คอมพิวเตอร์ในการแสดงข้อมูลได้หลากหลายรูปแบบ สื่อประสมมีคุณสมบัติสำคัญประการหนึ่ง คือ ความสามารถในการโต้ตอบ อุปกรณ์ที่ตอบสนองความสามารถนี้ได้คือคอมพิวเตอร์นั่นเอง แต่อย่างไรก็ตาม กิดานันท์ มลิทอง (2548: 25) ได้แบ่งสื่อประสมออกเป็น 2 กลุ่ม คือ สื่อประสมที่ใช้โดยการนำสื่อหลาย

ประเภทมาใช้ร่วมกันในการเรียนการสอน และสื่อประสมที่ใช้คอมพิวเตอร์เป็นฐานในการเสนอสารสนเทศ หรือการผลิตสื่อเพื่อเสนอข้อมูลประเภทต่างมีดังนี้ คือ

1. สื่อประสม I (multimedia I) เป็นการนำสื่อหลายประเภทมาใช้ร่วมกันในลักษณะสื่อประสมแบบดั้งเดิม โดยที่แต่ละสื่อจะมีสมบัติเฉพาะตัวของสื่ออื่นๆ เช่นสื่อสิ่งพิมพ์เป็นข้อความ และภาพของจำลองเป็นวัตถุย่อส่วน สไลด์เป็นภาพนิ่งกึ่งโปร่งแสง ฯลฯ มีการนำเสนอแต่ละอย่างประกอบหรือเสนอตามลำดับขั้นตอนของเนื้อหา

2. สื่อประสม II (multimedia II) เป็นสื่อประสมที่ใช้คอมพิวเตอร์เป็นอุปกรณ์ในการผลิตสารสนเทศ และนำเสนอสารสนเทศในรูปแบบของข้อความภาพกราฟิก ภาพแอนิเมชัน ภาพเคลื่อนไหวแบบวีดิทัศน์ และเสียง การใช้คอมพิวเตอร์ลักษณะนี้สามารถใช้ได้ 3 วิธีการคือ

2.1 การใช้คอมพิวเตอร์เป็นอุปกรณ์ในการควบคุมอุปกรณ์ต่างๆในการทำงาน เพื่อนำเสนอข้อมูลสารสนเทศ เช่น ควบคุมการเสนอภาพสไลด์มัลติวิชั่น เป็นต้น

2.2 การใช้คอมพิวเตอร์เป็นอุปกรณ์ในการผลิตไฟล์สื่อประสม โดยใช้ซอฟต์แวร์โปรแกรมสำเร็จรูปต่างๆ เช่น Power Point, Tool Book และ Author Ware และนำเสนอไฟล์สื่อประสมที่ผลิตแล้ว ซอฟต์แวร์โปรแกรมจะช่วยให้การผลิตไฟล์เพื่อใช้ในบทเรียนฝึกรวม และการนำเสนองาน โดยแต่ละไฟล์จะมีลักษณะของข้อความภาพกราฟิกภาพแอนิเมชันและเสียงรวมอยู่ในไฟล์เดียวกัน

2.3 การใช้คอมพิวเตอร์ เป็นอุปกรณ์ในการนำเสนอไฟล์สื่อประสมที่ผลิตและเก็บบันทึกไว้ โดยสามารถนำเสนอข้อมูลเรียงตามลำดับเนื้อหาตั้งแต่ต้นจนจบ เช่น นำเสนอเนื้อหาด้วยโปรแกรม Power Point ไปตามลำดับที่ละสไลด์ การอ่านหนังสืออิเล็กทรอนิกส์ทีละหน้า และใช้ในลักษณะสื่อประสมเชิงโต้ตอบ ที่ผู้ใช้สามารถมีปฏิสัมพันธ์โต้ตอบกับสื่อโดยตรงโดยการคลิกเมาส์หรือใช้เสียงดัง เช่น บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่เรียกย่อๆว่า บทเรียนซีเอไอ

### 1.3 องค์ประกอบของสื่อประสม

จากสิ่งประดิษฐ์และผลงานต่างๆ ทางด้านสื่อประสม โดยนำมาผสมผสานเข้าด้วยกัน เพื่อใช้สำหรับการโต้ตอบระหว่างคอมพิวเตอร์กับผู้ใช้ ซึ่งถือได้ว่าเป็นกิจกรรมที่ผู้ใช้สามารถเลือกกระทำต่อสื่อประสมได้ตามความต้องการ ตัวอย่างเช่น ผู้ใช้ได้ทำการเลือกรายการและตอบคำถามผ่านทางจอภาพของเครื่องคอมพิวเตอร์ จากนั้นระบบคอมพิวเตอร์ก็จะทำการประมวลผล แล้วแสดงผลลัพธ์ย้อนกลับผ่านทางจอภาพให้ผู้ใช้เห็นอีกครั้ง เป็นต้น จึงได้จำแนกองค์ประกอบของสื่อต่างๆ ได้เป็น 5 ชนิด ประกอบด้วย ข้อความหรือตัวอักษร ภาพนิ่ง ภาพเคลื่อนไหว เสียง และภาพวีดิทัศน์ มีรายละเอียด ดังนี้ คือ (กิดานันท์ มลิทอง 2548: 32 อ้างอิงจาก กระทรวงศึกษาธิการ 2546)

1. ข้อความหรือตัวอักษร เป็นลักษณะข้อความหรือตัวอักษรถือว่าเป็นองค์ประกอบพื้นฐานที่สำคัญของสื่อประสม ระบบสื่อประสม ที่นำเสนอผ่านจอภาพของเครื่องคอมพิวเตอร์ โดยมากจะมีตัวอักษรให้เลือกได้หลายแบบ และสามารถที่จะเลือกสีของตัวอักษรได้ตามต้องการ นอกจากนี้ยังสามารถกำหนดขนาดของตัวอักษรได้ การโต้ตอบกับผู้ใช้ก็ยังสามารถใช้ตัวอักษร รวมถึงการใช้ตัวอักษรในการเชื่อมโยงเชิงโต้ตอบได้ เช่น การคลิกไปที่ตัวอักษรเพื่อเชื่อมโยงไปยังการนำเสนอในรูปแบบของเสียง ภาพกราฟิกหรือ เล่นวีดิทัศน์ เป็นต้น นอกจากนี้ตัวอักษรยังสามารถนำมาจัดเป็นลักษณะของรายการเลือก เพื่อให้ผู้ใช้เลือกข้อมูลที่จะศึกษาได้ โดยคลิกไปที่บริเวณกรอบสี่เหลี่ยมของสื่อประสมแบบการโต้ตอบ

2. ภาพนิ่ง เป็นลักษณะภาพนิ่งเป็นภาพกราฟิกที่ไม่มีการเคลื่อนไหว เช่น ภาพถ่ายหรือภาพวาด เป็นต้นภาพนิ่งมีบทบาทสำคัญต่อสื่อประสมมาก ทั้งนี้เนื่องจากภาพจะให้ผลในเชิงของการเรียนรู้ด้วยการมองเห็น เช่น การชมโทรทัศน์ อ่านหนังสือพิมพ์ หรือวารสารต่างๆ เป็นต้นจะมีภาพเป็นองค์ประกอบเสมอ ดังคำกล่าวที่ว่าภาพหนึ่งภาพมีคุณค่าเท่ากับคำถึงพันคำ ดังนั้นภาพนิ่งจึงมีบทบาทมากในการออกแบบสื่อประสมที่มีตัวอักษรและภาพนิ่งเป็นส่วนประกอบ หรือส่วนต่อประสานกราฟิกกับผู้ใช้ภาพนิ่งสามารถผลิตได้หลายวิธี ตัวอย่างเช่น จากการวาด การวาดภาพ เป็นต้น

3. ภาพเคลื่อนไหว เป็นลักษณะภาพเคลื่อนไหว หมายถึง การเคลื่อนไหวของภาพกราฟิก อาทิ การเคลื่อนไหวของลูกสูบและลิ้นในระบบการทำงานของเครื่องยนต์ 4 จังหวะ เป็นต้น ซึ่งจะทำให้สามารถเข้าใจระบบการทำงานของเครื่องยนต์ได้เป็นอย่างดี ดังนั้นภาพเคลื่อนไหวจึงมีขอบข่ายตั้งแต่การสร้างภาพด้วยกราฟิกอย่างง่ายพร้อมทั้งการเคลื่อนไหว ภาพกราฟิกนั้น จนถึงกราฟิกที่มีรายละเอียดแสดงการเคลื่อนไหว โปรแกรมที่ใช้ในการสร้างภาพเคลื่อนไหวในวงการธุรกิจมีหลายโปรแกรม เช่น โปรแกรมออดิโอเดสก์อะนิเมเตอร์ หรือ มาโครมีเดียแฟลช เป็นต้น ซึ่งโปรแกรมเหล่านี้มีคุณสมบัติในด้านของการออกแบบกราฟิกสำหรับใช้ในสื่อประสมได้ตามต้องการ

4. เสียง เป็นลักษณะเสียงในสื่อประสมจะจัดเก็บอยู่ในรูปของข้อมูลดิจิทัล และสามารถเล่นซ้ำได้จากเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลหรือพีซี (PC ย่อมาจากคำว่า personal computer) การใช้เสียงในสื่อประสม ก็เพื่อนำเสนอข้อมูลหรือสร้างสภาพแวดล้อมที่น่าสนใจยิ่งขึ้น เช่น เสียงน้ำไหล เสียงหัวใจเต้น เป็นต้น เสียงสามารถใช้ประกอบตัวอักษรหรือนำเสนอวัตถุที่ปรากฏบนจอภาพได้เป็นอย่างดี เสียงที่ใช้ร่วมกับโปรแกรมประยุกต์สามารถบันทึกเป็นข้อมูลแบบดิจิทัลได้จากหลายแหล่ง เช่น ไมโครโฟน แผ่นซีดีเสียง และแถบบันทึกเสียง เป็นต้น

5. วีดิทัศน์ เป็นลักษณะการใช้สื่อประสมในอนาคตจะเกี่ยวข้องกับนำเสนอ ภาพยนตร์วีดิทัศน์ ซึ่งอยู่ในรูปของดิจิทัลรวมเข้ากับ โปรแกรมประยุกต์ที่เขียนขึ้น โดยทั่วไป วีดิทัศน์จะนำเสนอด้วยเวลาจริงที่จำนวน 30 ภาพต่อวินาที ในลักษณะนี้จะเรียกว่า วีดิทัศน์ดิจิทัล คุณภาพของวีดิทัศน์ดิจิทัล จะทัดเทียมกับคุณภาพที่เห็นจากจอ โทรทัศน์ ดังนั้น ทั้งวีดิทัศน์ดิจิทัล และเสียงจึงเป็นส่วนที่ผนวกเข้าไปสู่การนำเสนอได้ทันทีด้วยจอคอมพิวเตอร์ ในขณะที่เสียง สามารถเล่นออกยังลำโพงภายนอกได้โดยผ่านแผ่นวงจรเสียง

#### 1.4 หลักการเลือกสื่อประสม

การเลือกสื่อประสมเพื่อนำมาใช้ประกอบการสอนเป็นการกระตุ้นเพื่อให้ผู้เรียน เกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพนั้นเป็นสิ่งสำคัญยิ่ง โดยในการเลือกสื่อการสอนจะควรกำหนด วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมในการเรียนให้แน่นอนเสียก่อนเพื่อใช้วัตถุประสงค์นั้นเป็นตัวชี้้นำในการเลือกสื่อการสอนที่เหมาะสมนอกจากนี้ยังมีหลักการอื่นๆเพื่อประกอบการพิจารณาดังนี้ คือ (กิดานันท์ มลิทอง 2548: 99–101)

1. สื่อนั้นต้องสัมพันธ์กับเนื้อหาบทเรียนและจุดมุ่งหมายที่จะสอน
2. ต้องเลือกสื่อที่มีเนื้อหาถูกต้องทันสมัยน่าสนใจและเป็นสื่อที่จะให้ผลต่อการเรียนการสอนมากที่สุดช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาวิชานั้นได้ดีเป็นลำดับขั้นตอน
3. ต้องเป็นสื่อที่เหมาะสมกับวัยระดับชั้นและประสบการณ์ของผู้เรียน
4. สื่อนั้นควรสะดวกในการใช้ไม่มีวิธีใช้ซับซ้อนยุ่งยากจนเกินไป
5. ราคาต้องไม่แพงหรือถ้าจะผลิตเองควรคุ้มกับเวลาและการลงทุน

สรุปได้ว่าในการเลือกสื่อมาใช้ในการสอนอย่างมีประสิทธิภาพนั้นผู้สอนจะต้อง กำหนดเป้าหมายหรือวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมและจุดมุ่งหมายในการเรียนการสอน ใช้ชีวิตและดีวีดีในการให้ข้อมูล และสารสนเทศในปริมาณที่เหมาะสมสอดคล้องกับเนื้อหาบทเรียนที่สอน ทำการ ทดสอบความเข้าใจซึ่งนักเรียนบางคนอาจจะไม่กล้าถามข้อสงสัยหรือตอบคำถามในห้องเรียนการ ใช้สื่อประสมจะช่วยแก้ปัญหาในสิ่งนี้ได้โดยการใช้ในลักษณะการศึกษารายบุคคล สื่อประสม สามารถแสดงสารสนเทศเพื่อสนับสนุนองค์ความรู้ความคิดรวบยอดของนักเรียน โดยการเสนอสิ่ง ที่ให้ตรวจสอบย้อนหลังและแก้ไขจุดอ่อนในการเรียน



### 1.5 ประโยชน์ของการใช้สื่อประสมในการเรียนการสอน

คูสิต ขาวเหลือง (2549: 37) ได้กล่าวว่า ชุดสื่อประสมที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

1. น่าสนใจ (Interest) ชุดสื่อประสมกระตุ้นความสนใจและตอบสนองต่อประสาทสัมผัสทุกส่วนหลายคนชอบสัมผัสและจัดกระทำกับของจริงตรวจสอบของตัวอย่างที่มีความแปลกอย่างใกล้ชิด
2. ความร่วมมือ (Cooperation) ชุดสื่อประสมช่วยกระตุ้นกลไกสำหรับการทำงานเป็นกลุ่มกิจกรรมการเรียนรู้การทำงานแบบร่วมมือสามารถกำหนดให้มีการคิดพิจารณาในการทดลองการแก้ปัญหาการแสดงบทบาทสมมติและการฝึกปฏิบัติชนิดอื่นๆ
3. สะดวกในการเคลื่อนย้าย (Logistics) ชุดสื่อประสมมีประโยชน์ในด้านความสะดวกในการเคลื่อนย้ายอย่างชัดเจนด้วยการจัดเป็นชุดซึ่งสามารถขนส่งและนำไปใช้ภายนอกห้องเรียนได้อย่างสะดวก

ส่วนแนวทางในการนำสื่อประสมมาประยุกต์ใช้งานกับโปรแกรมคอมพิวเตอร์ มีอยู่หลากหลายรูปแบบ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของการนำไปใช้งาน ตัวอย่างเช่น สื่อประสมที่ผลิตเป็นบทเรียนสำเร็จรูปสำหรับกลุ่มผู้ใช้ในแวดวงการศึกษาและฝึกอบรม สื่อประสมที่ผลิตขึ้นเพื่อนำเสนอสินค้าและบริการสำหรับการโฆษณาในแวดวงธุรกิจ เป็นต้น นอกจากนี้จะช่วยสนับสนุนประสิทธิภาพในการดำเนินงานแล้วยังเป็นการเพิ่มประสิทธิผลให้เกิดความคุ้มค่าในการลงทุนอีกด้วย โดยสามารถแยกแยะประโยชน์ที่จะได้รับจากการนำสื่อประสมมาประยุกต์ใช้ ได้ดังนี้ (ทวีศักดิ์ กาญจนสุวรรณ 2546: 8)

1. ง่ายต่อการใช้งาน เป็นลักษณะการนำสื่อประสมมาประยุกต์ใช้งานร่วมกับโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อเพิ่มผลผลิต ดังนั้นผู้พัฒนาจึงจำเป็นต้องมีการจัดทำให้มีรูปลักษณะที่เหมาะสม และง่ายต่อการใช้งานตามกลุ่มเป้าหมาย เพื่อประโยชน์ในการเพิ่มประสิทธิภาพในการปฏิบัติงาน ตัวอย่างเช่น การใช้งานสื่อประสมในบทเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เป็นต้น
2. สัมผัสได้ถึงความรู้สึก เป็นลักษณะสิ่งสำคัญของการนำสื่อประสมมาประยุกต์ใช้งานคือเพื่อให้ผู้ใช้สามารถรับรู้ได้ถึงความรู้สึกจากการสัมผัสกับสิ่งต่างๆ ที่ปรากฏอยู่บนจอภาพ อันได้แก่ รูปภาพ สัญลักษณ์รูป ปุ่ม และตัวอักษร เป็นต้น ทำให้ผู้ใช้สามารถควบคุมและเข้าถึงข้อมูลต่างๆ ได้อย่างทั่วถึง ตามความต้องการ ตัวอย่างเช่น ผู้ใช้คลิกที่ปุ่มเล่น เพื่อชมและฟังวิดีโอ หรือ คลิกเลือกที่รูปภาพหรือตัวอักษร เพื่อเข้าถึงข้อมูลที่ต้องการ เป็นต้น
3. สร้างเสริมประสบการณ์ เป็นการออกแบบและพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้านสื่อประสม แม้ว่าจะมีคุณลักษณะที่แตกต่างกันตามแต่วิธีการ แต่สิ่งหนึ่งที่ผู้ใช้จะได้รับก็คือ

การสั่งสมประสบการณ์จากการใช้สื่อเหล่านี้ในแงุ่มที่แตกต่างกัน ทำให้ล่วงรู้ถึงการใช้งานได้อย่างเหมาะสม

4. เพิ่มขีดความสามารถในการเรียนรู้ สืบเนื่องจากระดับขีดความสามารถของผู้ใช้แต่ละคนมีความแตกต่างกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับระดับความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับ และสั่งสมมา ดังนั้น การนำสื่อประสมมาประยุกต์ใช้ จะช่วยเพิ่มขีดความสามารถในการเรียนรู้ด้วยตัวเอง

5. เข้าใจเนื้อหามากยิ่งขึ้น เป็นลักษณะคุณลักษณะขององค์ประกอบของสื่อประสม ทั้งข้อความหรือตัวอักษร ภาพนิ่ง ภาพเคลื่อนไหว เสียง และวีดิทัศน์ สามารถที่จะสื่อความหมายและเรื่องราวต่างๆ ได้แตกต่างกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวิธีการนำเสนอ กล่าวคือ หากเลือกใช้ภาพนิ่งหรือภาพเคลื่อนไหว การสื่อความหมายย่อมจะดีกว่าเลือกใช้อักษร ในทำนองเดียวกัน หากเลือกใช้วีดิทัศน์ การสื่อความหมายย่อมจะดีกว่าเลือกใช้ภาพนิ่งหรือภาพเคลื่อนไหว เป็นต้น

6. คุ่มค่าในการลงทุน เป็นการใช้งบประมาณด้านสื่อประสมจะช่วยลดระยะเวลาไม่ว่าจะเป็น เรื่องของการเดินทางการจัดหาวิทยากรการจัดหาสถานที่การบริหารตารางเวลาและการเผยแพร่ช่องทางเพื่อนำเสนอสื่อเป็นต้นทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายในกรณีที่ได้หักค่าใช้จ่ายที่เป็นต้นทุนไปแล้ว ก็จะส่งผลให้ได้รับผลตอบแทนความคุ้มค่าในการลงทุนในระยะเวลาที่เหมาะสม ตัวอย่างเช่น การใช้สื่อประสมในบทเรียนคณิตศาสตร์เพื่อสอนในระบบทางไกลของนักเรียนที่อยู่ชนบท เป็นต้น

7. เพิ่มประสิทธิผลในการเรียนรู้ เป็นการสร้างสรรค์ชิ้นงานด้านสื่อประสม จำเป็นต้องถ่ายทอดจินตนาการจากสิ่งที่ยากให้เป็นสิ่งที่ย่อยต่อการรับรู้และเข้าใจด้วยกรรมวิธีต่างๆ นอกจากจะช่วยอำนวยความสะดวกในการทำงานแล้ว ผู้ใช้ยังได้รับประโยชน์และเพลิดเพลินในการเรียนรู้อีกด้วย ตัวอย่างเช่น ผู้ใช้ออกแบบและสร้างเพจ ด้วยเครื่องมือวิชาร์ด ของโปรแกรม ไมโครซอฟต์ ฟรอนต์เพจ หรือ นักเรียนกำลังศึกษาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่อง ภาคตัดกรวย เป็นต้น

## 2. การใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

### 2.1 ลักษณะของโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

โปรแกรม The Geometer's sketchpad หรือ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นโปรแกรมสำรวจเชิงคณิตศาสตร์เรขาคณิตพลวัต โดยการวิจัยในครั้งนี้ จะเรียกว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ซึ่งทางบริษัท Key Curriculum Press ประเทศสหรัฐอเมริกาเป็นผู้คิดค้นโปรแกรม



นี้ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1991 และพัฒนาเรื่อยมาจนถึงเวอร์ชัน 4.06 โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต สามารถนำไปใช้ช่วยสอนในวิชาคณิตศาสตร์ได้ เช่น วิชาเรขาคณิต พีชคณิต ตรีโกณมิติ และแคลคูลัส นอกจากนี้ยังสามารถนำไปประยุกต์สร้างสื่อการสอนในวิชาวิทยาศาสตร์โดยเฉพาะวิชาฟิสิกส์ได้อีกด้วย โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นสื่อเทคโนโลยีที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์ โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง เป็นสื่อที่ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะของการนิรนัย ทักษะของกระบวนการแก้ปัญหา นอกจากนี้การใช้ซอฟต์แวร์โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นการบูรณาการสาระที่เกี่ยวข้องกับความรู้คณิตศาสตร์ และทักษะทางด้านเทคโนโลยีเข้าด้วยกันทำให้ผู้เรียนมีโอกาสพัฒนาพหุปัญญา อันได้แก่ ปัญญาทางด้านภาษา ทางด้านตรรกศาสตร์ ด้านมิติสัมพันธ์ และ ด้านศิลปะ (ประพนธ์ จำยเจริญ 2549: 8-10)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548: 1-2) ได้ตระหนักความสำคัญของการใช้เทคโนโลยีที่ช่วยในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน เพื่อให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น มีเจตคติที่ดีในการเรียนรู้ และเรียนรู้อย่างมีความหมายจึงได้พิจารณาโปรแกรมต่างๆ และเห็นว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นโปรแกรมหนึ่งที่ครูสามารถเรียนรู้ได้ไม่ยากนักและเกิดแนวคิดในการนำไปบูรณาการกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพสามารถทำให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ของหลักสูตรพัฒนานักเรียนให้มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีทักษะการจินตนาการเกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง สสวท. จึงชื้อลิขสิทธิ์โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และแปลเป็นภาษาไทยเพื่อให้ครูสามารถใช้โปรแกรมในการสอน และ นักเรียนสามารถใช้ในการเรียนรู้ได้ง่าย และสะดวก

## 2.2 ความสามารถของโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

วิชาคณิตศาสตร์ทักษะเบื้องต้นที่สอนในการสอนวิชาเรขาคณิต คือ การใช้วงเวียนและสันตรงในเรื่องการสร้าง ส่วนในวิชาพีชคณิต มีการเขียนกราฟของฟังก์ชัน แต่การใช้กระดาษและดินสอสร้างงานยังคงต้องใช้ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งพบว่ามีอุปสรรคที่สำคัญ 2 ข้อคือ ข้อที่หนึ่ง การสร้างแต่ละครั้งต้องใช้เวลา และเมื่อสร้างเสร็จแล้วรูปที่ได้ก็ไม่มีเคลื่อนไหว จากอุปสรรคข้อแรกการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ตัวอย่างเช่น โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต จะช่วยแก้ปัญหาเรื่องเวลาได้ด้วยการใช้คำสั่งต่างๆ เช่น แบ่งครึ่งมุม และ สะท้อนซึ่งจะแสดงผลให้อย่างรวดเร็วเมื่อเปรียบเทียบกับสร้างบนกระดาษ (คณัย ยังกง 2551: 13) นอกจากนี้ประพนธ์ จำยเจริญ (2549: 14-15) กล่าวว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ยังช่วยให้เราสามารถสร้างและสำรวจได้หลายวิธี ตั้งแต่อย่างง่ายไปจนถึงซับซ้อนขึ้นในเวลาอันจำกัด อุปสรรคข้อที่สองในการสร้างรูปด้วยกระดาษและดินสอ คือ รูปนั้นจะ “ นิ่งอยู่กับที่ ” การสร้างที่บางอย่างดูเหมือนจะเป็น

จริงนั้น (มุมที่กำหนดเท่ากัน) เป็นความจริงเชิงคณิตศาสตร์ แต่บางอย่างดูเหมือนว่าจะเป็นจริง เนื่องจากเลือกสร้างขึ้นมา นับว่าเป็นเรื่องยากที่จะแยกแยะว่าอะไรที่เป็นจริงเพียงบางครั้งและอะไรจะเป็นจริงเสมอ โดยไม่ต้องกลับไปสร้างรูปใหม่หลายๆรูป

ความงดงามที่เกิดจากการสร้างโดยใช้ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต คือ สามารถทำให้ เคลื่อนไหวได้รูปที่สร้างด้วย โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต สามารถลาก ย่อ ให้มีขนาดเล็กลง หรือ ขยาย ได้ อีกนัยหนึ่ง คือ เป็นการเปลี่ยนแปลงที่ยังคงรักษาสสมบัติทางคณิตศาสตร์ไว้เสมอ ในขณะที่ทำให้ รูปมีการเปลี่ยนแปลงความสัมพันธ์ที่กำหนดไว้ในขั้นตอนการสร้าง จะยังคงมีอยู่ส่วนสมบัติ บางอย่างที่ไม่เปลี่ยนแปลงได้ จะเป็นสมบัติที่ไม่ได้กำหนดไว้ในขั้นตอนการสร้างอย่างแท้จริงจะเห็น ว่ารูปบน โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต มีการเปลี่ยนแปลงจะทำให้สามารถสำรวจผลที่เป็นไปได้หลายๆ กรณีตามเงื่อนไขของการสร้าง สิ่งเหล่านี้ทำให้ง่ายต่อการจำแนกระหว่างสมบัติที่เป็นจริงบางครั้ง และ สมบัติที่เป็นจริงเสมอในทุกๆสถานการณ์ ที่กำหนดให้โดยนัยเดียวกันการเคลื่อน ไหวตัว พารามิเตอร์  $m$  และ  $b$  ของสมการ  $y = ax + b$  เป็นตัวอย่างที่ทำให้สามารถสำรวจจุดเส้น โค้ง ทั้งหมดด้วยการเขียนกราฟเพียงครั้งเดียว (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 2548: 7-8)

ในเรื่องฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันด้วยสมการ และ เขียนกราฟของฟังก์ชันบน ระบบพิกัดฉากในโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ฟังก์ชันจะกำหนดด้วยสัญลักษณ์ เช่น  $f(x) = 12$  และค่า ว่ากราฟของฟังก์ชันจะหมายถึงกราฟของฟังก์ชันในระบบพิกัดฉากในระบบใดระบบหนึ่ง เราสามารถสร้างฟังก์ชัน และ วงศ์ของฟังก์ชัน สามารถหาค่าของฟังก์ชัน และ นำค่ามาใช้ในการ คำนวณ สามารถแก้ไขฟังก์ชัน เขียนฟังก์ชันและตัวผกผันของฟังก์ชัน โดยใช้ระบบพิกัดฉาก หรือ ระบบพิกัดเชิงขั้ว สามารถนำฟังก์ชันมารวมและประกอบกันได้หลายวิธี และ สามารถหาอนุพันธ์ ของฟังก์ชันได้ด้วย ในการสร้างฟังก์ชันใหม่ให้ใช้คำสั่งฟังก์ชันใหม่ เรื่องนี้จะไปเลือกเครื่องคิดเลข ของโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เพื่อให้เราสามารถกำหนดฟังก์ชันได้ แต่ถ้าสร้างฟังก์ชันใหม่และ เขียนกราฟทันทีให้ใช้คำสั่งการเขียนกราฟ

### 2.3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเป็นสื่อ ประสม

ปัจจุบันนี้เทคโนโลยีสารสนเทศได้เข้ามามีบทบาทสำคัญในชีวิตประจำวันอย่าง หลีกเลียงไม่ได้ แม้แต่ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนใน โรงเรียน ก็สามารถนำเทคโนโลยี มาใช้เพื่อเอื้อประโยชน์ในการเรียนรู้ของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี จึงมีความจำเป็นที่ผู้สอนจะต้อง พัฒนาการความรู้และทักษะของตนเกี่ยวกับการนำเทคโนโลยีมาใช้ประโยชน์ในการพัฒนาจัด

กิจกรรมการเรียนการสอนและการวัดผลประเมินผลการเรียน เพื่อให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้น และสนใจอยากเรียนมากขึ้น (สถาพร สาธการ 2550: 34)

ซอฟต์แวร์สำรวจเชิงคณิตศาสตร์เรขาคณิตพลวัต (The Geometer's sketchpad) หรือเรียกสั้นๆว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต หรือโปรแกรมจีเอสพี เป็นเครื่องมืออีกชิ้นหนึ่งที่ผู้สอนสามารถนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในห้องเรียนของตนเองได้เป็นอย่างดีเนื่องจากเป็นโปรแกรมที่ใช้งานง่าย สะดวก อีกทั้งตัวโปรแกรมฉบับภาษาไทย ซึ่งจัดแปลโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) สำหรับใช้เพื่อเป็นประโยชน์ในสถาบันการศึกษา

แนวทางการนำโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมีได้หลายรูปแบบ เช่น ใช้ในการสร้างความสนใจและนำเข้าสู่บทเรียน ใช้ในการสาธิตการแก้โจทย์ปัญหา ใช้ในการเสนอที่มาของสูตรหรือกฎเกณฑ์ต่างๆ ใช้เพื่อให้นักเรียนฝึกทักษะ หรือ ใช้เพื่อให้นักเรียนทำการสำรวจ ค้นหาความรู้ต่างๆ การที่ผู้สอนจะเลือกนำวิธีการใดไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนกับนักเรียนนั้นควรคำนึงถึงสิ่งต่างๆ ดังนี้ จุดประสงค์ บทเรียน เวลาในการจัดกิจกรรม ความรู้พื้นฐานของนักเรียน และ ปริมาณเครื่องคอมพิวเตอร์ที่สามารถใช้งานได้

จากเอกสารที่เกี่ยวข้องกับ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต หมายถึง สื่อเทคโนโลยีที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ครูสามารถนำมาใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอน นำมาใช้สร้างสื่อการสอน และ ใ้ทำงาน เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่หลากหลาย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548: 2-4) กล่าวว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็น โปรแกรมอเนกประสงค์ ขอบเขตของการใช้ขึ้นอยู่กับจินตนาการของผู้ใช้ ตัวอย่างที่สามารถทำได้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

### 1. การสำรวจและการสอนทฤษฎีบททางเรขาคณิต

ในหนังสือเรขาคณิตมักเต็มไปด้วยทฤษฎีบท สัจพจน์ บทแทรก บทตั้ง และ บทนิยาม ซึ่งมีหลากหลายอย่างที่ยากที่จะเข้าใจ หรือ แม้จะเข้าใจก็ไม่ลึกซึ้ง วิธีที่จะให้เข้าใจทฤษฎีบทที่ยากๆ หรือ วิธีการสอนเรื่องยากในชั้นเรียน คือ การใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต สร้างแบบจำลองต่างๆ

### 2. การนำเสนอในชั้นเรียน

แบบร่างที่นำเสนอเป็นเอกสารของ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ที่ได้ออกแบบไว้ สำหรับการนำเสนอไปยังกลุ่มบุคคลต่างๆ เช่น นักเรียน เพื่อนร่วมชั้นเรียน หรือ ครู โดยปกติแบบร่างที่นำเสนอจะมีภาพกราฟิกที่สวยงาม เคลื่อนไหวได้ มีปุ่มแสดงการทำงานต่างๆ และมีเนื้อหาได้

หลายหน้า ครูสามารถใช้โปรแกรมเรขคณิตพลวัต ให้เป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้การสอนมีประสิทธิภาพ ถึงแม้ว่าจะไม่สามารถสอนในห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ได้ทุกวัน แต่ก็สามารถนำงานมาสาธิตในห้องเรียนที่มีคอมพิวเตอร์เพียงเครื่องเดียวพร้อมเครื่องฉาย LCD ได้ นอกจากนี้ นักเรียนยังสามารถนำงานที่สร้างในแบบร่างมานำเสนอหน้าชั้นเรียนหรือ ทำรายงานตลอดจนทำแฟ้มผลงานต่างๆได้

### 3. การศึกษารูปต่างๆจากหนังสือเรียน

เมื่อเราชำนาญในการใช้โปรแกรมเรขคณิตพลวัต แล้ว จะพบว่าการสร้างรูปต่างๆ บนจอคอมพิวเตอร์ จะใช้เวลาสร้างน้อยกว่าการสร้างด้วยมือ นอกจากนั้นในการสร้างรูปด้วยโปรแกรมเรขคณิตพลวัต ยังได้เปรียบตรงที่สามารถทำให้รูปนั้นเคลื่อนไหวได้ และ สามารถการเปลี่ยนแปลงได้ ดังนั้นควรพิจารณาใช้ในการสร้างและศึกษารูปในหนังสือเรียนและในการทำการบ้าน

### 4. ใช้โปรแกรมเรขคณิตพลวัต ในรายวิชาต่างๆของคณิตศาสตร์

โปรแกรมเรขคณิตพลวัต เป็นเครื่องมือที่จำเป็นอย่างยิ่งในรายวิชาต่างๆ ของคณิตศาสตร์ ไม่ว่าจะเป็นนักเรียน หรือ ครู เช่น ในพีชคณิต สามารถใช้สำรวจความชัน และ สมการของเส้นตรง สำรวจสมบัติพาราโบลา และ หัวข้ออื่นๆ ที่สำคัญอีกหลายหัวข้อ ทั้งนักเรียนและครูสามารถสำรวจการเคลื่อนไหวของวงรีของฟังก์ชันด้วยการใช้คำสั่งต่างๆจากเมนูกราฟใช้กับวิชาตรีโกณมิติ ในวิชาแคลคูลัส ใช้สำรวจอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ด้วยการสร้างเส้นสัมผัสเส้นโค้ง และ ใช้คำสั่งอนุพันธ์ หรือ สำรวจปริพันธ์ โดยการสร้างพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง นอกจากนี้ โปรแกรมเรขคณิตพลวัตยังสามารถใช้ประโยชน์ในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับวิทยาลัย เช่น วิชา non - Euclidean geometry หรือ ในวิชาคณิตศาสตร์ขั้นสูง

นवलนดา สวงวนวงษ์ทอง (2549: 22) กล่าวว่าโปรแกรมเรขคณิตพลวัต สามารถใช้เป็นสื่อภาพในการนำเสนอแนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น

นารี วงศ์ลิ โจรจนกุล (2549: 15-16) กล่าวว่า เราสามารถใช้ โปรแกรมเรขคณิตพลวัต สร้างรูปเรขคณิตจำนวนมากเพื่อพิสูจน์ทฤษฎีต่างๆ ทั้งยังทบทวนได้ง่ายและบ่อยขึ้น การสอนด้วยโปรแกรมเรขคณิตพลวัต จะทำให้นักเรียนเรียนได้สนุก เข้าใจได้เร็ว น่าตื่นเต้น นอกจากนั้นการใช้โปรแกรมเรขคณิตพลวัตสร้างสื่อการสอน และ ใบงาน ยังทำได้รวดเร็ว สามารถนำเสนอภาพเคลื่อนไหว มาใช้อธิบายเนื้อหาที่ยากๆ เช่น ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ ฟิสิกส์ ให้เป็นรูปธรรม และ โปรแกรมยังเน้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยตนเองได้

จากความสามารถของโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต มีความสามารถในการนำเสนอภาพเคลื่อนไหว นำมาใช้ในการอธิบาย เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ สามารถสร้างรูปเรขาคณิต รูปกราฟต่างๆ สามารถ เลื่อน หมุน ยืด หด พลิก ได้ และ นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง โดยการลงมือปฏิบัติ เป็นสื่อที่ช่วยให้ผู้เรียน ได้ พัฒนาทักษะการแก้ปัญหา ทักษะกระบวนการแก้ปัญหา

### 3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นความสามารถของนักเรียนในด้านต่างๆ ซึ่งเกิดจาก นักเรียนได้รับประสบการณ์จากกระบวนการเรียนการสอนของครู โดยครูต้องศึกษาแนวทางในการ วัดและประเมินผล การสร้างเครื่องมือวัดให้มีคุณภาพ ในที่นี้จะกล่าวถึง ความหมายของผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และ ระดับความสามารถด้านความรู้คณิตศาสตร์

#### 3.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

นักวิชาการ และนักการศึกษาได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ไว้หลายท่าน ดังนี้

สุวิทย์ มูลคำ และสุนันทา สุนทรประเสริฐ (2550: 5) กล่าวถึง ความหมายของ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไว้ว่า หมายถึง ความสำเร็จ ความรู้ ความสามารถหรือทักษะ หรือหมายถึงผลการเรียนการสอนหรือผลงานที่ได้จากการประกอบกิจกรรมส่วนนั้นๆ ก็ได้

ภพ เลาไพบูลย์ (2542: 295) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง พฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการกระทำสิ่งหนึ่งสิ่งใด ได้จากที่ไม่เคยทำหรือทำได้ น้อยก่อนจะมีการเรียนการสอน ซึ่งเป็นพฤติกรรมที่สามารถวัดได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 18) ได้กล่าวว่า ความรู้ความคิดในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นการพัฒนาสมรรถภาพของผู้เรียนที่ แสดงออกด้วยพฤติกรรมต่างๆ ดังนี้

1. สมรรถภาพความรู้ความจำ พฤติกรรมการแสดงออก คือ การบอกบทนิยาม ทฤษฎีบท และข้อตกลงต่างๆ
2. สมรรถภาพความเข้าใจ พฤติกรรมการแสดงออก คือ การอธิบายและ ยกตัวอย่างประกอบ
3. สมรรถภาพการนำไปใช้ พฤติกรรมการแสดงออก คือ การนำความรู้ไปใช้ใน สถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริง



4. สมรรถภาพการวิเคราะห์ พฤติกรรมการแสดงออก คือ การแยกแนวคิดที่ซับซ้อนออกเป็นส่วนๆ

5. สมรรถภาพการสังเคราะห์ พฤติกรรมการแสดงออก คือ การรวบรวมความรู้ข้อเท็จจริง และลงข้อสรุปหรือสร้างองค์ความรู้ใหม่

6. สมรรถภาพการประเมินค่า พฤติกรรมการแสดงออก คือ การตัดสินใจหรือสรุปและเปรียบเทียบความรู้เพื่อการเลือกตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

สมพร เชื้อพันธ์ (2547: 53) สรุปว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถ ความสำเร็จและสมรรถภาพด้านต่างๆของผู้เรียนที่ได้จากการเรียนรู้อันเป็นผลมา จากการเรียนรู้ การสอน การฝึกฝนหรือประสบการณ์ของแต่ละบุคคลซึ่งสามารถวัดได้จากการทดสอบด้วยวิธี การต่างๆ

จากที่กล่าวมาพอสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถทางด้านสติปัญญาที่แสดงออกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการวิเคราะห์และแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหา

### 3.2 ระดับความสามารถด้านความรู้คณิตศาสตร์

วิลสัน (Wilson, J.W. 1971: 643-644) ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ไว้ว่า หมายถึง ความสามารถทางด้านสติปัญญา (Competency domain) ซึ่งได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญาในการเรียนคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ ความจำ ด้านการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมระดับนี้ถือเป็นพฤติกรรมระดับต่ำสุด แบ่งออกเป็น 3 ชั้น ดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็นความหมายที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่างๆ ที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามจะเกี่ยวกับข้อเท็จจริง ตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลาอันยาวนานแล้วด้วย

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และ กระบวนการที่ได้เรียนมาแล้ว มาคิดคำนวณตามลำดับตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้เป็น โจทย์ง่ายๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability of Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้ว มาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็น โจทย์ง่ายๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณแต่ซับซ้อนมากกว่า แบ่งได้เป็น 6 ชั้น ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Concept) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนคตินามธรรม ซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่างๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้นได้โดยใช้คำพูดของตน หรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนในรูปแบบใหม่ หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่าง ไปจากที่เคยเรียนในชั้น มินะนั้นจะจัดเป็นความจำ

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์และการสรุปอ้างอิงในกรณีทั่วไป (Principles , Rules , and Generalizations) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และ ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับการโจทย์ปัญหา จนได้แนวทางในการแก้ปัญหาได้ ถ้าคำถามนี้เป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเห็นเป็นครั้งแรก

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้าง (Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem Elements From One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดไว้ เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นรูปสมการ ซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา (Algorithms) หลังจากแปลแล้ว อาจกล่าวได้ว่าเป็นพฤติกรรมท้ายที่สุดของพฤติกรรมกับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability of Follow a Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่าน ทั่ว ๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่น ๆ โดยให้นักเรียนอ่าน และ ตีความ โจทย์ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ



### 3. การนำไปใช้ (Application)

ความสามารถในการแก้ปัญหาในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะ คล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน หรือ แบบฝึกหัดที่นักเรียนเลือก กระบวนการแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problem) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจ และเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณ และ จำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง พิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติมมีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบที่กำลังประสบอยู่ หรือ อาจต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วน ๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งต่อเนื่อง ตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบ หรือ ผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบรูป ลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns , Isomorphism , and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกรู้ถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล และ การระลึกรู้ถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูล หรือสิ่งที่กำหนดให้จากโจทย์ปัญหาที่พบ

### 5. การวิเคราะห์ (Analysis)

เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็น หรือ ไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าวต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหาพฤติกรรมระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพทางสมองระดับสูง แบ่งออกเป็น 5 ขั้นตอน คือ ความสามารถในการแก้ไข ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน ( Ability to Solve Nonroutine) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน

ไม่มีในแบบฝึกหัด หรือ ตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ ผสมผสานกับความเข้าใจ มโนคติ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

5.1 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ และ สร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมา แล้วใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

5.2 ความสามารถในการพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) เป็นความสามารถในการพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนจะต้องอาศัยนิยาม ทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้ว ช่วยในการแก้ปัญหา

5.3 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) ความสามารถในขั้นนี้เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่ ความสามารถในการวิจารณ์เป็นพฤติกรรมที่ยุ่ยากซับซ้อนกว่า ความสามารถในขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดจากมโนคติ หลักการ กฎ นิยาม หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

5.4 ความสามารถเกี่ยวกับการสร้างสูตร และ ทดสอบความถูกต้องของสูตร (Ability to Formulate and Validate Generaliation) นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่ โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องเดิม และ ต้องสมเหตุสมผลด้วย คือการจะถามให้หาและพิสูจน์ประโยคทางคณิตศาสตร์ หรือ อาจถามให้นักเรียนสร้างกระบวนการคิดคำนวณใหม่ พร้อมทั้งแสดงการใช้กระบวนการนั้น

#### 4. ความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้สื่อประสม

การศึกษาความพึงพอใจของนักเรียน ที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้สื่อประสม สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ตรวจสอบเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ในที่นี้จะนำเสนอความหมายของความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนรู้ และ การวัดความพึงพอใจโดยใช้มาตรวัดแบบลิเคิร์ต ดังนี้

#### 4.1 ความหมายของความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

เพื่อให้เกิดความครอบคลุมและความชัดเจนถึงตัวแปรที่เกี่ยวกับทฤษฎีความพึงใจ ผู้วิจัยได้ศึกษาถึงความหมายของความพึงพอใจ การวัดระดับความพึงพอใจ และทฤษฎีความพึงพอใจ ไว้ดังนี้

มารศรี นุชแสงพลี (2542: 25) กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง การประเมินภาพรวมของชีวิตบุคคลหรือการเปรียบเทียบที่สะท้อนให้เห็นการรับรู้ถึงความไม่สอดคล้องกันระหว่างความมุ่งหวังสัมฤทธิ์ผลของบุคคลที่แสดงให้เห็นว่า ความพึงพอใจเป็นกระบวนการรับรู้แต่ความสุขแสดงถึงสภาพความรู้สึกหรืออารมณ์ คำถามที่เกี่ยวกับความพึงพอใจในชีวิตมักรวมถึงกลุ่ม เปรียบเทียบทั้งที่แจ่มชัดและไม่แจ่มชัด เป็นการเปรียบเทียบกับผู้อื่นหรือรวมถึงด้านเวลาและมักรวมถึงความพอใจในมิติต่างๆ

เรียม ศรีทอง (2542: 450) กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกนึกคิดโดยรวมของบุคคลที่มีต่อการทำงานเชิงบวก พฤติกรรมของบุคคลที่แสดงออกถึงความพึงพอใจสังเกตได้จากความคิดคือ คิดถึงงานที่ทำ นำทำ มีคุณค่า และมีประโยชน์ อารมณ์และความรู้สึก จะมีใจสนุกสนาน เพลิดเพลิน มีกำลังใจทำงานอยู่เสมอ และสังเกตที่กระทำต้องตั้งใจ อดทน กระตือรือร้น มีความขยันมุ่งมั่นทำงาน

วิษุตา หุ่นวิไล (2545: 30) กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ทัศนคติที่ดีต่างๆ ของบุคคลที่มีต่อสิ่งที่ต้องการ ซึ่งรวมทั้งองค์ประกอบอื่นๆ ที่สัมพันธ์กับสิ่งที่ต้องการ

ชวลิต เหล่ารุ่งกานจน์ (2548: 30) กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกหรือทัศนคติของบุคคลที่มีต่อสิ่งหนึ่งหรือปัจจัยต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง ความรู้สึกพอใจจะเกิดขึ้นเมื่อความต้องการได้รับการสนองตอบความพึงพอใจเป็นการให้ค่าความรู้สึกของคนที่มีความสัมพันธ์กับโลกทัศน์ที่เกี่ยวกับความหมายของสภาพแวดล้อม

พิณ ทองพูน (2549: 21) กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกชอบยินดีเต็มใจ หรือมีเจตคติที่ดีของบุคคลต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ความพึงพอใจจะเกิดขึ้นเมื่อได้รับการตอบสนองความต้องการทั้งด้านวัตถุและด้านจิตใจ

วิชัย แหวนเพชร (2549: 160) กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง สภาวะอารมณ์ ความรู้สึกและทัศนคติของบุคคลที่มีต่อการปฏิบัติงาน โดยแสดงออกมาในความสนใจ กระตือรือร้นเต็มใจและร่าเริง เพื่อผู้ปฏิบัติงานเกิดความพึงพอใจ ในงานที่ทำแล้วก็จะพยายามอดทน มีความสุขกับงานที่ทำมีความรับผิดชอบที่มุ่งมั่นจนงานนั้นสำเร็จ

สุภาลักษณ์ ชัยอนันต์ (2540: 17) กล่าวว่า ความพึงพอใจเป็นความรู้สึกส่วนตัวที่รู้สึกเป็นสุขหรือยินดีที่ได้รับการตอบสนองความต้องการในสิ่งที่ขาดหายไป หรือสิ่งที่ทำให้เกิดความไม่สมดุล ความพึงพอใจเป็นสิ่งที่กำหนดพฤติกรรม ที่จะแสดงออกของบุคคลซึ่งมีผลต่อการเลือกที่จะปฏิบัติในกิจกรรมใดๆ นั้น

อุทัยพรรณ สุดใจ (2545: 7) กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกหรือทัศนคติของบุคคลที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง โดยอาจจะเป็นไปในเชิงประเมินค่าว่าความรู้สึกหรือทัศนคติต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใดนั้นเป็นไปในทางบวกหรือทางลบ

สรุปได้ว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกของบุคคลที่มีต่อการทำงานในทางบวกเป็นความสุขของบุคคลที่เกิดจากการปฏิบัติงานและได้รับผลตอบแทนคือ ผลที่เป็นความพึงพอใจที่ทำให้บุคคลเกิดความรู้สึกกระตือรือร้น มีความมุ่งมั่นที่จะทำงาน มีขวัญและกำลังใจ สิ่งเหล่านี้จะมีผลต่อประสิทธิภาพ และประสิทธิผลของการทำงาน รวมทั้งส่งผลต่อความสำเร็จ

#### 4.2 การวัดความพึงพอใจโดยใช้มาตรวัดแบบลิเคิร์ต

มาตรวัดเจตคติแบบลิเคิร์ต คิดค้นขึ้น โดยนักจิตวิทยาสังคมชื่อ เรนซิส ลิเคิร์ต (Likert Rensis) ซึ่งเคยเป็นผู้อำนวยการศูนย์การวิจัยสำรวจ ผู้อำนวยการสถาบันวิจัยสังคม และเป็นศาสตราจารย์ทางจิตวิทยาและสังคมวิทยา มหาวิทยาลัยมิชิแกน (Likert Rensis, 1967:16) มาตรวัดชนิดนี้เรียกได้หลายอย่าง ได้แก่ Likert Scale, Likert type, Summated Rating Scale เป็นมาตรวัดเจตคติที่ได้รับความนิยมมากที่สุด เพราะสะดวก สร้างง่าย รวดเร็ว สร้างให้มีความเป็นเอกพจน์ง่าย การตรวจให้คะแนนไม่ยุ่งยาก ยอมให้ผู้ตอบได้พิจารณาระดับความมากน้อยของความรู้สึกของตนเอง และมีความเชื่อมั่นค่อนข้างสูง (ปราณี ทองคำ 2539: 155)

มาตรวัดเจตคติแบบลิเคิร์ต มีจุดมุ่งหมายเพื่อใช้วัดเจตคติ เป็นการวัดโดยใช้ข้อความเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่ง สอบถามความคิดเห็นของบุคคลที่มีต่อเรื่องนั้น แล้วให้บุคคลนั้นแสดงความรู้สึกต่อข้อความดังกล่าว การตอบสนองข้อความนั้น อาจเป็นไปได้ทั้งเห็นด้วย หรือพอใจ ไม่เห็นด้วย หรือไม่พอใจ หรือแสดงความไม่แน่ใจกับข้อความนั้น (ไพศาล หวังพานิช 2526: 149) จากนั้นจึงนำมาประมวลผล โดยอาศัยรูปแบบค่ารวมเป็นหลัก ซึ่งมีข้อดกลงเบื้องต้น 3 ประการ ดังนี้ (สวัสดิ์ สุขนธรังษี 2525: 237) 1) การสนองตอบต่อคำถามหรือข้อความแต่ละข้อในมาตรวัดจะมีลักษณะคงที่ แต่ทั้งนี้มิได้หมายความว่าลักษณะคงที่ของการสนองตอบในทุกๆ ข้อความจะต้องเป็นเส้นทับกัน 2) ผลรวมของลักษณะคงที่ของการสนองตอบต่อข้อความทั้งหมดของแต่ละคนจะมีลักษณะเป็นเส้นตรงหรือเกือบเป็นเส้นตรง เพราะถึงแม้ว่าลักษณะคงที่ในทุกๆ ข้อความจะไม่เป็นเส้นทับกัน แต่เมื่อนำค่าคงที่นี้มารวมกันแล้วจะทำให้ส่วนที่เอกจากเส้นตรงหักลบ

กัน ไป 3) ผลรวมของลักษณะคงที่ ของการสนองตอบต่อข้อความหนึ่งๆ จะมียุทธ์ประกอบร่วมกัน อยู่หนึ่งตัว นั่นคือ ผลรวมนี้จะแทนค่าลักษณะนิสัยที่วัดได้อย่างหนึ่งเพียงอย่างเดียว

จากข้อตกลงเบื้องต้น 3 ประการนี้ ลิเคิรท์นำมาใช้เป็นหลักในการวัดเจตคติในเรื่องหนึ่งๆ โดยการตั้งข้อคำถามบุคคลหลายๆข้อ แล้วนำผลการตอบของทุกข้อมารวมกันเป็นเจตคติของบุคคลที่มีต่อเรื่องนั้นๆ เจตคติทั้งหลายของบุคคลจะมีการกระจายหรือการแจกแจงอยู่ในลักษณะที่เป็น โคน์ปกติ ซึ่งสามารถใช้หน่วยความเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นเกณฑ์ในการวัดได้

ลิเคิรท์ได้พบว่าค่าของหน่วยวัดซึ่งใช้หน่วยความเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นเกณฑ์นั้น เมื่อเทียบกับคะแนนที่จัดอันดับของการตอบสนองแบบ 1, 2, 3, 4, 5 นั้น มีสหสัมพันธ์กันสูงมากถึง 0.99 ซึ่งสามารถที่จะใช้แทนกันได้ (Fishbein, and Ajzen I, 1980: 16) ดังนั้น มาตรการวัดเจตคติของลิเคิรท์จึงประกอบด้วยข้อความคิดเห็นหลายๆข้อ แต่ละข้อมีคุณค่าเจตคติตามสเกลระดับของความต่อเนื่อง จากไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง ไม่เห็นด้วย ไม่แน่ใจ เห็นด้วย และเห็นด้วยอย่างยิ่ง (Noll, 1965: 353)

#### การสร้างมาตรวัดเจตคติแบบลิเคิรท์

การสร้างมาตรวัดเจตคติแบบลิเคิรท์มีขั้นตอนดังนี้ (Anderson, M. J. 1970: 427 and Likert Rensis, 1967: 90-91)

1. การกำหนดที่หมายของเจตคติ กำหนดให้ชัดเจน เช่น วิชาคณิตศาสตร์
2. การเลือกคำถามและรวบรวมข้อความคิดเห็น การเก็บรวบรวมข้อความคิดเห็นที่จะเป็นตัวกระตุ้นให้บุคคลแสดงปฏิกิริยาโต้ตอบออกมา ข้อความนั้นควรมีลักษณะดังนี้
  - 2.1 คำถามทุกข้อต้องเป็นข้อความเกี่ยวกับเจตคติ ไม่ใช่เป็นการถามเรื่องราวของข้อเท็จจริง เพราะคำถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริงนั้นไม่สามารถบอกได้ว่า ผู้ตอบมีเจตคติเป็นอย่างไร คือจะไม่สามารถวัดความแตกต่างของเจตคติได้
  - 2.2 คำถามทุกข้อต้องแจ่มแจ้ง ชัดเจน รัดกุม และตรงประเด็นที่ต้องการศึกษา การเขียนคำถามควรถามครั้งละหนึ่งประเด็นเท่านั้น เพราะถ้าเขียนคำถามครั้งละหลายประเด็นจะทำให้ผู้ตอบเกิดความสับสน เพราะผู้ตอบอาจจะเห็นด้วยกับคำถามเพียงประเด็นเดียว ส่วนประเด็นอื่นผู้ตอบอาจไม่เห็นด้วย เช่น มหาวิทยาลัยควรส่งเสริมด้านการเรียนการสอนและกิจกรรมนักศึกษา ควรจะแยกเป็นมหาวิทยาลัยควรส่งเสริมด้านการเรียนการสอน กับ มหาวิทยาลัยควรส่งเสริมกิจกรรมนักศึกษา เป็นต้น
  - 2.3 ข้อความนั้น ควรใช้คำและศัพท์ต่างๆที่ทุกคนอ่านแล้วเข้าใจตรงกัน พยายามหลีกเลี่ยงคำที่มีความหมายหลายแง่หลายมุม

2.4 หลีกเลี่ยงการใช้คำปฏิเสธว่า “ไม่” ให้ใช้คำอื่นที่มีความหมายคล้ายกันแทน

2.5 คำถามควรมีลักษณะที่สามารถจำแนกเจตคติของบุคคลในแง่ต่างๆได้ กล่าวคือ บุคคลที่มีเจตคติต่างกันควรมีแนวคำตอบปรากฏให้เห็นแตกต่างกัน ส่วนแนวคำถามใดที่บุคคลทุกคนมีแนวโน้มที่จะตอบเหมือนกัน ทั้งที่มีเจตคติต่างกันข้อนั้นควรตัดทิ้งไป

2.6 ผลจากการตอบคำถาม ควรจะกระจายพอสมควร ตามแนวของเจตคติ คือ มีทั้งกลุ่มที่เห็นด้วยและกลุ่มที่ไม่เห็นด้วย

2.7 ในมาตรวัดชุดหนึ่งๆควรมีคำถามประเภทบวก หรือนิมาน และประเภทลบ หรือ นิเสธ อย่างละเท่าๆกัน

2.8 ถ้าใช้คำถามประเภทเลือกตอบ ตัวเลือกแต่ละตัวจะต้องสามารถแยกเจตคติได้ และไม่มีหลายตัวแปรในแต่ละคำตอบ

### 3. การกำหนดตัวแปรของเจตคติ

เมื่อได้ตั้งคำถามไว้เรียบร้อยแล้ว ก็นำคำถามเหล่านั้นมากำหนดค่าเจตคติว่าควรจะมีค่าตั้งแต่เท่าใด ถึงเท่าใด ซึ่งพิจารณาได้โดยยึดหลักดังนี้

#### 3.1 ข้อคำถามทั้ง 2 ประเภท กำหนดค่าเป็น 5 ลักษณะ คือ

ข้อคำถามประเภตนิมาน (Favorable Statement)	ข้อคำถามประเภตนิเสธ (Unfavorable Statement)
- เห็นด้วยอย่างยิ่ง (Strongly Agree)	- ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง (Strongly Disagree)
- เห็นด้วย (Agree)	- ไม่เห็นด้วย (Disagree)
- ไม่แน่ใจ (Uncertain)	- ไม่แน่ใจ (Uncertain)
- ไม่เห็นด้วย (Disagree)	- เห็นด้วย (Agree)
- ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง (Strongly Disagree)	- เห็นด้วยอย่างยิ่ง (Strongly Agree)

#### 3.2 การกำหนดน้ำหนัก

คำถามนิมาน กำหนดให้น้ำหนักสูงสุดอยู่ที่ “เห็นด้วยอย่างยิ่ง” และน้ำหนักต่ำที่สุด “ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง”

คำถามประเภตนิเสธ กำหนดให้น้ำหนักสูงสุดอยู่ที่ “ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง” และน้ำหนักต่ำที่สุด “เห็นด้วยอย่างยิ่ง”

4. การเลือกคำถาม คำถามทุกข้อที่สร้างขึ้นในตอนแรกนี้ จะนำไปใช้เป็นแบบสอบถามเจตคติยังไม่ได้ จะต้องนำคำถามเหล่านี้ไปทดลองดูก่อนว่า คำถามแต่ละข้อนั้นจะ



เชื่อถือได้หรือไม่ สามารถวัดจากเจตคติที่ต้องการจะวัดหรือไม่เพียงไร โดยการนำข้อความไปทดลองใช้กับผู้ตอบที่มีลักษณะพื้นฐานคล้ายกับกลุ่มที่เราจะศึกษา จำนวนประมาณ 80-100 คน แล้วนำมาวิเคราะห์รายข้อเพื่อประเมินคุณภาพของแต่ละข้อความ ซึ่งกระทำได้ 2 วิธี คือ (วิเชียร เกตุสิงห์ 2530: 81)

4.1 หาค่า t-test ระหว่างค่าเฉลี่ยของกลุ่มที่ได้คะแนนรวมสูงกับกลุ่มที่ได้คะแนนรวมต่ำ ข้อใดที่ค่าแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ แสดงข้อความที่มีค่าที่สูงสุดลงมาตามจำนวนที่ต้องการ

4.2 หาค่าสหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนแต่ละข้อกับคะแนนรวมทั้งหมด คะแนนข้อนั้น เป็นการวิเคราะห์โดยใช้เกณฑ์ความคงที่ภายในมาตรวัด ถ้าได้ค่าสหสัมพันธ์สูง แสดงว่าใช้ได้

วิธีเลือกข้อความดังกล่าวนี้ ลิเคิร์ท เสนอว่าวิธีวิเคราะห์โดยการหาค่าสหสัมพันธ์ จะได้ผลดีกว่า แต่จากการหาสหสัมพันธ์ระหว่างผลการวิเคราะห์ทั้งสองวิธีพบว่ามีความสัมพันธ์กันถึง 0.91 แสดงว่าจะใช้วิธีใดก็ได้ (บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์ 2540: 88)

#### การแปลความหมายคะแนนของมาตรวัดเจตคติแบบลิเคิร์ท

ในการแปลความหมายคะแนนของมาตรประมาณแบบลิเคิร์ทนี้สามารถแยกพิจารณาเป็น 2 กรณี คือ

1. กรณีพิจารณาคะแนนของผู้ตอบรายบุคคล จะใช้คะแนนรวมจากข้อคำถามทั้งหมดนับเป็นสิ่งบ่งชี้เจตคติของผู้ตอบที่มีต่อสิ่งที่ต้องการวัด การแปลความหมายจะบอกได้เพียงว่าเขาควรมีความรู้สึกอย่างไรมากกว่าเขามีความรู้สึกจริงๆอย่างไร ในกรณีที่ผู้ตอบสองคนได้คะแนนเท่ากันก็มิได้หมายความว่าทั้งสองมีความรู้สึกหรือระดับความคิดเหมือนกัน (อนันต์ ศรี โสกา 2525: 305)

2. กรณีพิจารณาคะแนนของผู้ตอบเป็นรายกลุ่ม ส่วนมากนิยมใช้วิธีคำนวณคะแนนเฉลี่ย ของกลุ่มที่ศึกษา โดยดูว่าคะแนนเฉลี่ยตกอยู่ทางส่วนใดของสเกล โดยเอาคะแนนตรงกลางเป็นหลัก วิธีนี้จึงใช้ได้ดีในกรณีที่ต้องเปรียบเทียบเจตคติที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งระหว่างกลุ่มหรือเปรียบเทียบเจตคติที่เปลี่ยนแปลงไปของกลุ่มเดียวกันอันเนื่องจากการนำเอาตัวแปรบางอย่างเข้าไปใช้ในการทดลอง (ประภาเพ็ญ สุวรรณ 2527: 50-51)

### ข้อดีของมาตรวัดเจตคติแบบลิเคิร์ท

วิเชียร เกตุสิงห์ (2530: 79) และบุญธรรม กิจปริดาบริสุทธ์ (2540: 88-89) ได้กล่าวถึง ข้อดีของมาตรวัดเจตคติแบบลิเคิร์ทไว้ดังนี้สร้างได้ง่าย สะดวกในการนำไปใช้ และวิเคราะห์ผล

1. ไม่ต้องหากลุ่มที่จะนำมาตัดสินเพื่อกำหนดค่าประจำข้อ
2. ไม่ต้องคำนวณค่าประจำข้อ ซึ่งช่วยลดภาระงานลงมาก
3. สามารถจัดเจตคติได้แน่นอนกว่ามาตรวัดเจตคติแบบเซอร์สโตน เพราะผู้ตอบต้องตอบทุกข้อความ ในขณะที่วิธีของเซอร์สโตนเลือกตอบเพียงบางข้อ ผู้ตอบจึงมีโอกาสบิดเบือนโอกาสทางความจริงได้มากกว่าวิธีของ ลิเคิร์ท
4. มีความเชื่อมั่นสูง ใช้เพียงไม่กี่ข้อก็มีความเชื่อถือได้สูงพอๆกับเทคนิคอื่นที่ใช้จำนวนข้อมากกว่า
5. สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการวัดเจตคติที่มีต่อสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างกว้างขวาง ทั้งยังสามารถวัดได้ทั้งทิศทางและปริมาณความมากน้อยของเจตคติได้อีกด้วย

(Anderson, M. J. 1988: 428)

6. การให้คะแนนไม่ยุ่งยาก ขอมให้ผู้ตอบได้พิจารณาระดับความมากน้อยของความรูสึกของตนเอง

### ข้อจำกัดของมาตรวัดเจตคติแบบลิเคิร์ท

แม้ว่ามาตรวัดเจตคติแบบลิเคิร์ทจะมีข้อได้เปรียบกว่ามาตรวัดเจตคติแบบอื่นๆก็ตามแต่ก็ยังมีข้อจำกัดบางประการ ดังที่จะกล่าวต่อไปนี้

1. แบบแผนการตอบหรือลักษณะการเลือกคำตอบที่แตกต่างกัน สามารถประมวลผลให้ได้คะแนนเหมือนกัน เช่น ผู้ตอบได้คะแนน เท่ากับ 3 อาจได้จากการที่เขาเลือกคำตอบ “เป็นกลาง” ซึ่งมีค่าคะแนนน้ำหนักเท่ากับ 3 ทุกข้อ หรืออาจได้จากการที่เขาเลือกคำตอบ “เห็นด้วยอย่างยิ่ง” และ “ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง” อย่างละครึ่ง การแปรผลข้อมูลจะแตกต่างกัน นักวิชาการบางท่านจึงได้เสนอแนะว่าควรวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากมาตรวัดเจตคติแบบลิเคิร์ท โดยการจัดทำข้อมูลเป็นแบบมาตราอันดับมากกว่า จัดเป็นมาตราอันตรภาค (Anderson, 1988: 428)

2. ปัญหาในการตอบ แม้ว่าบุคคลแต่ละคนจะมีแนวโน้มในการตอบแตกต่างกัน บางคนชอบตอบรุนแรง หรือบางคนชอบตอบเป็นกลาง แต่ในความเป็นจริงแล้วส่วนใหญ่ผู้ตอบนิยมเลือกคำตอบที่เป็นกลาง ซึ่งทำให้ไม่ทราบเจตคติที่แท้จริงของผู้ตอบ ที่เป็นเช่นนี้ Cronbach และ Guilford บอกว่าเกิดขึ้นเนื่องจากสาเหตุใหญ่ๆ 6 ประการคือ (บุญธรรม กิจปริดาบริสุทธ์ 2540: 88-89)

- 2.1 ความรู้สึกในเรื่องการเลี้ยง โดยพยายามตอบเป็นกลางไว้เพื่อป้องกันการ  
เสียหาย
- 2.2 ความเข้าใจความหมายของภาษาไม่ตรงกัน เช่น บุคคลหนึ่งอาจเข้าใจ  
ความหมายของ “ เห็นด้วย ” ไม่ตรงกับอีกบุคคลหนึ่ง
- 2.3 ขาดแรงจูงใจในการตอบ บางคนไม่ตั้งใจตอบหรือเลือกคำตอบโดยไม่ได้  
อ่าน
- 2.4 การยอมรับเรื่องที่ถาม ถ้าผู้ตอบเห็นด้วยกับเรื่องที่ถามจะตอบ ได้ถูกต้อง  
ตรงความเป็นจริงมากกว่าที่ไม่ยอมรับเรื่องที่ถาม
- 2.5 ปัญหาในเรื่องเวลาที่ให้ตอบ ถ้ามีเวลาให้ตอบจำกัด ผู้ตอบอาจตอบไม่ได้  
ถ้วน
- 2.6 ผู้ตอบมักมีความรู้สึกอ่อนเร้น และต้องการแสดงออกเฉพาะลักษณะที่ดี  
ของตน จึงพยายามปิดบังส่วนเสียของบุคลิกภาพที่ตนมี ทำให้เลือกคำตอบที่ไม่แสดงลักษณะที่  
แท้จริงของตน

## 5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษารายงานการวิจัย ที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้  
สื่อประสม ที่ใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นสื่อหลัก ผู้วิจัยได้ทำการศึกษารายงานการวิจัยจำนวน  
5 เรื่อง ได้แก่ รายงานการวิจัยของ รัตติยา อริยวงศ์ (2552) กาญจณี บ่อสุวรรณ (2553) ประจวบ ศรีภ  
ลา (2554) ธนวิทย์ ชารน้ำทิพย์ (2555) และ ประสิทธิ์ สุดทอง (2555) สรุปดังนี้

รัตติยา อริยวงศ์ (2552) ทำการวิจัยเรื่อง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง การแปลงทาง  
เรขาคณิต โดยการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิต  
แห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ โครงการการศึกษาพหุภาษา ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา จังหวัด  
ชลบุรี โดยทำการศึกษา กับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 31 คน  
โดยมีวัตถุประสงค์การวิจัยเพื่อ 1) จัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต โดย  
ใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต 2) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง การแปลงทาง  
เรขาคณิต โดยการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต 3) ศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัด  
กิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต โดยการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และรูปแบบการ  
ใช้สื่อประสม ที่ใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นสื่อหลัก คือ การใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต  
นำเสนอประกอบการบรรยายหน้าชั้นเรียน และมีการทำใบกิจกรรมร่วมกับใช้โปรแกรมเรขาคณิต

พลวัต โดยได้ทำการสอนเรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต ตัวแปรตามในการวิจัยคือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต รูปแบบการวิจัยคือ การวิจัยก่อนการทดลอง แบบแผนวัดก่อนและหลังการทดลองกลุ่มเดียว

ผลการวิจัย พบว่า 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และ 2) นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

กาญจณี บ่อสุวรรณ (2553) ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดเขมาภิรตาราม จังหวัดนนทบุรี โดยทำการศึกษากับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 40 คน โดยมีวัตถุประสงค์การวิจัยเพื่อ 1) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องกำหนดการเชิงเส้น โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตและ 2) ศึกษาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องกำหนดการเชิงเส้น โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และรูปแบบการใช้สื่อประสม ที่ใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเป็นสื่อหลัก คือ การใช้โปรแกรมจีเอสพีในขั้นตอนการนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นตอนกิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นสร้างองค์ความรู้ โดยการนำเสนอเนื้อหาที่เกี่ยวข้องหรือ เนื้อหาที่ใช้เป็นพื้นฐานในเรื่องที่จะเรียนในชั่วโมงนั้น โดยได้ทำการสอนเรื่อง กำหนดการเชิงเส้น ตัวแปรตามในการวิจัยคือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่องกำหนดการเชิงเส้น และ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องกำหนดการเชิงเส้น รูปแบบการวิจัยคือ การวิจัยก่อนการทดลอง แบบแผนวัดก่อนและหลังการทดลองกลุ่มเดียว

ผลการวิจัย พบว่า 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องกำหนดการเชิงเส้น โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และ 2) ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องกำหนดการเชิงเส้น โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอยู่ในระดับดีมาก

ประจวบ ศรีภักดา (2554) ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตประกอบการสอนเรื่อง กราฟเบื้องต้น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5... โดยทำการศึกษากับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน

นักเรียน 50 คน โดยมีวัตถุประสงค์การวิจัยเพื่อ 1) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และ 2) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เรื่อง กราฟเบื้องต้นกับเกณฑ์ร้อยละ 70 และรูปแบบการใช้สื่อประสม ที่ใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเป็นสื่อหลัก คือ การใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ในขั้นตอนการนำเสนอเนื้อหาที่เกี่ยวข้องในเรื่องที่จะเรียนในช่วงเวลานั้น ประกอบการตั้งคำถามและให้นักเรียนช่วยกันตอบ และทำใบงาน โดยได้ทำการสอนเรื่อง กราฟเบื้องต้น ตัวแปรตามในการวิจัยคือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่องกราฟเบื้องต้น รูปแบบการวิจัยคือ การวิจัยก่อนการทดลอง แบบแผนวัดก่อนและหลังการทดลองกลุ่มเดียว

ผลการวิจัย พบว่า 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องกราฟเบื้องต้น โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และ 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเรื่อง กราฟเบื้องต้นสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 โดยมีเกณฑ์เฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 78.10

ธนวิทย์ ชารน้ำทิพย์ (2555) ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง รูปวงกลม โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนโยธินบูรณะ จังหวัดกรุงเทพมหานคร โดยทำการศึกษา กับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียนจำนวน 46 คน โดยมีวัตถุประสงค์การวิจัยเพื่อ 1) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง รูปวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และ 2) ศึกษาความเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง รูปวงกลม โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และรูปแบบการใช้สื่อประสม ที่ใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเป็นสื่อหลัก คือ การใช้โปรแกรมจีเอสพีในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบการทำใบกิจกรรมและใบงาน โดยได้ทำการสอนเรื่อง รูปวงกลม ตัวแปรตามในการวิจัยคือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียน เรื่องรูปวงกลม และ ความเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง รูปวงกลม รูปแบบการวิจัยคือ การวิจัยก่อนการทดลอง แบบแผนวัดก่อนและหลังการทดลองกลุ่มเดียว

ผลการวิจัย พบว่า 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องรูปวงกลม โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน



อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และ 2) นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง รูปวงกลม โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

ประสิทธิ์ สุคทอง (2555) ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน และความพึงพอใจของนักเรียนที่มีภาวะเสี่ยง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนจรเข้วิทยายน จังหวัดขอนแก่น โดยทำการศึกษากับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีภาวะเสี่ยงทางการเรียนรู้ โดยมีวัตถุประสงค์การวิจัยเพื่อ 1) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตและ 2) ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และรูปแบบการใช้สื่อประสม ที่ใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเป็นสื่อหลัก คือ การใช้โปรแกรมจิเอสพีในขั้นตอนการนำเสนอเนื้อหาที่เกี่ยวข้องในเรื่องที่จะเรียนในชั่วโมงนั้น ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน โดยได้ทำการสอนเรื่อง เส้นขนาน ตัวแปรตามในการวิจัยคือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่องเส้นขนาน และ ความพึงพอใจของนักเรียน ต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน รูปแบบการวิจัยคือ การวิจัยก่อนการทดลอง แบบแผนวัดก่อนและหลังการทดลองกลุ่มเดียว

ผลการวิจัย พบว่า 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องเส้นขนาน โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน โดยได้คะแนนเฉลี่ยเพิ่มขึ้น คิดเป็นร้อยละ 68 และ 2) ความพึงพอใจของนักเรียนต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตโดยรวมอยู่ในระดับมาก

จากผลการศึกษารายงานการวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้ง 5 เรื่อง ได้ข้อสรุปที่เป็นแง่คิดเกี่ยวกับการวิจัย การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสม โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเป็นสื่อหลัก ดังนี้

1. วัตถุประสงค์ในการวิจัยส่วนใหญ่ เพื่อเปรียบเทียบเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ รองลงมาคือการสำรวจความพึงพอใจต่อการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต
2. การจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ส่วนใหญ่ใช้เพื่อประกอบการบรรยายของครู และรองลงมาคือใช้ประกอบการทำแบบฝึกทักษะและใบงาน
3. ตัวแปรตามในการวิจัยที่เหมือนกันคือผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
4. แบบแผนการวิจัย สำหรับงานวิจัยทั้ง 5 เรื่อง จะเป็นการวิจัยก่อนการทดลอง แบบแผนวัดก่อนและหลังการทดลองกลุ่มเดียว



5. ผลการวิจัยจากรายงานการวิจัยที่เกี่ยวข้อง ทั้ง 5 เรื่อง พบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และนักเรียนมีความพึงพอใจในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสม โดยใช้โปรแกรมราชาคณิตพลวัตเป็นสื่อหลัก



## บทที่ 3

### วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยแบบกลุ่มทดลองกลุ่มเดียว วัดก่อนและหลังการทดลอง โดยมีวิธีการดำเนินการวิจัยตามลำดับ ดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างเครื่องมือในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. การแปลผลข้อมูล

#### 1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1 ประชากร คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนธรรมศาสตร์คลองหลวงวิทยาคม จังหวัดปทุมธานี จำนวน 15 ห้องเรียน รวม คน 669 โรงเรียนจัดนักเรียน เข้าชั้นเรียน โดยคณะกรรมการทุกห้องเรียน

1.2 กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียนทั้งหมด 35 คน โดยกลุ่มตัวอย่างได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม

#### 2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 3 ประเภท ดังนี้

2.1 แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ โดยใช้สื่อประสมเรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ประกอบด้วย โปรแกรม เรขาคณิตพลวัต เป็นสื่อหลัก ร่วมกับสื่อสิ่งพิมพ์ในรูปแบบฝึกเสริมทักษะ โดยสื่อหลักใช้เพื่อประกอบการบรรยายของผู้สอน และเพื่อเป็นสื่อประกอบการทำแบบฝึกทักษะของผู้เรียน จำนวน 12 แผน

2.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิต  
วิเคราะห์จำนวน 1 ฉบับ จำนวน 30 ข้อ

2.3 แบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้  
สื่อประสม เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์จำนวน 1 ฉบับ

### 3. การสร้างเครื่องมือในการวิจัย

โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างเครื่องมือในการวิจัย ดังนี้

#### 3.1 การสร้างแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้สื่อประสม

3.1.1 วิเคราะห์เนื้อหา เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ออกเป็น  
12 เรื่อง โดยแต่ละเรื่องใช้เวลาสอน 1 คาบ เวลา 50 นาที

3.1.2 จัดทำสไลด์ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ประกอบการบรรยาย และ  
การใช้คำถามของผู้สอนในแต่ละคาบ

3.1.3 จัดทำแบบฝึกเสริมทักษะ และ ใบงานในแต่ละคาบ โดยการทำแบบฝึกเสริม  
ทักษะ และใบงาน ผู้เรียนใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเป็นสื่อประกอบการศึกษา

3.1.4 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 12 แผน และในแต่ละแผนมีรายละเอียด  
เกี่ยวกับ หัวข้อ สำคัญ ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอน สื่อการสอน และแนวทางการประเมิน  
งานของนักเรียน โดยแต่ละแผนประกอบด้วยเนื้อหา ดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	1	เรื่อง	ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด
แผนการจัดการเรียนรู้ที่	2	เรื่อง	การประยุกต์ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด
แผนการจัดการเรียนรู้ที่	3	เรื่อง	จุดกึ่งกลางระหว่างจุดบนระนาบสองจุด
แผนการจัดการเรียนรู้ที่	4	เรื่อง	จุดแบ่งส่วนของเส้นตรงตามอัตราส่วน
แผนการจัดการเรียนรู้ที่	5	เรื่อง	ความชันของเส้นตรง
แผนการจัดการเรียนรู้ที่	6	เรื่อง	เส้นขนาน
แผนการจัดการเรียนรู้ที่	7	เรื่อง	เส้นตั้งฉาก
แผนการจัดการเรียนรู้ที่	8	เรื่อง	การนำไปใช้เกี่ยวกับความชัน เส้นขนาน และ เส้นตั้งฉาก
แผนการจัดการเรียนรู้ที่	9	เรื่อง	ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง
แผนการจัดการเรียนรู้ที่	10	เรื่อง	ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง (ต่อ)
แผนการจัดการเรียนรู้ที่	11	เรื่อง	สมการเส้นตรงในรูปทั่วไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด และ  
ระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน

3.1.5 นำแผนที่สร้างแล้ว ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบ เพื่อปรับปรุงแก้ไข  
จากนั้น ผู้วิจัยทำการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษา

3.1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างในระหว่างวันที่ 2 - 28  
ธันวาคม 2556

### 3.2 การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ผู้วิจัยสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามกระบวนการสร้าง  
เครื่องมือวัดโดยทั่วไป (บุญศรี พรหมมาพันธุ์ และนวนลเสน่ห์ วงศ์เชิดธรรม 2545: 221 – 223)  
ดังรายละเอียดต่อไปนี้

3.2.1 กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ ด้านความรู้ เพื่อใช้เป็นเป้าหมายของการ  
ทดสอบ และวิเคราะห์ระดับความคิดของจุดประสงค์การเรียนรู้ พร้อมทั้งกำหนดจำนวนข้อสอบ  
รวมทั้งฉบับที่เหมาะสม ทั้งเวลาที่ใช้ในการดำเนินการสอบ และกำหนดจำนวนข้อสอบสำหรับ  
จุดประสงค์การเรียนรู้แต่ละข้อ เพื่อจัดทำเป็นตารางวิเคราะห์ข้อสอบ ดังรายละเอียดในภาคผนวก

3.2.2 เขียนคำถามและตัวเลือกของข้อสอบแต่ละข้อ ให้สอดคล้องกับตาราง  
วิเคราะห์ข้อสอบ

3.2.3 นำข้อสอบทั้งหมดให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา

3.2.4 ยกร่างแบบทดสอบ และนำแบบทดสอบไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้น  
มัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนเรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์มาแล้ว จากนั้นปรับปรุง  
ข้อสอบที่มีค่าความยาก น้อยกว่า 0.20 หรือ มากกว่า 0.80 และอำนาจจำแนกน้อยกว่า 0.20 โดยมี  
รายละเอียด ดังนี้

ค่าความยาก	อยู่ระหว่าง 0.38 – 0.73
ค่าอำนาจจำแนก	อยู่ระหว่าง 0.34 – 0.58
ความเที่ยง	อยู่ระหว่าง 0.798 – 0.948

3.2.5 นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแล้ว ไปใช้สอบกับนักเรียนกลุ่มเดิม โดยเว้น  
ระยะเวลา 2 สัปดาห์ เพื่อหาค่าคุณภาพของแบบทดสอบ

3.2.6 ผู้วิจัยใช้แบบทดสอบนี้กับกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เป็นข้อสอบก่อนเรียน และ  
หลังเรียน ดังรายละเอียดอยู่ในภาคผนวก

### 3.3 การสร้างแบบสอบถามความพึงพอใจ

ในการดำเนินการสร้างแบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสม เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิต วิเคราะห์ ผู้ศึกษาได้กำหนดขั้นตอนการดำเนินการ ดังนี้

3.3.1 กำหนดคำอธิบายรายความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสม

3.3.2 เขียนข้อกระทงทั้งหมด 10 ข้อกระทง โดยใช้มาตรวัดแบบลิเคิร์ต

3.3.3 นำมาตรวัดให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและแก้ไขตามคำแนะนำ โดยรายละเอียดมาตรวัดอยู่ในภาคผนวก

3.3.4 วิเคราะห์ความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความพึงพอใจ ดังนี้

ระดับความพึงพอใจมากที่สุด	5	คะแนน
ระดับความพึงพอใจมาก	4	คะแนน
ระดับความพึงพอใจปานกลาง	3	คะแนน
ระดับความพึงพอใจน้อย	2	คะแนน
ระดับความพึงพอใจน้อยที่สุด	1	คะแนน

## 4. การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

4.1 ทำการทดสอบก่อนเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง 30 นาที

4.2 ดำเนินการทดลองสอน โดยผู้วิจัยสอนเองใช้เวลาในการสอน สัปดาห์ละ 3 คาบ ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยดำเนินการสอน จำนวน 12 แผน รวมทั้งสิ้น 12 คาบ เรียน โดยมีรายละเอียด ดังนี้

4.2.1 ครูดำเนินการสอนโดยใช้สื่อประสม โดยแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ประกอบไปด้วยจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ ตัวอย่าง กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ และการวัดและประเมินผลการเรียนรู้

4.2.2 การมอบหมายงาน โดยแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ จะมีใบงาน ใบกิจกรรม ให้นักเรียนได้ปฏิบัติในระหว่างการเรียนการสอน การถาม – ตอบ หรือการให้นักเรียนนำเสนอหน้าชั้นเรียน เป็นต้น ซึ่งบางแผนการจัดการเรียนรู้ อาจจะไม่มิตีได้ โดยขึ้นอยู่กับเนื้อหา และระยะเวลาในการดำเนินการสอน และในส่วนของ การมอบหมายงานให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน ครูจะมอบหมายงานเป็นแบบฝึกเสริมทักษะ

4.2.3 การวัดและประเมินผล ในระหว่างการเรียนการสอน ครูทำการประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้ และสังเกตการตอบคำถาม การร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน และวัดผลจากการทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ครูมอบหมายเป็นการบ้าน

4.3 ทำการทดสอบหลังเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง 30 นาที โดยใช้แบบทดสอบชุดเดิม กับการทดสอบก่อนเรียน

4.4 ทำการวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสม เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

## 5. การวิเคราะห์ข้อมูล

5.1 ใช้ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ในการวิเคราะห์ข้อมูล ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความพึงพอใจ

5.2 ใช้สถิติทดสอบที ในการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยก่อนเรียน และหลังเรียน

5.3 การสรุปผลการประเมินความพึงพอใจ เมื่อได้ค่าเฉลี่ยของคะแนนแต่ละข้อแล้ว นำมาเทียบกับเกณฑ์การประเมินผล ซึ่งมีการแปลผลตามระดับค่าเฉลี่ยจากอันตรภาคชั้น ดังนี้

คะแนนเฉลี่ยสูงกว่า 4.50	นักเรียนมีความพึงพอใจในระดับมากที่สุด
คะแนนเฉลี่ยระหว่าง 3.50 – 4.49	นักเรียนมีความพึงพอใจในระดับมาก
คะแนนเฉลี่ยระหว่าง 2.50 – 3.49	นักเรียนมีความพึงพอใจในระดับปานกลาง
คะแนนเฉลี่ยระหว่าง 1.50 – 2.49	นักเรียนมีความพึงพอใจในระดับน้อย
คะแนนเฉลี่ยต่ำกว่า 1.50	นักเรียนมีความพึงพอใจในระดับน้อยที่สุด



## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้สื่อประสม เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนธรรมศาสตร์คลองหลวงวิทยาคม จังหวัดปทุมธานี ผู้วิจัยขอเสนอผลการวิจัยโดยแบ่งออกเป็น 3 ประเด็น คือ 1) ผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยสถิติบรรยาย ของตัวแปรผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน 2) ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังการจัดกิจกรรม และ 3) ผลการวิเคราะห์ข้อมูลตัวแปรความพึงพอใจ

#### 1. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยสถิติบรรยาย ของตัวแปรผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้นนี้ เพื่ออธิบายลักษณะการแจกแจงของตัวแปรผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 35 คน ผลการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า

พิสัย พบว่าคะแนนก่อนเรียนมีคะแนนต่ำสุดคือ 4 คะแนน และคะแนนสูงสุดคือ 11 คะแนน มีพิสัยเท่ากับ 7.00 ส่วนคะแนนหลังเรียน มีคะแนนต่ำสุดคือ 22 คะแนน และคะแนนสูงสุดคือ 30 คะแนน มีพิสัยเท่ากับ 8.00

ค่าเฉลี่ย และ สัมประสิทธิ์ของการกระจาย พบว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน ( $\bar{X} = 24.60$ ) สูงกว่าประมาณ 3 เท่าของคะแนนก่อนเรียน ( $\bar{X} = 7.40$ ) ส่วนค่าสัมประสิทธิ์การกระจาย พบว่าคะแนนก่อนเรียน ( $CV = 0.236$ ) มีความแตกต่างกันมากกว่าคะแนนหลังเรียน ( $CV = 0.076$ ) แสดงว่าคะแนนก่อนเรียนมีการกระจายมากกว่าคะแนนหลังเรียน

ความเบ้ และ ความโด่ง พบว่าคะแนนก่อนเรียน มีค่าความเบ้เป็นลบ กราฟของข้อมูลจึงเบ้ไปทางซ้าย ส่วนค่าความโด่ง มีค่าเป็นลบ กราฟของข้อมูลจึงมีความโด่งน้อยกว่าปกติ และคะแนนหลังเรียน มีค่าความเบ้เป็นบวก กราฟของข้อมูลจึงเบ้ไปทางขวา ส่วนค่าความโด่ง มีค่าเป็นบวก กราฟของข้อมูลจึงมีความโด่งมากกว่าปกติ

รายละเอียดแสดงในตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยสถิติบรรยาย ของตัวแปรผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ตัวแปร	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน	สัมประสิทธิ์ของ การกระจาย	ความเบ้	ความโด่ง	คะแนน สูงสุด	คะแนน ต่ำสุด
ก่อนเรียน	7.40	1.752	0.236	-0.06678	-0.547208	11	4
หลังเรียน	24.60	1.882	0.076	0.9864148	0.7421	30	22

## 2. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังการจัดกิจกรรม

การวิเคราะห์ข้อมูลนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อทดสอบสมมติฐานการวิจัยว่า “นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้สื่อประสม สารการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ 0.05 ”

จากการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า ค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการจัดกิจกรรมสูงกว่าค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนการจัดกิจกรรม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ 0.05 รายละเอียดแสดงในตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้สื่อประสม เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน	ค่าเฉลี่ย ผลต่าง	t	df	p
ก่อนการจัดกิจกรรม	7.40	1.75				
หลังการจัดกิจกรรม	24.60	1.88				
ผลต่าง			-17.20	42.209	34	.000*

\* มีนัยสำคัญที่.05

### 3. การวิเคราะห์ข้อมูลตัวแปรความพึงพอใจ

การวิเคราะห์ข้อมูลความพึงพอใจของนักเรียน ที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสม สารการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ โดยใช้ สถิติค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิเคราะห์พบว่า นักเรียนมีความพึงพอใจระดับมาก ( $\bar{X} = 4.17$ ) และไม่มีข้อใดเลยที่มีความพึงพอใจน้อยที่สุด เมื่อพิจารณาเป็นรายข้อความ ตาม ค่าเฉลี่ยจากมากไปน้อย สามารถสรุปได้ดังนี้

นักเรียนมีความมีความสุข สนุกสนานในการเรียนโดยใช้สื่อประสม ประกอบการจัด กิจกรรมการเรียนการสอน ระดับมากที่สุด ( $\bar{X} = 4.34$ ) โดยนักเรียนมากกว่าครึ่งหนึ่ง (54.3%) มีความพึงพอใจมากที่สุด

รองลงมา ได้แก่กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อประสม ช่วยให้นักเรียนได้คิด วิเคราะห์และสร้างสรรค์ผลงานใหม่ และ กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อประสมมีประโยชน์ ต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ในระดับมาก โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากัน ( $\bar{X} = 4.26$ ) ทั้งสองข้อ โดยนักเรียน มากกว่าหนึ่งในสาม (37.1% และ 34.3% ตามลำดับ) มีความพึงพอใจมากที่สุด

ส่วนประเด็นของนักเรียนชอบกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อประสม กิจกรรม การเรียนการสอนโดยใช้สื่อประสม เป็นกิจกรรมที่ง่ายต่อการปฏิบัติ และ กิจกรรมการเรียน การสอนโดยใช้สื่อประสม เป็นกิจกรรมที่น่าสนใจ ไม่น่าเบื่อ นักเรียนมีความพึงพอใจระดับมาก โดยมี ค่าเฉลี่ยเท่ากัน ( $\bar{X} = 4.23$ ) ทั้งสามข้อ โดยนักเรียนมากกว่าหนึ่งในสาม (34.3%, 37.1% และ 40.0% ตามลำดับ) มีความพึงพอใจมากที่สุด

มีเพียง 2 ข้อเท่านั้น ที่นักเรียนมีความพึงพอใจระดับปานกลาง คือ นักเรียนมีส่วนร่วม ในการกำหนดวิธีและเกณฑ์การวัดผลและประเมินผล ( $\bar{X} = 3.94$ ) โดยนักเรียนมากกว่าหนึ่งใน สาม (31.14%) มีความพึงพอใจมากที่สุด รายละเอียดแสดงในตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลตัวแปรความพึงพอใจ ที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้สื่อประสม สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับ เรขาคณิตวิเคราะห์

รายการที่ประเมิน	ความพึงพอใจ (n, %)					$\bar{X}$	S.D.	แปลผล
	มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด			
1. นักเรียนชอบกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อประสม	12 34.3	19 54.3	4 11.4	0 0.0	0 0.0	4.23	.646	มาก
2. นักเรียนมีความสุขสนุกสนานในการเรียนโดยใช้สื่อประสม ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน	19 54.3	10 28.6	5 14.3	1 2.9	0 0.0	4.34	.838	มากที่สุด
3. นักเรียนชอบใช้สื่อประสมในการศึกษาหาความรู้ด้วยตนเอง	11 31.4	20 57.1	3 8.6	1 2.9	0 0.0	4.17	7.07	มาก
4. กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อประสม เป็นกิจกรรมที่ง่ายต่อการปฏิบัติ	13 37.1	17 48.6	5 14.3	0 0.0	0 0.0	4.23	.690	มาก
5. กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อประสม เป็นกิจกรรมที่น่าสนใจ ไม่น่าเบื่อ	14 40.0	15 42.9	6 17.1	0 0.0	0 0.0	4.23	.731	มาก
6. กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อประสม ช่วยให้นักเรียนได้คิด วิเคราะห์ และสร้างสรรค์ผลงานใหม่	13 37.1	19 54.3	2 5.7	1 2.9	0 0.0	4.26	.701	มาก
7. กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อประสมมีประโยชน์ต่อการเรียนรู้ของนักเรียน	12 34.3	20 57.1	3 8.6	0 0.0	0 0.0	4.26	.611	มาก

ตารางที่ 4.3 (ต่อ)

รายการที่ประเมิน	ความพึงพอใจ (n, %)					$\bar{X}$	S.D.	แปลผล
	มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด			
8. สื่อประสมที่ใช้ประกอบ การจัดการเรียนการสอนมี ความทันสมัย ได้รับความสนใจ และส่งเสริมการเรียนรู้	11	18	6	0	0	4.14	.692	มาก
9. เปิดโอกาสให้นักเรียนมี ส่วนร่วมในการใช้สื่อประสม ในการเรียนการสอน	10	16	6	3	0	3.94	.906	มาก
10. นักเรียนมีส่วนร่วมในการ กำหนดวิธีและเกณฑ์การ วัดผลและประเมินผล	11	11	13	0	0	3.94	.838	ปานกลาง
ค่าเฉลี่ยรวม	31.4	31.4	37.1	0.0	0.0	4.17	.483	มาก

สรุปได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสม สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ใน  
 พึงพอใจมาก

## บทที่ 5

### สรุปการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การศึกษาวิจัยครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์ เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้สื่อประสม สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และ เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียน ที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้สื่อประสม ผู้วิจัยขอสรุปการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะตามลำดับ ดังนี้

#### 1. สรุปการวิจัย

1.1 กลุ่มตัวอย่าง ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม จากประชากร คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียนทั้งหมด 35 คน

1.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ โดยใช้สื่อประสม แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบสอบถามความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนรู้

1.3 การเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

1.3.1 ทดสอบก่อนเรียนกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 35 คน ด้วย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลาสอบ 1 ชั่วโมง 30 นาที

1.3.2 ดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างตามแผนการจัดการเรียนรู้ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยในแต่ละแผนได้นำสื่อประสมเข้าเป็นส่วนหนึ่งของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จำนวน 12 แผน รวมเวลาทั้งหมด 12 คาบเรียน

1.3.3 เมื่อเสร็จสิ้นการสอนกลุ่มตัวอย่างครบทั้ง 12 คาบเรียนแล้ว ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบหลังเรียนฉบับเดียวกับการทดสอบก่อนเรียน

1.3.4 ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบสอบถามความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาในการตอบแบบสอบถาม 10 นาที



## 1.4 การวิเคราะห์ข้อมูล

ใช้ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที

### 1.4.1 ผลการวิจัย

1) การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้สื่อประสม พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เมื่อพิจารณารายละเอียด พบว่าคะแนนทดสอบ ก่อนการจัดกิจกรรม ( $\bar{X} = 7.40$ ,  $t = 24.98$ ) และคะแนนทดสอบหลังการจัดกิจกรรม ( $\bar{X} = 24.60$ ,  $t = 77.38$ )

2) ผลการประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสม สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ในภาพรวม มีระดับพึงพอใจมาก ( $\bar{X} = 4.17$ ) และไม่มีข้อใดเลยที่มีระดับความพึงพอใจระดับน้อยที่สุด นักเรียนมากกว่าครึ่งหนึ่ง (54.3%) มีความมีความสุข สนุกสนานในการเรียนโดยใช้สื่อประสม ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ในระดับมากที่สุด ( $\bar{X} = 4.34$ )

รองลงมา นักเรียนมีความพึงพอใจในระดับมาก ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อประสม ที่ช่วยให้นักเรียนได้คิด วิเคราะห์ และสร้างสรรค์ผลงานใหม่ และกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อประสมมีประโยชน์ต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากัน ( $\bar{X} = 4.26$ ) และ ประเด็นที่นักเรียนมีความพึงพอใจในระดับมาก โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากัน ( $\bar{X} = 4.23$ ) ทั้งสามข้อ คือ ชอบกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อประสม กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อประสม เป็นกิจกรรมที่ง่ายต่อการปฏิบัติ และ กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อประสม เป็นกิจกรรมที่น่าสนใจ ไม่น่าเบื่อ

## 2. อภิปรายผล

การศึกษาวิจัยเรื่องผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้สื่อประสม เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประเด็นสำคัญนำมาอภิปรายผล ได้ดังนี้

2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นไปตามสมมุติฐานการวิจัยที่ได้ตั้งไว้ว่า “นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้สื่อประสม สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.05 ” เนื่องจากพบว่า คะแนนเฉลี่ยหลัง

การจัดกิจกรรม ( $\bar{X} = 24.60$ ,  $SD. = 1.88$ ) สูงกว่าก่อนจัดกิจกรรม ( $\bar{X} = 7.40$ ,  $SD. = 1.752$ ) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงให้เห็นว่าการเรียนวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ ที่ใช้สื่อประสมเป็นเครื่องมือในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นได้จริง ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ รัตติยา อริวงค์ (2552) กาญจณี บ่อสุวรรณ (2553) ประจวบ ศรีภิลลา (2554) ธนวิทย์ ธารน้ำทิพย์ (2555) และ ประสิทธิ์ สุดทอง (2555) ได้ทำการวิจัยในการพัฒนา กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อประสมในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเป็นสื่อหลัก ซึ่งพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสม สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น เพื่อใช้ในการวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนได้เข้าถึงเนื้อหาของการเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ไม่เพียงแต่การใช้กระดานดำ และตำราเรียนเป็นสื่อการสอนเท่านั้น แต่ยังมุ่งเน้นให้นักเรียนได้เห็นภาพการเคลื่อนที่ การเคลื่อนไหวได้อย่างชัดเจนนักเรียนได้ฝึกปฏิบัติจากสื่อที่อยู่ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ได้นำเอาเทคนิควิธีการและวัสดุอุปกรณ์มาประยุกต์ใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น จำนวนแผนการสอนทั้ง 12 แผน ซึ่งใช้เวลาในการจัดกิจกรรมเพียงคาบละ 50 นาที ซึ่งเป็นเวลาที่ไม่น้อยและไม่มากเกินไปสำหรับการจัดกิจกรรม และจำนวนแผนการเรียนการสอนก็ไม่มากเกินไปนักสำหรับการใช้สื่อประสมเป็นเครื่องมือในการเรียนการสอน

2.2 ความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสม สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผลการวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ในภาพรวมมีความพึงพอใจมาก ( $\bar{X} = 4.17$ ) โดยนักเรียนส่วนใหญ่ มีความสุข สนุกสนานในการเรียนโดยใช้สื่อประสม ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ( $\bar{X} = 4.34$ ) รองลงมาได้แก่ กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อประสม ช่วยให้นักเรียนได้คิด วิเคราะห์ และสร้างสรรค์ผลงานใหม่ และกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อประสมมีประโยชน์ต่อการเรียนรู้ของนักเรียนเท่ากัน ( $\bar{X} = 4.26$ ) ตามลำดับ

แสดงให้เห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสม ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ เอกวิทย์ แก้วประดิษฐ์ (2545: 249) กล่าวว่าสื่อประสม เป็นการรวบรวมการทำงานของสื่อที่มีคุณลักษณะหลายอย่างเข้าด้วยกันหรือหมายถึงสื่อหลายชนิดที่นำมาใช้ร่วมกันอย่างมีระบบสัมพันธ์กัน เพื่อช่วยในการถ่ายทอดเนื้อหาสาระโดยสื่อ

แต่ละชนิดที่นำมาใช้ต้องมีความสัมพันธ์สนับสนุนซึ่งกันและกัน การใช้สื่อประสมเป็นการใช้สื่อตั้งแต่สองชนิดขึ้นไปเพื่อช่วยให้ผู้เรียนหรือผู้รับสารเกิดความรู้ความเข้าใจดีขึ้น

นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับแนวคิดของ วรวิทย์ นิเทศศิลป์ (2551: 23) ที่กล่าวถึงสื่อประสม ว่าเป็นการนำสื่อที่หลากหลายที่มีความสัมพันธ์กัน โดยสื่อแต่ละชนิดใช้ได้แตกต่างกันไป สื่อที่ดีจะช่วยให้ตัวผู้เรียนมีประสบการณ์จากประสาทสัมผัสที่ผสมผสานกัน อย่างไรก็ตามการดำเนินงานกิจกรรมการเรียนการสอนนั้นความพึงพอใจเป็นสิ่งสำคัญที่จะกระตุ้นให้ผู้เรียนทำงานที่ได้รับมอบหมายหรือต้องการปฏิบัติให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ครูผู้สอนซึ่งในปัจจุบันเป็นเพียงผู้อำนวยการความสะดวกหรือให้คำแนะนำปรึกษาการทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้สึกพึงพอใจในการปฏิบัติงาน ครูผู้สอนต้องคำนึงถึงแนวคิดพื้นฐานที่มีความแตกต่างกันใน 2 ลักษณะดังนี้ คือ ความพึงพอใจนำไปสู่การปฏิบัติ การตอบสนองความต้องการของผู้ปฏิบัติงานจนเกิดความพึงพอใจซึ่งจะทำให้เกิดแรงจูงใจในการเพิ่มประสิทธิภาพการทำงานที่สูงกว่าผู้ที่ไม่ได้รับการตอบสนอง และ ความพึงพอใจนำไปสู่การกระตุ้นการเสริมแรงเป็นแรงบัลดาลใจเพื่อให้ผู้ได้รับจากการกระตุ้น ด้วยวิธีการหรือเทคนิคต่างๆได้รับความพึงพอใจอย่างต่อเนื่องและอยากปฏิบัติ เพื่อตอบสนองการเสริมแรงในเชิงบวก ก่อให้เกิดผลสัมฤทธิ์ของการปฏิบัติงานใดๆได้

ผลการวิจัยนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ รัตติยา อริยวงศ์ (2552) กาญจณี บ่อสุวรรณ (2553) ประจวบ ศรีภิลลา (2554) ธนวิทย์ ธารน้ำทิพย์ (2555) และ ประสิทธิ์ สุดทอง (2555) ที่ได้ทำการวิจัยในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อประสม โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเป็นสื่อหลัก ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งผลการวิจัย พบว่า นักเรียนที่เข้าร่วมกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อประสม มีความพึงพอใจอยู่ในระดับมาก จึงเป็นการชี้ให้เห็นว่าการใช้สื่อประสมในการจัดการเรียนการสอนควรพัฒนากิจกรรมให้มีความหลากหลาย เพราะวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่น่าเบื่อ การใช้สื่อการสอนที่ให้ความสนุกสนานจะทำให้นักเรียนเกิดการพัฒนาความรู้ได้ดียิ่งขึ้น

### 3. ข้อเสนอแนะ

#### 3.1 ข้อเสนอแนะในการการนำผลการวิจัยไปใช้

3.1.1 การสร้างและการใช้สื่อการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ครูจะต้องมีความชำนาญในการสร้างและใช้โปรแกรมเป็นอย่างดี การนำเสนอสื่อการสอนหรือเลือกกิจกรรมการสอน ต้องเหมาะสมกับเนื้อหา โดยเฉพาะเนื้อหาที่เป็นนามธรรม ต้องสามารถสื่อให้นักเรียนมองเห็นเป็นรูปธรรม เพื่อให้ นักเรียนเกิดความสนใจและเข้าใจได้ง่าย

3.1.2 ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้สื่อประสม โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเป็นสื่อหลัก เป็นการสอนที่ต้องเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ให้นักเรียนได้ลงมือทำกิจกรรมด้วยตนเอง ดังนั้น ครูจึงควรดูแลนักเรียนอย่างใกล้ชิดและทั่วถึงกันทุกคน เพื่อให้คำแนะนำและตอบคำถามที่นักเรียนเกิดความสงสัยจากการใช้โปรแกรม

### 3.2 ข้อเสนอแนะในการศึกษาครั้งต่อไป

ควรมีการสร้างและพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้สื่อประสม ที่ใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นสื่อหลัก ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องอื่นๆและระดับชั้นอื่นๆ เพื่อจะได้นำไปใช้เป็นสื่อประกอบการเรียนการสอน และเพื่อส่งเสริมการจัดการศึกษาให้แก่กลุ่มเป้าหมายอื่นๆ ในการจัดการศึกษาต่อไป



บรรณานุกรม



## บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2552*. กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.
- \_\_\_\_\_. (2552ค). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- \_\_\_\_\_. (2552ง). *คู่มือการเรียนการสอนภาษาไทย เรื่อง สร้างเด็กไทยให้อ่านเก่ง ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3)*. กรุงเทพฯ: สกสค.
- \_\_\_\_\_. (2545). *หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. (พิมพ์ครั้งที่ 3) กรุงเทพฯ: กระทรวงศึกษาธิการ.
- กรมวิชาการ. (2542). *พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542*. กรุงเทพฯ: พริกหวานกราฟฟิก.
- \_\_\_\_\_. (2544). *แนวทางการพัฒนากระบวนการเรียนรู้ตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542* กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.
- \_\_\_\_\_. (2545). *แผนการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2545 -2559*. กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.
- \_\_\_\_\_. (2546) *ความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับมัลติมีเดียเพื่อการศึกษา*. กรุงเทพฯ: ศูนย์เทคโนโลยีทางการศึกษา สำนักบริหารงานการศึกษานอกโรงเรียน
- \_\_\_\_\_. (2551). *เอกสารประกอบหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้น พื้นฐานพุทธศักราช 2551* กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- กาญจน์ บ่อสุวรรณ. (2553). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องกำหนดการเชิงเส้น โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดเขมาภิรตาราม จังหวัดนนทบุรี (ปริญญาานิพนธ์มหาบัณฑิต ไม่ได้ตีพิมพ์)*. มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, นนทบุรี.
- กิดานันท์ มลิทอง. (2548). *เทคโนโลยีการศึกษาและนวัตกรรม*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชวลิต เหล่ารุ่งกาญจน์. (2548). *การปกครองของไทย*. กรุงเทพฯ: เอ็มพันธ์.
- ชัยยงค์ พรหมวงศ์และคณะ. (2521). *ระบบสื่อการสอน*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

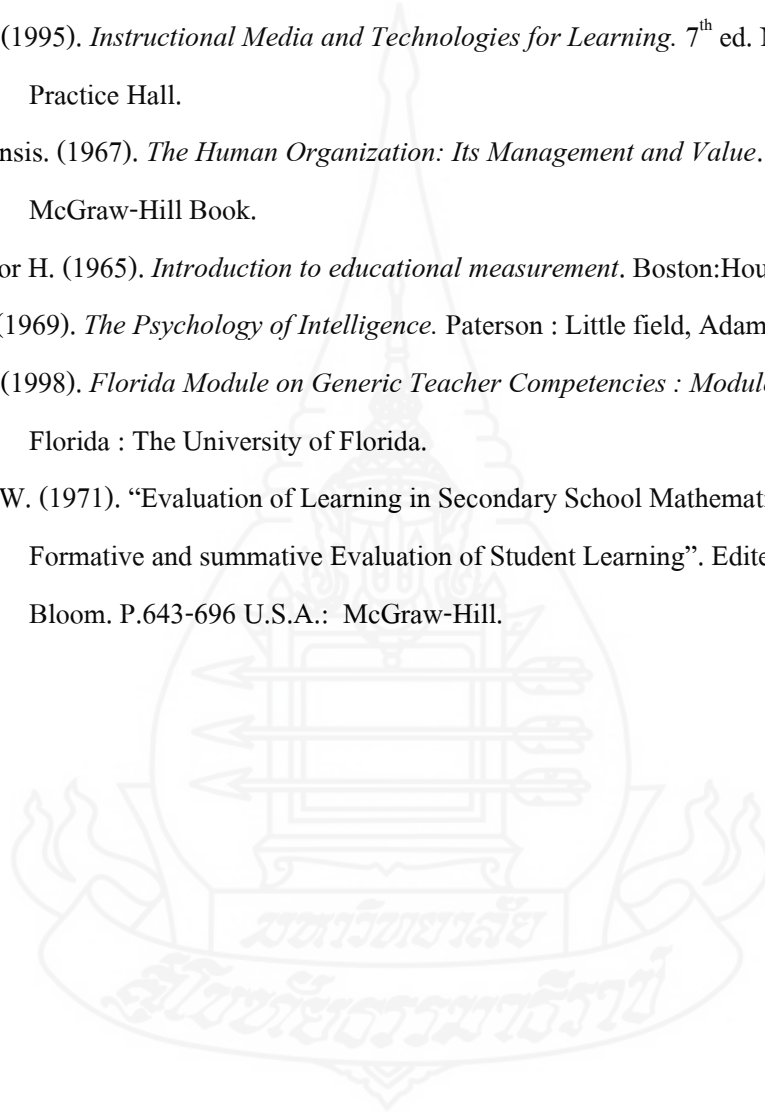


- दनัย ยังกง. (2551). การสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนโดยใช้ The Geometer's Sketchpad สร้างสื่อ  
นิตยสาร สสวท 157, (พฤศจิกายน – ธันวาคม) : 18 – 20.
- คูสิต ขาวเหลือง. (2549). การบูรณาการสื่อประสมและสื่อหลายมิติเพื่อการสอนและการเรียนรู้.  
วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา 18, 1 (กันยายน – ธันวาคม) : 29 – 44.
- ทวีศักดิ์ กาญจนสุวรรณ. (2546). *Multimedia ฉบับพื้นฐาน*. กรุงเทพฯ: ไทยเจริญการพิมพ์.
- ทิสนา แวมมณี (2552). *ศาสตร์การสอน : องค์ความรู้เพื่อการจัดการกระบวนการเรียนรู้ที่มี  
ประสิทธิภาพ*. (พิมพ์ครั้งที่ 10) กรุงเทพฯ: ด่านสุทธาการพิมพ์.
- ธนวิทย์ ธารน้ำทิพย์. (2555). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง รูป  
วงกลม โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3  
โรงเรียนโยธินบูรณะ จังหวัดกรุงเทพมหานคร (ปริญญานิพนธ์มหาวิทยาลัย ไม้ได้  
ตีพิมพ์). มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, กรุงเทพฯ.
- นวนลดา สงวนวงศ์ทอง. (2549). *แนะนำให้รู้จักโปรแกรม Sketchpad*. กรุงเทพฯ: เอสไอซีบุ๊ก.
- นารี วงศ์โรจน์กุล. (2549). *เชิญชวนครูคณิตศาสตร์สมัครอบรม GSP ขั้นสูงช่วงปิดเทอม*.  
วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- บุญธรรม กิจปรีดาวิสุทธิ (2540) *ระเบียบวิธีการวิจัยทางสังคมศาสตร์*. กรุงเทพฯ: เจริญผล.
- บุญศรี พรหมมาพันธุ์ และ นवलเสน่ห์ วงศ์เชิดธรรม. (2545). *การวิจัยและสถิติทางการศึกษา*.  
กรุงเทพฯ: ซีเอ็ด.
- ประจวบ ศรีภิลลา. (2554). ผลของการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตประกอบการสอนเรื่อง กราฟ  
เบื้องต้น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5  
(ปริญญานิพนธ์มหาวิทยาลัย ไม้ได้ตีพิมพ์). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ,  
กรุงเทพฯ.
- ประพนธ์ จำเจริญ. (2549). การวิจัยเรื่องการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความอดทน  
ในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่สอน โดยใช้แบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นกับ  
แบบฝึกหัดในบทเรียน. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ วิจัยและพัฒนา 6 (3) :40-43;  
สิงหาคม, 2536.
- ประภาเพ็ญ สุวรรณ. (2527). *องค์ประกอบที่มีต่อพฤติกรรมสุขภาพ*. กรุงเทพฯ: จรูญการพิมพ์.
- ประสิทธิ์ สุดทอง. (2555). ผลของการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
เรื่อง เส้นขนาน และความพึงพอใจของนักเรียนที่มีภาวะเสี่ยง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2  
โรงเรียนจรเข้วิทยาน จําหวัดขอนแก่น. (ปริญญานิพนธ์มหาวิทยาลัย ไม้ได้ตีพิมพ์).  
มหาวิทยาลัยขอนแก่น, ขอนแก่น.

- ปราณี ทองคำ. (2539). *เครื่องมือวัดทางการศึกษา*. ปัตตานี: มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์.
- ปรีชา เนาว่าเย็นผล. (2537). การพัฒนาความสามารถในการปัญหาทางคณิตศาสตร์ *วารสารคณิตศาสตร์* 38, 434 - 435 (พฤศจิกายน-ธันวาคม) : 62 – 74.
- พิณ ทองพูน. (2549). *การเมืองและการปกครอง*. กรุงเทพฯ: เอมพันธ์.
- ไพศาล หวังพานิช. (2526). *การวัดผลการศึกษา*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช.
- ภพ เลหาไพบูลย์. (2542). *แนวการสอนวิทยาศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง) (พิมพ์ครั้งที่ 3)*. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- กิมวัจน์ ธรรมใจ. (2548). *คู่มือวิธีการใช้งานโปรแกรม GSP 4.06 (Thai Version) เอกสารประกอบการอบรมเชิงปฏิบัติการเรขาคณิตแบบพลวัต กรุงเทพมหานคร สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี*.
- มารศรี นุชแสงพลี. (2542). *เศรษฐกิจไทย*. กรุงเทพฯ: เพียร์สัน
- มณีนภา ชุตินบุตร. (2536) *การวิจัยเชิงพัฒนาระดับโรงเรียน*. กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.
- รัตติยา อริวงษ์ (2552) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต โดยการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ โครงการการศึกษาพหุภาษา ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา จังหวัดชลบุรี (ปริญญาานิพนธ์มหาบัณฑิต ไม่ได้ตีพิมพ์). มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, กรุงเทพฯ.
- เรียม ศรีทอง. (2542). *พฤติกรรมมนุษย์กับการพัฒนาคน : ศาสตร์แห่งการพัฒนาชีวิตและสังคม* กรุงเทพฯ: เสนาธรรม.
- รววิทย์ นิเทศศิลป์. (2551). *สื่อและนวัตกรรมแห่งการเรียนรู้*. ปทุมธานี: สกายบุ๊กส์.
- วรรณวิภา สุททเกียรติ. (2542). การพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ (ปริญญาานิพนธ์ดุษฎีบัณฑิต ไม่ได้ตีพิมพ์). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- วิชชุดา หุ่นวิไล. (2545). *เอกสารการสอนวิชามนุษย์สัมพันธ์ในการบริหารงานอุตสาหกรรม*. กรุงเทพฯ: สถาบันราชภัฏสวนสุนันทา.
- วิชัย แหวนเพชร. (2549). *มนุษย์สัมพันธ์ในการทำงานอุตสาหกรรม*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร.
- วิเชียร เกตุสิงห์. (2530). *หลักการสร้างและวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย*. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- วีระ ไทยพานิช. (2528). *57 วิธีการสอน*. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2548). *คู่มือวัดผลประเมินผล คณิตศาสตร์*  
กรุงเทพฯ: ม.ป.พ.
- สวัสดิ์ สุคนธรังสี. (2525) *ทฤษฎีและหลักวิชาการวิจัย เป็นกรณีปัญหาและตัวอย่างสำหรับนักวิจัย*  
*ประศาสนศาสตร์*. กรุงเทพฯ: เรือนแก้วการพิมพ์.
- สุกัญญา ยีกา. (2524). การสร้างชุดการเรียนการสอน เรื่อง เรขาคณิตการแปลง สำหรับนักเรียน  
ระดับประถมศึกษาปีที่ 6 (ปริยญาณิพนธ์มหาบัณฑิต ไม่ได้ตีพิมพ์). มหาวิทยาลัย  
ศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- สุพรรณพรณ ตันติพลาผล. (2527). สื่อประสม. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น* 3, 2  
(มกราคม) : 14.
- สุภาลักษณ์ ชัยอนันต์. (2540). *มนุษย์สัมพันธ์ในองค์กร*. กรุงเทพฯ: เอมพันธ์.
- สุวิทย์ มูลคำ และสุนันทา สุนทรประเสริฐ. (2550). *การพัฒนาผลงานทางวิชาการสู่การเลื่อน*  
*วิทยฐานะ*. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- สมพร เชื้อพันธ์. (2547). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีการจัดการเรียนการสอนแบบสร้างองค์ความรู้ด้วย  
ตนเองกับการจัดการเรียนการสอนตามปกติ (วิทยานิพนธ์ปริยญาณมหาบัณฑิต ไม่ได้  
ตีพิมพ์). มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา, กรุงเทพฯ.
- สถาพร สาธการ. (2550). การพัฒนาและประยุกต์ใช้คอมพิวเตอร์มัลติมีเดียทางการศึกษา สืบค้น  
จาก <http://www.thapra.lib.su.ac.th/av/work5.htm> เมื่อวันที่ 27 มิถุนายน 2550.
- สมพงษ์ เกษมสิน. (2546). *การบริหารงานบุคคลแนวใหม่*. (พิมพ์ครั้งที่ 5) กรุงเทพฯ: ดวงกมล.  
สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2548). *การวัดและประเมินผลอิงมาตรฐานการเรียนรู้ตาม*  
*หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*  
กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- อนันต์ ศรีโสภา. (2525). *สถิติเบื้องต้น*. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- เอกวิทย์ แก้วประดิษฐ์. (2545). *เทคโนโลยีการศึกษาหลักการและแนวคิดสู่ปฏิบัติ*. สงขลา:  
ภาควิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ.
- อุทัยพรรณ สุดใจ. (2545). *การบริหารงานในองค์กร*. กรุงเทพฯ: เอมพันธ์.
- Anderson, M. J. (1970). *Effects of Classroom Social Climate on individual Aiming*. American  
Education Research Journal, 7.
- Erickson. (1968). *Educational Technology: The Development of a Concept*. New Jersey :  
Prentice-Hall.

- Fishbein, and Ajzen, I. (1975). *Belief, Attitude, Intention, and Behavior : An Introduction to Theory and Research*. Reading, MA: Addison-Wesley.
- Hall. (1996). *The Technology of Teaching*. Englewood Cliffs. N.J. : Prentice Hall.
- Heinich and Othoers. (1986). *Florida Module on Generic Teacher Competencies : Module on Module*. Florida : The University of Florida.
- Jeffcoate. (1995). *Instructional Media and Technologies for Learning*. 7<sup>th</sup> ed. New Jersey: Merrill Practice Hall.
- Likert, Rensis. (1967). *The Human Organization: Its Management and Value*. New York: McGraw-Hill Book.
- Noll, Victor H. (1965). *Introduction to educational measurement*. Boston: Houghton Mifflin.
- Piaget, J. (1969). *The Psychology of Intelligence*. Paterson : Little field, Adams.
- Vaughan. (1998). *Florida Module on Generic Teacher Competencies : Module on Module*. Florida : The University of Florida.
- Wilson, J.W. (1971). "Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics. Handbook on Formative and summative Evaluation of Student Learning". Edited by Benjamin S. Bloom. P.643-696 U.S.A.: McGraw-Hill.





ภาคผนวก

มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร

สภามหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร

**ภาคผนวก ก**

แผนผังการออกข้อสอบ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์





แผนผังการออกข้อสอบ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์  
 รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 รหัสวิชา ค 31202  
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 จำนวน 30 ข้อ เวลา 100 นาที

การวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เนื้อหา / จุดประสงค์การเรียนรู้	ความรู้ / ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	รวม
<b>1. ระยะทางระหว่างจุดสองจุด</b>					
1.1 หาระยะทางระหว่างจุดสองจุดได้	1	1	1	1	3
1.2 นำความรู้เรื่องการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุดไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้			1		2
<b>2. จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด</b>					
2.1 หาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุดได้	1				1
2.2 เมื่อกำหนดจุดกึ่งกลาง และจุดปลายหนึ่งจุดสามารถหาจุดปลายอีกจุดหนึ่งได้		2			2
2.3 นำความรู้เรื่องการหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุดไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้			1		1
<b>3. ความชันของเส้นตรง</b>					
3.1 หาความชันของเส้นตรงได้ เมื่อกำหนดพิกัดของจุด 2 จุด บนเส้นตรงเส้นหนึ่งให้	1		1		2
3.2 นำความรู้เรื่องความชันของเส้นตรงไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้		1	1	1	3
<b>4. เส้นขนาน</b>					
4.1 หาความชันของเส้นตรงที่ขนานกันได้		1	1		1

เนื้อหา / จุดประสงค์การเรียนรู้	ความรู้ / ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	รวม
4.2 นำความรู้เรื่องเส้นขนานไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้					1
<b>5. เส้นตั้งฉาก</b>					
5.1 หาความชันของเส้นตรงที่ตั้งฉากกันได้		1	1		2
5.2 นำความรู้เรื่องเส้นตั้งฉากไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้				1	1
<b>6. สมการเส้นตรง</b>					
6.1 หาสมการของเส้นตรงได้ เมื่อบอกพิกัดของจุดบนเส้นตรงให้ 1 จุด และบอกความชันของเส้นตรงให้		1			1
6.2 หาสมการของเส้นตรงในรูปแบบต่างๆ ได้หาจุดตัดของเส้นตรงจากสมการที่กำหนดให้ได้		2	2	2	6
<b>7. ระยะห่างระหว่างจุดกับเส้นตรง</b>					
หาระยะห่างระหว่างจุดกับเส้นตรงได้ เมื่อบอกสมการเส้นตรง และบอกพิกัดของจุดๆหนึ่งให้		1	1		2
<b>8. ระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน</b>					
หาระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนานได้ เมื่อบอกสมการของเส้นตรงที่ขนานกัน 2 เส้นให้		1	1		2
<b>รวม</b>	<b>3</b>	<b>11</b>	<b>11</b>	<b>5</b>	<b>30</b>

**ภาคผนวก ข**

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน



### แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2

รหัสวิชา ค31202

เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

โรงเรียนธรรมศาสตร์คลองหลวงวิทยาคม

อำเภอคลองหลวง

จังหวัดปทุมธานี

#### คำชี้แจง

1. แบบทดสอบชุดนี้เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบจำนวน 30 ข้อ 30 คะแนน ใช้เวลา 100 นาที
2. เขียนชื่อ – สกุล เลขที่ ชั้นของนักเรียนลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
3. ให้เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด จากตัวเลือก ก – ง เพียงข้อเดียวเท่านั้น โดยทำเครื่องหมาย × ลงใน  ของกระดาษคำตอบให้ตรงกับตัวเลือกที่ต้องการ

#### ตัวอย่าง

เมื่อต้องการเลือก ง ให้ทำดังนี้

ข้อ	ก.	ข.	ค.	ง.
1.				×

เมื่อต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ง เป็นข้อ ก ให้ทำดังนี้

ข้อ	ก.	ข.	ค.	ง.
1.	×			✗

4. ห้ามขีดเขียน หรือทำเครื่องหมายใดๆ ลงในแบบทดสอบชุดนี้
5. ตรวจสอบความเรียบร้อยก่อนส่งกระดาษคำตอบและแบบทดสอบคืนกรรมการกำกับ

ห้องสอบ

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2

รหัสวิชา ค31202

เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

- ระยะทางระหว่างจุด A(-2, 4) และ B(10, 4) เท่ากับกี่หน่วย
 

ก. 6	ข. 8
ค. 10	ง. 12
- ถ้าระยะระหว่างจุด A(-1, 3) และ B(11, m) เท่ากับ 13 หน่วย แล้วค่าของ m ตรงกับข้อใด
 

ก. -2, 8	ข. 2, -8
ค. 0, 1	ง. 0, -1
- กำหนดให้ AB เป็นระยะทางระหว่างจุด (2, -5) และ B(-1, -1) CD เป็นระยะทางระหว่างจุด C(-2√2, 0) และ D(√2, -3√2) แล้ว AB + CD เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 

ก. 8	ข. 9
ค. 10	ง. 11
- ถ้ารูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีจุด A(-5, -1), B(2, 3) และ C(3, -2) เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม ABC แล้วความยาวรอบรูปตรงกับข้อใด
 

ก. $2\sqrt{65} + \sqrt{26}$ หน่วย	
ข. $8\sqrt{13}$ หน่วย	
ค. $\sqrt{26} + 4\sqrt{13}$ หน่วย	
ง. $2\sqrt{65} + 2\sqrt{13}$ หน่วย	
- วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0, 0) และวงกลมวงนี้ผ่านจุด (3, 4) จงหาความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมวงนี้
 

ก. 6 หน่วย	
ข. 8 หน่วย	
ค. 10 หน่วย	
ง. 12 หน่วย	
- จุดกึ่งกลางของเส้นตรงที่เชื่อมจุด ระหว่างจุด (-3, 8) กับ (7, 8) คือจุดในข้อใดต่อไปนี้
 

ก. $(\frac{7}{2}, 8)$	ข. (-5, 8)
ค. $(\frac{3}{2}, 8)$	ง. (2, 8)
- กำหนดให้ (4, x) เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด (-5, 2) และ (13, -6) ค่า x มีค่าเป็นเท่าใด
 

ก. -1	ข. -2
ค. -3	ง. -4
- กำหนดให้ M เป็นจุดกึ่งกลางของเส้นตรง AB ถ้า M มีพิกัด (2, 5) และ A มีพิกัด (1, 2) แล้วพิกัดของจุด B ตรงกับข้อใด
 

ก. (3, 8)	ข. (-3, -8)
ค. (0, 1)	ง. (0, -1)

9. ถ้า  $(-3, 8)$  และ  $(8, 3)$  เป็นจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่ง แล้วจุดศูนย์กลาง ของวงกลมนี้ตรงกับข้อใด

- ก.  $(0, 8)$   
 ข.  $(\frac{5}{2}, \frac{11}{2})$   
 ค.  $(-3, 0)$   
 ง.  $(\frac{11}{2}, \frac{5}{2})$

10. ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(-1, 2)$  และ  $(3, 8)$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- ก. 5  
 ข.  $\frac{1}{5}$   
 ค.  $\frac{3}{2}$   
 ง. 1

11. ถ้าเส้นตรงที่ลากผ่านจุด  $(2, k)$  และ  $(5, 6)$  มีความชันเท่ากับเส้นตรงที่ลากผ่านจุด  $(-2, 1)$  และ  $(1, 5)$  จงหาค่า  $k$

- ก. 2  
 ข. 4  
 ค. 6  
 ง. 8

12. กำหนดให้

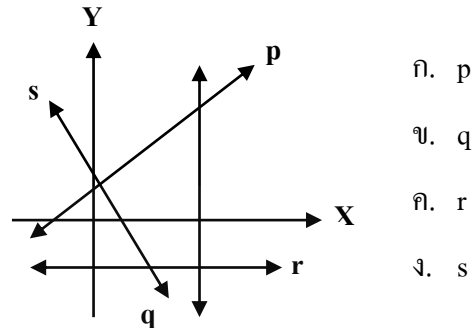
$m_{AB}$  เป็นความชันของเส้นตรงที่ลากเชื่อมจุด  $A(-20, -15)$  กับจุด  $B(50, 65)$

$m_{CD}$  เป็นความชันของเส้นตรงที่ลากเชื่อมจุด  $C(2, 5)$  กับจุด  $D(9, 14)$

ข้อสรุปใดต่อไปนี้เป็นจริง

- ก.  $m_{AB} > m_{CD}$   
 ข.  $m_{AB} = m_{CD}$   
 ค.  $m_{AB} < m_{CD}$   
 ง.  $m_{AB} < 0$

13. จากรูป เส้นตรงใดมีความชันเป็นบวก



- ก. p  
 ข. q  
 ค. r  
 ง. s

14. ถ้าจุด  $A(1, 2)$ ,  $B(2, k)$  และ  $C(3, 4)$  เป็นจุดบนเส้นตรงเดียวกันแล้ว ค่า  $k$  คือข้อใด

- ก. 1  
 ข. 3  
 ค. 5  
 ง. 6

15. เส้นตรงที่ผ่านจุด  $(m, 7)$  และ  $(-3, -2)$  ขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(3, 2)$  และ  $(1, -4)$  ค่าของ  $m$  เท่ากับจำนวนใด

- ก. -12  
 ข. 0  
 ค.  $\frac{3}{10}$   
 ง. -2

16. เส้นตรงที่ลากผ่านจุด  $A(-9, 1)$  และ  $B(-5, 5)$  จะขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุดใด

- ก.  $C(3, 2)$ ,  $D(2, -5)$   
 ข.  $C(1, -2)$ ,  $D(2, 3)$   
 ค.  $C(1, 2)$ ,  $D(5, 6)$   
 ง.  $C(-2, -7)$ ,  $D(-5, 2)$

17. ความชันของเส้นตรง ซึ่งตั้งฉากกับเส้นตรง  $(-3, -5)$  และ  $(3, 4)$  เป็นเท่าใด

- ก.  $\frac{2}{3}$   
 ข.  $-\frac{2}{3}$



- ก.  $\frac{3}{2}$                       ง.  $-\frac{3}{2}$
18. ถ้าเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(k, -4)$  และ  $(3, 3)$  ตั้งฉากกับเส้นตรงที่มีความชันเท่ากับ  $\frac{5}{2}$  แล้วค่าของ  $k$  เท่ากับจำนวนในข้อใดต่อไปนี้
- ก.  $-\frac{41}{2}$                       ข.  $\frac{2}{41}$
- ค.  $\frac{41}{2}$                       ง.  $-\frac{2}{41}$
19. ถ้า  $A(0, -3)$ ,  $B(2, 5)$  และ  $C(-1, -7)$  เป็นจุดสามจุด ข้อใดต่อไปนี้ ถูกต้อง
- ก. เส้นตรง  $AB$  ไม่ขนานกับเส้นตรง  $BC$
- ข. เส้นตรง  $AB$  ตั้งฉากกับเส้นตรง  $BC$
- ค.  $A, B, C$  อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน
- ง. เส้นตรง  $AC$  มีความชันเท่ากับ 3
20. สมการเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(-1, 5)$  และ ตั้งฉากกับเส้นตรง  $3x - 4y + 7 = 0$  มีสมการตรงกับข้อใด
- ก.  $3x + 4y + 11 = 0$
- ข.  $3x - 4y + 11 = 0$
- ค.  $4x + 3y + 11 = 0$
- ง.  $4x + 3y - 11 = 0$
21. เส้นตรงที่ขนานกับแกน  $X$  และอยู่เหนือแกน  $X$  เป็นระยะ 3 หน่วย มีสมการตรงกับข้อใดต่อไปนี้
- ก.  $y - 3 = 0$
- ข.  $y + 3 = 0$
- ค.  $x - 3 = 0$
- ง.  $x + 3 = 0$
22. เส้นตรงที่มีความชันเท่ากับ  $\frac{3}{4}$  และตัดแกน  $Y$  ที่จุด  $(0, 5)$  มีสมการตรงกับข้อใด
- ก.  $3x + 4y + 20 = 0$
- ข.  $3x - 4y + 20 = 0$
- ค.  $3x - 4y - 20 = 0$
- ง.  $3x + 4y - 20 = 0$
23. เส้นตรง  $2y - 3x = 6$  ตัดแกน  $X$  ที่จุด  $A$  และตัดแกน  $y$  ที่จุด  $B$  พิกัดของจุด  $A$  และจุด  $B$  คือข้อใดตามลำดับ
- ก.  $(2, 0)$  และ  $(0, 3)$
- ข.  $(2, 0)$  และ  $(0, -3)$
- ค.  $(-2, 0)$  และ  $(0, -3)$
- ง.  $(-2, 0)$  และ  $(0, 3)$
24. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้
- a. ถ้าเส้นตรง  $3kx + 5y + k - 2 = 0$  ผ่านจุด  $(-1, 4)$  แล้ว  $k = 7$
- b. เส้นตรงที่ผ่านจุด  $(4, -5)$  ที่ขนานกับแกน  $Y$  มีระยะตัดแกน  $X$  เท่ากับ 4
- c. เส้นตรง  $4x + 2y = 20$  กับเส้นตรง  $9x - 3y = 15$  ตัดกันที่จุด  $(3, 4)$
- ข้อใดถูกต้อง
- ก. ข้อ a และ b ถูกต้อง
- ข. ข้อ b และ c ถูกต้อง
- ค. ข้อ b ถูกต้องเพียงข้อเดียว
- ง. ไม่มีข้อใดถูกต้อง

25. กราฟของสมการใดที่มีความชันเป็นศูนย์

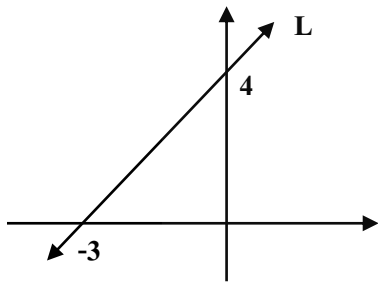
ก.  $x - y = 0$

ข.  $x - 5 = 0$

ค.  $y - 6 = 0$

ง.  $y + x = 0$

26. จากรูป ข้อใดเป็นสมการของเส้นตรง L



ก.  $4x + 3y + 12 = 0$

ข.  $4x - 3y - 12 = 0$

ค.  $4x + 3y - 12 = 0$

ง.  $4x - 3y + 12 = 0$

27. ระยะทางจากจุด  $(-2, -3)$  ไปยังเส้นตรง

$8x + 15y - 24 = 0$  เท่ากับกี่หน่วย

ก. 5

ข. 8

ง. 8.5

ง. 17

28. เส้นตรงที่อยู่ห่างจากจุด  $A(-5, 2)$  และ  $B(-1, 4)$

เป็นระยะทางเท่ากัน คือสมการในข้อใด

ก.  $2y + x = 3$

ข.  $2y - x - 9 = 4$

ค.  $2x + 3y - 6 = 0$

ง.  $2y - 3 = 0$

29. ระยะทางระหว่างเส้นตรง  $\frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1$  และ

$\frac{x}{3} - \frac{y}{4} + \frac{10}{9} = 0$  เท่ากับกี่หน่วย

ก.  $\frac{76}{15}$

ข.  $\frac{71}{15}$

ค.  $\frac{69}{15}$

ง.  $\frac{58}{15}$

30. เส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรง  $3x + 4y + 10 = 0$

และอยู่ห่างเป็น ระยะ 3 หน่วย ตรงกับข้อใด

ก.  $3x + 4y - 5 = 0$

ข.  $3x + 4y - 7 = 0$

ค.  $3x + 4y + 13 = 0$

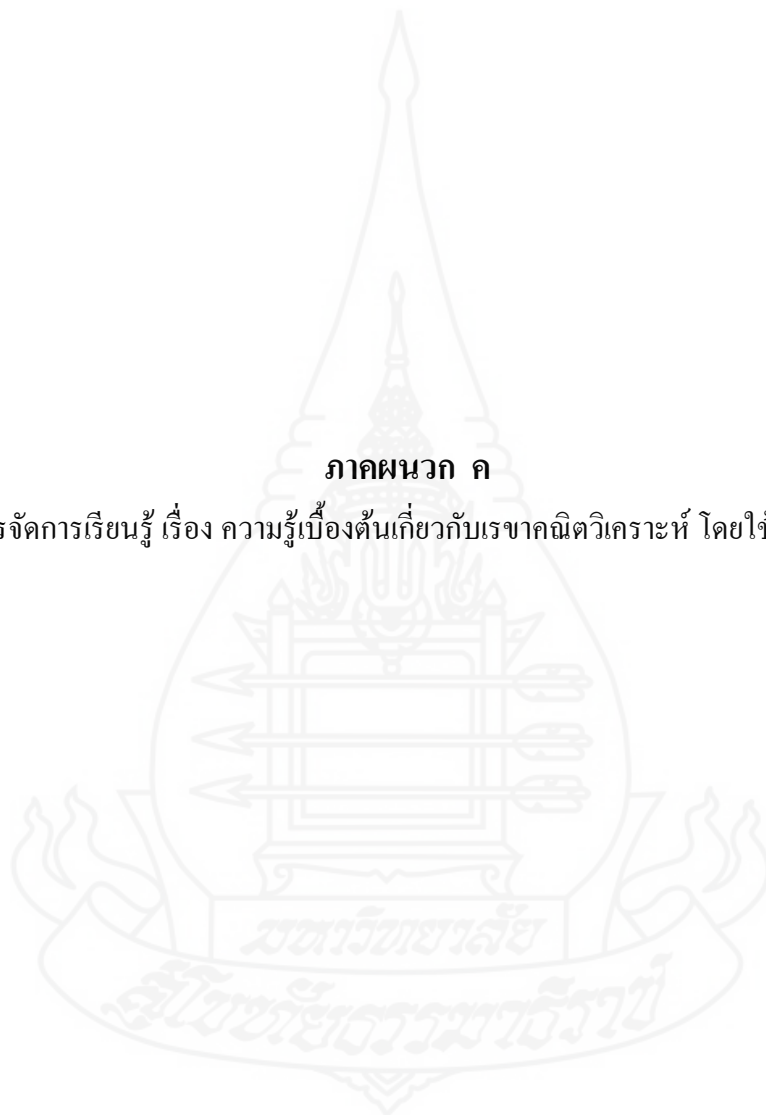
ง.  $3x + 4y + 5 = 0$

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ข้อที่	ข้อถูก	ข้อที่	ข้อถูก
1.	ง	16.	ค
2.	ก	17.	ข
3.	ง	18.	ค
4.	ก	19.	ค
5.	ค	20.	ง
6.	ง	21.	ก
7.	ข	22.	ข
8.	ก	23.	ง
9.	ข	24.	ข
10.	ค	25.	ข
11.	ก	26.	ง
12.	ค	27.	ก
13.	ก	28.	ก
14.	ข	29.	ก
15.	ข	30.	ก

**ภาคผนวก ค**

แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ โดยใช้ สื่อประสม



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

เรื่อง ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

กลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2

รหัสวิชา ค 31202

จำนวน 1.5 หน่วยกิต

จำนวนเวลา 50 นาที

ภาคเรียนที่ 2/2556

ผู้สอน นายธีรพงษ์ ดอกดี

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ทหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด จุดกึ่งกลาง ระยะห่างระหว่างจุดกับ เส้นตรง และ ระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ทหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุดได้
2. นำความรู้เรื่องการหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุดไปแก้โจทย์ปัญหาได้

สาระการเรียนรู้

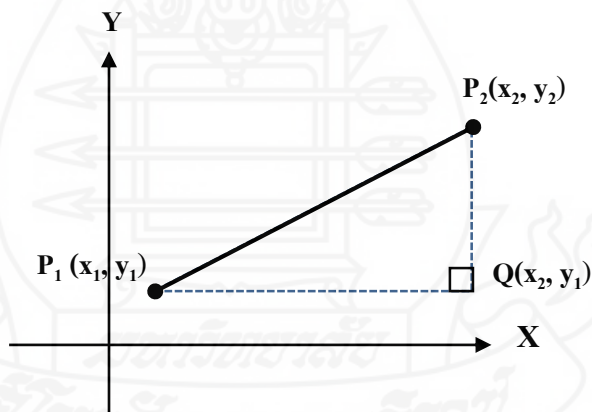
### ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

บนเส้นจำนวน ถ้าจุด  $P_1$  แทนจำนวนจริง  $x_1$  และจุด  $P_2$  แทนจำนวนจริง  $x_2$  ระยะห่างระหว่างจุด  $P_1$  และ  $P_2$  คือ ค่าสัมบูรณ์ของ  $x_1 - x_2$  เขียนแทนด้วย  $|x_1 - x_2|$  สำหรับจุด 2 จุด  $P_1(x_1, y_1)$  และ  $P_2(x_2, y_2)$  ใด ๆ ที่  $P_1P_2$  จะได้ว่า

$\overline{P_1P_2}$ ขนานกับแกน X	$\overline{P_1P_2}$ ขนานกับแกน Y
<p>รูป ก.</p>	<p>รูป ข.</p>

<p>ถ้าจุด <math>P_1(x_1, y_1)</math> และ <math>P_2(x_2, y_1)</math> อยู่บนเส้นตรง ซึ่งขนานกับแกน X (ดังรูป ก.)</p> <p>ให้ A และ B เป็นจุดที่ <math>\overline{P_1A}</math> และ <math>\overline{P_2B}</math> ตั้งฉากกับ แกน X ตามลำดับ</p> <p>จะได้ พิกัดจุด A(<math>x_1, 0</math>) พิกัดจุด B(<math>x_2, 0</math>)</p> <p>ดังนั้น <math>AB =  x_1 - x_2 </math></p> <p>แต่ <math>\overline{P_1P_2}</math> และ <math>\overline{AB}</math> เป็นด้านตรงข้ามของรูป สี่เหลี่ยมผืนผ้า <math>P_1P_2BA</math></p> <p>ดังนั้น <math>P_1P_2 = AB</math></p> <p>นั่นคือ <math>P_1P_2 =  x_1 - x_2 </math></p>	<p>ถ้าจุด <math>P_1(x_1, y_1)</math> และ <math>P_2(x_1, y_2)</math> อยู่บนเส้นตรง ซึ่งขนานกับแกน Y (ดังรูป ข.)</p> <p>ให้ A และ B เป็นจุดที่ <math>\overline{P_1A}</math> และ <math>\overline{P_2B}</math> ตั้งฉาก กับแกน Y ตามลำดับ</p> <p>จะได้ พิกัดจุด A(<math>0, y_1</math>) พิกัดจุด B(<math>0, y_2</math>)</p> <p>ดังนั้น <math>AB =  y_1 - y_2 </math></p> <p>แต่ <math>\overline{P_1P_2}</math> และ <math>\overline{AB}</math> เป็นด้านตรงข้ามของรูป สี่เหลี่ยมผืนผ้า <math>P_1P_2BA</math></p> <p>ดังนั้น <math>P_1P_2 = AB</math></p> <p>นั่นคือ <math>P_1P_2 =  y_1 - y_2 </math></p>
---	---

ในกรณีที่จุด  $P_1(x_1, y_1)$  และ  $P_2(x_2, y_2)$  อยู่บนส่วนของเส้นตรง ซึ่งไม่ขนานกับแกน X และไม่  
ขนานกับแกน Y ดังรูป ค. จะหา  $P_1P_2$  ได้ดังนี้





ลากส่วนของเส้นตรง  $\overline{P_1Q}$  และ  $\overline{P_2Q}$  ให้ขนานกับแกน X และแกน Y ตามลำดับ จุด Q จะมีพิกัด เป็น  $(x_2, y_1)$  และมุม  $P_1QP_2$  เป็นมุมฉาก จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } P_1P_2 &= \sqrt{P_1Q^2 + P_2Q^2} \\ &= \sqrt{|x_1 - x_2|^2 + |y_1 - y_2|^2} \\ &= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \\ &\quad (\text{เนื่องจาก } |a|^2 = a^2 \text{ เมื่อ } a \text{ เป็นจำนวนจริงใดๆ}) \end{aligned}$$

นั่นคือ ถ้า  $P_1(x_1, y_1)$  และ  $P_2(x_2, y_2)$  เป็นจุดใดๆ จะได้ว่า ระยะห่างระหว่างจุด  $P_1$  และ  $P_2$  เขียนแทนด้วย  $\overline{P_1P_2}$  โดยที่

$$P_1P_2 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

**ตัวอย่างที่ 1** จงหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุดของ A(5, 3) และ B(5, 7)

**วิธีทำ** เนื่องจากส่วนของเส้นตรง  $\overline{AB}$  อยู่บนเส้นตรงขนานกับแกน Y

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } AB &= |y_1 - y_2| \\ &= |3 - 7| \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } AB = 4$$

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุดของ A(3, -2) และ B(-6, -2)

**วิธีทำ** เนื่องจากส่วนของเส้นตรง  $\overline{AB}$  อยู่บนเส้นตรงขนานกับแกน X

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } CD &= |x_1 - x_2| \\ &= |3 - (-6)| \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } CD = 9$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุดของ A(-8, -4) และ B(4, -9)

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad AB &= \sqrt{(-8-4)^2 + (-4-(-9))^2} \\
 &= \sqrt{(-12)^2 + 5^2} \\
 &= \sqrt{144 + 25} \\
 &= \sqrt{169} \\
 &= 13
 \end{aligned}$$

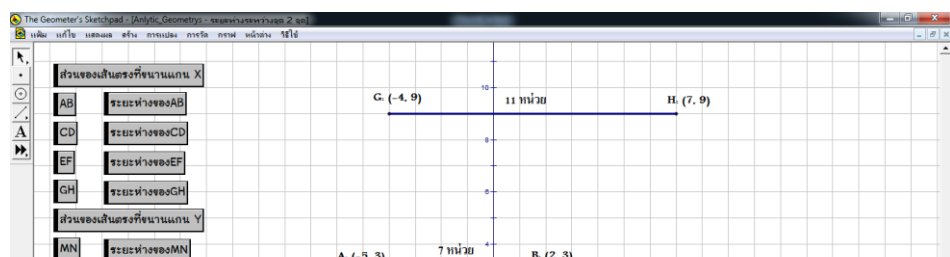
ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้จุดของ A(2, -1), B(-3, a) และ  $\overline{AB}$  มีความยาว 5 หน่วย จงหา a

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad AB &= \sqrt{(2+3)^2 + (-1-a)^2} \\
 5 &= \sqrt{5^2 + (a+1)^2} \\
 25 &= 25 + (a+1)^2 \\
 (a+1)^2 &= 0 \\
 a &= -1
 \end{aligned}$$

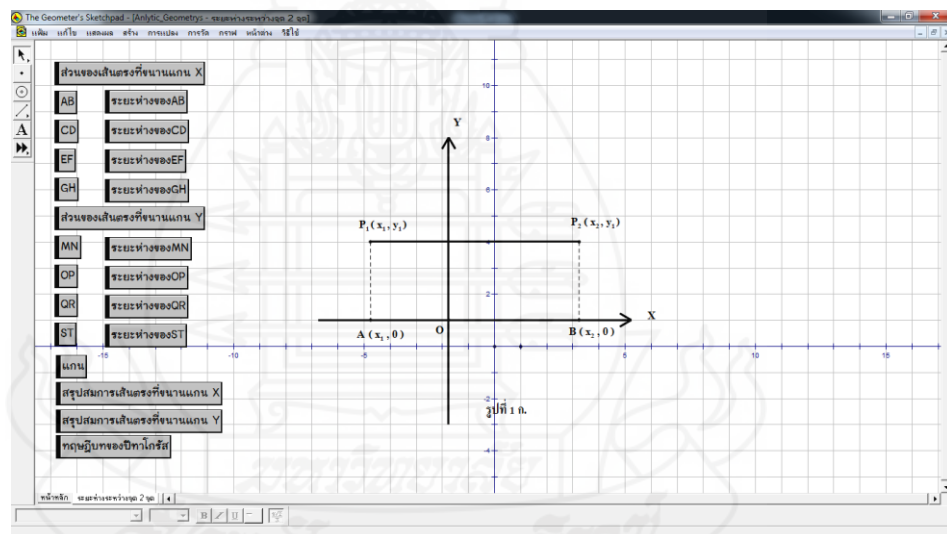
### กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนเรื่องคู่อันดับ โดยครูกำหนดจุดของคู่อันดับบน GSP แล้วให้นักเรียนเรียกคู่อันดับ (x, y) ที่ปรากฏ และครูใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนสังเกต

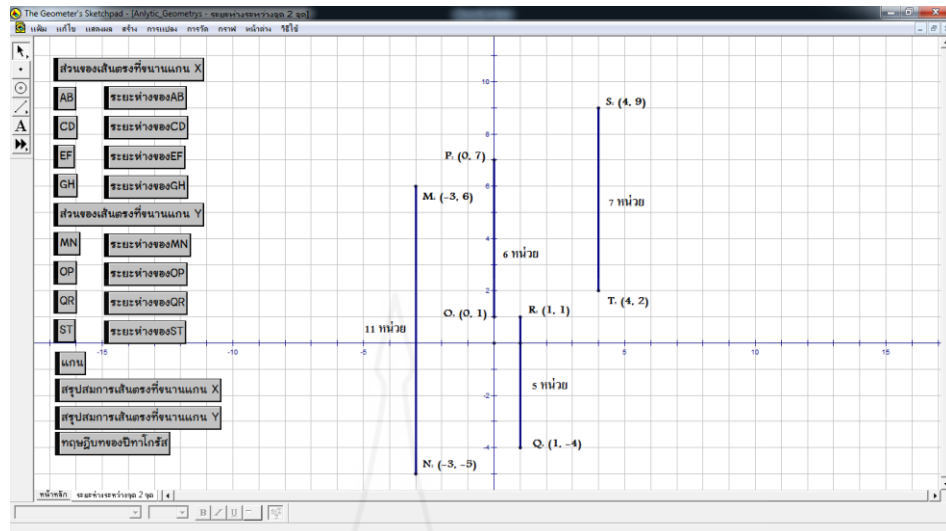
2. จากคู่อันดับที่กำหนดให้ ครูให้นักเรียนพิจารณาจุด A และจุด B จะได้ว่า เมื่อเขียนส่วนของเส้นตรง AB แล้ว ให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ของส่วนของเส้นตรง AB กับแกน X ว่าขนานกัน นั่นคือ ถ้าส่วนของเส้นตรง AB ขนานกับแกน X นักเรียนสามารถหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุดได้โดยให้นักเรียนนับระยะบนเส้นจำนวนเพื่อหาระยะห่างระหว่างจุด A และจุด B และครูกำหนด  $\overline{CD}$ ,  $\overline{EF}$  และ  $\overline{GH}$  จากนั้นเรียกชื่อนักเรียนเป็นรายบุคคลเพื่อหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุดที่กำหนดให้



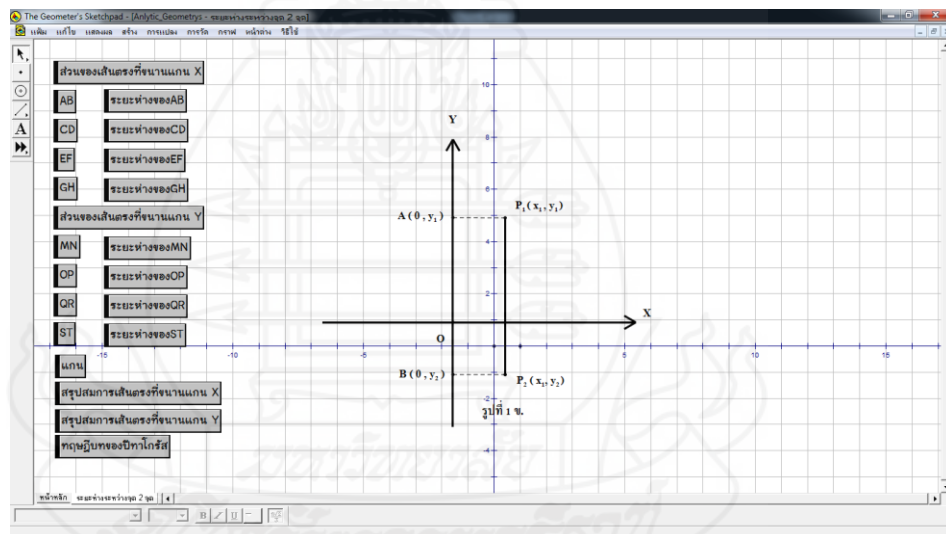
3. ครูให้นักเรียนพิจารณาค่าของ  $x$  บนคู่อันดับ  $P_1(x_1, y_1)$  และ  $P_2(x_2, y_1)$  เพื่อสรุปการหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด เมื่อลากส่วนของเส้นตรงแล้วขนานกับแกน  $X$



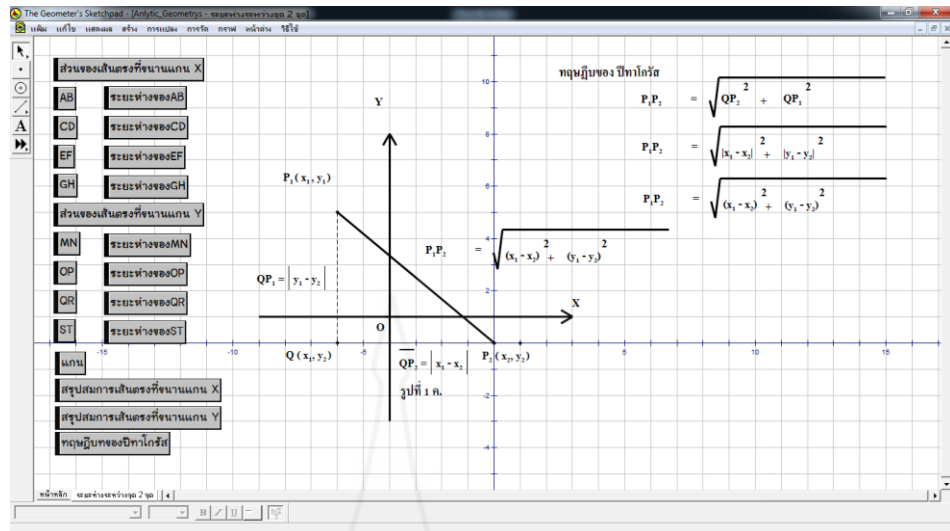
4. จากคู่อันดับที่กำหนดให้ ครูให้นักเรียนพิจารณาจุด  $M$  และจุด  $N$  จะได้ว่าเมื่อเขียนส่วนของเส้นตรง  $MN$  แล้วให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ของส่วนของเส้นตรง  $MN$  กับแกน  $Y$  ว่าขนานกัน นั่นคือ ถ้าส่วนของเส้นตรงขนานกับแกน  $Y$  นักเรียนสามารถหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุดได้โดยให้นับระยะบนเส้นจำนวนเพื่อหาระยะห่างระหว่างจุด  $M$  และจุด  $N$  และครูกำหนด  $\overline{MN}$ ,  $\overline{OP}$ ,  $\overline{QR}$  และ  $\overline{ST}$  จากนั้นเรียกชื่อนักเรียนเป็นรายบุคคลเพื่อหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุดที่กำหนดให้



5. ครูให้นักเรียนพิจารณาค่าของ  $y$  บนคู่อันดับ  $P_1(x_1, y_1)$  และ  $P_2(x_2, y_2)$  เพื่อสรุปการหา ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด ที่เมื่อลากส่วนของเส้นตรงแล้วขนานกับแกน  $Y$



6. ครูใช้การถาม - ตอบเกี่ยวกับระยะห่างระหว่างจุดที่ไม่ขนานแกน  $X$  และไม่ขนานแกน  $Y$  โดยให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาโดยอาศัยความรู้เรื่องระยะห่างระหว่างจุดสองจุดที่ขนานแกน  $X$  ขนานแกน  $Y$  และทฤษฎีบทของพีทาโกรัส



7. ครูยกตัวอย่างที่ 1 และ 2 บนกระดาน โดยครูอธิบายการหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด ในกรณีที่เส้นตรงขนานกับแกน X และขนานกับแกน Y ซึ่งในส่วนนี้ครูทบทวนความรู้เรื่องค่าสัมบูรณ์ เพื่อช่วยในการหาคำตอบด้วย จากนั้นครูยกตัวอย่างที่ 3 และอธิบายการหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด ในกรณีที่เส้นตรงไม่ขนานทั้งแกน X และ แกน Y โดยในตัวอย่างนี้ ครูใช้คำถามนำ เพื่อให้นักเรียนนำค่า  $x_1, y_1$  และ  $x_2, y_2$  จากจุด A และจุด B ที่กำหนดให้ ไปแทนในสูตรการหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด จากนั้นให้นักเรียนใช้ความรู้เรื่องกรณีที่สองในการหาคำตอบขั้นสุดท้าย จากนั้นครูยกตัวอย่างที่ 4 เป็นการหาค่าของ  $y_2$  ที่โจทย์กำหนดให้ เป็นค่า a จากจุด B(-3, a) โดยโจทย์กำหนด ความยาวของส่วนของเส้นตรง AB และ กำหนดจุด A(2, -1) มาให้ ครูซักถามนักเรียน ในการแทนค่าจุดที่โจทย์กำหนดมา ให้ลงในสูตร และใช้การยกกำลังสองทั้งสองข้างของสมการ เพื่อให้เครื่องหมายลบหายไป

8. ครูให้นักเรียนทุกคนทำใบงานที่ 1 เรื่อง การหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด ในช่วงท้ายคาบ เพื่อเป็นการสรุปความรู้ที่ได้เรียนมาในคาบนี้ โดยครูเดินดู และให้คำแนะนำ เมื่อนักเรียนมีปัญหาหรือเกิดข้อสงสัย

9. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 1 เรื่อง การหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด เป็นการบ้าน พร้อมทั้ง ให้นักเรียนกลับไปทบทวนความรู้จากไฟล์เอกสาร โปรแกรม Power Point สรุปความรู้เรื่อง ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด ที่บ้าน

1. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ของ สสวท.
2. โปรแกรม GSP
3. โปรแกรม Power Point
4. ใบงานที่ 1 เรื่อง การหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด
5. แบบฝึกเสริมทักษะทักษะที่ 1 เรื่อง การหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

### การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

#### สิ่งที่วัด

สามารถหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุดได้

#### วิธีวัด

ตรวจแบบฝึกเสริมทักษะที่ 1 เรื่อง การหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

#### เครื่องมือในการวัด

แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1 เรื่อง การหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

#### เกณฑ์การวัดและการประเมินผล

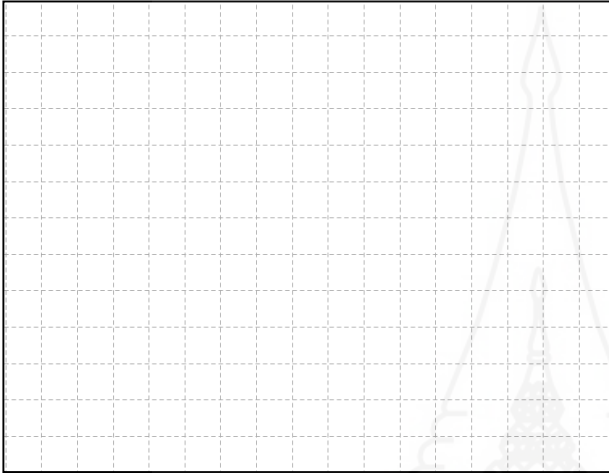
นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 1 เรื่อง การหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุดได้ถูกต้องอย่างน้อย 80%



## แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1

### ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

1. จงหาระยะระหว่างจุดต่อไปนี้กับจุดกำเนิด  $(0, 0)$



1.1  $(4, 3)$

1.2  $(-4, 3)$

1.3  $(-4, -3)$

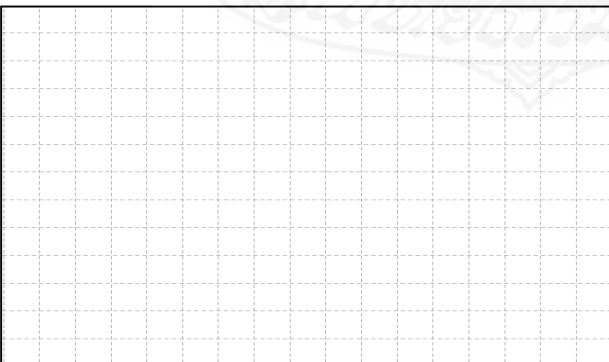
1.5  $(5, 12)$

1.6  $(-2, -3)$

1.7  $(1, -2)$

1.8  $(5, -1)$

2. จงหาระยะระหว่างจุดที่ขนานแกน X และขนานแกน Y แต่ละคู่ต่อไปนี้



2.1  $(5, 4)$  และ  $(2, 4)$

2.2  $(-5, -4)$  และ  $(2, -4)$

3. กำหนดให้จุดของ  $A(1, -2)$  และ  $\overline{AB}$  ขนานกับแกน X มีความยาว 5 หน่วย จงหาจุด B



4. กำหนดให้จุดของ  $A(-1, -2)$  และ  $\overline{AB}$  ขนานกับแกน  $Y$  มีความยาว 7 หน่วย จงหาจุด  $B$

5. กำหนดให้จุดของ  $A(-4, -2), B(3, a)$  และ  $\overline{AB}$  มีความยาว 3 หน่วย จงหา  $a$

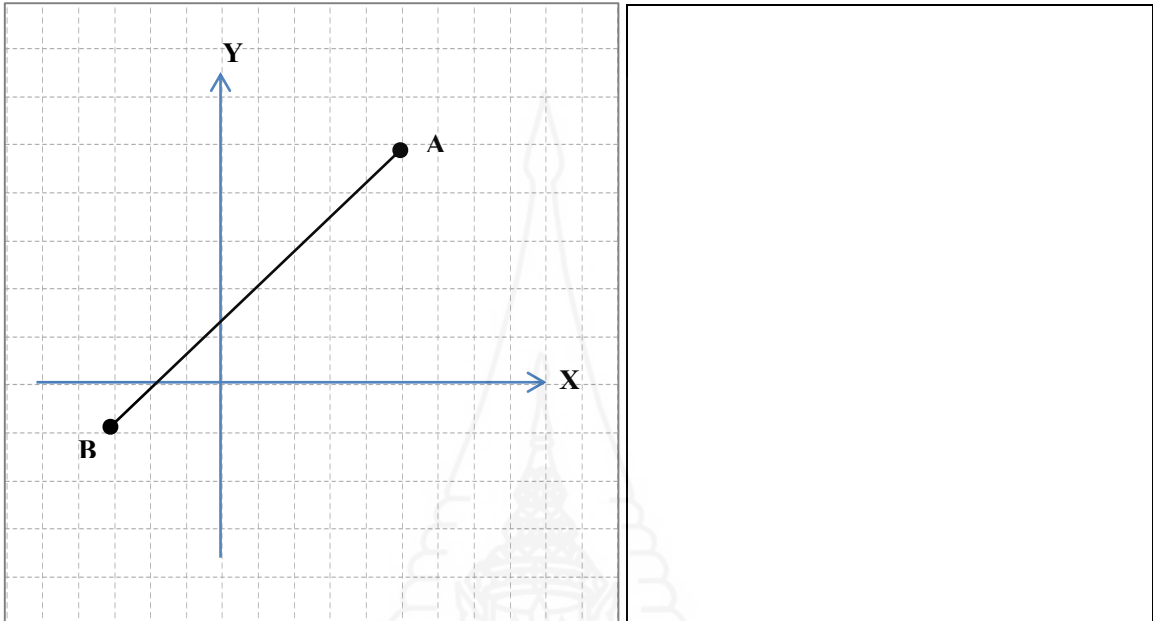
6. กำหนดให้จุดของ  $A(-1, 3), B(a, 4)$  และ  $\overline{AB}$  มีความยาว 4 หน่วย จงหา  $a$



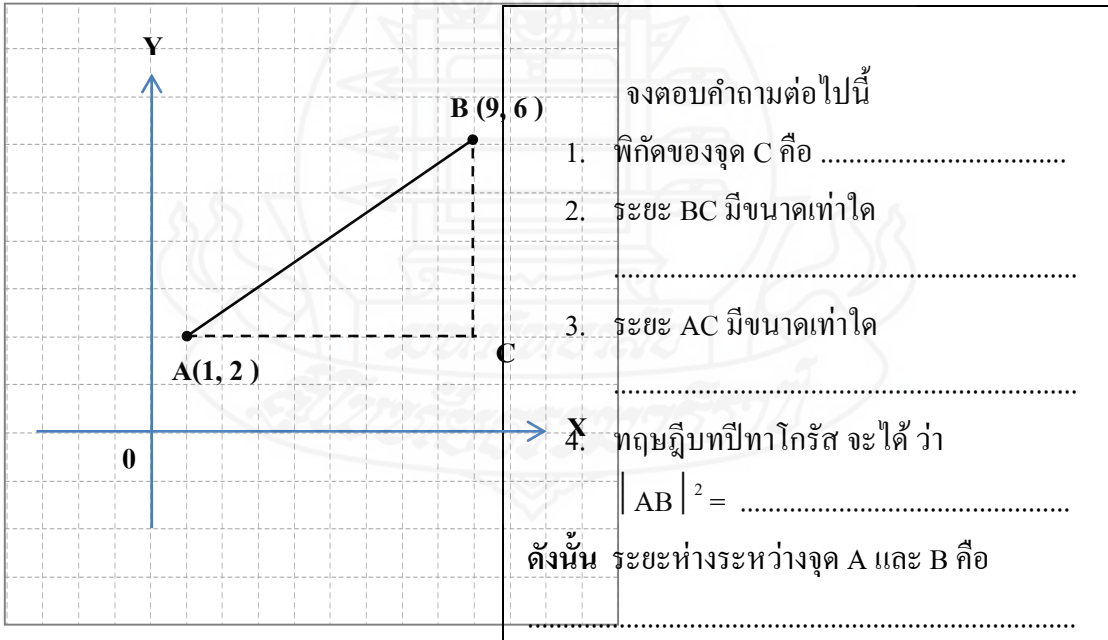
## ใบงานที่ 1

ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

1. กำหนดจุด A จุด B จงแสดงการใช้ความรู้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส หาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

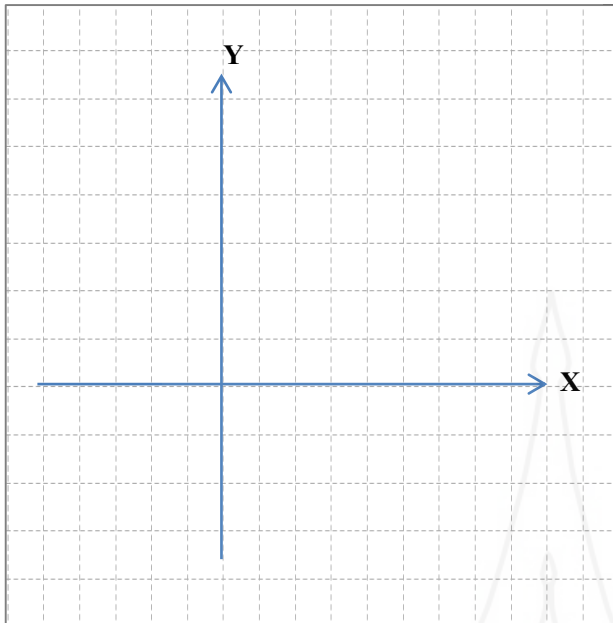


2. ถ้าให้ A มีพิกัด (1, 2) และ B มีพิกัด (9, 6) จงหาระยะทางระหว่างจุด A และ B



3. กำหนดรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีจุดยอดที่ A(-2, 4), B(10, 4), C(10, -1) และ D(-2, -1) ให้นักเรียน

หาความยาวของด้านทั้ง 4 และความยาวของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก



➤  $AB =$  .....

➤  $BC =$  .....

➤  $CD =$  .....

➤  $DA =$  .....

➤  $AC =$  .....

➤  $BD =$  .....

ตั้งใจทำงานกันนะ !!



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2

จำนวนเวลา 50 นาที

เรื่อง การประยุกต์ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

รหัสวิชา ค 31202

จำนวน 1.5 หน่วยกิต

ภาคเรียนที่ 2/2556

ผู้สอน นายธีรพงษ์ ดอกดี

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

หาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด จุดกึ่งกลาง ระยะห่างระหว่างจุดกับ

เส้นตรง และ ระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุดได้

## สาระการเรียนรู้

### การประยุกต์ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

**ทฤษฎีบท** ถ้า  $P_1(x_1, y_1)$  และ  $P_2(x_2, y_2)$  เป็นจุดบนระนาบ ระยะระหว่างจุด  $P_1$  และ  $P_2$  เท่ากับ  $P_1P_2 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

**ตัวอย่างที่ 1** รูปสามเหลี่ยมที่มีจุดมุม  $A(1, 6)$ ,  $B(2, -2)$  และ  $C(-3, -1)$  เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

**วิธีทำ** พิจารณาส່วนของเส้นตรง

$$\begin{array}{l}
 AB = \sqrt{(2-1)^2 + (-2-6)^2} \\
 = \sqrt{(1)^2 + (-8)^2} \\
 = \sqrt{1+64} \\
 = \sqrt{65}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 BC = \sqrt{(2-(-3))^2 + (-2-(-1))^2} \\
 = \sqrt{(5)^2 + (-1)^2} \\
 = \sqrt{25+1} \\
 = \sqrt{26}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 AC = \sqrt{(1-(-3))^2 + (6-(-1))^2} \\
 = \sqrt{(4)^2 + (7)^2} \\
 = \sqrt{16+49} \\
 = \sqrt{65}
 \end{array}$$

จะเห็นว่า  $AB = AC$

ดังนั้น รูปสามเหลี่ยม  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

**ตัวอย่างที่ 2** รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีจุด  $A(7, -2)$ ,  $B(2, 3)$  และ  $C(5, 6)$  เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม  $ABC$

**วิธีทำ** พิจารณาจากความยาวด้านทั้ง 3 ของรูปสามเหลี่ยม  $ABC$

$$\begin{array}{l}
 AB = \sqrt{(7-2)^2 + (-2-3)^2} \\
 = \sqrt{5^2 + (-5)^2} \\
 = \sqrt{25+25}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 BC = \sqrt{(2-5)^2 + (3-6)^2} \\
 = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} \\
 = \sqrt{9+9}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 AC = \sqrt{(7-5)^2 + (-2-6)^2} \\
 = \sqrt{2^2 + (-8)^2} \\
 = \sqrt{4+64}
 \end{array}$$

$$= \sqrt{50} \quad \left| = \sqrt{18} \quad \left| = \sqrt{68} \right.$$

พิจารณาจากความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมจะได้  $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC} &= \frac{1}{2} \times AB \times BC \quad (\text{เพราะ AC เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก}) \\ &= \frac{1}{2} \times \sqrt{50} \times \sqrt{18} \\ &= \frac{1}{2} \times \sqrt{900} \\ &= \frac{1}{2} \times 30 \\ &= 15 \quad \text{ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

### กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนเรื่องระยะห่างระหว่างจุดสองจุด โดยทบทวนเรื่องระยะห่างระหว่างสองจุด ที่ขนานกับแกน X ขนานกับแกน Y และไม่ขนานทั้งสองแกน โดยใช้สื่อ GSP ช่วยในการทบทวน และให้นักเรียนช่วยกันสรุปทฤษฎีบทระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยครูกำหนดจุดยอดมุมของสามเหลี่ยมมาให้ และให้นักเรียนพิจารณาว่าสามเหลี่ยมที่กำหนดมาให้หานั้น เป็นสามเหลี่ยมชนิดใด โดยครูให้นักเรียนให้ช่วยกันหาความยาวด้านแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยม จากนั้นให้นักเรียนพิจารณาว่าความยาวด้านที่หามาได้นั้น มีความสัมพันธ์กันอย่างไร ซึ่งพบว่า มีด้านสองด้านความยาวเท่ากัน ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปว่าเป็น รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

จากนั้น ครูตัวอย่างที่ 2 บนกระดาน ซึ่งเป็นโจทย์ประเภทเดียวกับตัวอย่างที่ 1 คือ ให้จุดยอดมุมของรูปสามเหลี่ยมมาให้ จากนั้นให้ตรวจสอบว่า เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด โดยครูให้นักเรียน 3 คน ให้ออกมาหาความยาวด้านแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยม จากนั้น ครูให้นักเรียนช่วยกันพิจารณาความยาวด้านที่หามาได้นั้นว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด ซึ่งพบว่า ความยาวด้านที่หามาได้นั้นเป็นความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ครูใช้การถาม – ตอบ เพื่อเร้าให้นักเรียนคิด และ วิเคราะห์ ในการแสดงให้เห็นว่ารูปสามเหลี่ยมที่กำหนดมาให้หานั้นเป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จากนั้นให้นักเรียนช่วยกันหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมนั้น โดยครูแสดงวิธีทำเป็นขั้นตอน บนกระดาน พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

3. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน ทั้งหมด 7 กลุ่ม โดยแต่ละกลุ่มเด็กเก่ง ปานกลาง และอ่อน ตามดุลพินิจของครู และ ผลจากการสอบก่อนเรียน จากนั้นครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 “ช่วยกันหาพื้นที่” ให้นักเรียนช่วยกันปฏิบัติ พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันภายในกลุ่มของตนเอง เพื่อให้เพื่อนในกลุ่มเข้าใจ ร่วมกันก่อนส่งให้ครูตรวจความถูกต้อง

4. ครูให้นักเรียนช่วยกันทำและร่วมกันกันสรุปสิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรมในวันนี้

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 2 เรื่อง การประยุกต์การหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด เป็นการบ้าน

### สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ของ สสวท.
2. ใบกิจกรรมที่ 1 “ช่วยกันหาพื้นที่”
3. โปรแกรม GSP
4. แบบฝึกเสริมทักษะที่ 2 เรื่อง การประยุกต์การหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

### การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

#### สิ่งที่วัด

สามารถหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุดและประยุกต์ระยะห่างระหว่างจุดสองจุดได้

#### วิธีวัด

1. ตรวจใบกิจกรรมที่ 1 “ช่วยกันหาพื้นที่”
2. ตรวจแบบฝึกเสริมทักษะที่ 2 เรื่อง การประยุกต์หาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

#### เครื่องมือในการวัด

แบบฝึกเสริมทักษะที่ 2 เรื่อง การประยุกต์หาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

#### เกณฑ์การวัดและการประเมินผล

นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 2 เรื่อง การประยุกต์หาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด ได้ถูกต้องอย่างน้อย 80%

**2****แบบฝึกเสริมทักษะที่ 2****การประยุกต์ระยะห่างระหว่างจุดสอง**

1. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมที่มีจุดมุม  $A(7, 8)$ ,  $B(-1, 0)$  และ  $C(3, 4)$  เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด พร้อมทั้งหาความยาวรอบรูปของสามเหลี่ยมนี้

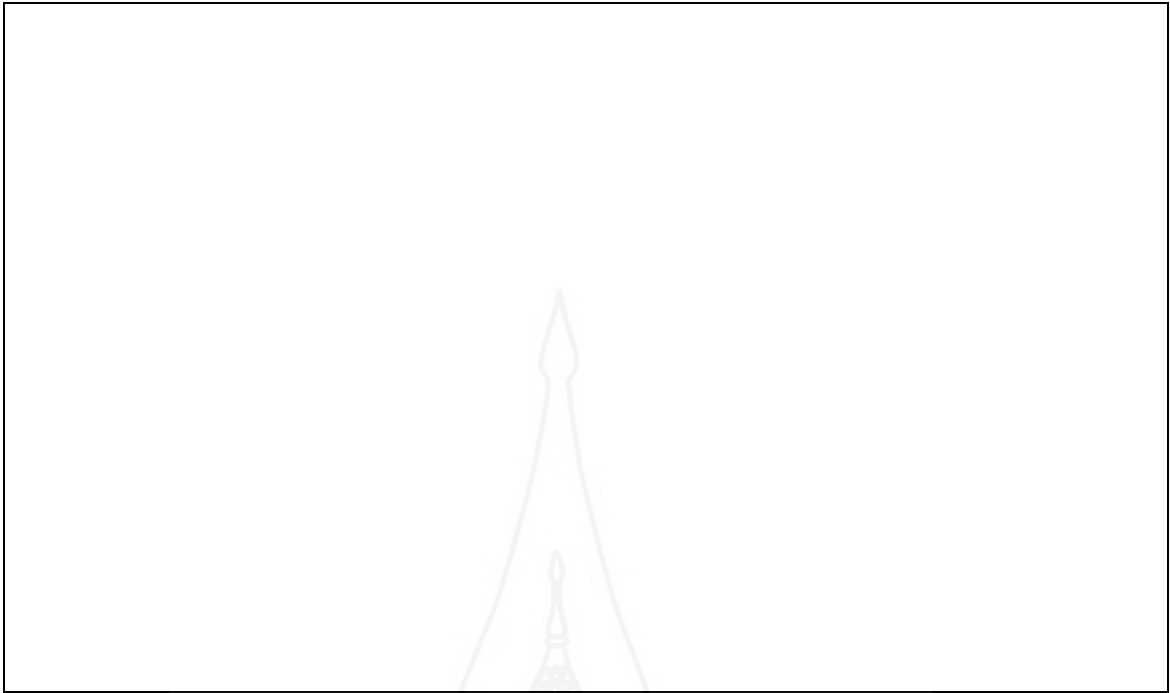




2. กำหนดให้วงกลมหนึ่งมีจุดศูนย์กลาง  $(-4, 7)$  และผ่านจุด  $(6, 7)$  จงหาความยาวของรัศมี ความยาวของเส้นรอบวง และพื้นที่ของวงกลมนี้



3. รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีจุด  $A(-3, 4)$ ,  $B(4, 2)$  และ  $C(4, -2)$  เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC



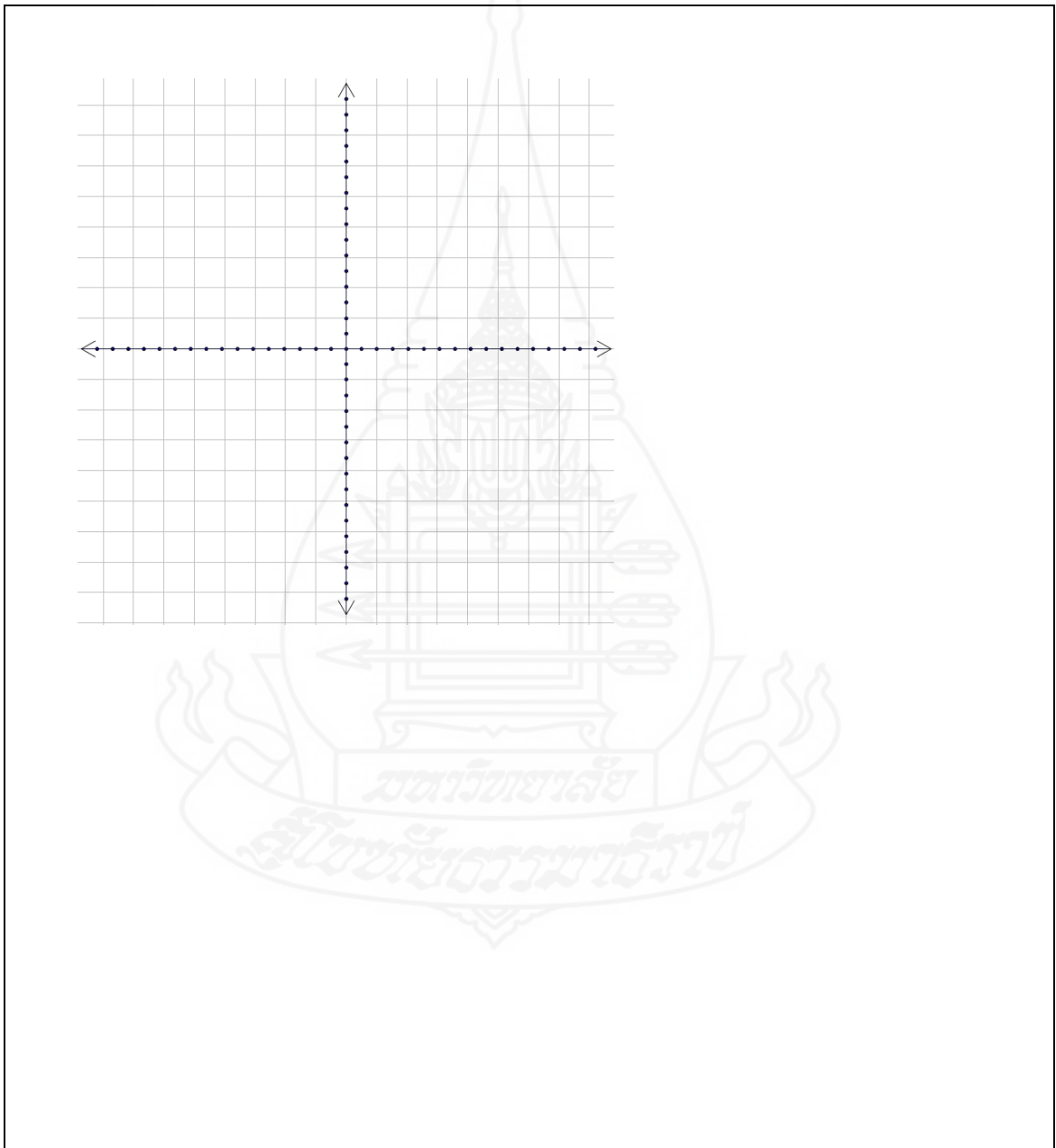
4. จงแสดงว่ารูปสามเหลี่ยม ABC ที่มีจุด  $A(-2, 2)$  ,  $B(6, 6)$  และ  $C(2, -2)$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว และหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมนี้ด้วย



ใจกิจกรรมที่ 1

ช่วยกันหาพื้นที่

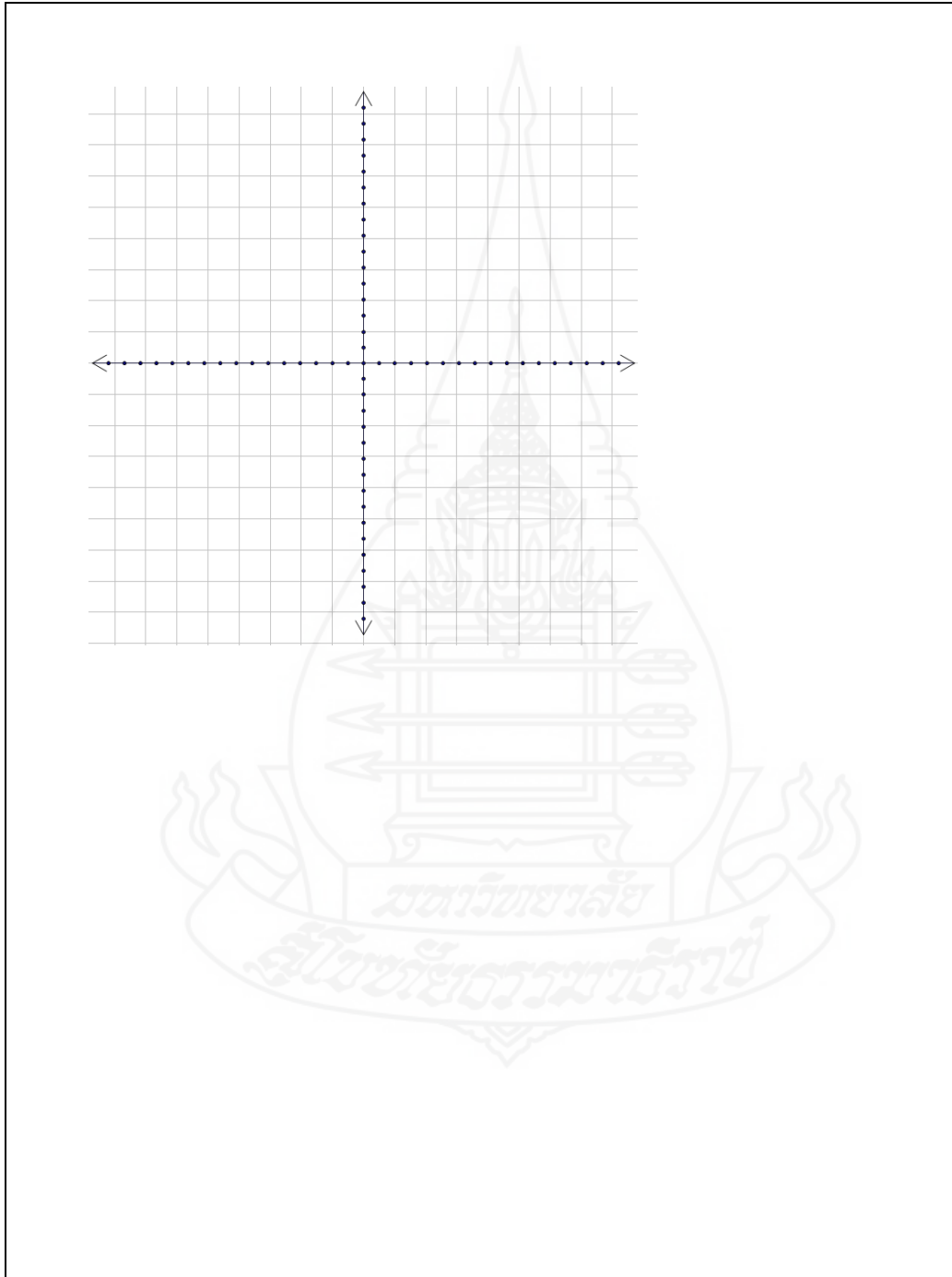
1. รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีจุด  $A(-13, -2)$  ,  $B(-2, 5)$  และ  $C(-5, 0)$  เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC



2. วงกลมมีรัศมีมีความยาว 5 หน่วย ที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $A(2, -3)$

- จงหาจุด B เมื่อรัศมีของวงกลมขนานแกน Y และที่อยู่เหนือแกน X

- จงหาจุด C เมื่อจุด C อยู่บนวงกลมและอยู่บนแกน X
- จงหาจุด D เมื่อส่วนของเส้นตรง CD เป็นเส้นผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม
- จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABD



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

เรื่อง จุดกึ่งกลางระหว่างจุดบนระนาบสองจุด

กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

รายวิชา วิทยาศาสตร์เพิ่มเติม2

รหัสวิชา ค31202

จำนวน 1.5 หน่วยกิต

จำนวนเวลา 50 นาที

ภาคเรียนที่ 2/2556

ผู้สอน นายธีรพงษ์ ดอกดี

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

หาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด จุดกึ่งกลาง ระยะห่างระหว่างจุดกับเส้นตรง และ ระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน

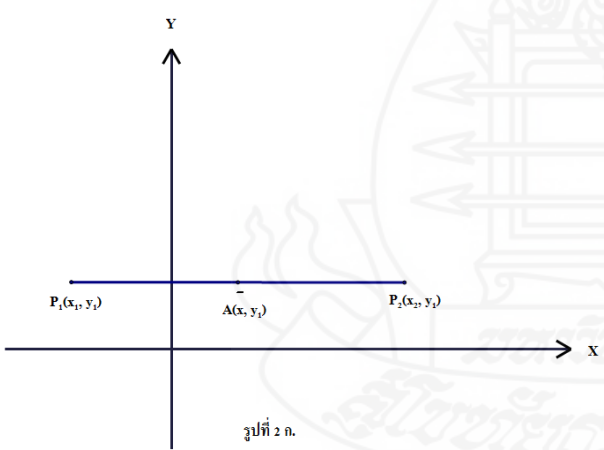
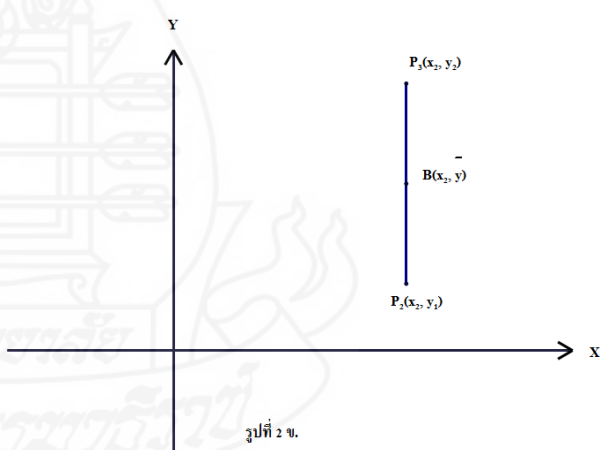
จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดบนระนาบสองจุดที่กำหนดให้และจุดแบ่งไปใช้แก้ปัญหาได้

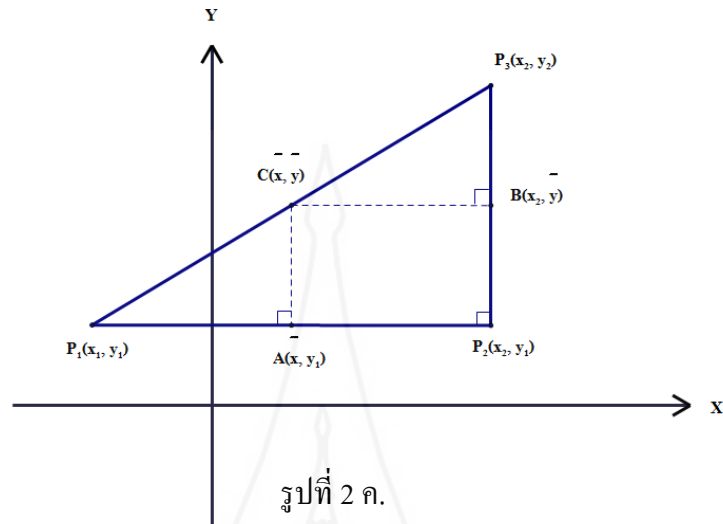
สาระการเรียนรู้

## จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด

กำหนดจุด  $P_1(x_1, y_1)$  และ  $P_2(x_2, y_2)$  ขนานกับแกน X และ A เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง  $P_1P_2$

$\overline{P_1P_2}$ ขนานกับแกน X	$\overline{P_2P_3}$ ขนานกับแกน Y
 <p>รูปที่ 2 ก.</p>	 <p>รูปที่ 2 ข.</p>
<p>กำหนดจุด <math>P_1(x_1, y_1)</math> และ <math>P_2(x_2, y_2)</math> ขนานกับแกน X และ A เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง <math>P_1P_2</math> (ดังรูปที่ 2 ก)</p> <p>A(<math>\bar{x}, \bar{y}</math>) จะได้ <math>\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}</math></p>	<p>กำหนดจุด <math>P_2(x_2, y_1)</math> และ <math>P_3(x_2, y_2)</math> ขนานกับแกน Y และ B เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง <math>P_2P_3</math> (ดังรูปที่ 2 ข)</p> <p>B(<math>x_1, \bar{y}</math>) จะได้ <math>\bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}</math></p>

กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม  $P_1P_2P_3$  ถ้า A เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง  $P_1P_2$  และ B เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง  $P_2P_3$  แล้ว C เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง  $P_1P_3$  (ดังรูปที่ 2 ค)



**ทฤษฎีบท** ถ้าจุด  $P(\bar{x}, \bar{y})$  เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด  $P_1(x_1, y_1)$  และ  $P_2(x_2, y_2)$  แล้ว

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{และ} \quad \bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

**ตัวอย่างที่ 1** จงหาจุดกึ่งกลางระหว่าง  $(-4, 5)$  และ  $(6, 2)$

**วิธีทำ** ให้  $P(\bar{x}, \bar{y})$  เป็นจุดกึ่งกลางที่ต้องการ

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \bar{x} &= \frac{-4 + 6}{2} = 1 \\ \bar{y} &= \frac{5 + 2}{2} = 3\frac{1}{2} \end{aligned}$$

ดังนั้น จุดกึ่งกลาง คือ  $(1, 3\frac{1}{2})$

**ตัวอย่างที่ 2** จุด P เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง  $P_1P_2$  ถ้า  $P(1, 5)$  และ  $P_1(3, -4)$  จงหาพิกัดของจุด  $P_2$

**วิธีทำ** ให้  $(x_2, y_2)$  เป็นพิกัดจุดของ  $P_2$

เนื่องจาก  $P(1, 5)$  เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง  $P_1P_2$

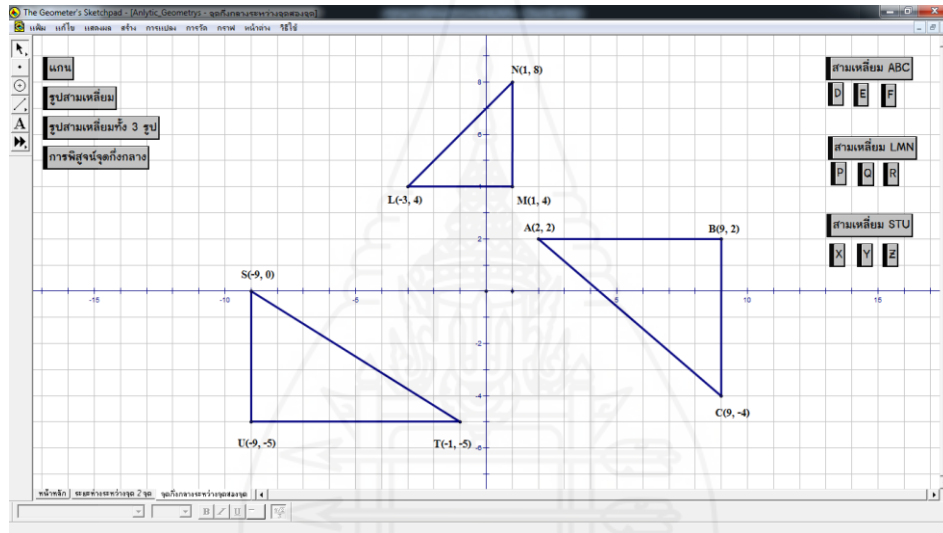
$$\text{ดังนั้น} \quad 1 = \frac{3 + x_2}{2} \quad \text{และ} \quad 5 = \frac{-4 + y_2}{2}$$

$$\text{จะได้ } x_2 = -1 \quad \text{และ } y_2 = 14$$

นั่นคือ  $P_2$  มีพิกัด  $(-1, 14)$

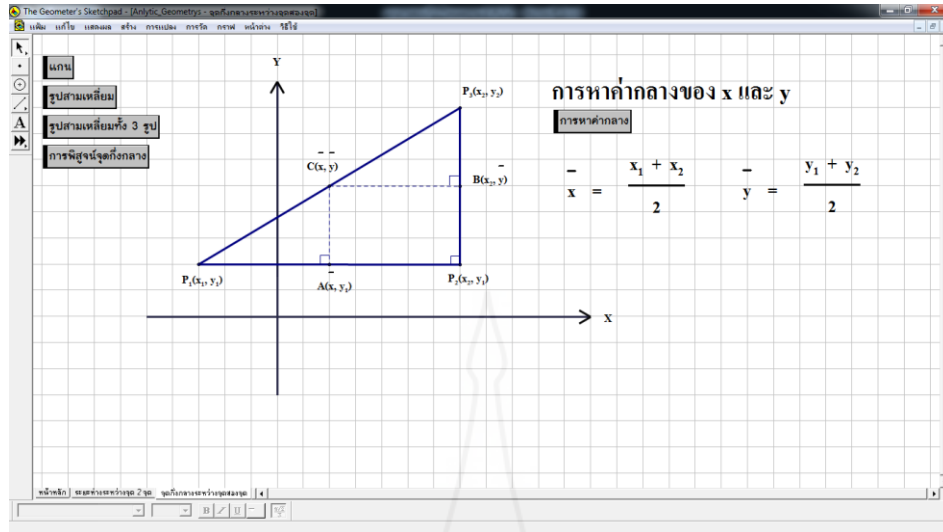
### กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนเรื่องรูปสามเหลี่ยม โดยพิจารณาการหาค่ากลางของจุดบนส่วนของเส้นตรง โดยพิจารณาบนโปรแกรม GSP แล้วให้นักเรียนช่วยกันพิจารณาค่ากลางที่ขนานกับแกน X และค่ากลางที่ขนานกับแกน Y โดยครูใช้การถาม – ตอบเพื่อให้นักเรียนสามารถหาค่ากลางของจุดบนส่วนของเส้นตรงแต่ละเส้นได้



2. ครูพิสูจน์การหาจุดกึ่งกลางของรูปสามเหลี่ยม โดยใช้การหาค่ากลางเพื่อหาจุดกึ่งกลางทั้งสามด้านของรูปสามเหลี่ยม โดยครูและนักเรียนช่วยกันสรุปจากการพิสูจน์รูปสามเหลี่ยมจนได้ทฤษฎีบทการหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด





3. ครูยกตัวอย่างและสุ่มนักเรียนให้ช่วยกันทำตัวอย่างที่ 1 โดยครูกำหนดจุดมา 2 จุด บนระนาบ จากนั้นให้นักเรียนช่วยกันแสดงวิธีหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด และในตัวอย่างที่ 2 ครูกำหนดจุด  $P_1(3, -4)$  มาหนึ่ง จุด และกำหนดจุด  $P(\bar{x}, \bar{y}) = P(1, 5)$  ซึ่งเป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด  $P_1$  และ  $P_2$  โดยครูต้องการให้นักเรียนหาจุด  $P_2$  โดยครูใช้การถาม – ตอบเกี่ยวกับสูตรการหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด เพื่อให้นักเรียนสามารถแทนค่าจุดที่กำหนดมาให้ และแก้สมการหาจุดที่เหลืออยู่ คือ จุด  $P_2$  ได้

4. ครูให้นักเรียนสรุปสูตรการหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด โดยสุ่มให้นักเรียนออกมาสรุปสูตรหน้ากระดาน โดยครูและนักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง

5. ครูให้นักเรียนทุกคนทำใบงานที่ 2 เรื่อง การหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด ในช่วงท้ายคาบ เพื่อเป็นการสรุปความรู้ที่ได้เรียนมาในคาบนี้ จากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยคำตอบ

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 3 เรื่อง การหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด เป็น

การบ้าน พร้อมทั้งให้นักเรียนกลับไปทบทวนความรู้จากไฟล์เอกสาร โปรแกรม Power Point สรุปความรู้ เรื่อง การหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด

### สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ของ สสวท.
2. ใบงานที่ 2 เรื่อง การหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด
3. โปรแกรม GSP
4. โปรแกรม Power Point
5. แบบฝึกเสริมทักษะที่ 3 เรื่อง การหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด

## การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

### สิ่งที่วัด

สามารถหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดบนระนาบสองจุดที่กำหนดให้

### วิธีวัด

ตรวจแบบฝึกเสริมทักษะที่ 3 เรื่อง การหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด

### เครื่องมือในการวัด

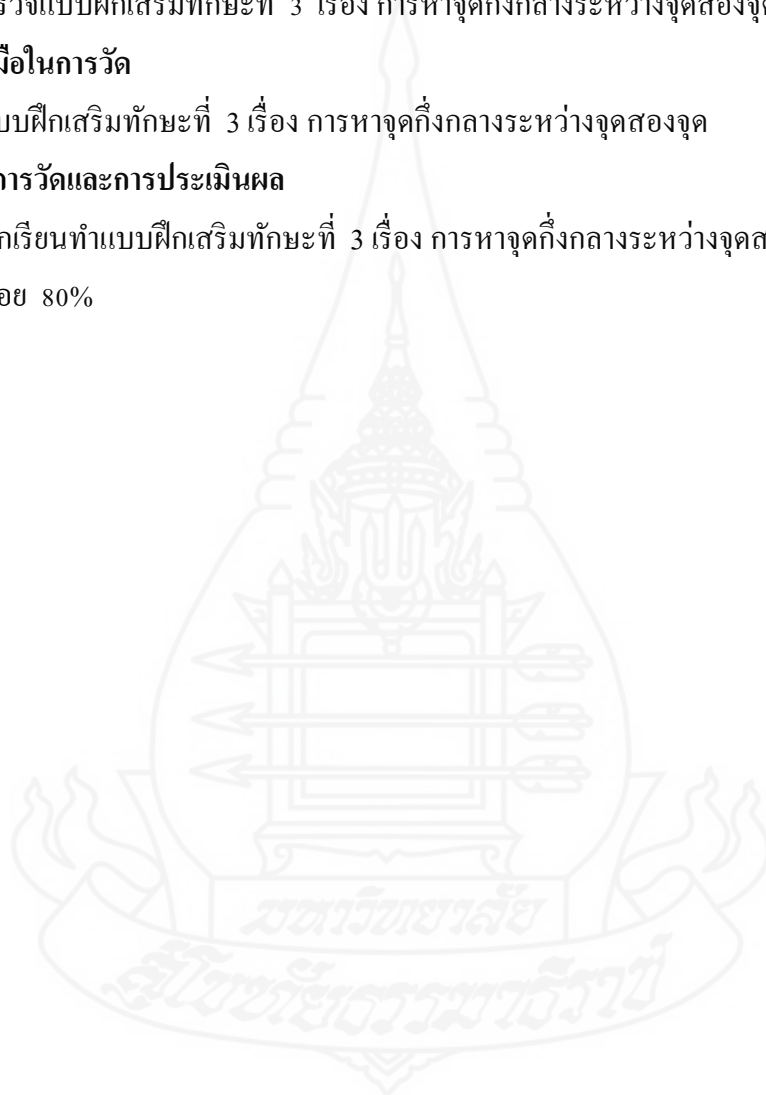
แบบฝึกเสริมทักษะที่ 3 เรื่อง การหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด

### เกณฑ์การวัดและการประเมินผล

นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 3 เรื่อง การหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด ได้ถูกต้อง

อย่าง

น้อย 80%



3

## แนวฝึกเสริมทักษะที่ 3

## การหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด

1. จงหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดแต่ละคู่ต่อไปนี้

1.1  $(-4, 4)$  และ  $(2, -6)$ 

--

1.2  $(-1, 4)$  และ  $(2, -3)$ 

--

1.3  $(-5, -5)$  และ  $(0, -3)$ 

--

1.4  $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$  และ  $(-\frac{3}{2}, \frac{-2}{3})$ 

--

2. จุด  $P(5, 1)$  เป็นจุดกึ่งกลางของจุด  $A(4, 2)$  และจุด  $B$  จงหาพิกัดของจุด  $B$ 

--

3. จงหาความยาวของเส้นตรงที่เชื่อมจุด  $(4, 5)$  กับจุดกึ่งกลางของจุด  $(1, 6)$  และ  $(-3, 4)$ 

--

4. ถ้าจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่งเป็น  $(-1, 3)$  และ  $(4, 7)$  จงหาพิกัดของจุดศูนย์กลางและความยาวของรัศมีของวงกลมนี้



5. กำหนด  $A(x, y)$  และ  $B(-2, 2)$  ถ้า  $M(1, 4)$  เป็นจุดกึ่งกลางของเส้นตรงที่เชื่อม  $AB$  แล้ว ค่าของ  $x + y$  เท่ากับเท่าใด



6. วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลางที่จุด  $(-1, 2)$  ถ้าจุดปลายเส้นผ่านศูนย์กลางข้างหนึ่งของวงกลมนี้อยู่ที่จุด  $(-3, -2)$  แล้ว จงหาจุดปลายเส้นผ่านศูนย์กลางอีกข้างหนึ่ง

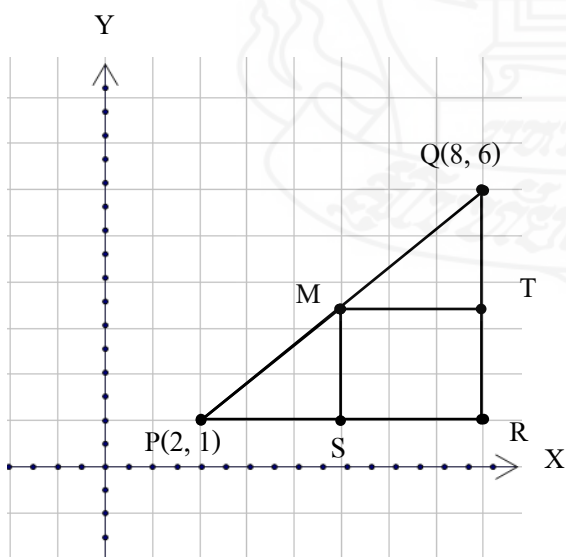
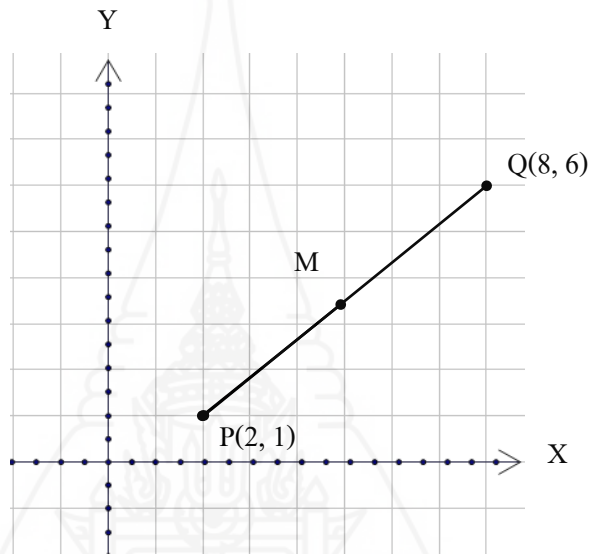




## ใบงานที่ 2

### การหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสอง

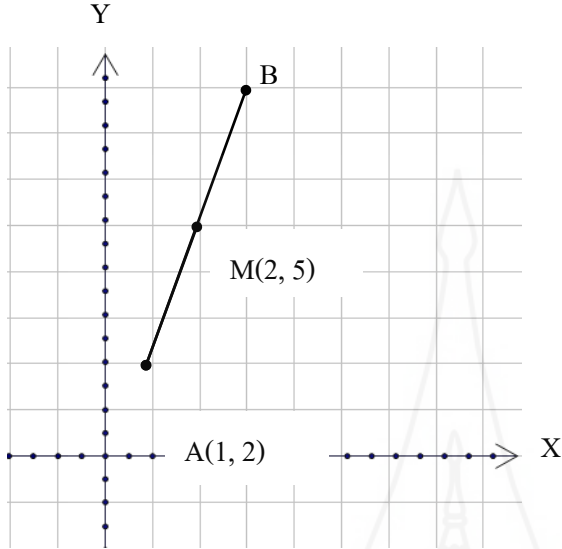
1. ให้ M เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด P(2, 1) และ Q(8, 7) จงแสดงวิธีหาพิกัดของจุด M



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. พิกัดของ R คือ .....
2. PR ยาวเท่าใด .....
3. S เป็นจุดกึ่งกลางของ PR เพราะ .....
4. พิกัดของ S คือ .....
5. QR ยาวเท่าใด .....
6. T เป็นจุดกึ่งกลางของ QR เพราะ .....
7. พิกัดของ T คือ .....
8. พิกัดของ M คือ .....

2. กำหนดให้  $M(2, 5)$  เป็นจุดกึ่งกลางของเส้นตรง  $AB$  และให้จุด  $A$  มีพิกัด  $(1, 2)$  จงหาพิกัดของจุด  $B$



3. ถ้าจุด  $(3, 5)$  เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด  $(6, m)$  กับ  $(n, 2)$  จงหาค่าของ  $m + n$

4. ถ้าจุดปลายเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่งเป็น  $(1, 4)$  และ  $(5, 10)$  จงหาพิกัดของจุดศูนย์กลาง

กลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม2

รหัสวิชา ค31202

จำนวน 1.5 หน่วยกิต

จำนวนเวลา 50 นาที

ภาคเรียนที่ 2/2556

ผู้สอน นายธีรพงษ์ ดอกดี

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

หาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด จุดกึ่งกลาง ระยะห่างระหว่างจุดกับเส้นตรง และ ระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาจุดแบ่งตามอัตราส่วนที่กำหนดและสามารถแก้ปัญหามาจากจุดที่กำหนดให้ได้

สาระการเรียนรู้

### จุดแบ่งส่วนของเส้นตรงตามอัตราส่วน

พิจารณาจุด  $P_1(x_1, y_1)$ ,  $P_2(x_2, y_1)$  มีจุด  $A(x, y_1)$  เป็นจุดแบ่งตามอัตราส่วน  $\overline{P_1A} : \overline{AP_2} = m : n$

และ จุด  $P_2(x_2, y_1)$ ,  $P_3(x_2, y_2)$  มีจุด  $B(x_2, y)$  เป็นจุดแบ่งตามอัตราส่วน  $\overline{P_2B} : \overline{BP_3} = m : n$

และ รูปสามเหลี่ยม  $P_1AC$  คล้ายกับ รูปสามเหลี่ยม  $P_1P_2P_3$

$P_3(x_2, y_2)$  จะได้

แต่  $C(x, y)$  เป็นจุดแบ่งอัตราส่วน  $m:n$  ของ  $\overline{P_1P_3}$  จะได้

$$\frac{P_1A}{P_1P_2} = \frac{P_1C}{P_1P_3}$$

$$\frac{P_1A}{P_1P_2} = \frac{m}{m+n}$$

$$P_1A = \frac{m}{m+n} (P_1P_2)$$

$$|x - x_1| = \frac{m}{m+n} |x_2 - x_1|$$

$$x - x_1 = \frac{m}{m+n} (x_2 - x_1)$$

$$(m+n)(x - x_1) = m(x_2 - x_1)$$

$$(m+n)x - mx_1 - nx_1 = mx_2 - mx_1$$

$$(m+n)x = mx_2 + nx_1$$

$$x = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}$$



$$\text{ดังนั้น } A(x, y_1) = A\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, y_1\right)$$

$$\text{ในทำนองเดียวกันกับ } B(x_2, y) \text{ จะได้ } B(x_2, y) = B\left(x_2, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$$

พิจารณา จุด  $P_1(x_1, y_1)$ ,  $P_3(x_2, y_2)$  มีจุด  $C(x, y)$  เป็นจุดแบ่งตามอัตราส่วน  $\overline{P_1C} : \overline{CP_3} = m : n$

$$\text{จากจุด } A(x, y_1) \text{ และ จุด } B(x_2, y) \text{ จะได้ จุด } C(x, y) = C\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$$

$$\text{ดังนั้น } x = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n} \quad \text{และ} \quad y = \frac{my_2 + ny_1}{m+n}$$

**ตัวอย่างที่ 1** จงหาจุดแบ่งส่วนของเส้นตรงตามอัตราส่วน 3 : 2 โดยผ่านจุด  $A(4, -5)$  และ  $B(-6, 9)$

**วิธีทำ** ให้  $P(x, y)$  เป็นจุดแบ่งส่วนของเส้นตรงตามอัตราส่วน 3:2 ที่ต้องการ

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } x &= \frac{mx_2 + nx_1}{m+n} & \text{และ} & \quad y = \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \\ &= \frac{3(-6) + 2(4)}{3+2} & \text{และ} & \quad = \frac{3(9) + 2(-5)}{3+2} \\ &= -2 & \text{และ} & \quad = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

ดังนั้น  $P(x, y)$  เป็นจุดแบ่งส่วนของเส้นตรงตามอัตราส่วน 3:2 คือ  $P(-2, \frac{2}{5})$

**ตัวอย่างที่ 2** กำหนดให้จุด  $A(-3, 1)$  และจุด  $B(7, 8)$  ถ้าส่วนของเส้นตรง  $AC$  เท่ากับ 2 : 5 ของส่วนของเส้นตรง  $AB$  แล้วจงหาจุด  $C(x, y)$

**วิธีทำ** ให้  $C(x, y)$  เป็นจุดแบ่งส่วนของเส้นตรงตามอัตราส่วน  $AC : CB = 2 : 5$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } x &= \frac{mx_2 + nx_1}{m+n} & \text{และ} & \quad y = \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \\ &= \frac{2(7) + 5(-3)}{2+5} & \text{และ} & \quad = \frac{2(8) + 5(1)}{2+5} \\ &= -\frac{1}{7} & \text{และ} & \quad = 3 \end{aligned}$$

ดังนั้น  $C(x, y)$  เป็นจุดแบ่งส่วนของเส้นตรงตามอัตราส่วน 2:5 คือ  $C(-\frac{1}{7}, 3)$

**ตัวอย่างที่ 3** กำหนดให้จุด A(0, 8) และจุด B(3x, -7y) ถ้าส่วนของเส้นตรง AM : MB เท่ากับ 1 : 5 เมื่อ M(-3, 2) จงหาจุด B

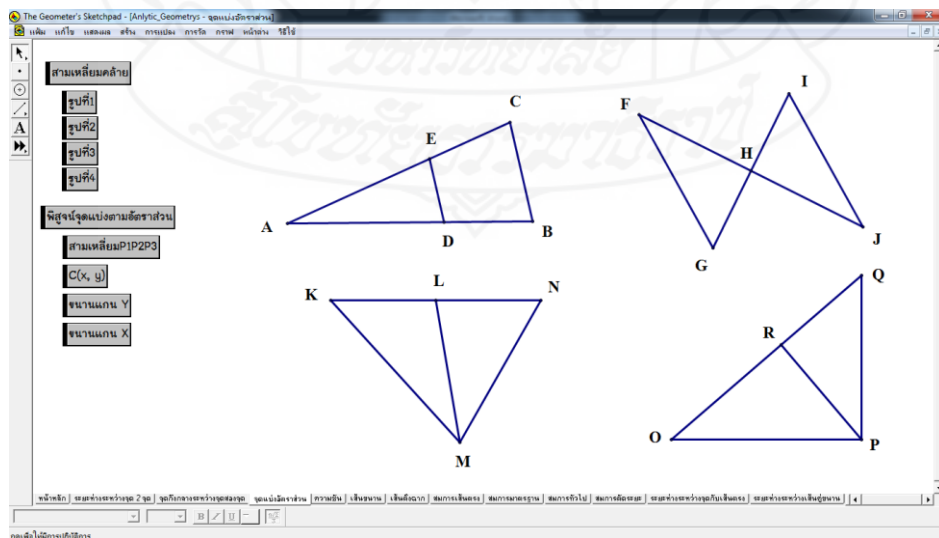
**วิธีทำ** ให้ M(-3, 2) เป็นจุดแบ่งส่วนของเส้นตรงตามอัตราส่วน AM : MB = 1 : 5

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } x &= \frac{mx_2 + nx_1}{m+n} & \text{และ } y &= \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \\ -3 &= \frac{1(3x) + 5(0)}{1+5} & \text{และ } 2 &= \frac{1(-7y) + 5(8)}{1+5} \\ -3 &= \frac{x}{2} & \text{และ } 2 &= \frac{-7y + 40}{6} \\ -6 &= x & \text{และ } 4 &= y \end{aligned}$$

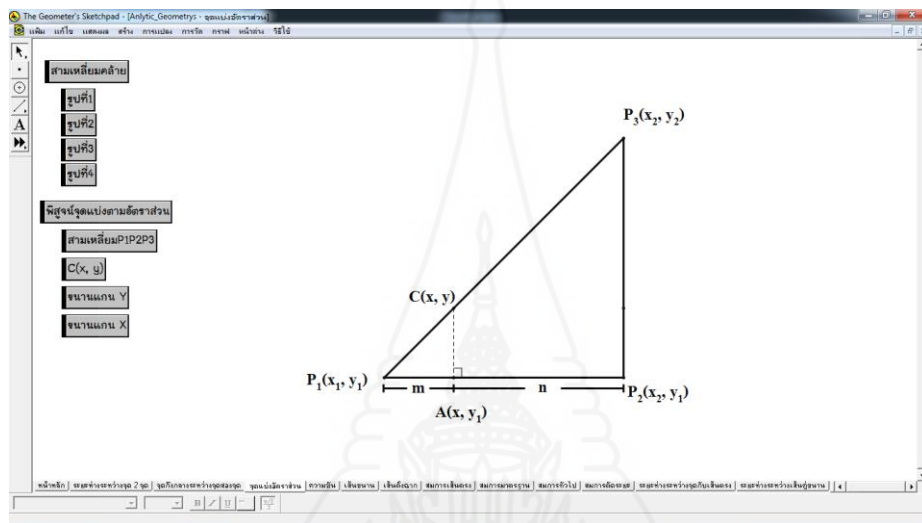
ดังนั้น จุด B คือ (-18, -28)

**กิจกรรมการเรียนรู้**

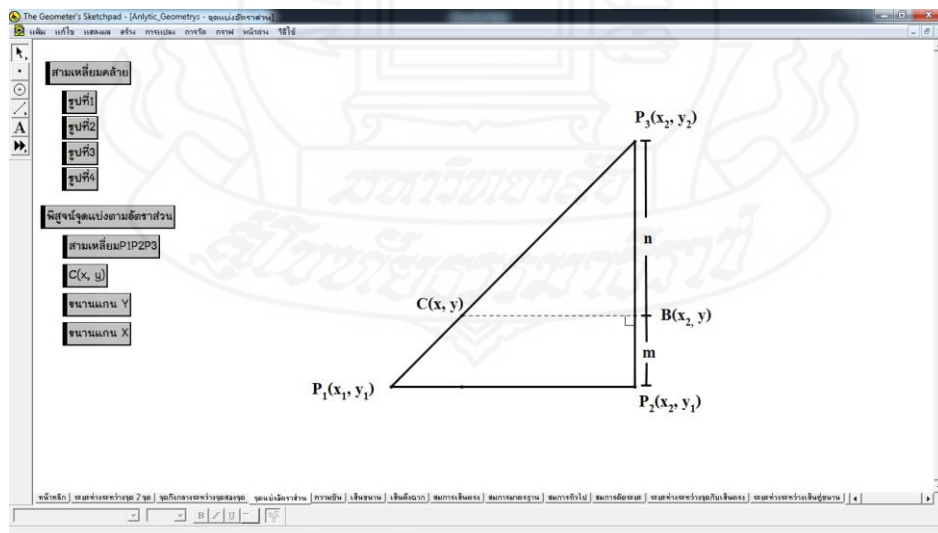
1. ครูทบทวนเรื่องสามเหลี่ยมคล้าย โดยพิจารณาโปรแกรม GSP แล้วให้นักเรียนช่วยกันพิจารณารูปสามเหลี่ยมคล้ายแต่ละรูป โดยครูยกตัวอย่างรูปสามเหลี่ยมคล้าย รูปที่ 1 คือสามเหลี่ยม ABC และสามเหลี่ยม โดยครูแสดงให้เห็นว่ารูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปคล้ายกัน แล้วครูให้นักเรียนพิจารณาอัตราส่วนของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปโดยใช้หลักการของสามเหลี่ยมคล้ายเข้าช่วยในการพิจารณา จากนั้นให้นักเรียนตรวจสอบรูปสามเหลี่ยมคล้ายรูปอื่นๆ



2. ครูแสดงจุดแบ่งอัตราส่วน  $m : n$  โดยให้นักเรียนช่วยกันหาจุดแบ่งอัตราส่วน ที่อาศัยสามเหลี่ยมคล้าย โดยพิสูจน์จุดแบ่งอัตราส่วนที่ขนานกับแกน X ที่จุด A และจุดแบ่งอัตราส่วนที่ขนานกับแกน Y ที่จุด B เพื่อนำไปสรุปแบ่งอัตราส่วนของเส้นตรง  $P_1P_3$  ที่จุด  $C(x, y)$  โดยครูและนักเรียนช่วยกันสรุปจากการพิสูจน์รูปสามเหลี่ยมและสรุปจุดแบ่งอัตราส่วนที่จุด  $C(x, y)$  ได้



ครูให้นักเรียนลองพิสูจน์เองในทำนองเดียวกัน



3. ครูยกตัวอย่างที่ 1 บนกระดาน โจทย์ต้องการให้หาจุด  $P(x, y)$  ซึ่งเป็นจุดแบ่งของอัตราส่วน โดยครูกำหนดจุด A และจุด B พร้อมทั้งระบุอัตราส่วนของส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุด A และจุด B มาให้ ครูสุ่ม

นักเรียนให้ช่วยกันหาคำตอบ โดยเริ่มตั้งคำถามเกี่ยวกับสูตรที่ใช้ในการคำนวณหาจุด  $x$  และ  $y$  ครูใช้วิธีถาม – ตอบ สลับการอธิบายเพื่อหาคำตอบ จากนั้นและสุ่มนักเรียน 2 คน ให้ออกมาช่วยกันทำตัวอย่างที่ 2 บนกระดาน โดยให้นักเรียนแสดงวิธีหาคำตอบคล้ายกับตัวอย่างที่ 1 เมื่อนักเรียนทำเสร็จ ครูให้นักเรียนที่เหลือช่วยกันอภิปรายคำตอบ และตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูยกตัวอย่างที่ 3 โดยกำหนดจุด  $A(0, 8)$  และจุด  $B(3x, -7y)$  และกำหนดส่วนของเส้นตรง  $AM : MB$  เท่ากับ  $1:5$  เมื่อ  $M(-3, 2)$  สิ่งที่ต้องพิจารณาคือ จุด  $B$  โดยครูตั้งคำถาม เพื่อเร้าให้นักเรียนคิด และช่วยกันวิเคราะห์ขั้นตอนในการหาคำตอบ โดยเริ่มจากที่โจทย์กำหนดให้  $M(-3, 2)$  เป็นจุดแบ่งส่วนของเส้นตรงตามอัตราส่วนของ  $AM : MB$  เท่ากับ  $1:5$  ครูตั้งคำถามเกี่ยวกับสูตรที่ใช้ในการหาคำตอบและ การแทนค่าสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ จากนั้นครูสุ่มนักเรียนให้ออกมาแสดงวิธีทำเป็นขั้นตอน พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบการหาจุด  $B$  บนกระดาน

4. ครูให้นักเรียนสรุปสูตร การหาจุดแบ่งอัตราส่วน  $m : n$  โดยสุ่มให้นักเรียนออกมาสรุปสูตรหน้ากระดาน โดยครูและนักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 3 เรื่อง การหาจุดแบ่งส่วนของเส้นตรงตามอัตราส่วน เพื่อเป็นการสรุปความรู้ที่ได้เรียนมาในคาบนี้ จากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยคำตอบของใบงานช่วงท้ายคาบ

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 4 เรื่อง การหาจุดแบ่งอัตราส่วน เป็นการบ้าน

### สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ของ สสวท.
2. โปรแกรม GSP
3. ใบงานที่ 3 เรื่อง การหาจุดแบ่งส่วนของเส้นตรงตามอัตราส่วน
4. แบบฝึกเสริมทักษะที่ 4 เรื่อง การหาจุดแบ่งส่วนของเส้นตรงตามอัตราส่วน

### การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

#### สิ่งที่วัด

สามารถหาจุดแบ่งอัตราส่วน  $m : n$  ที่กำหนดให้

#### วิธีวัด

ตรวจแบบฝึกเสริมทักษะที่ 4 เรื่อง การหาจุดแบ่งส่วนของเส้นตรงตามอัตราส่วน

#### เครื่องมือในการวัด

แบบฝึกเสริมทักษะที่ 4 เรื่อง การหาจุดแบ่งส่วนของเส้นตรงตามอัตราส่วน

เกณฑ์การวัดและการประเมินผล

นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 4 เรื่อง การหาจุดแบ่งส่วนของเส้นตรงตามอัตราส่วน  
ได้ถูกต้องอย่างน้อย 80%



### แบบฝึกเสริมทักษะที่ 4

#### การหาจุดแบ่งส่วนของเส้นตรงตาม

1. จงหาจุดแบ่งอัตราส่วนของจุดที่กำหนดให้แต่ละคู่ต่อไปนี้

1.1  $(-4, 4)$  และ  $(-4, -8)$

1 : 3

1.2  $(-5, 3)$  และ  $(9, 3)$

2 : 5

--	--

2. จงหาจุด A แบ่งอัตราส่วนของจุดที่กำหนดให้แต่ละคู่ต่อไปนี้

a.  $P(-4, 4)$  และ  $Q(2, -6)$        $\overline{PA}$  เท่ากับ  $\frac{2}{3}$  ของ  $\overline{PQ}$

b.  $F(-4, 4)$  และ  $G(2, -6)$        $\overline{FA}$  เท่ากับ  $\frac{3}{5}$  ของ  $\overline{FG}$



### ใบงานที่ 3

#### การหาจุดแบ่งส่วนของเส้นตรงตาม

3. จงหาพิกัดของจุด R ที่อยู่ระหว่างจุด A(1, 7) และจุด B(6, -3) และแบ่งระยะ AB ออกเป็นอัตราส่วน  
 $AR : RB = 2 : 3$



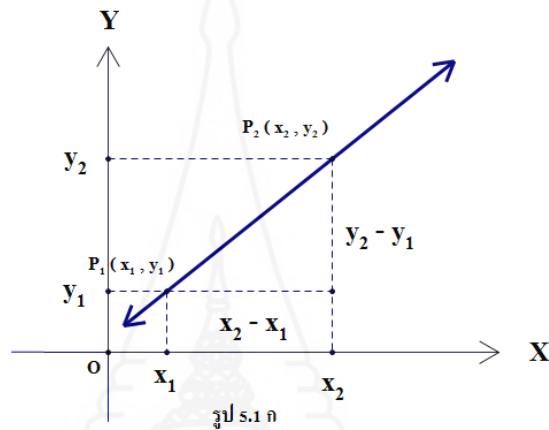
-แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5	เรื่อง ความชันของเส้นตรง	
กลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม2	รหัสวิชา ค31202	จำนวน 1.5 หน่วยกิต
จำนวนเวลา 50 นาที	ภาคเรียนที่ 2/2556	ผู้สอน นายธีรพงษ์ ดอกดี

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	หาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด จุดกึ่งกลาง ระยะห่างระหว่างจุดกับเส้นตรง และ ระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน
จุดประสงค์การเรียนรู้	นักเรียนสามารถหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้ได้
สาระการเรียนรู้	

ความชันของเส้นตรง



**บทนิยาม** ให้  $L$  เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด  $P_1(x_1, y_1)$  และ  $P_2(x_2, y_2)$  โดยที่  $x_1 \neq x_2$ ,  $m$  เป็นความชันของเส้นตรง  $L$  ก็ต่อเมื่อ  $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$



พิจารณา ให้  $L$  เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด  $P_1(x_1, y_1)$  และ  $P_2(x_2, y_2)$  โดยที่  $x_1 \neq x_2$

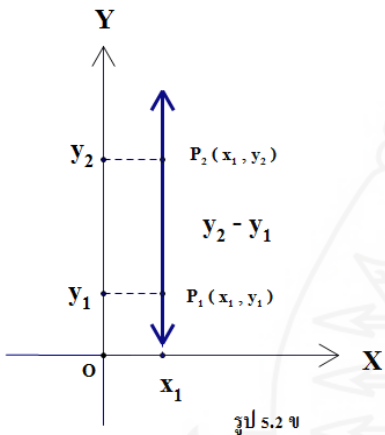
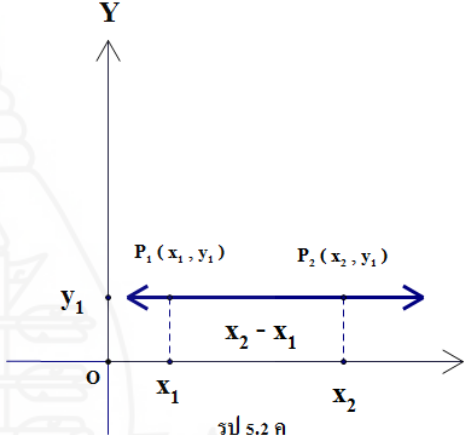
ความชันของเส้นตรง  $L$  ก็ต่อเมื่อ  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  (จากรูป 5.1 ก)

$$\begin{aligned} \text{และ } m &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{-y_1 + y_2}{-x_1 + x_2} \\ &= \frac{-(y_1 - y_2)}{-(x_1 - x_2)} \end{aligned}$$

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \quad \text{ทั้งนี้เพราะ} \quad \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\text{จะได้ } m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \quad \text{หรือ} \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

**ความชันของเส้นตรงที่ขนานแกน X และความชันของเส้นตรงที่ขนานแกน Y**

พิจารณา $x_1 = x_2$	พิจารณา $y_1 = y_2$
<p>ถ้า <math>x_1 = x_2</math> เส้นตรงจะขนานกับแกน Y และหาความชันของเส้นตรงนี้ไม่ได้เนื่องจากนิยามความชันของเส้นตรง</p> <p>เมื่อ <math>x_1 = x_2</math> หรือ <math>x_2 - x_1 = 0</math> จะได้</p> $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ หาค่าไม่ได้}$ <p>ดังนั้น ไม่ได้นิยามความชันของเส้นตรงหรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งว่าเส้นตรงนี้ไม่มี ความชัน</p> 	<p>ถ้า <math>y_1 = y_2</math> เส้นตรงจะขนานกับแกน X และหาความชันของเส้นตรงนี้มีค่าเท่ากับศูนย์เนื่องจากนิยามความชันของเส้นตรง</p> <p>เมื่อ <math>y_1 = y_2</math> หรือ <math>y_2 - y_1 = 0</math> จะได้</p> $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0}{x_2 - x_1} = 0$ <p>ดังนั้น นิยามความชันของเส้นตรงเท่ากับ 0</p> 

ตัวอย่างที่ 1 จงหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด (2, 3) และ (8, 3)

วิธีทำ

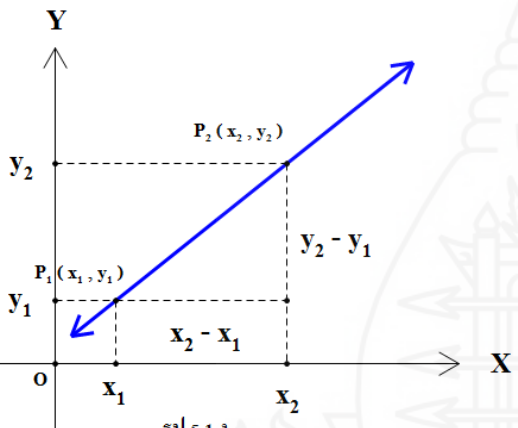
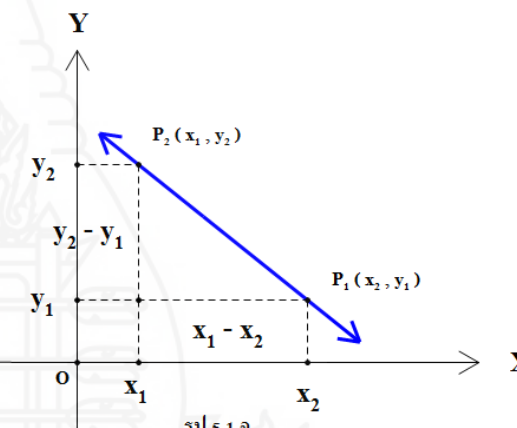
$$\begin{aligned}
 m &= \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \\
 &= \frac{3 - 3}{2 - 8} \\
 &= \frac{0}{-6} \\
 m &= 0
 \end{aligned}$$

ดังนั้น เส้นตรงที่ผ่านจุด (2, 3) และ (8, 3) ขนานกับแกน X และมีค่าความชันเท่ากับ 0

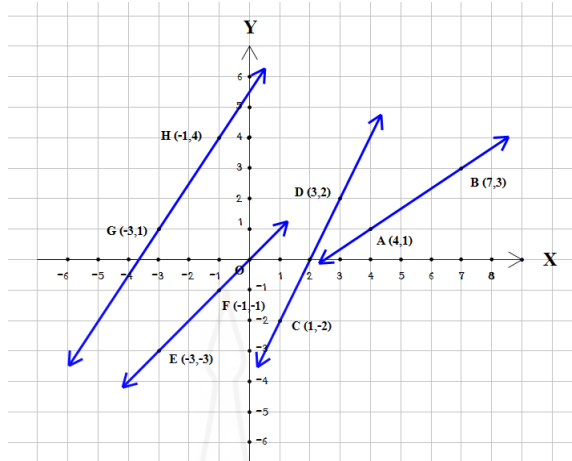
ความสัมพันธ์ของเส้นตรงที่ทำมุมกับแกน X กับความชันของเส้นตรง

ความชันบอกลักษณะของเส้นตรงดังต่อไปนี้

- กรณีที่ 1 ถ้า  $m > 0$  แล้ว เส้นตรงจะทำมุมแหลมกับแกน X โดยวัดทวนเข็มนาฬิกา
- กรณีที่ 2 ถ้า  $m < 0$  แล้ว เส้นตรงจะทำมุมป้านกับแกน X โดยวัดทวนเข็มนาฬิกา

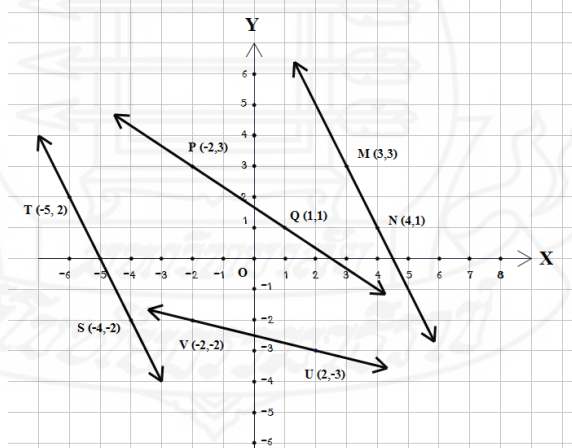
กรณีที่ 1	กรณีที่ 2
 <p style="text-align: center;">รูป 5.1 จ</p>	 <p style="text-align: center;">รูป 5.1 จ</p>
<p>ถ้า <math>x_2 - x_1</math> และ <math>y_2 - y_1</math> จะเป็นจำนวนบวกทั้งคู่ หรือถ้ากลับจุด <math>P_1</math> กับ <math>P_2</math> จะได้ว่า <math>x_1 - x_2</math> และ <math>y_1 - y_2</math> จะเป็นจำนวนลบทั้งคู่</p> <p>ดังนั้น <math>m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}</math></p> <p>มีค่ามากกว่าศูนย์เสมอ</p> <p>นั่นคือ ความชันของเส้นตรงที่ทำมุมแหลมกับแกน X จะมีค่ามากกว่าศูนย์</p>	<p>ถ้า <math>x_1 - x_2</math> เป็นจำนวนลบและ <math>y_2 - y_1</math> เป็นจำนวนบวก หรือถ้ากลับจุด <math>P_1</math> กับ <math>P_2</math> จะได้ว่า <math>x_2 - x_1</math> เป็นจำนวนบวกและ <math>y_1 - y_2</math> เป็นจำนวนลบ</p> <p>ดังนั้น <math>m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}</math></p> <p>มีค่าน้อยกว่าศูนย์เสมอ</p> <p>นั่นคือ ความชันของเส้นตรงที่ทำมุมป้านกับแกน X จะมีค่าน้อยกว่าศูนย์</p>

ตัวอย่างที่ 1 จงหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด AB, CD, EF และ GH



เส้นตรงผ่านจุด	A(4, 1), B(7, 3)	C(1, -2), D(3, 2)	E(-3, -3), F(-1, -1)	G(-3, 1), H(-1, 4)
$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$	$= \frac{1-3}{4-7}$ $= \frac{2}{3}$	$= \frac{-2-2}{1-3}$ $= 2$	$= \frac{-3-(-1)}{-3-(-1)}$ $= 1$	$= \frac{1-4}{-3-(-1)}$ $= \frac{3}{2}$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด MN, PQ, ST และ UV



เส้นตรงผ่านจุด	M(3, 3), N(4, 1)	P(-2, 3), Q(1, 1)	T(-5, 2), S(-4, -2)	U(2, -3), V(-2, -2)
$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$	$= \frac{3-1}{3-4}$	$= \frac{3-1}{-2-1}$	$= \frac{2-(-2)}{-5-(-4)}$	$= \frac{-3-(-2)}{2-(-2)}$

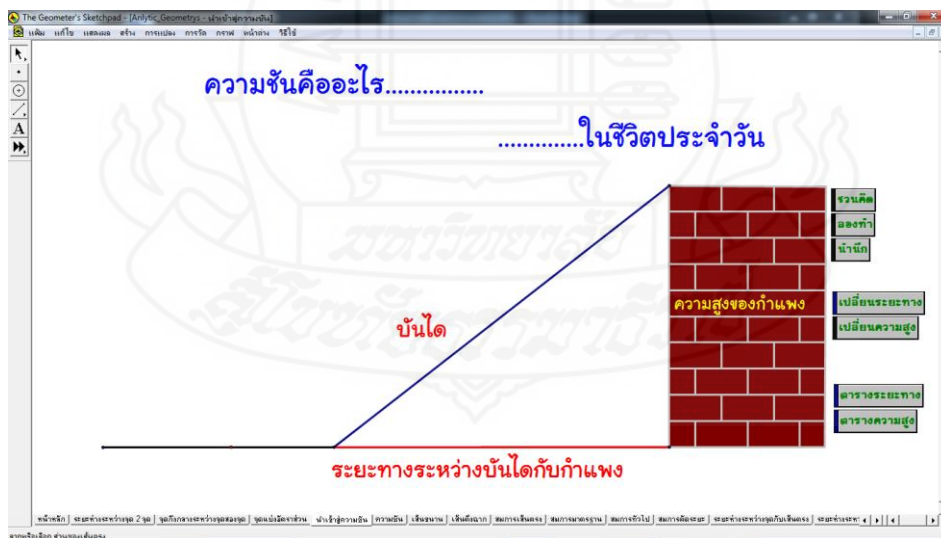
	$= -2$	$= \frac{2}{-3}$	$= -4$	$= \frac{-1}{4}$
--	--------	------------------	--------	------------------

ตัวอย่างที่ 3 จงหาค่า  $x$  ที่ทำให้เส้นตรงที่ผ่านจุด  $(7, -2)$  และ  $(x, -7)$  มีความชัน 5

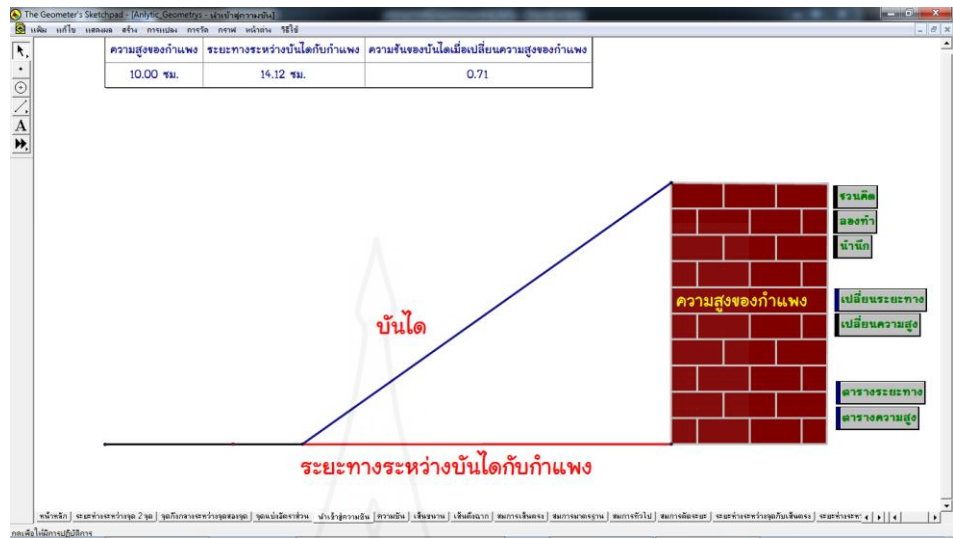
วิธีทำ	$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ $5 = \frac{-2 - (-7)}{7 - x}$ $5 = \frac{5}{7 - x}$	$5(7 - x) = 5$ $7 - x = 1$ $7 - 1 = x$ $6 = x$ <p>ดังนั้น ค่าของ <math>x</math> มีค่าเท่ากับ 6</p>
--------	---	--

### กิจกรรมการเรียนรู้

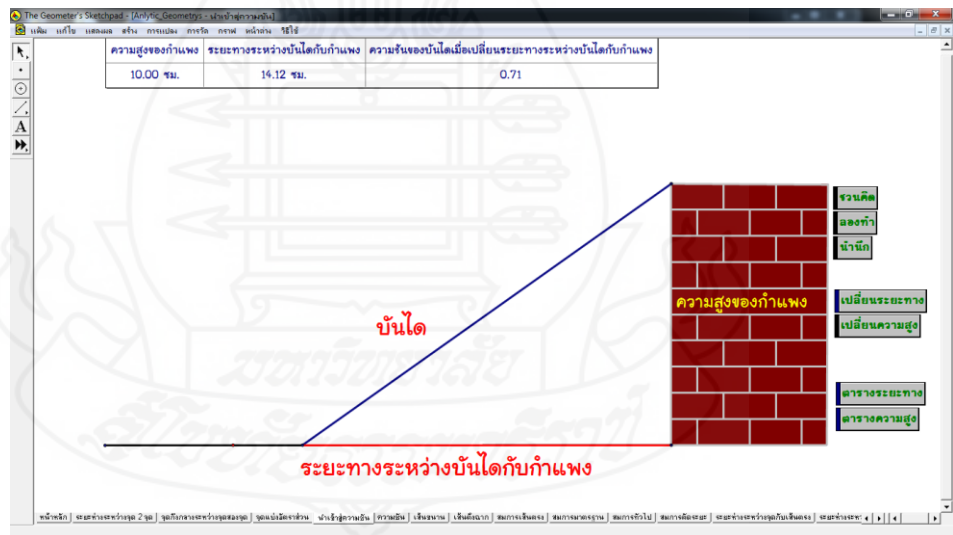
1. ครูยกตัวอย่างบันไดพาดกำแพง เพื่อแสดงให้เห็นถึงความชันในชีวิตประจำวัน โดยให้นักเรียนสังเกตจากสื่อ GSP ที่แสดงและใช้การถามตอบเกี่ยวกับความชันของบันไดในลักษณะต่าง ๆ ว่า บันไดในลักษณะใดมีความชันมากและมีความชันน้อย



2. ครูให้นักเรียนสังเกตความชันของบันได เมื่อเปลี่ยนระยะทางระหว่างความสูงของตึกกับบันได เมื่อกำหนดให้ความสูงของตึกคงที่ โดยให้นักเรียนอภิปรายจนได้ข้อสรุปว่า ความชันของบันไดขึ้นอยู่กับระยะทางระหว่างความสูงของตึกกับบันได เมื่อกำหนดให้ความสูงของตึกคงที่



3. ครูให้นักเรียนสังเกตความชันของบันได เมื่อเปลี่ยนความสูงของตึกกับบันได เมื่อกำหนดให้ระยะทางระหว่างความสูงของตึกกับบันไดคงที่ โดยให้นักเรียนอภิปรายจนได้ข้อสรุปว่า ความชันของบันไดขึ้นอยู่กับความสูงของตึก เมื่อกำหนดให้ระยะทางระหว่างความสูงของตึกกับบันไดคงที่



4. ครูทบทวนความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ และให้นักเรียนทำใบงานที่ 4 เรื่องการหาความชันของเส้นตรงข้อที่ 1 โดยให้นักเรียนตอบคำถามในใบงาน เพื่อสรุปที่มาของนิยามการหาความชัน จากนั้นครูเริ่มจากการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนพิกัดฉาก โดยใช้โปรแกรม GSP ครูกำหนดให้มุมหนึ่งเป็นมุม  $\theta$  และให้ด้านประชิดมุม  $\theta$  เป็น  $a$  ด้านตรงข้ามมุม  $\theta$  เป็น  $b$  และ ด้านตรงข้ามมุมฉากเป็น  $c$  และกำหนดให้  $\tan\theta$  คือความชัน ( $m = \tan\theta$ ) จะได้ว่า  $m = \frac{b}{a}$  ซึ่งครูให้นักเรียนเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่าง ความยาว

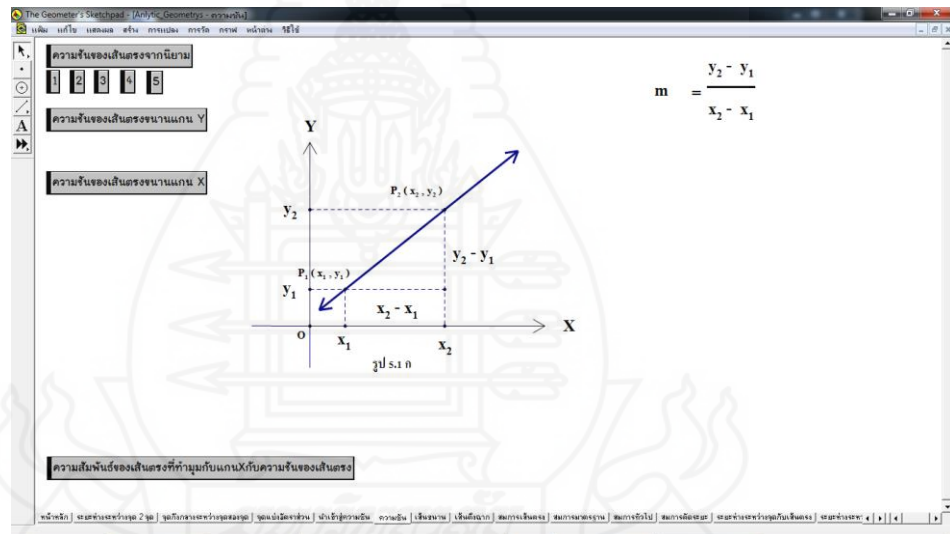
ด้านของรูปสามเหลี่ยม และแกน X และ แกน Y บนระบบพิกัดฉาก ซึ่งจะสรุปได้ว่า  $m = \frac{y}{x}$  จากนั้น กรุณา

ความรู้ที่ได้ไปใช้ในการอธิบายสูตรการหาความชันของเส้นตรง  
ซึ่งจะได้ว่า

**บทนิยาม** ให้ L เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด  $P_1(x_1, y_1)$  และ  $P_2(x_2, y_2)$  โดยที่  $x_1 \neq x_2$

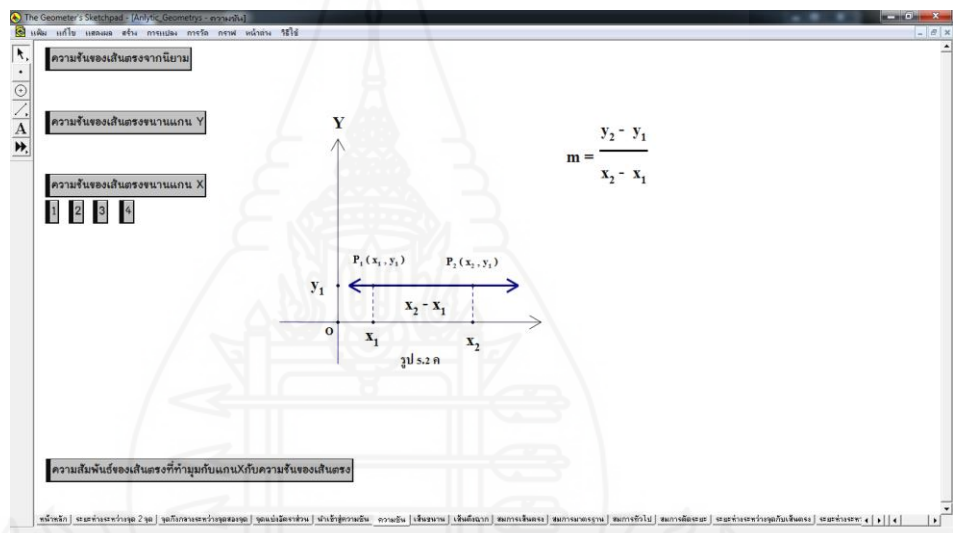
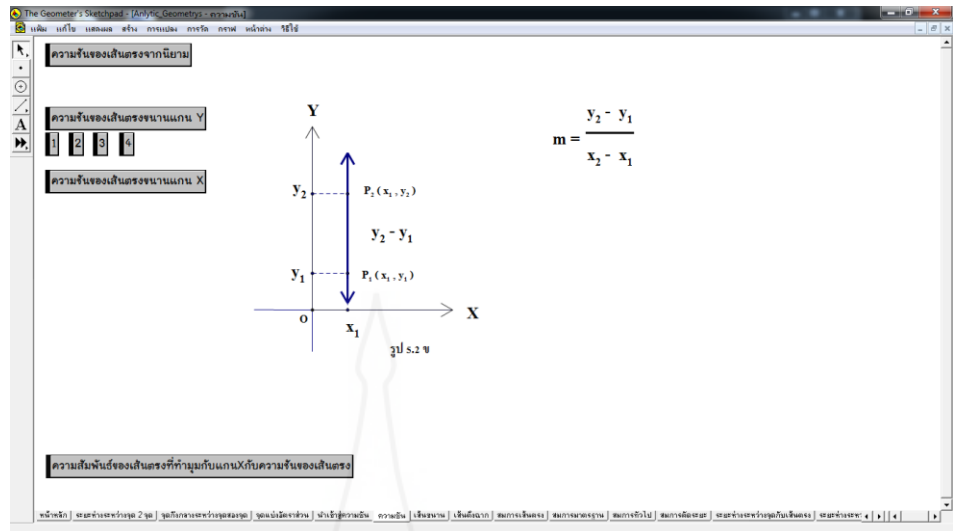
แล้ว m เป็นความชันของเส้นตรง L ก็ต่อเมื่อ  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

ครูใช้โปรแกรม GSP ในการอธิบายการได้มาของสูตรการหาความชันของเส้นตรง เพื่อให้นักเรียน  
มองเห็นภาพชัดเจนยิ่งขึ้น



5. ครูอธิบายความชันของเส้นตรงที่ขนานแกน X และความชันของเส้นตรงที่ขนานแกน Y  
จากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 1 ซึ่งโจทย์ให้หาความชันของเส้นตรงที่ขนานกับแกน X ค่า  
ของความชันจะเท่ากับ ศูนย์





6. ครูอธิบายความสัมพันธ์ของเส้นตรงที่ทำมุมกับแกน X กับความชันของเส้นตรง โดยครูชี้ให้นักเรียนเห็นว่าความชันสามารถมีค่าเป็นได้ทั้งจำนวนจริงบวก จำนวนจริงลบ พร้อมทั้งสรุปสิ่งที่ได้จากความสัมพันธ์ จากนั้นครูยกตัวอย่างที่ 2 และ 3 บนกระดาน โดยให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบ และสังเกตค่าของความชันที่หาได้จากตัวอย่างที่ 1 และ ตัวอย่างที่ 2 ว่ามีความแตกต่างกันอย่างไร ซึ่งได้ข้อสรุปว่า ถ้าค่าความชันเป็นบวก แล้ว เส้นตรงจะเอียงทำมุมแหลมกับแกน X และถ้า ค่าความชันเป็นลบ แล้ว เส้นตรงจะเอียงทำมุมป้านกับแกน X

7. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 4 โดยให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์ความชันของเส้นตรงจากรูปที่กำหนดให้ ซึ่งเมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วก็จะพบว่า ค่าของความชันจะมีทั้ง เป็นจำนวนจริงบวก จำนวนจริงลบ ศูนย์ และหาค่าความชันไม่ได้

8. ครูยกตัวอย่างที่ 4 บนกระดาน ให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบ โดยโจทย์กำหนดเส้นตรงที่ผ่านจุดสองจุดมาให้ โดยจุดทั้งสองจุดมีพิกัดเป็น  $(7, -2)$  และ  $(x, -7)$  และโจทย์กำหนดมีความชันเป็น 5 ครูให้นักเรียนช่วยกันหาค่า  $x$  และสุ่มนักเรียนให้ออกมาเฉลยคำตอบหน้าชั้นเรียน จากนั้นให้ทุกคนทำใบงานที่ 4 เรื่องการหาความชันของเส้นตรง ข้อที่ 3 และช่วยกันเฉลยท้ายคาบเรียน

9. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 5 เรื่อง การหาความชันของเส้นตรง เป็นการบ้าน พร้อมทั้งให้นักเรียนกลับไปทบทวนความรู้จากไฟล์เอกสาร โปรแกรม Power Point สรุปความรู้ เรื่อง ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด ที่บ้าน

### สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ของ สสวท.
2. โปรแกรม GSP ใบงานที่ 4 เรื่อง การหาความชันของเส้นตรง
3. แบบฝึกเสริมทักษะที่ 5 เรื่อง การหาความชันของเส้นตรง

### การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

#### สิ่งที่วัด

สามารถหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้ได้

#### วิธีวัด

ตรวจแบบฝึกเสริมทักษะที่ 5 เรื่อง การหาความชันของเส้นตรง

#### เครื่องมือในการวัด

แบบฝึกเสริมทักษะที่ 5 เรื่อง การหาความชันของเส้นตรง

#### เกณฑ์การวัดและการประเมินผล

นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 5 เรื่อง การหาความชันของเส้นตรงได้ถูกต้องอย่างน้อย 80%



แบบฝึกเสริมทักษะที่ 5  
การหาความชันของเส้นตรง

1. จงหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุดสองจุดต่อไปนี้

1.1 (0, 0) และ (4, 5)

1.2 (0, 0) และ (-3, 1)

--	--

1.3 (1, 3) และ (3, 1)

1.4 (1, 2) และ (-1, -2)

--	--

1.5 (-3, -3) และ (7, 7)

1.6 (2, -3) และ (-9, 8)

--	--

1.7 (s + t, s) และ (s, s - t)

1.8 ( $p^2 + q^2, p^2$ ) และ (2pq,  $q^2$ )

--	--

--	--

2. จงหาค่า  $x$  ที่ทำให้เส้นตรงที่ผ่านจุด A และ จุด B มีความชันเท่ากับ  $m$  ตามที่กำหนดให้

2.1 A(x, 1) และ B(4, 5) ;  $m = 1$

2.2 A(-2, x) และ B(-3, 1) ;  $m = 3$

--	--

2.3 A(-2, 3) และ B(x, -3) ;  $m = \frac{1}{3}$

2.4 A(4, -3) และ B(-1, x) ;  $m = -\frac{2}{3}$

--	--

3. กำหนดให้

$m_1$  คือ ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(a+1, b)$  และ  $(2a, b-3)$

$m_2$  คือ ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(p, \frac{p}{q})$  และ  $(q, \frac{q}{p})$  เมื่อ  $p \neq q \neq 0$

แล้วค่าของ  $m_1 m_2$  เท่ากับเท่าใด

--

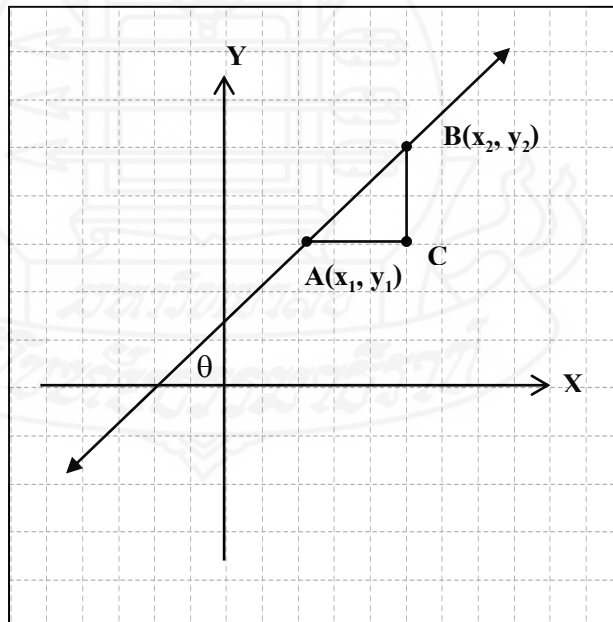
4. จงหาความชันและความยาวของแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมซึ่งมีจุด  $A(2, 8)$ ,  $B(5, 1)$  และ  $C(-1, 1)$  เป็นจุดยอด



ใบงานที่ 4

การหาความชันของเส้นตรง

1. กำหนดให้จุด  $A(x_1, y_1)$  และ  $B(x_2, y_2)$  อยู่บนเส้นตรง  $L$  และ  $L$  ทำมุม  $\theta$  กับแกน  $X$  ในทิศทวนเข็มนาฬิกา



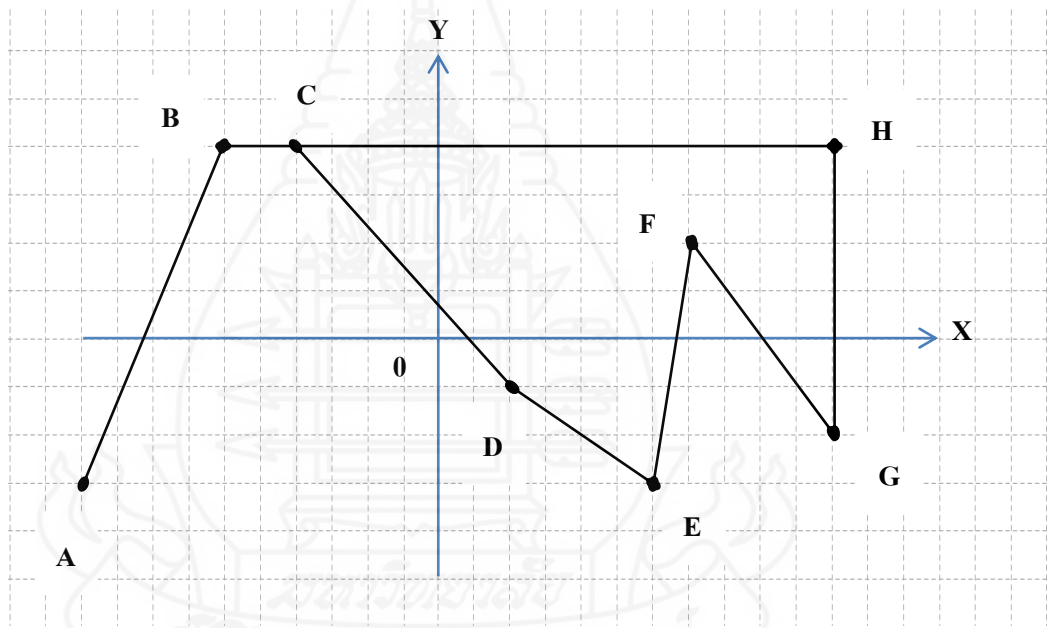
สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดย  $AB$  เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

1. มุม  $CAB$  มีขนาดเท่าใด .....
2. พิกัดของจุด  $C$  เป็นเท่าใด .....

3. ขนาดของด้าน BC เท่ากับเท่าไร .....
4. ขนาดของ AC เท่ากับเท่าไร .....
5.  $\frac{BC}{AC}$  เท่ากับเท่าไร .....
6.  $\frac{BC}{AC}$  สัมพันธ์กับมุม  $\theta$  อย่างไร .....

ดังนั้น เราเรียกอัตราส่วน  $\frac{BC}{AC}$  ว่าความชันของเส้นตรง

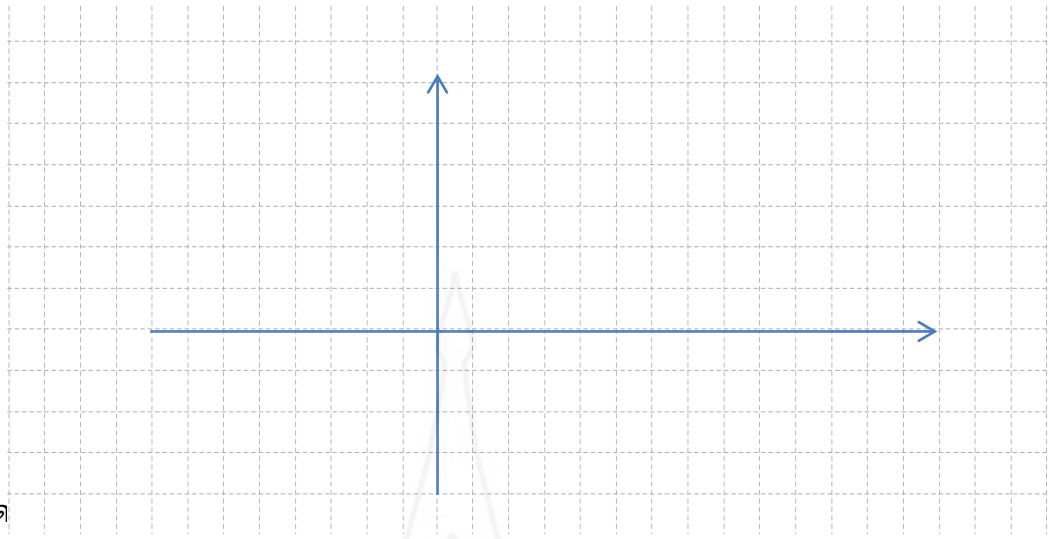
2. จากรูปที่กำหนดให้ ความชันของส่วนของเส้นตรงในข้อต่อไปนี้เป็นจำนวนบวก จำนวนลบ ศูนย์ หรือไม่มีความชัน



AB	BC	CD	DE	EF	FG	GH	HC

3. จงเขียนเส้นตรงที่ผ่านจุดต่อไปนี้ และมีความชันเท่ากับ m

- |                                   |                                  |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| 3.1 A(2, -4) , m = -2             | 3.2 B(-3, 3) , m = 0             |
| 3.3 C(2, -2) , m = $-\frac{1}{2}$ | 3.4 D(-1, 1) , m = $\frac{1}{3}$ |



แผนการจัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2

รหัสวิชา ค31202

จำนวน 1.5 หน่วยกิต

จำนวนเวลา 50 นาที

ภาคเรียนที่ 2/2556

ผู้สอน นายธีรพงษ์ ดอกดี

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

หาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด จุดกึ่งกลาง ระยะห่างระหว่างจุดกับเส้นตรง และ ระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน

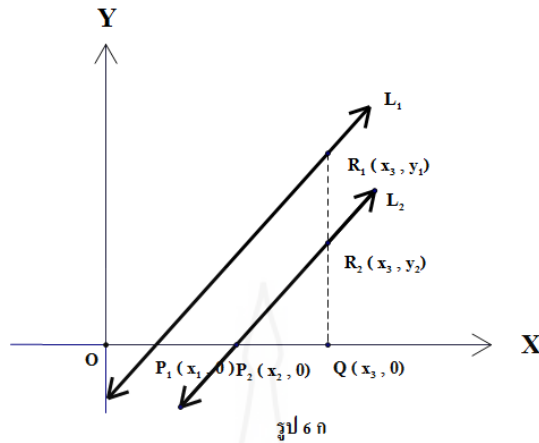
จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถบอกทฤษฎีบทของเส้นขนาน และสามารถบอกได้ว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือไม่

สาระการเรียนรู้

เส้นขนาน

ทฤษฎีบท ให้  $L_1$  และ  $L_2$  เป็นเส้นตรงสองเส้นที่ไม่ขนานกับแกน  $Y$  และมีความชันเท่ากับ  $m_1$  และ  $m_2$  ตามลำดับ จะได้ว่า  $L_1$  ขนานกับ  $L_2$  ก็ต่อเมื่อ จะได้  $m_1 = m_2$



**ตัวอย่างที่ 1** เส้นตรงที่ผ่านจุด A(-2, 7) และ B(-5, 4) ขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุด C(5, -3) และ D(9, 1) หรือไม่

**วิธีทำ** ความชันของเส้นตรง AB  $= \frac{7-4}{(-2)-(-5)} = 1$

ความชันของเส้นตรง CD  $= \frac{-3-1}{5-9} = 1$

**ดังนั้น** เส้นตรงทั้งสองเส้นขนานกัน เพราะความชันของเส้นตรง AB เท่ากับ ความชันของเส้นตรง CD

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาค่าของ x ที่ทำให้จุด A(-3, -6), B(2, -1) และ C(x, 2) อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

**วิธีทำ** หาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด A(-3, -6) และ B(2, -1)

$$m_{AB} = \frac{(-6)-(-1)}{-3-2} = 1$$

หาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด B(2, -1) และ C(x, 2)

$$m_{BC} = \frac{-1-2}{2-x} = \frac{-3}{2-x}$$

จุดทั้งสามอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

**ดังนั้น**  $1 = \frac{-3}{2-x}$

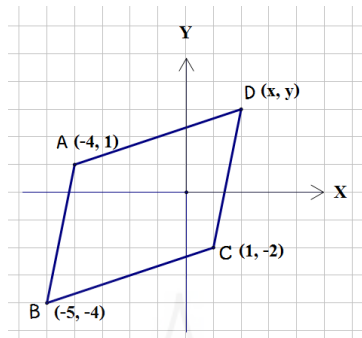
$$2-x = -3$$

**จะได้**  $x = 5$

**ตัวอย่างที่ 3** จุด A (-4, -1), B (-5, -4), C (1, -2) และ D (x, y) เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD

จงหาพิกัดของจุด D





วิธีทำ

จากรูป ด้าน AD ขนานกับด้าน BC ความชันของด้าน AD จึงต้องเท่ากับความชันของด้าน BC

$$\text{ความชันของด้าน BC} = \frac{-4 - (-2)}{-5 - 1} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$$

$$\text{ความชันของด้าน AD} = \frac{y - 1}{x - (-4)}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \frac{y - 1}{x - (-4)} = \frac{1}{3} \quad \text{หรือ} \quad x - 3y = -7$$

ในทำนองเดียวกัน ความชันของด้าน AB จึงต้องเท่ากับความชันของด้าน CD

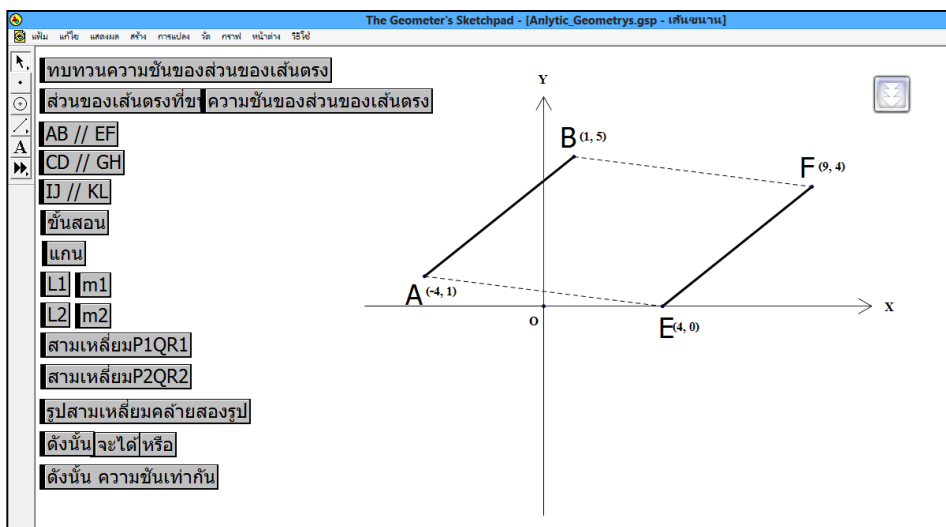
$$\text{ดังนั้น} \quad \frac{-2 - y}{1 - x} = \frac{5}{1} \quad \text{หรือ} \quad 5x - y = 7$$

จากการแก้สมการทั้งสอง จะได้  $x = 2$  และ  $y = 3$

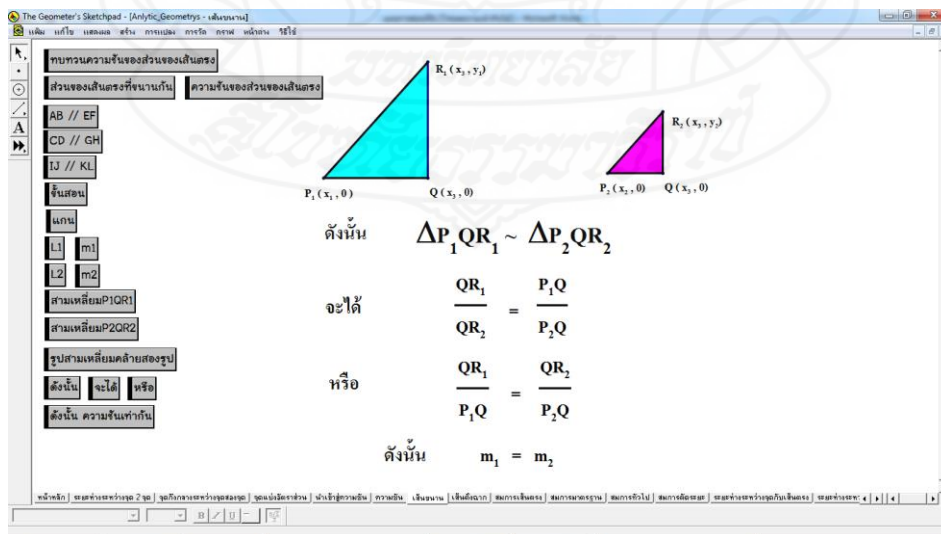
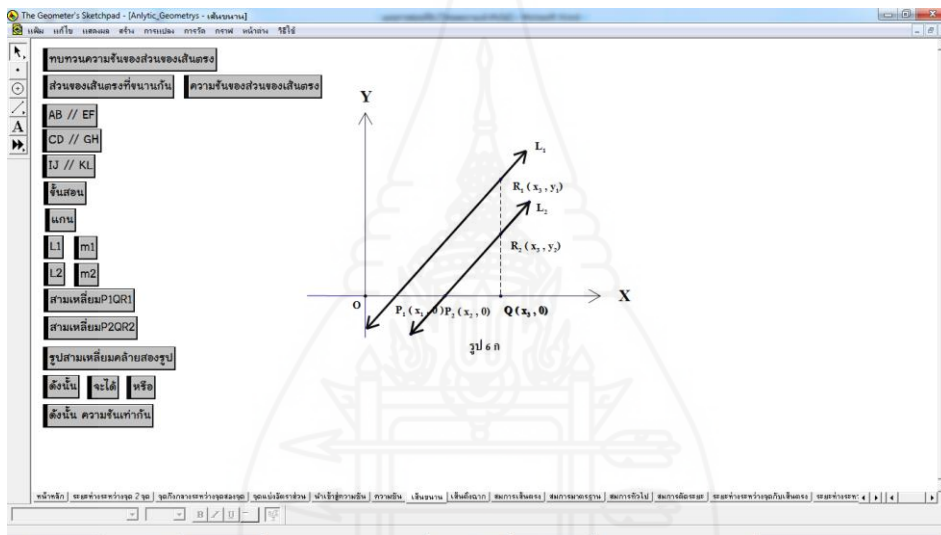
ดังนั้น พิกัดของจุด D คือ (2, 3)

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนเรื่องความชันของเส้นตรง โดยกำหนดจุดให้ แล้วให้นักเรียนช่วยกันหาคความชันของเส้นตรงนั้นๆ เพื่อเปรียบเทียบค่าความชันของเส้นตรง โดยให้นักเรียนสังเกตจากสื่อ GSP ที่แสดง และใช้การถามตอบเกี่ยวกับความชันที่เท่ากันและความชันที่ไม่เท่ากัน เส้นตรงที่ขนานกันและเส้นตรงที่ไม่ขนานกัน เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปของความสัมพันธ์ของเส้นตรงที่ขนานกันกับความชันของเส้นตรง



2. ครูอธิบายเส้นตรงสองเส้นที่ขนานกัน โดยใช้สื่อ GSP ประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยสามเหลี่ยมคล้ายของสามเหลี่ยมสองรูป โดยครูอธิบายประกอบการถามตอบกับนักเรียนเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปของทฤษฎีบทของเส้นขนาน



3. ครูยกตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียนตรวจสอบว่า เส้นตรงที่ผ่านจุดใดๆ ทั้งสองเส้นที่กำหนดมาให้ขนานกันหรือไม่ โดยครูสุ่มนักเรียน 2 คนให้ออกมาหาความชันของเส้นตรงทั้งสองเส้น แล้วให้นักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง และตอบคำถามว่าเส้นตรงสองเส้นนั้นขนานกันหรือไม่ จากนั้นครูยกตัวอย่างที่ 2 โดยครูกำหนดจุด A,B และ C มาให้ แล้วให้นักเรียนตรวจสอบว่าจุดทั้งสามจุดอยู่บนเส้นตรงเดียวกันหรือไม่ โดยครูให้ความรู้ว่าการที่จุดทั้งสามจุดจะอยู่บนเส้นตรงเดียวกันได้ ก็ต่อเมื่อความชันของเส้นตรงที่เชื่อมจุดแต่ละคู่จะต้องเท่ากัน คือ ความชันของเส้นตรง AB,BC และ AC ต้องเท่ากัน จากนั้นครูสุ่มนักเรียนให้ออกมาหาความชันของเส้นตรงแต่ละเส้นบนกระดาน โดยครูใช้วิธีถามตอบ และให้นักเรียนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง และช่วยกันสรุปว่า จุดทั้งสามอยู่บนเส้นตรงเดียวกันหรือไม่

4. ครูยกตัวอย่างที่ 3 โดยกำหนดจุด A,B,C และ D เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน แล้วให้นักเรียนหาจุด  $D(x,y)$  ที่โจทย์ไม่ได้กำหนดคพิกัดมาให้ ซึ่งก่อนที่ครูจะแสดงวิธีการหาคำตอบ ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับนิยามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานว่า “รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จะมีด้านตรงข้ามขนานกันทั้งสองคู่ และมีด้านตรงข้ามกันยาวเท่ากัน มุมตรงข้ามกันมีขนาดเท่ากัน และเส้นทแยงมุมทั้งสองเส้นจะตัดกันโดยแบ่งเส้นทแยงมุมอีกเส้นออกเป็นสองส่วนเท่าๆ กัน” ซึ่งทำให้นักเรียนพบว่า ในการหาคำตอบของตัวอย่างนี้ นักเรียนต้องให้หลักการของเรื่องเส้นขนานมาตรวจสอบ โดยต้องตรวจสอบการขนานกันของด้านตรงข้ามทั้งสองคู่ โดยแต่ละคู่ต้องมีความชันเท่ากัน ครูแสดงรูปสี่เหลี่ยมบนระนาบ บนกระดานเพื่อให้เห็นชัดเจนยิ่งขึ้น จากนั้นครูอธิบายการหาคำตอบ โดยแสดงให้เห็นนักเรียนเห็นว่า ด้าน AD ขนานกับด้าน BC ความชันของด้าน AD จึงต้องเท่ากับความชันของด้าน BC ครูสุ่มนักเรียนให้ออกมาหาความชันของด้าน BC, AD และ AB ซึ่งความชันของด้าน AB จะต้องเท่ากับความชันของด้าน CD ครูแสดงการหาพิกัดของด้าน CD โดยการแก้สมการหาค่า  $x$  และ  $y$  จากการให้ ความชันของด้าน AB เท่ากับ ความชันของด้าน CD ครูให้นักเรียนให้นักเรียนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง และ ขั้นตอนการหาคำตอบอีกครั้ง

5. ครูให้นักเรียนสรุปนิยาม เรื่อง เส้นขนาน จากนั้นครูให้นักเรียนทุกคนทำใบงานที่ 5 เรื่อง เส้นขนาน ในช่วงท้ายคาบ เพื่อเป็นการสรุปความรู้ที่ได้เรียนมาในคาบนี้ โดยครูเดินดู และให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนมีปัญหาหรือเกิดข้อสงสัย

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 6 เรื่อง เส้นขนาน เป็นการบ้าน

**สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้**

1. หนังสือเรียนและแบบฝึกเสริมทักษะเรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์
2. โปรแกรม GSP
3. ใบงานที่ 5 เรื่อง เส้นขนาน
4. แบบฝึกเสริมทักษะที่ 6 เรื่อง เส้นขนาน

## การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

### สิ่งที่วัด

1. สามารถบอกทฤษฎีบทของเส้นขนานและสามารถบอกได้ว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือไม่
2. สามารถนำความรู้เรื่องความชันและเส้นขนานไปใช้ได้

### วิธีวัด

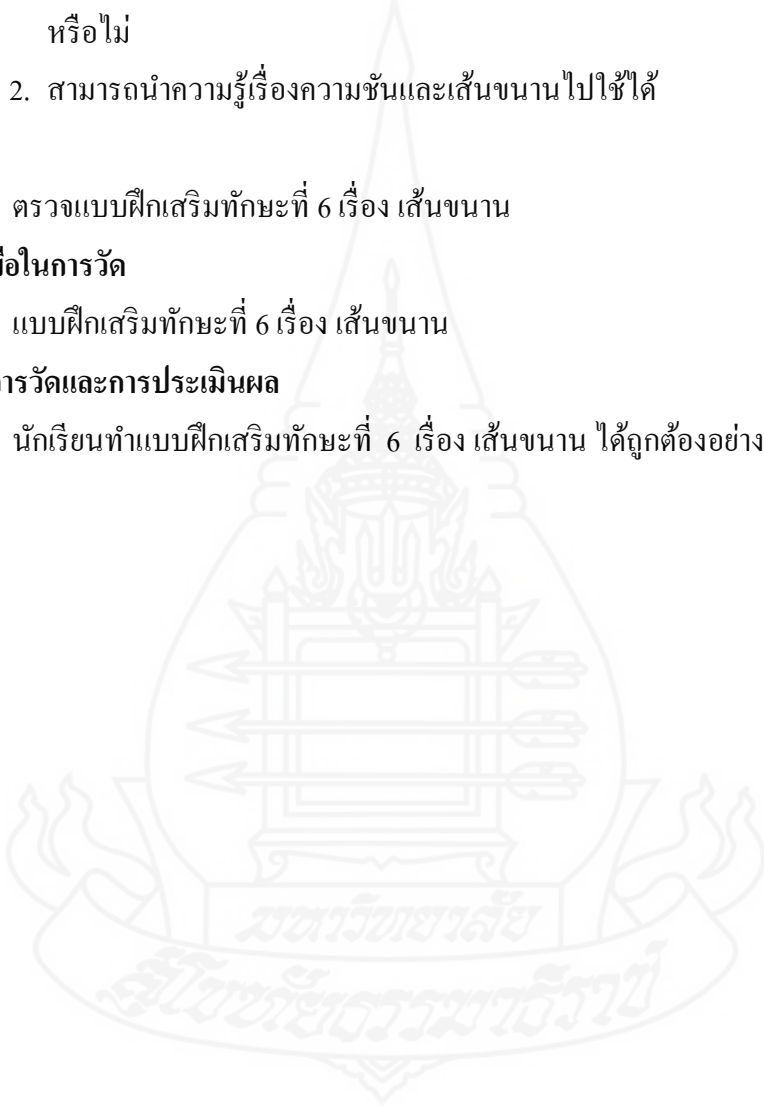
ตรวจแบบฝึกเสริมทักษะที่ 6 เรื่อง เส้นขนาน

### เครื่องมือในการวัด

แบบฝึกเสริมทักษะที่ 6 เรื่อง เส้นขนาน

### เกณฑ์การวัดและการประเมินผล

นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 6 เรื่อง เส้นขนาน ได้ถูกต้องอย่างน้อย 80%



...



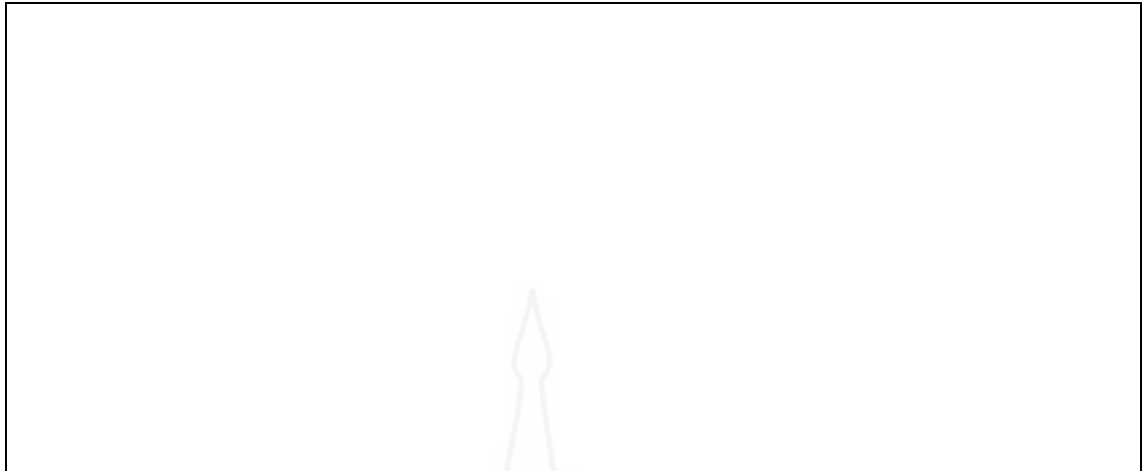
## แบบฝึกเสริมทักษะที่ 6

### เส้นขนาน

1. จงแสดงว่าเส้นตรงที่ผ่านจุด  $A(5, 3)$  และ  $B(2, -3)$  ขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุด  $C(-5, -6)$  และ  $D(1, 6)$

2. ถ้าเส้นตรงที่ผ่านจุด  $A(4, 6)$  และ  $B(a-2, -3)$  ขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุด  $C(2, 4)$  และ  $D(5, 1)$  จงหาค่าของ  $a$

3. จุด  $A(1, 2)$   $B(6, 7)$  และ  $C(-3, 4)$  อยู่บนเส้นตรงเดียวกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

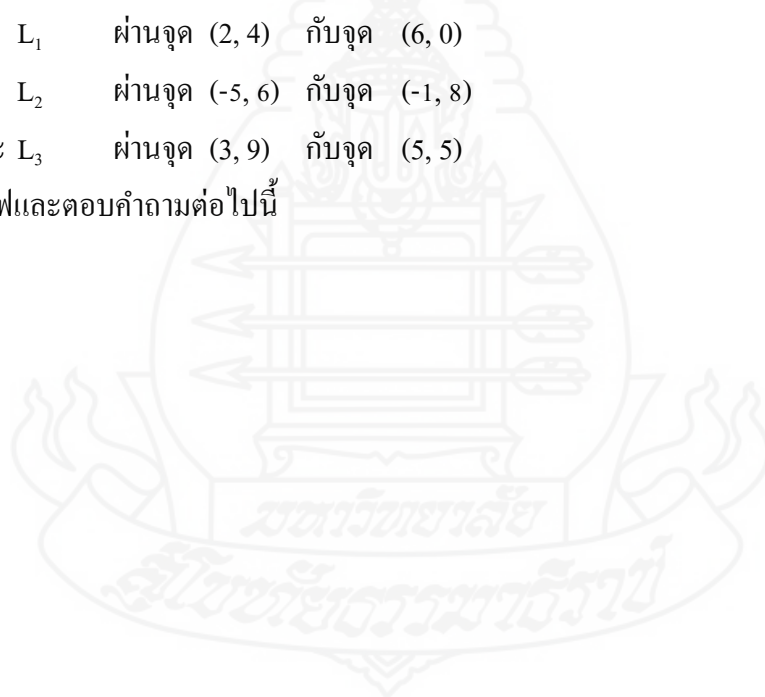


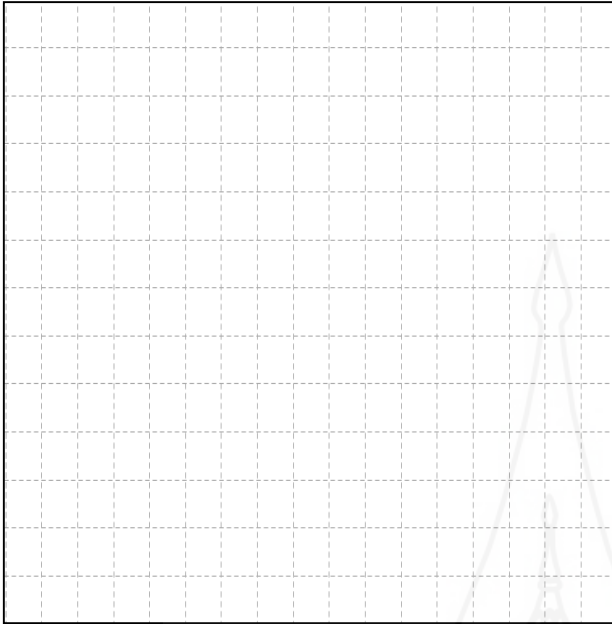
## ใบงานที่ 5

### เส้นขนาน

กำหนดให้  $L_1$  ผ่านจุด  $(2, 4)$  กับจุด  $(6, 0)$   
 $L_2$  ผ่านจุด  $(-5, 6)$  กับจุด  $(-1, 8)$   
 และ  $L_3$  ผ่านจุด  $(3, 9)$  กับจุด  $(5, 5)$

จงสร้างกราฟและตอบคำถามต่อไปนี้





1.  $L_1$  ขนานกับ  $L_2$  หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

2.  $L_1$  ขนานกับ  $L_3$  หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

3.  $L_2$  ขนานกับ  $L_3$  หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7	เรื่อง เส้นตั้งฉาก	
กลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม2	รหัสวิชา ค31202	จำนวน 1.5 หน่วยกิต
จำนวนเวลา 50 นาที	ภาคเรียนที่ 2/2556	ผู้สอน นายธีรพงษ์ ดอกดี

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง                      หาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด จุดกึ่งกลาง ระยะห่างระหว่างจุดกับ  
เส้นตรง และ ระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน

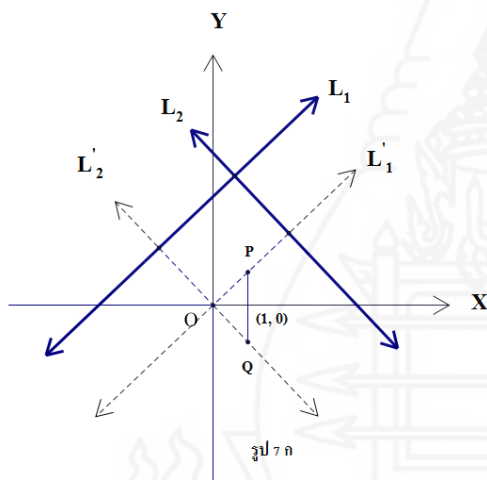
## จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถบอกทฤษฎีบทของเส้นตั้งฉาก และสามารถบอกได้ว่าเส้นตรงสองเส้นตั้งฉากกันหรือไม่
2. นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องความชันและเส้นตั้งฉากไปใช้ได้

## สาระการเรียนรู้

## เส้นตั้งฉาก

ให้  $L_1$  และ  $L_2$  เป็นเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน Y มีความชันเท่ากับ  $m_1$  และ  $m_2$  ตามลำดับ  
ถ้า  $L_1$  ตั้งฉากกับ  $L_2$  แล้วจะได้ว่า  $m_1 m_2 = -1$  ซึ่งแสดงได้ดังนี้



ลากเส้นตรง  $L'_1$  และ  $L'_2$  ให้ผ่านจุดกำเนิด  
และขนานกับ  $L_1$  และ  $L_2$  ตามลำดับ

จะได้ ความชันของ  $L'_1 = m_1$

และความชันของ  $L'_2 = m_2$

ลากเส้นตรงให้ผ่านจุด  $(1, 0)$  และตั้งฉากกับ  
แกน X โดยตัดเส้นตรง  $L'_1$  และ  $L'_2$  ที่ P และ Q  
ตามลำดับ

ให้ P มีพิกัดเป็น  $(1, k)$

เส้นตรง  $L'_1$  ผ่านจุด  $(0, 0)$  และ  $(1, k)$

จะได้  $L'_1$  มีความชันเท่ากับ  $\frac{k-0}{1-0} = k = m_1$

ดังนั้น พิกัดของจุด P คือ  $(1, m_1)$

ในทำนองเดียวกันจะแสดงได้ว่าพิกัดของจุด Q คือ  $(1, m_2)$

เนื่องจาก  $L_1$  ตั้งฉากกับ  $L_2$  และจากการสร้าง  $L'_1$  และ  $L'_2$  ทำให้รูปสามเหลี่ยม POQ เป็นรูป  
สามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีมุม O เป็นมุมฉาก จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$PQ^2 = OP^2 + OQ^2$$

$$\{(1-1)^2 + (m_1 - m_2)^2\} = \{(0-1)^2 + (0-m_1)^2\} + \{(0-1)^2 + (0-m_2)^2\}$$



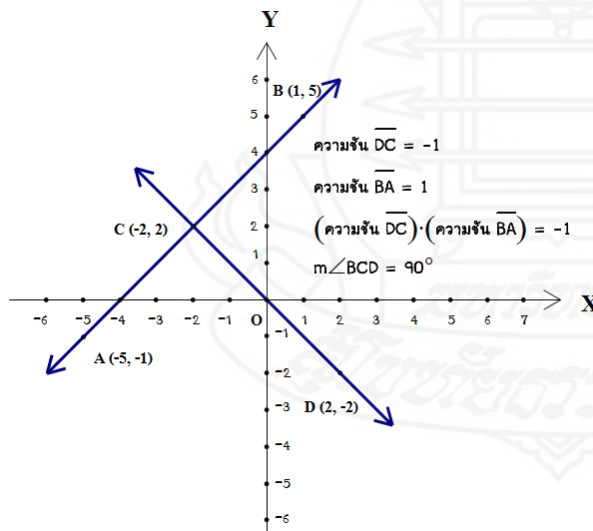
$$\begin{aligned}
 (m_1 - m_2)^2 &= 1^2 + m_1^2 + 1^2 + m_2^2 \\
 m_1^2 - 2m_1m_2 + m_2^2 &= m_1^2 + m_2^2 + 2 \\
 -2m_1m_2 &= 2 \\
 m_1m_2 &= -1
 \end{aligned}$$

แสดงว่าผลคูณของความชันของเส้นตรงสองเส้นที่ไม่ขนานกับแกน Y และตั้งฉากกันมีค่าเท่ากับ -1 ในทางกลับกัน ถ้า  $m_1m_2 = -1$  แล้ว  $L_1 \perp L_2$  เราสามารถพิสูจน์ย้อนกลับได้ว่า ถ้าเส้นตรงสองเส้นมีผลคูณของความชันเท่ากับ -1 แล้วเส้นตรงทั้งสองจะตั้งฉากซึ่งกันและกัน

**ทฤษฎีบท** เส้นตรงสองเส้นที่ไม่ขนานกับแกน Y จะตั้งฉากกันก็ต่อเมื่อ ผลคูณของความชันของเส้นตรงทั้งสองเท่ากับ -1

**ตัวอย่างที่ 1** เส้นตรงที่ผ่านจุด A(-5, -1) และ B(1, 5) และเส้นตรงที่ผ่านจุด C(-2, 2) และ D(2, -2) ตั้งฉากหรือไม่เพราะเหตุใด

**วิธีทำ**



$$\text{ความชัน } BA = \frac{-1 - 5}{-5 - 1} = 1$$

$$\text{ความชัน } DC = \frac{2 - (-2)}{-2 - 2} = -1$$

$$\text{เนื่องจาก } m_{BA} m_{DC} = -1$$

**สรุปได้ว่า**

เส้นตรง AB ตั้งฉากกับเส้นตรง CD

**ตัวอย่างที่ 2** เส้นตรงที่ผ่านจุด A(-4, 6) และ B(-3, 2) และเส้นตรงที่ผ่านจุด C(-1, 5) และ D(3, -4) ตั้งฉากหรือไม่

**วิธีทำ** เส้นตรงที่ผ่านจุด (3, 4) และ (4, 1) มีความชันเท่ากับ

$$m_{\overline{AB}} = \frac{6-2}{(-4)-(-3)} = -4$$

เส้นตรงที่ผ่านจุด (2,1) และ (5,2) มีความชันเท่ากับ

$$m_{\overline{CD}} = \frac{(-5)-(-4)}{-1-3} = \frac{1}{4}$$

ผลคูณของความชันของเส้นตรงทั้งสองคือ  $(-4)\left(\frac{1}{4}\right) = -1$

ดังนั้น เส้นตรง AB ตั้งฉากกับเส้นตรง CD

**ตัวอย่างที่ 3** ถ้าเส้นตรงที่ผ่านจุด A(1,-2) และ B(-3,6) ตั้งฉากกับเส้นตรงซึ่งผ่านจุด C(2,-4) และ D(x,4) จงหาค่าของ x

**วิธีทำ** ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด AB ;  $m_{AB} = \frac{-2-6}{1-(-3)} = \frac{-8}{4} = -2$

ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด CD ;  $m_{CD} = \frac{-4-4}{2-x} = \frac{-8}{2-x}$

เนื่องจากเส้นตรงทั้งสองเส้นตั้งฉากกัน คือ  $m_{AB} m_{CD} = -1$

$$(-2)\left(\frac{-8}{2-x}\right) = -1$$

$$\frac{16}{2-x} = -1$$

$$16 = -2 + x$$

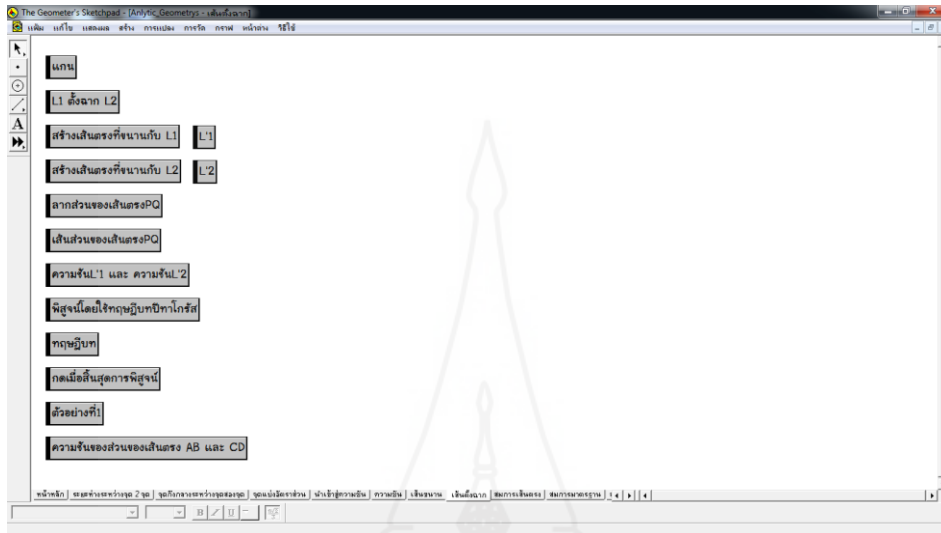
$$18 = x$$

ดังนั้น x มีค่าเท่ากับ 18

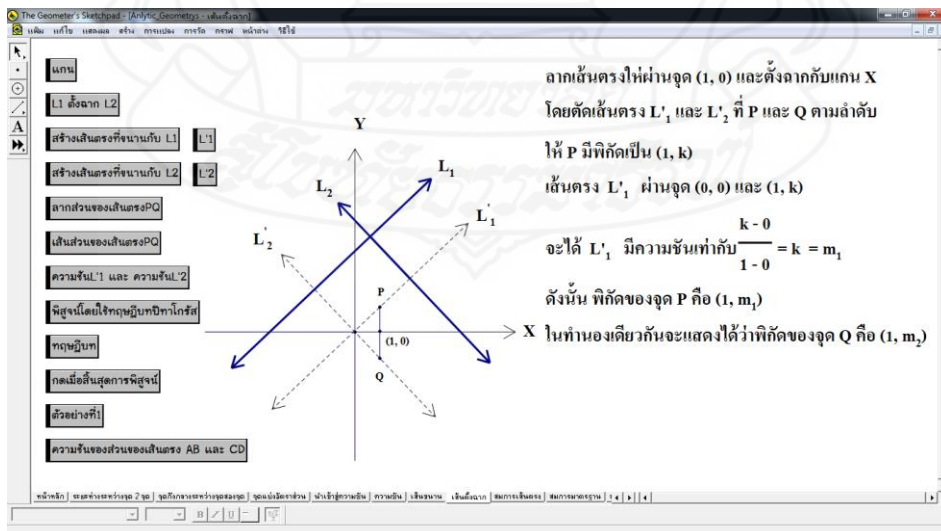
### กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนเรื่องความชันของเส้นตรง โดยกำหนดจุดให้แล้วหาความชันของเส้นตรงนั้นๆ เพื่อเปรียบเทียบค่าความชันของเส้นตรง โดยให้นักเรียนสังเกตจากสื่อ GSP ที่แสดงและใช้การถามตอบ

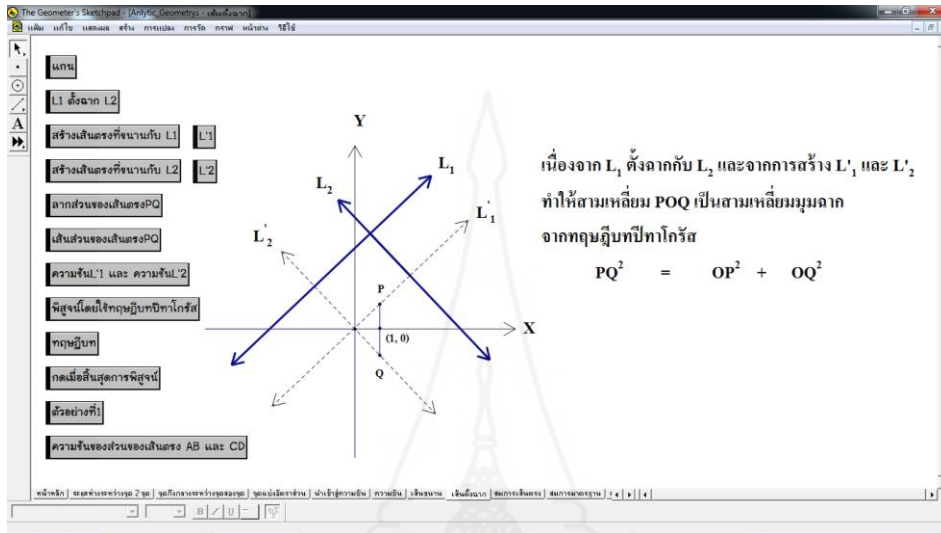
เกี่ยวกับความชัน เพื่อหาความสัมพันธ์ของความชันของเส้นตรงสองเส้น และครุฑบททวนความรู้ในเรื่องเส้นขนาน เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปของความสัมพันธ์ของเส้นตรงที่ตั้งฉากกันทั้งสองเส้น



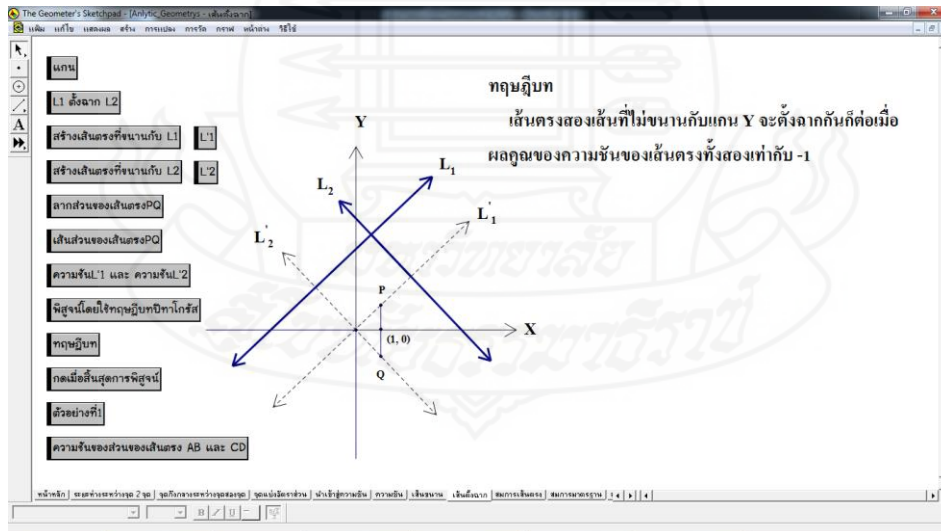
2. กรออธิบายเส้นตรงสองเส้นที่ตั้งฉากกัน โดยใช้สื่อ GSP (The Geometer's Sketchpad) ประกอบการพิสูจน์โดยอาศัยความชันของเส้นตรง AB และความชันของเส้นตรง CD เพื่อหาความสัมพันธ์ โดยลากเส้นตรง  $L'_1$  และ  $L'_2$  ให้ผ่านจุดกำเนิด และขนานกับ  $L_1$  และ  $L_2$  ตามลำดับ จะได้ ความชันของ  $L'_1 = m_1$  และความชันของ  $L'_2 = m_2$



3. ครูให้นักเรียนช่วยกันสังเกตความชันของเส้นตรงทั้งสองเส้น โดยใช้สมบัติของทฤษฎีบทพีทาโกรัสช่วยพิสูจน์ เกี่ยวกับความชันของเส้นตรงทั้งสองเส้นเพื่อให้ได้ข้อสรุปเกี่ยวกับเส้นตรงสองเส้นที่ไม่ขนานกับแกน Y และพิจารณาเส้นตรงทั้งสองเส้นนั้น

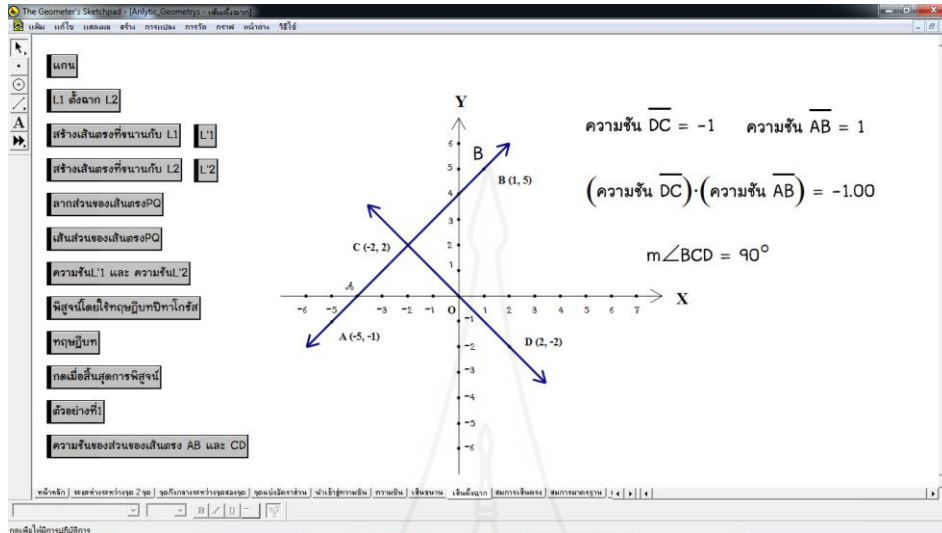


4. ครูบอกทฤษฎีบท เส้นตรงสองเส้นที่ไม่ขนานกับแกน Y จะตั้งฉากกันให้นักเรียนทราบ



5. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยกำหนดเส้นตรงที่ผ่านจุดสองจุด มา 2 เส้นคือ เส้นตรง AB และเส้นตรง CD จากนั้นให้นักเรียนหาว่าเส้นตรงสองเส้นนั้น ตั้งฉากกันหรือไม่พร้อมให้เหตุผล จากนั้นครูแสดงกราฟของเส้นตรงทั้ง 2 เส้น บนโปรแกรม GSP โดยครูเริ่มต้นจากให้นักเรียนหาความชันของเส้นตรง AB และ ความชันของเส้นตรง CD จากนั้นให้นักเรียนนำค่าความชันของเส้นตรงทั้ง 2 เส้น มา

ตรวจสอบการตั้งฉากกันจาก  $m_{AB} m_{CD} = -1$  ซึ่งจะได้ว่าเส้นตรง AB และเส้นตรง CD ตั้งฉากกัน จากนั้นครูสุ่มนักเรียน 1 คน ให้อธิบายเหตุผลที่เส้นตรง AB และ เส้นตรง CD ตั้งฉากกัน



6. ครูตัวอย่างที่ 2 กระดาน โดยลักษณะของโจทย์จะคล้ายคลึงกับตัวอย่างที่ 1 ในตัวอย่างนี้ ครูสุ่มนักเรียน 2 คน ให้ออกมาช่วยกันแสดงวิธีทำหน้าห้อง จากนั้น ครูและนักเรียนที่เหลือ ช่วยกันอภิปรายคำตอบที่ถูกต้องอีกครั้งหนึ่ง เพื่อสรุปความเข้าใจเกี่ยวกับเส้นตรงสองเส้นที่ตั้งฉากกัน และสรุปทฤษฎีบทอีกครั้ง

7. ครูยกตัวอย่างที่ 3 โดยกำหนดเส้นตรงที่ผ่านจุด A(1, -2) และ B(-3, 6) ให้ตั้งฉากกับเส้นตรงซึ่งผ่านจุด C(2, -4) และ D(x, 4) ครูให้นักเรียนช่วยกันหาค่า x ครูใช้คำถามนำให้นักเรียนหาความชันของเส้นตรง AB และ CD แต่ค่าความชันของเส้นตรง CD จะยังติดค่า x อยู่ ครูใช้คำถามเรื่องเส้นตรงที่ตั้งฉากกัน ให้นักเรียนนำทฤษฎีบทมาช่วยในการหาคำตอบ เนื่องจาก โจทย์กำหนดไว้ว่าเส้นตรงสองเส้นตั้งฉากกัน คือ  $m_{AB} m_{CD} = -1$  ครูสุ่มนักเรียน ให้ออกมาแสดงวิธีหาคำตอบ โดยนักเรียนจะต้องนำค่าความชันของเส้นตรงทั้งสองเส้นมาคูณกัน และให้เท่ากับ -1 แล้วจึงแก้สมการหาค่า x ครูและนักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจคำตอบ และอภิปรายขั้นตอนการหาคำตอบอีกครั้ง

8. ครูให้นักเรียนสรุปสูตรเส้นตรงสองเส้นที่ตั้งฉากกันอีกครั้ง จากนั้นให้นักเรียนทุกคนทำใบงานที่ 6 เรื่อง เส้นตั้งฉาก ในช่วงท้ายคาบ เพื่อเป็นการสรุปความรู้ที่ได้เรียนมาในคาบนี้ โดยครูเดินดูและให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนมีปัญหาหรือเกิดข้อสงสัย

9. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 7 เรื่อง เส้นตั้งฉาก เป็นการบ้าน

### สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนและแบบฝึกเสริมทักษะเรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์
2. โปรแกรม GSP
3. ใบงานที่ 6 เรื่อง เส้นตั้งฉาก
4. แบบฝึกเสริมทักษะที่ 7 เรื่อง เส้นตั้งฉาก

### การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

#### สิ่งที่วัด

1. สามารถบอกทฤษฎีบทของเส้นตั้งฉากและสามารถบอกได้ว่าเส้นตรงสองเส้นตั้งฉากกันหรือไม่
2. สามารถนำความรู้เรื่องความชันและเส้นตั้งฉากไปใช้ได้

#### วิธีวัด

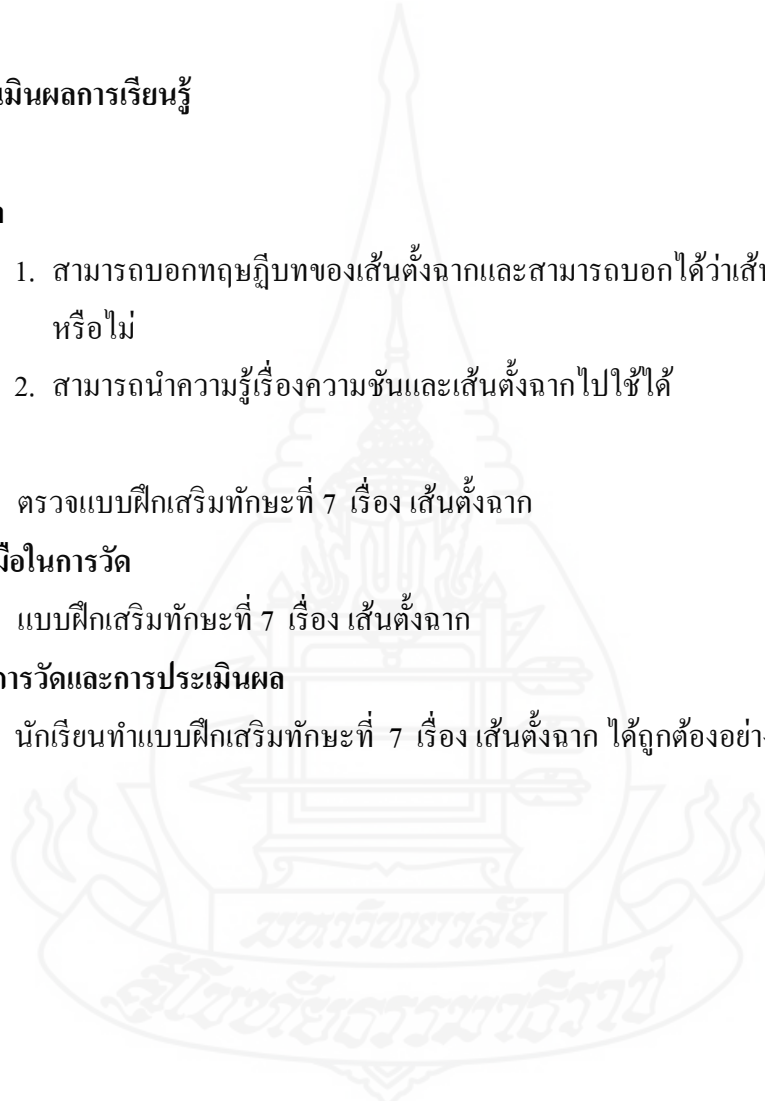
ตรวจแบบฝึกเสริมทักษะที่ 7 เรื่อง เส้นตั้งฉาก

#### เครื่องมือในการวัด

แบบฝึกเสริมทักษะที่ 7 เรื่อง เส้นตั้งฉาก

#### เกณฑ์การวัดและการประเมินผล

นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 7 เรื่อง เส้นตั้งฉาก ได้ถูกต้องอย่างน้อย 80





## แนวฝึกเสริมทักษะที่ 7

## เส้นตั้งฉาก

4. จงหาความชันของเส้นตรงซึ่งตั้งฉากกับเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(6, 1)$  และ  $(3, 0)$

5. จงแสดงว่าเส้นตรงที่ผ่านจุด  $A(-5, 3)$  และ  $B(1, -3)$  ตั้งฉากกับเส้นตรงที่ผ่านจุด  $C(-5, -6)$  และ  $D(2, 8)$

6. ถ้าเส้นตรงที่ผ่านจุด  $A(k, 7)$  และ  $B(-3, -2)$  ตั้งฉากกับเส้นตรงที่ผ่านจุด  $C(3, 2)$  และ  $D(1, -4)$  จงหาค่า  $k$

**6**

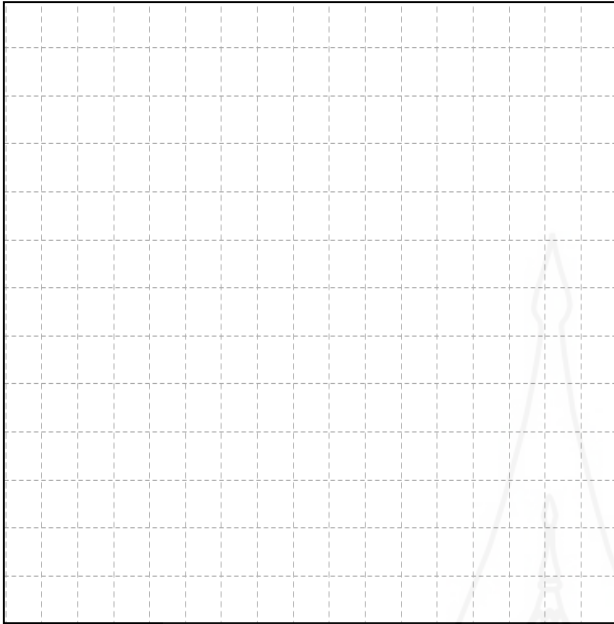
ใจเรื่องที่ ๘

เส้นตั้งฉาก

กำหนดให้  $L_1$  ผ่านจุด  $(2, 4)$  กับจุด  $(6, 0)$   
 $L_2$  ผ่านจุด  $(-5, 6)$  กับจุด  $(-1, 8)$   
 และ  $L_3$  ผ่านจุด  $(3, 9)$  กับจุด  $(5, 5)$

จงสร้างกราฟและตอบคำถามต่อไปนี้





1.  $L_1$  ตั้งฉาก  $L_2$  หรือไม่ เพราะเหตุใด

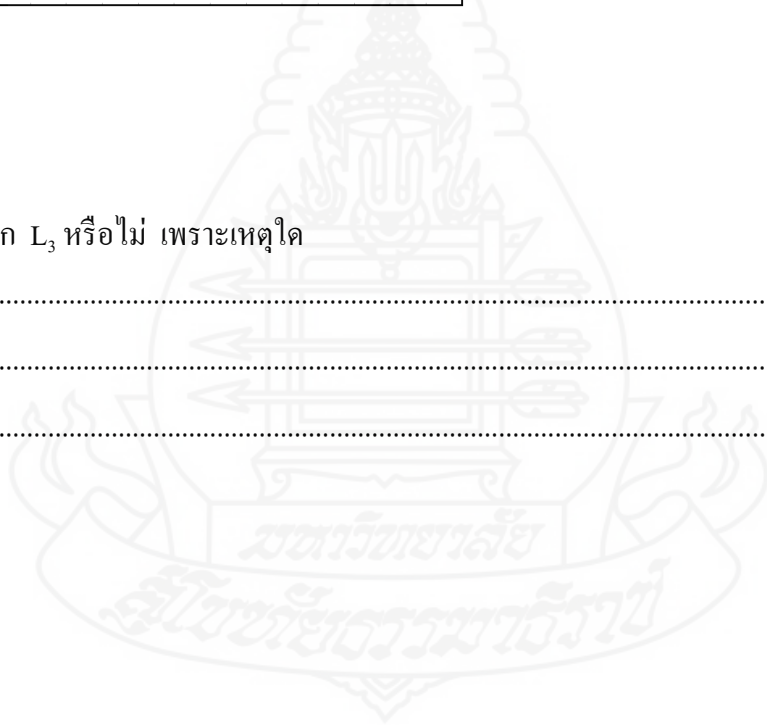
.....  
.....  
.....  
.....

2.  $L_1$  ตั้งฉาก  $L_3$  หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....  
.....  
.....  
.....

3.  $L_2$  ตั้งฉาก  $L_3$  หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....  
.....  
.....



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8	เรื่อง การนำไปใช้เกี่ยวกับความชัน เส้นขนานและเส้นตั้งฉาก
กลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม2	รหัสวิชา ค31202
จำนวนเวลา 50 นาที	ภาคเรียนที่ 2/2556
	จำนวน 1.5 หน่วยกิต
	ผู้สอน นายธีรพงษ์ ดอกดี

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง      ทหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด จุดกึ่งกลาง ระยะห่างระหว่างจุดกับเส้นตรง และ ระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถนำความรู้ที่ได้เรื่องความชัน เส้นขนานและเส้นตั้งฉากไปประยุกต์ใช้ได้
2. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับความชัน เส้นขนานและเส้นตั้งฉากไปใช้ในการพิสูจน์รูปเรขาคณิตได้

สาระการเรียนรู้

การนำไปใช้เกี่ยวกับความชัน เส้นขนานและเส้นตั้งฉาก

ความชันของเส้นตรง

บทนิยาม	ให้ $L$ เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ โดยที่ $x_1 \neq x_2$ , $m$ เป็นความชันของเส้นตรง $L$ ก็ต่อเมื่อ $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$
---------	--

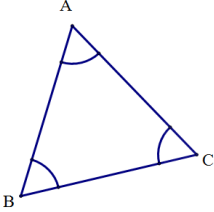
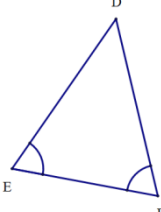
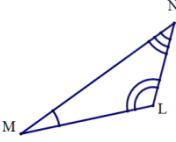
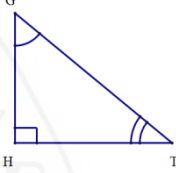
เส้นขนาน

ทฤษฎีบท	เส้นตรงสองเส้นที่ไม่ขนานกับแกน $Y$ จะขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ความชันของเส้นตรงทั้งสองเส้นเท่ากัน
---------	---

เส้นตั้งฉาก

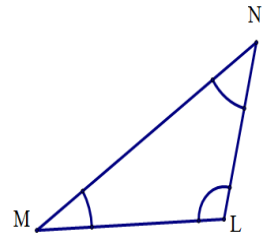
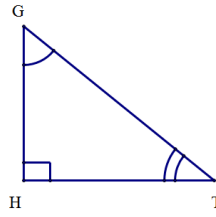
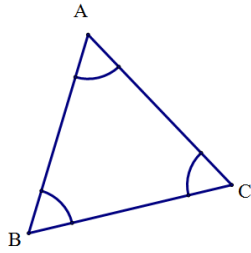
ทฤษฎีบท	เส้นตรงสองเส้นที่ไม่ขนานกับแกน $Y$ จะตั้งฉากกันก็ต่อเมื่อ ผลคูณของความชันของเส้นตรงทั้งสองเท่ากับ $-1$
---------	--

**รูปสามเหลี่ยม (Triangle)** คือ หนึ่งในรูปร่างพื้นฐานในเรขาคณิต เป็นรูป 2 มิติ ที่ประกอบด้วยจุดยอด 3 จุด และด้าน 3 ด้านที่เป็นส่วนของเส้นตรง

ชนิดของรูปสามเหลี่ยม	ความยาวส่วนของเส้นตรง	ชนิดของรูปสามเหลี่ยม	ความยาวส่วนของเส้นตรง
 <p>สามเหลี่ยมด้านเท่า</p>	<p>ส่วนของเส้นตรง ความยาวด้าน เท่ากันทั้งหมด</p> $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$	 <p>สามเหลี่ยมหน้าจั่ว</p>	<p>ถ้าจุด D เป็นจุดยอดของ รูปสามเหลี่ยมแล้ว ด้าน ประกอบของรูป สามเหลี่ยมจะมีความยาว ที่เท่ากัน</p>
ชนิดของรูปสามเหลี่ยม	ความยาวส่วนของเส้นตรง	ชนิดของรูปสามเหลี่ยม	ความยาวส่วนของเส้นตรง
 <p>สามเหลี่ยมด้านไม่เท่า</p>	<p>ความยาวของส่วนของ เส้นตรงทั้งสามไม่เท่ากัน</p>	 <p>สามเหลี่ยมมุมฉาก</p>	<p>ความยาวของส่วนของ เส้นตรงทั้งสามอาจไม่ เท่ากัน หรือด้านประกอบ ของรูปสามเหลี่ยมมีความ ยาวเท่ากัน ที่มีมุม H เป็นมุมฉาก</p>

ความสัมพันธ์ของความชันของส่วนของเส้นตรงกับชนิดของรูปสามเหลี่ยม

รูปสามเหลี่ยมแบ่งชนิดตามขนาดของมุมภายในที่ใหญ่ที่สุด อธิบายด้วยองศา



รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม มุมภายใน  
ทุกมุมมีขนาดเล็กลงว่า  $90^\circ$  (มุมแหลม)

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีมุมภายใน  
มุมหนึ่งมีขนาด  $90^\circ$  (มุมฉาก)

รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน มีมุมภายใน  
มุมหนึ่งมีขนาดใหญ่กว่า  $90^\circ$  (มุมป้าน)

ความสัมพันธ์ของความยาวด้าน เส้นขนาน เส้นตั้งฉาก และชนิดของรูปสี่เหลี่ยม

ชนิดของรูปสี่เหลี่ยม	ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยม	เส้นขนาน	เส้นตั้งฉาก
<p>สี่เหลี่ยมจัตุรัส</p>	ด้านมีความยาวที่เท่ากันทั้ง 4 ด้าน	2 คู่	เส้นทแยงมุม
<p>สี่เหลี่ยมผืนผ้า</p>	ด้านตรงข้ามกัน มีความยาวที่เท่ากัน	2 คู่	ด้านประกอบมุม แต่ละคู่
<p>สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน</p>	ด้านมีความยาวที่เท่ากันทั้ง 4 ด้าน	2 คู่	เส้นทแยงมุม
<p>สี่เหลี่ยมด้านขนาน</p>	ด้านตรงข้ามกัน มีความยาวที่เท่ากัน	2 คู่	
<p></p>		1 คู่	

<p>สี่เหลี่ยมคางหมู</p>			
<p>สี่เหลี่ยมรูปว่าว</p>	<p>ความยาวด้านที่ติดกัน  <math>\overline{AB} = \overline{BC}</math>, <math>\overline{CD} = \overline{DA}</math></p>	2 คู่	เส้นทแยงมุม
<p>สี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า</p>			

### กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนเรื่องชนิดของรูปสามเหลี่ยม ชนิดของรูปสี่เหลี่ยม เส้นขนานและเส้นตั้งฉาก พร้อมทั้งใช้สื่อการสอน “ ชนิดของรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม ” โดยใช้สื่อ GSP (The Geometer’s Sketchpad) ครูใช้การถามตอบเกี่ยวกับด้านประกอบของรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กับความยาวของด้าน เส้นขนานและเส้นตั้งฉาก

2. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน ทั้งหมด 7 กลุ่ม โดยคละกลุ่มเด็กเก่ง ปานกลาง และอ่อน ตามคุณพินิจของครู จากนั้นครูแจกใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง “ ชนิดของรูปสามเหลี่ยม ” ให้นักเรียนช่วยร่วมกันปฏิบัติกิจกรรม พร้อมทั้งอธิบายให้เพื่อนในกลุ่มให้เข้าใจ โดยครูเดินรอบๆ และให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนมีปัญหาหรือเกิดข้อสงสัย ก่อนสรุป ความสัมพันธ์ของความยาวด้านประกอบของรูปสามเหลี่ยมกับชนิดของรูปสามเหลี่ยม

3. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง “ ชนิดของรูปสี่เหลี่ยม ” ให้นักเรียนช่วยร่วมกันปฏิบัติ พร้อมทั้งอธิบายให้เพื่อนในกลุ่มให้เข้าใจ โดยครูเดินรอบๆ และให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนมีปัญหาหรือเกิดข้อสงสัย ก่อนสรุป ความสัมพันธ์ของความยาวด้าน เส้นขนาน เส้นตั้งฉาก และชนิดของรูปสี่เหลี่ยม

4. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปความสัมพันธ์ที่ได้อีกครั้ง และช่วยกันสรุปสิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรมทั้งสองกิจกรรม

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 8 เรื่อง การนำไปใช้เกี่ยวกับความชัน เส้นขนานและเส้นตั้งฉาก เป็นการบ้าน

### สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ของ สสวท.
2. ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง “ชนิดของรูปสามเหลี่ยม”
3. ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง “ชนิดของรูปสี่เหลี่ยม”
4. โปรแกรม GSP
5. แบบฝึกเสริมทักษะที่ 8 เรื่อง การนำไปใช้เกี่ยวกับความชัน เส้นขนานและเส้นตั้งฉาก

### การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

#### สิ่งที่วัด

1. สามารถนำความรู้ที่ได้เรื่องความชัน เส้นขนานและเส้นตั้งฉากไปประยุกต์ใช้ได้
2. สามารถนำความรู้เกี่ยวกับความชัน เส้นขนานและเส้นตั้งฉากไปใช้ในการพิสูจน์รูปเรขาคณิตได้

#### วิธีวัด

1. ตรวจสอบใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง “ชนิดของรูปสามเหลี่ยม”
2. ตรวจสอบใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง “ชนิดของรูปสี่เหลี่ยม”
3. ตรวจสอบแบบฝึกเสริมทักษะที่ 8 เรื่อง การนำไปใช้เกี่ยวกับความชัน เส้นขนานและเส้นตั้งฉาก

#### เครื่องมือในการวัด

1. ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง “ชนิดของรูปสามเหลี่ยม”
2. ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง “ชนิดของรูปสี่เหลี่ยม”
3. แบบฝึกเสริมทักษะที่ 8 เรื่อง การนำไปใช้เกี่ยวกับความชัน เส้นขนานและเส้นตั้งฉาก

#### เกณฑ์การวัดและการประเมินผล

นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 8 เรื่อง การนำไปใช้เกี่ยวกับความชัน เส้นขนานและเส้นตั้งฉากได้ถูกต้องอย่างน้อย 80%



## แบบฝึกเสริมทักษะที่ 8

### การนำไปใช้เกี่ยวกับความชัน เส้นขนาน และเส้นตั้ง

1. จุด  $A(-6, 3)$ ,  $B(9, 6)$  และ  $C(-5, -2)$  เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมชนิดใด โดยใช้ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด และความชันของส่วนของเส้นตรง (ถ้ามี) พร้อมทั้งหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม



2. จุด  $A(7, 5)$ ,  $B(-3, 5)$ ,  $C(2, 0)$  และ  $D(-2, 0)$  เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมชนิดใด โดยใช้ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด หาคความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยม เส้นขนานและเส้นตั้งฉาก

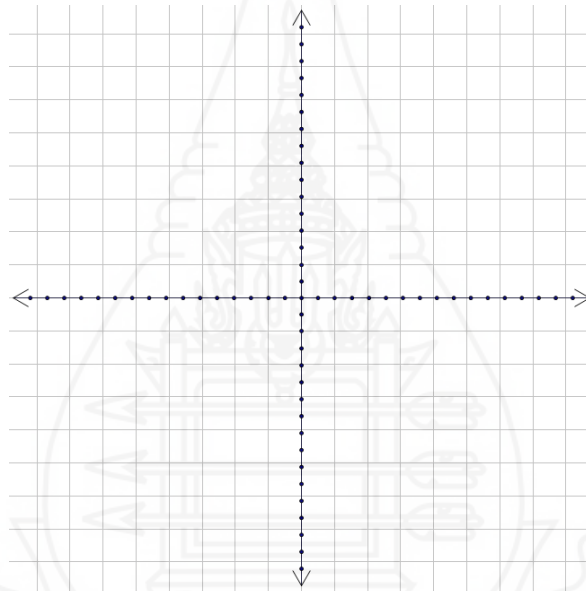




### ใบกิจกรรมที่ 3

#### ชนิดของรูปสามเหลี่ยม

จุด  $(-5, 3)$ ,  $(-1, 3)$  และ  $(-5, 1)$  เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมชนิดใด โดยใช้ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด และความชันของส่วนของเส้นตรง (ถ้ามี) พร้อมทั้งหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม



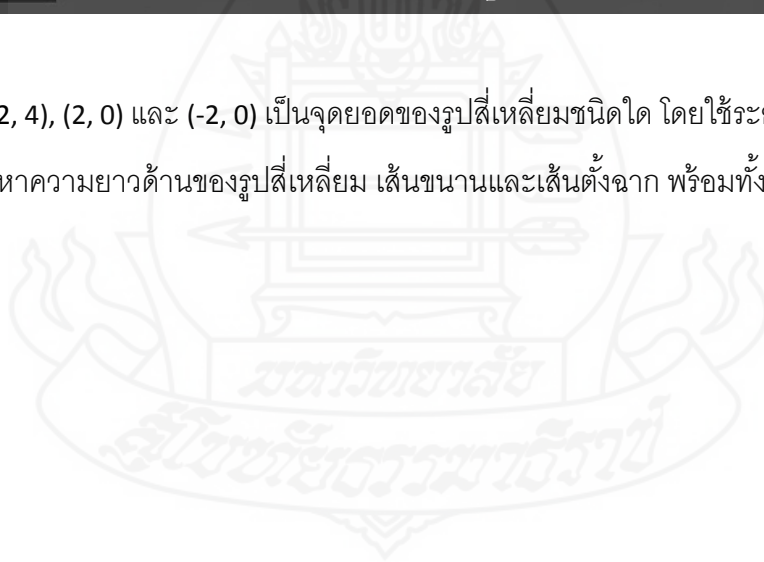


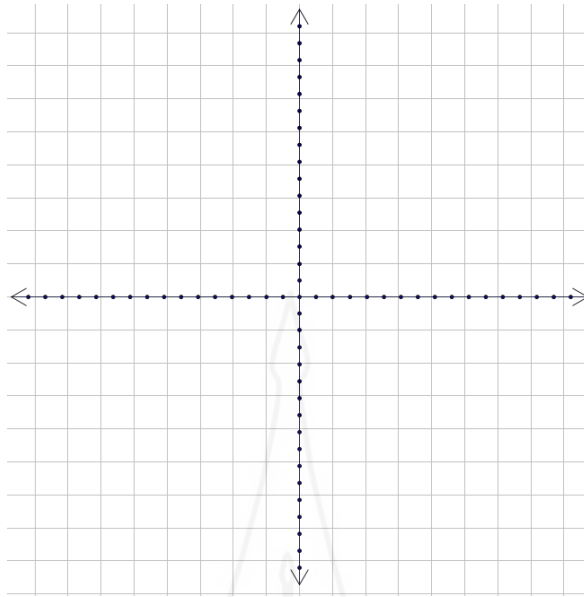


## ในกิจกรรมที่ 4

### ชนิดของรูปสี่เหลี่ยม

จุด  $(-2, 4)$ ,  $(2, 4)$ ,  $(2, 0)$  และ  $(-2, 0)$  เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมชนิดใด โดยใช้ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด หาคความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยม เส้นขนานและเส้นตั้งฉาก พร้อมทั้งหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม





แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

เรื่อง ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

กลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2

รหัสวิชา ค31202

จำนวน 1.5 หน่วยกิต

จำนวนเวลา 50 นาที

ภาคเรียนที่ 2/2556

ผู้สอน นายธีรพงษ์ ดอกดี

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

หาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด จุดกึ่งกลาง ระยะห่างระหว่างจุดกับเส้นตรง และ ระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถบอกรูปของสมการเส้นตรงได้

2. นักเรียนสามารถหาความชันและจุดตัดจากสมการเชิงเส้นที่กำหนดให้ได้

### สาระการเรียนรู้

### ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง แยกได้เป็น 3 ลักษณะ คือ

1. ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน X

เส้นตรง L ข้อมตั้งฉากกับแกน Y ดังนั้น เส้นตรง L ตัดแกน Y ที่จุด  $(0, b)$

ถ้า  $b$  เป็นจำนวนจริงบวก เส้นตรง L จะอยู่เหนือแกน X และห่างจากแกน X เป็นระยะ  $|b|$  หน่วย

ถ้า  $b$  เป็นจำนวนจริงลบ เส้นตรง L จะอยู่ใต้แกน X และห่างจากแกน X เป็นระยะ  $|b|$  หน่วย

$$\text{ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟที่ขนานแกน X คือ } \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = b\}$$

2. ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y

เส้นตรง L ตั้งฉากกับแกน X ดังนั้น เส้นตรง L ตัดแกน X ที่จุด  $(a, 0)$

ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริงบวก เส้นตรง L จะอยู่ทางขวาของแกน Y และห่างจากแกน X เป็นระยะ  $|a|$  หน่วย

ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริงลบ เส้นตรง L จะอยู่ทางซ้ายของแกน Y และห่างจากแกน X เป็นระยะ  $|a|$  หน่วย

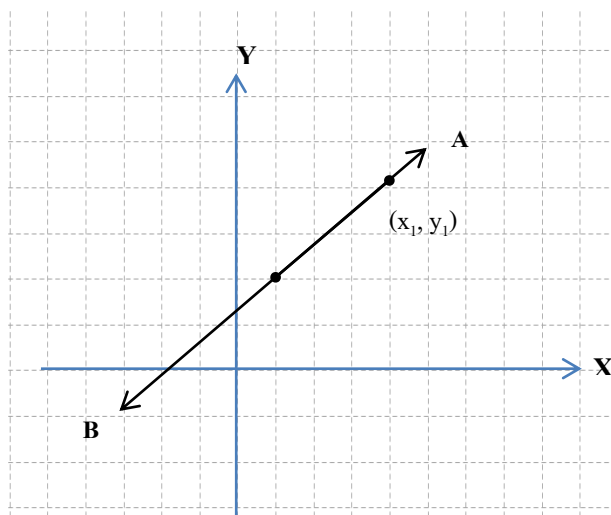
$$\text{ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟที่ขนานแกน Y } = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = a\}$$

3. ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน X และไม่ขนานกับแกน Y

ให้ L เป็นเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน X และไม่ขนานกับแกน Y มีความชันเท่ากับ  $m$  และผ่านจุด  $(x_1, y_1)$

**\*\* รูปแบบมาตรฐานของสมการเส้นตรงแบบต่างๆ ขึ้นอยู่กับสิ่งที่โจทย์กำหนด**

1. รูปแบบจุด 2 จุด (Two – points form) หรือ เมื่อทราบพิกัดของจุดสองจุดที่เส้นตรงผ่าน



$(x_2, y_2)$ 

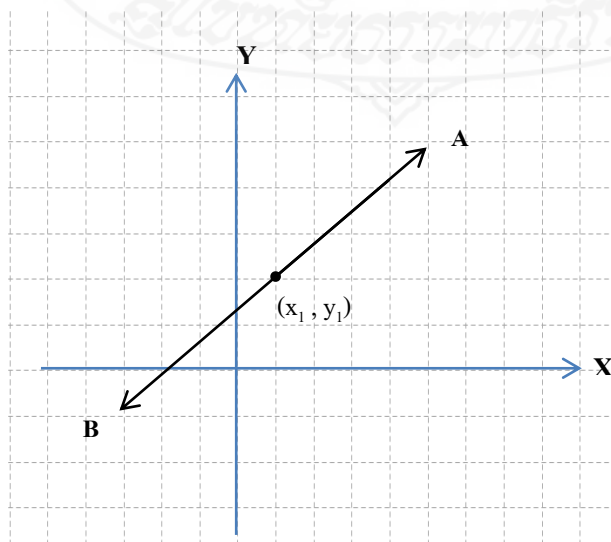
ความชันของเส้นตรง  $L = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$  เลือกจุด  $(x, y)$  ใดๆ บนกราฟเส้นตรง ดังรูป

จะได้ความชันของเส้นตรง  $L = \frac{y - y_1}{x - x_1}$  หรือ  $m_L = \frac{y - y_2}{x - x_2}$

จะได้ว่า  $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$  หรือ  $\frac{y - y_2}{x - x_2} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

$$\text{ดังนั้น } y - y_1 = \left( \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \right) \cdot (x - x_1) \quad \text{หรือ} \quad y - y_2 = \left( \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \right) \cdot (x - x_2)$$

2. รูปแบบจุด - ความชัน (Point - slope form) หรือ เมื่อเราทราบ ความชัน และจุด 1 จุด



เลือกจุด  $(x, y)$  ใดๆบนกราฟเส้นตรง ดังรูป จะได้ความชันของเส้นตรง  $L = \frac{y - y_1}{x - x_1}$

เนื่องจากความชันของเส้นตรง  $L$  เป็น  $m$  แล้วจะได้  $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$

$$\text{ดังนั้น จะได้ว่า } y - y_1 = m(x - x_1)$$

### กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนเรื่องความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด โดยยกตัวอย่างให้นักเรียนบนกระดาน และให้นักเรียนช่วยกันหาความชันของเส้นตรง จากโจทย์ที่ครูกำหนดให้ต่อไปนี้

1.1 กำหนดให้  $A(-2, 8)$      $B(8, 8)$     (ความชันของเส้นตรง  $AB$  เท่ากับ 0)

1.2 กำหนดให้  $C(2, -5)$      $D(-3, -5)$     (ไม่มีความชัน)

2. ครูตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างสมการเส้นตรงจากความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน  $X$  ดังนี้

ให้  $L$  เป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน  $X$

ดังนั้น เส้นตรง  $L$  ย่อมตั้งฉากกับแกน  $Y$  ให้เส้นตรง  $L$  ตัดแกน  $Y$  ที่จุด  $(0, b)$

ถ้า  $b$  เป็นจำนวนจริงบวก เส้นตรง  $L$  จะอยู่เหนือแกน  $X$  และห่างจากแกน  $X$  เป็นระยะ  $|b|$  หน่วย ถ้า  $b$  เป็นจำนวนจริงลบ เส้นตรง  $L$  จะอยู่ใต้แกน  $X$  และห่างจากแกน  $X$  เป็นระยะ  $|b|$  หน่วย

$\therefore$  ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน  $X$  คือ

$$\text{ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟที่ขนานแกน } X = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = b\}$$

3. ครูยกตัวอย่างที่ 1 บนกระดาน และสุ่มนักเรียนออกมาทำหน้าที่เรียน ที่ละข้อพร้อมทั้งให้นักเรียนเขียนความสัมพันธ์ของเส้นตรงที่ได้ จากนั้น ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน  $X$  จากตัวอย่างบนกระดาน และเขียนออกมาในรูปของสมการเส้นตรง

ตัวอย่างที่ 1    จงเขียนกราฟของ  $y = 3$  และ  $y = -2$

**ตัวอย่างที่ 2** จงเขียนกราฟของ  $x = 3$  และ  $x = -2$

4. ครูใช้การถามตอบเพื่อให้ นักเรียนสามารถสร้างสมการเส้นตรงจากความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน  $Y$  ดังนี้

ให้  $L$  เป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน  $Y$

ดังนั้น เส้นตรง  $L$  ย่อมตั้งฉากกับแกน  $X$  ให้เส้นตรง  $L$  ตัดแกน  $Y$  ที่จุด  $(a, 0)$

ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริงบวก เส้นตรง  $L$  จะอยู่ทางขวาของแกน  $Y$  และห่างจากแกน  $Y$  เป็นระยะ  $|a|$  หน่วย

ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริงลบ เส้นตรง  $L$  จะอยู่ทางซ้ายของแกน  $Y$  และห่างจากแกน  $Y$  เป็นระยะ  $|a|$  หน่วย

$\therefore$  ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน  $Y$  คือ

$$\text{ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟที่ขนานแกน } Y = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = a\}$$

5. ครูยกตัวอย่างที่ 2 และสุ่มนักเรียนออกมาทำหน้าที่ขึ้นเรียน ที่ละข้อพร้อมทั้งให้นักเรียนเขียนความสัมพันธ์ของเส้นตรงที่ได้ จากนั้น ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน  $Y$  จากตัวอย่างบนกระดาน และเขียนออกมาในรูปของสมการเส้นตรง

**ตัวอย่างที่ 2** จงเขียนกราฟของ  $x = 3$  และ  $x = -2$

6. ครูใช้การถามตอบเพื่อสร้างสมการเส้นตรงจากความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน  $X$  และไม่ขนานกับแกน  $Y$  โดยครูอธิบายถึง รูปมาตรฐานของสมการเส้นตรงแบบต่างๆ จะขึ้นอยู่กับสิ่งที่โจทย์กำหนด

7. ครูอธิบาย รูปแบบของสมการเส้นตรงแบบที่ 1 คือ เมื่อทราบพิกัดของจุดสองจุดที่เส้นตรงผ่าน หรือ รูปแบบจุด 2 จุด (Two – points form) โดยครูยกตัวอย่างที่ 3 ประกอบกับ ครูใช้วิธีถาม – ตอบ นักเรียน เพื่อให้ นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดในการสร้างสมการเส้นตรง

**ตัวอย่างที่ 3** จงหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(-4, -2)$  และ  $(3, 1)$

วิธีทำ จากโจทย์ กำหนดจุด  $(x_1, y_1)$  คือ จุด  $(-4, -2)$  และจุด  $(x_2, y_2)$  คือจุด  $(3, 1)$  ดังนั้น

นักเรียน สามารถสร้างสมการเส้นตรงจากรูปแบบจุด 2 จุด (Two – points form) ได้

$$\text{คือ } y - y_1 = \left( \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \right) \cdot (x - x_1)$$

$$\text{ดังนั้น สมการเส้นตรงคือ } y-1 = \left( \frac{1-(-2)}{3-(-4)} \right) \cdot (x-3)$$

$$y-1 = \left( \frac{3}{7} \right) \cdot (x-x_1)$$

$$\text{หรือ } 3x - 7y - 2 = 0$$

8. ครูอธิบาย รูปแบบของสมการเส้นตรงแบบที่ 2 คือ รูปแบบจุด - ความชัน (Point - slope form) หรือ เมื่อเราทราบ ความชัน และจุด 1 จุด โดยครุยกตัวอย่างที่ 4,5 ประกอบ ซึ่งเป็นตัวอย่างที่มีลักษณะของ โจทย์ที่แตกต่างกัน ครูใช้วิธีการ - ตอบนักเรียน เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดในการสร้างสมการ เส้นตรง

**ตัวอย่างที่ 4** จงหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(-2, -1)$  และมีความชันเป็น  $-3$

**วิธีทำ** จากโจทย์กำหนดจุดใดๆมา 1 จุด และให้ความชันมาด้วย ดังนั้นนักเรียน สามารถสร้างสมการเส้นตรงจากรูปแบบ จุด - ความชัน (Point - slope form) ได้

$$\text{คือ } y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\text{จะได้ } y - (-1) = -3(x - (-2))$$

$$y + 1 = -3x - 6 \quad \text{หรือ} \quad 3x + y + 7 = 0$$

**ตัวอย่างที่ 5** จงหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(4, -3)$  และขนานกับเส้นตรงที่เชื่อมจุด  $(-1, 5)$  และ  $(2, 4)$

**วิธีทำ** เนื่องจากเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(-1, 5)$  และ  $(2, 4)$  มีความชัน

$$m = \frac{5 - (-4)}{-1 - 2} = \frac{9}{-3} = -3$$

จากโจทย์ทำให้เราทราบว่า สมการเส้นตรงที่ต้องการหา ขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(-1, 5)$  และ  $(2, 4)$  ต้องมีความชันเท่ากับ  $-3$  เช่นกัน

จึงกำหนดให้  $m$  เป็นความชันของเส้นตรงที่ต้องการหา

$$\text{จากสมการเส้นตรง } y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\text{จะได้ } y - (-3) = -3(x - 4)$$

$$y + 3 = -3x + 12$$

$$\text{หรือ } 3x + y - 9 = 0$$

10. ครูให้นักเรียนสรุปสูตรสมการเส้นตรงที่ขนานกับแกน X สมการเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y และสมการเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน X และไม่ขนานกับแกน Y โดยสุ่มถามจากนักเรียนในชั้นเรียน โดยมีครูและนักเรียนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

11. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 9 เรื่อง ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง เป็น และนักเรียนสามารถทบทวนความรู้ที่ได้จากการเรียนในคาบนี้ได้อีกครั้ง จาก ไฟล์โปรแกรม Power Point สรุป เรื่อง สมการเส้นตรง (ตอนที่ 1) โดยครูแนบไฟล์ลงไปผ่านระบบเครือข่ายออนไลน์สำหรับการเรียนการสอน เว็บไซต์ WWW.Edmodo.com เพื่อให้นักเรียนสามารถดาวน์โหลดไฟล์ดังกล่าวเพื่อเก็บไว้ศึกษาด้วยตนเอง

#### สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนและแบบฝึกเสริมทักษะเรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์
2. แบบฝึกเสริมทักษะที่ 9 เรื่อง ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง
3. โปรแกรม Power Point สรุปเรื่อง สมการเส้นตรง (ตอนที่ 1)

#### การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

##### สิ่งที่วัด

สามารถบอกรูปของสมการเส้นตรงบอกรูปของสมการเส้นตรง และหาความชันและจุดตัดจากสมการเชิงเส้นที่กำหนดให้ได้

##### วิธีวัด

ตรวจแบบฝึกเสริมทักษะที่ 9 เรื่อง ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

##### เครื่องมือในการวัด

แบบฝึกเสริมทักษะ 9 เรื่อง ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

##### เกณฑ์การวัดและการประเมินผล

นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 9 เรื่อง ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง ได้ถูกต้อง อย่างน้อย 80%



## 9

## แบบฝึกเสริมทักษะที่ 9

## ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

1. จงหาความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงตามสมบัติที่กำหนดให้พร้อมเขียนกราฟแสดงเส้นตรงต่อไปนี้

1.1 กราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน X

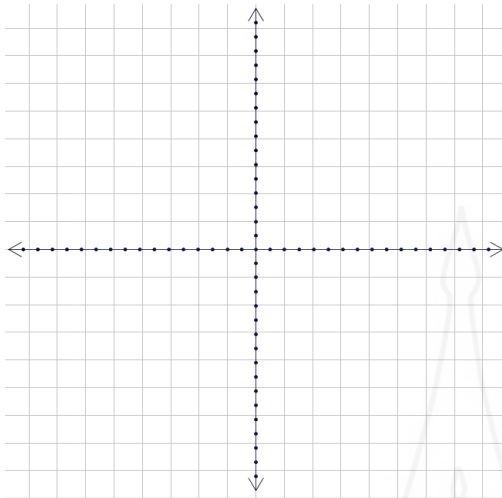
และอยู่เหนือแกน X เป็นระยะ  $\frac{3}{5}$  หน่วย

ความสัมพันธ์ของเส้นตรง คือ

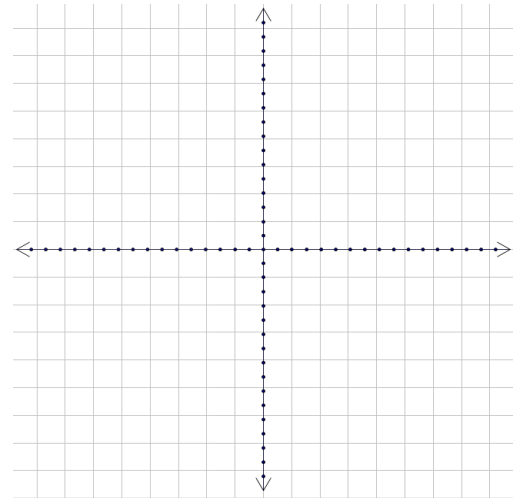
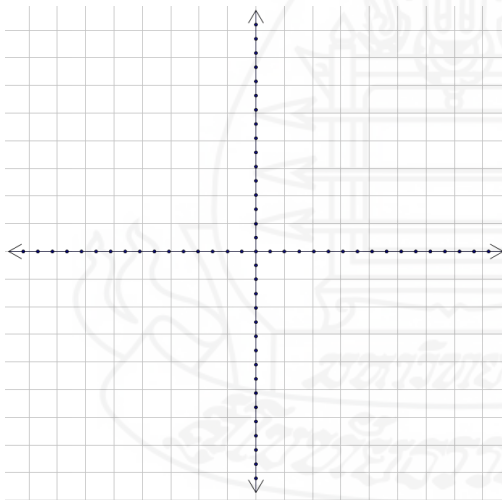
1.2 กราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน X

และอยู่ใต้แกน X เป็นระยะ  $\frac{1}{2}$  หน่วย

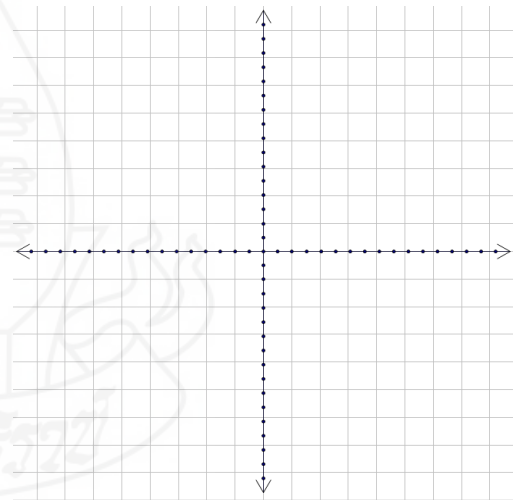
ความสัมพันธ์ของเส้นตรง คือ



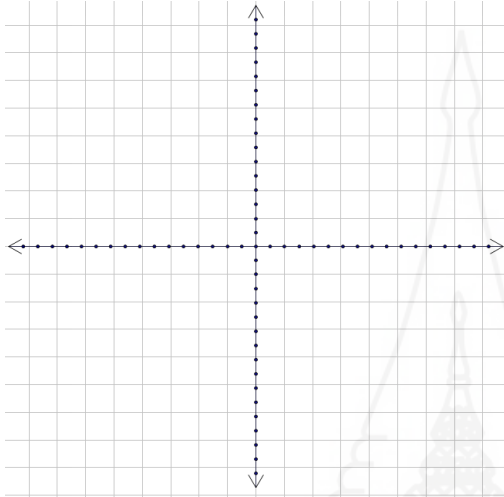
- 1.3** กราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน X และอยู่ห่างจากจุด  $(2, -1)$  เป็นระยะ 2 หน่วย ความสัมพันธ์ของเส้นตรง คือ



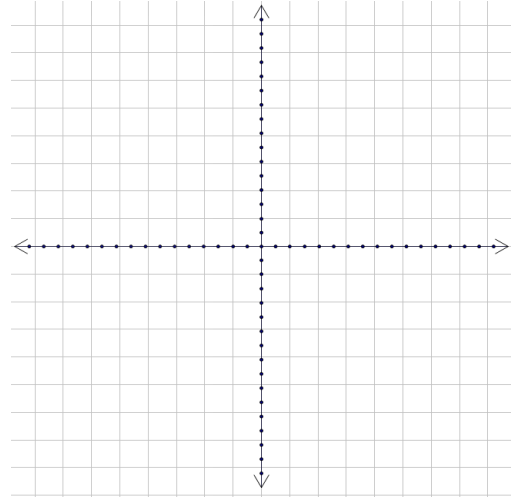
- 1.4** กราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน X และตัดแกน Y ที่จุด  $(0, -4)$  ความสัมพันธ์ของเส้นตรง คือ



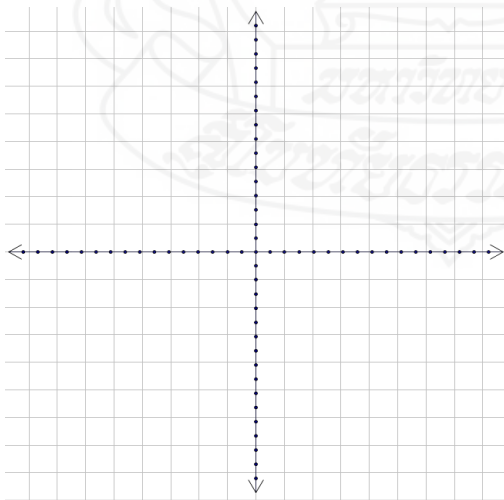
- 1.5 กราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y และอยู่ห่างจากแกน Y เป็นระยะ 3 หน่วย ความสัมพันธ์ของเส้นตรง คือ



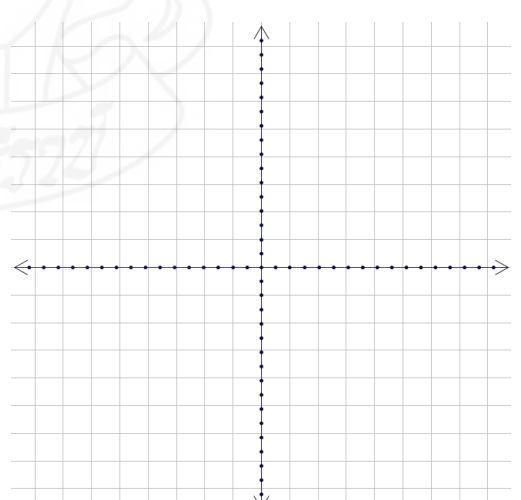
- 1.6 กราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y และอยู่ห่างจากจุด (2, 5) เป็นระยะ 4 หน่วย ความสัมพันธ์ของเส้นตรง คือ



- 1.7 กราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y และอยู่ห่างจากแกน Y ทางขวามือ เป็นระยะ  $\frac{3}{2}$  หน่วย ความสัมพันธ์ของเส้นตรง คือ



- 1.8 กราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y และอยู่ห่างจากแกน Y ทางซ้ายมือ เป็นระยะ 6 หน่วย ความสัมพันธ์ของเส้นตรง คือ



3. จงหาสมการของเส้นตรงต่อไปนี้เมื่อสมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด 2 จุด

จุดที่ผ่านสมการของเส้นตรง 2 จุด	สมการของเส้นตรง $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
1. (3, -3) และ (4, -3)	
2. (-5, -1) และ (-2, -1)	
3. (-7, 1) และ (-7, 2)	
4. (5, -2) และ (5, 2)	
5. (7, 2) และ (-5, -2)	

4. จงหาสมการของเส้นตรงต่อไปนี้เมื่อกำหนดจุดผ่าน และความชันมาให้

จุดที่ผ่านสมการของเส้นตรง	ความชันของเส้นตรง	สมการของเส้นตรง $y - y_1 = m(x - x_1)$
1. (-1, 5)	$m = \frac{1}{2}$	
2. (2, -1)	$m = -3$	
3. (-3, -4)	$m = -\frac{3}{4}$	
4. (2, 6)	$m = \frac{3}{2}$	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10	เรื่อง ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง (ต่อ)	
กลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม2	รหัสวิชา ค31202	จำนวน 1.5 หน่วยกิต
จำนวนเวลา 50 นาที	ภาคเรียนที่ 2/2556	ผู้สอน นายธีรพงษ์ ดอกดี

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง      หาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด จุดกึ่งกลาง ระยะห่างระหว่างจุดกับเส้นตรง และ ระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถหาสมการทั่วไปของสมการเส้นตรงได้
2. นักเรียนสามารถหาหาสมการตัดระยะของสมการเส้นตรงได้

สาระการเรียนรู้

### ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง (ต่อ)

จากความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน X และไม่ขนานกับแกน Y

- ให้  $L$  เป็นเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน X และไม่ขนานกับแกน Y มีความชันเท่ากับ  $m$  และผ่านจุด  $(x_1, y_1)$

$$\text{ถ้า } (x, y) \text{ เป็นจุดใดๆ บนเส้นตรง } L \text{ จะได้ } m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

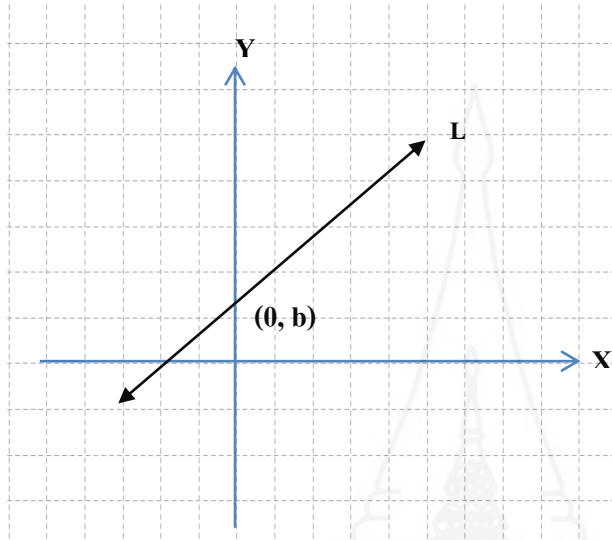
กรณีที่ 1 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่มีความชัน  $m$  และผ่านจุด  $(x_1, y_1)$  คือ

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

กรณีที่ 2 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงผ่านจุด  $A(x_1, y_1)$  และผ่านจุด  $B(x_2, y_2)$  คือ

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

กรณีที่ 3 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่มีความชัน  $m$  และมีระยะตัดแกน  $Y$  เท่ากับ  $c$   
กำหนดให้  $L$  มีความชันเท่ากับ  $m$  และมีระยะตัดแกน  $Y$  เท่ากับ  $b$  ดังนั้น  $L$  ตัดแกน  $Y$   
ที่จุด  $(0, b)$  ดังรูป



จากกรณีที่ 1

จะได้สมการเส้นตรงของ  $L$  ดังนี้

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - b = m(x - 0)$$

หรือ  $y = mx + b$

ดังนั้น ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็น  
เส้นตรงของ  $L$  คือ

$$\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = mx + b\}$$

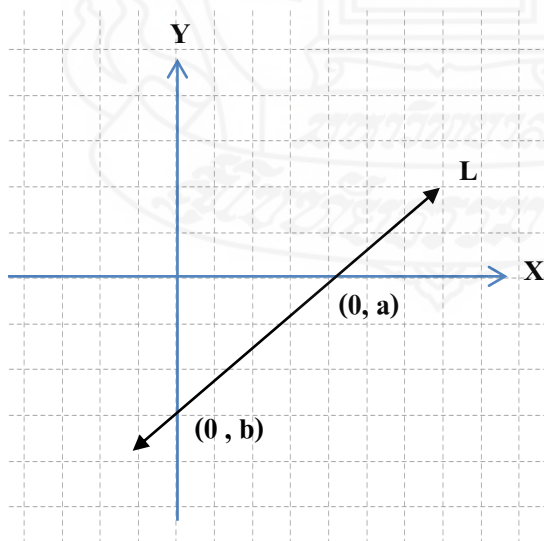
หรือ มีสมการเส้นตรงเป็น

$$y = mx + b$$

ความชัน

ระยะตัดแกน  $Y$

กรณีที่ 4 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงมีระยะตัดแกน  $X$  เท่ากับ  $a$  มีระยะตัดแกน  $Y$  เท่ากับ  $b$   
เมื่อ  $a$  และ  $b$  ไม่เท่ากับ  $0$  ดังรูป



ดังนั้น ระยะตัดแกน  $X$  เท่ากับ  $a$

หมายถึง กราฟตัดแกน  $X$  ที่จุด  $(a, 0)$

ระยะตัดแกน  $Y$  เท่ากับ  $b$

หมายถึง กราฟตัดแกน  $Y$  ที่จุด  $(0, b)$

ความชันของ  $L$  จึงเท่ากับ  $\frac{b-0}{0-a} = -\frac{b}{a}$

แสดงว่า  $L$  เป็นเส้นตรงที่มีความชัน  $-\frac{b}{a}$

และผ่านจุด  $(a, 0)$  ซึ่งจะได้สมการเส้นตรง คือ

จากกรณีที่ 1 จะได้ว่า

$$y - 0 = -\frac{b}{a}(x - a)$$

$$ay = -bx + ab$$

$$bx + ay = ab \quad \dots(1)$$

เนื่องจาก  $ab \neq 0$  ดังนั้น คูณสมการ (1) ด้วย  $\frac{1}{ab}$  จะได้สมการเส้นตรงของ L ดังนี้

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

### กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนเรื่อง ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน X และไม่ขนานกับแกน Y โดยใช้โปรแกรม Power Point นำเสนอ เรื่อง ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่มีความชัน  $m$  และผ่านจุด  $(x_1, y_1)$  และ ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงผ่านจุด  $A(x_1, y_1)$  และผ่านจุด  $B(x_2, y_2)$  ครูยกตัวอย่างที่ 1 ประกอบ และ ให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบ

**ตัวอย่างที่ 1** กำหนดให้เส้นตรง AB ผ่านจุด  $A(8, -6)$  และ  $B(-10, 3)$  จงหาสมการเส้นตรง AB

**วิธีทำ** ความชันของเส้นตรง AB ;

$$m_{AB} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{-6 - 3}{8 - (-10)} = \frac{-9}{18} = -\frac{1}{2}$$

กำหนดให้ จุด  $P(x, y)$  อยู่บนเส้นตรง AB ซึ่งจะได้ว่า  $m_{AB} = m_{PA} = m_{PB}$  และทำให้สมการเส้นตรง AB กับ สมการเส้นตรง PA จึงเป็นสมการเดียวกัน

สมการเส้นตรง PA ;

$$m_{PA} = \frac{y - y_1}{x - x_1} = -\frac{1}{2}$$

$$m_{AB} = m_{PA} ; \quad -\frac{1}{2} = \frac{y - (-6)}{x - 8}$$

$$-\frac{1}{2} = \frac{y + 6}{x - 8}$$

$$-\frac{1}{2}(x-8) = y+6$$

$$-\frac{1}{2}x - y - 2 = 0$$

นำ -2 คูณตลอดสมการ;  $x + 2y + 4 = 0$

ดังนั้น สมการเส้นตรง AB คือ  $x + 2y + 4 = 0$

2. ครูใช้การถามตอบเพื่อนำไปสู่การหาสมการเส้นตรง กรณีที่ 3 “ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่มีความชัน  $m$  และมีระยะตัดแกน  $Y$  เท่ากับ  $c$ ” โดยครูอธิบายที่มาของการหาสมการเส้นตรงในกรณีนี้ จากนั้น ครูยกตัวอย่างที่ 2 บนกระดานโดยใช้วิธีถาม – ตอบ เพื่อให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดในการสร้างสมการเส้นตรง

**ตัวอย่างที่ 2** สมการเส้นตรง  $2x - 3y - 1 = 0$  และตัดแกน  $Y$  จงหาความชันของเส้นตรงและจุดตัดบนแกน  $Y$

**วิธีทำ** จากสมการเส้นตรงสามารถจัดรูปได้ดังนี้

$$2x - 3y - 1 = 0$$

$$-3y = -2x + 1$$

$$y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$$

ดังนั้น ความชันมีค่าเท่ากับ  $\frac{2}{3}$  และ ตัดแกน  $Y$  ที่จุด  $(0, -\frac{1}{3})$

3. ครูใช้การถามตอบเพื่อนำไปสู่การหาสมการเส้นตรง กรณีที่ 4 “ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงมีระยะตัดแกน  $X$  เท่ากับ  $a$  มีระยะตัดแกน  $Y$  เท่ากับ  $b$  เมื่อ  $a$  และ  $b$  ไม่เท่ากับ 0” โดยครูอธิบายที่มาของการหาสมการเส้นตรงในกรณีนี้ จากนั้น ครูยกตัวอย่างที่ 3 และ ตัวอย่างที่ 4 บนกระดานโดยใช้วิธีถาม – ตอบ เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดในการสร้างสมการเส้นตรง

**ตัวอย่างที่ 3** สมการเส้นตรง  $3y - 4x - 12 = 0$  จงหาระยะตัดแกน  $X$  และ ระยะตัดแกน  $Y$

**วิธีทำ** หาระยะตัดแกน  $X$  ให้  $Y = 0$  ;  $3(0) - 4x - 12 = 0$

$$-4x - 12 = 0$$

$$-4x = 12$$

$$x = -3$$

หาระยะตัดแกน  $Y$  ให้  $X = 0$  ;  $3y - 4(0) - 12 = 0$

$$3y - 12 = 0$$



$$3y = 12$$

$$y = 4$$

**ตัวอย่างที่ 4** จงหาสมการเส้นตรงที่มีระยะตัดแกน X และระยะตัดแกน Y เท่ากับ 4 และ -3 ตามลำดับ  
**วิธีทำ** สมการเส้นตรง คือ

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{-3} = 1$$

$$\text{หรือ} \quad -3x + 4y = -12$$

4. ครูอธิบายสมการเส้นตรงทุกเส้นในระบบแกนมุมฉากจะมีสมการอยู่ในรูป  $Ax + By + C = 0$  พร้อมยกตัวอย่างประกอบ เมื่อพิจารณาสมการทั่วไป  $Ax + By + C = 0$  จะเห็นได้ว่ามีกรณีที่เป็นไป 3 กรณี ครูใช้วิธีถาม – ตอบ ประกอบการอธิบายกรณีทั้งสาม เพื่อให้ นักเรียนสามารถสร้างสมการเส้นตรงในรูปทั่วไปได้

5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสูตรสมการของเส้นตรงที่ได้จากสมการ  $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$  และ

สมการทั่วไปของเส้นตรง พร้อมทั้งสูตรความชันและจุดตัดที่ได้จากสมการทั่วไปของเส้นตรง จากนั้นให้นักเรียนทำใบงานที่ 7 เรื่อง ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง ในช่วงท้ายคาบ เพื่อเป็นการสรุปความรู้ที่ได้เรียนมาในคาบนี้ โดยครูเดินดู และให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนมีปัญหาหรือเกิดข้อสงสัย

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 10 เรื่อง เรื่อง ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงเป็นการบ้าน และนักเรียนสามารถทบทวนความรู้ที่ได้จากการเรียนในคาบนี้ได้อีกครั้ง จาก ไฟล์โปรแกรม Power Point สรุป เรื่อง สมการเส้นตรง (ตอนที่ 2) โดยครูแนบไฟล์ลง ไปผ่านระบบเครือข่ายออนไลน์สำหรับการเรียนการสอน เว็บไซต์ เพื่อให้ นักเรียนสามารถดาวน์โหลดไฟล์ดังกล่าวเพื่อเก็บไว้ศึกษาด้วยตนเอง

**สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้**

1. หนังสือเรียนและแบบฝึกเสริมทักษะเรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์
2. ใบงานที่ 7 เรื่อง ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง
3. แบบฝึกเสริมทักษะที่ 10 เรื่อง ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง
4. โปรแกรม Power Point สรุปเรื่อง สมการเส้นตรง (ตอนที่ 2)

## การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

### สิ่งที่วัด

1. สามารถบอกทฤษฎีบทของเส้นขนานและสามารถบอกได้ว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือไม่
2. สามารถนำความรู้เรื่องความชันและเส้นขนานไปใช้ได้

### วิธีวัด

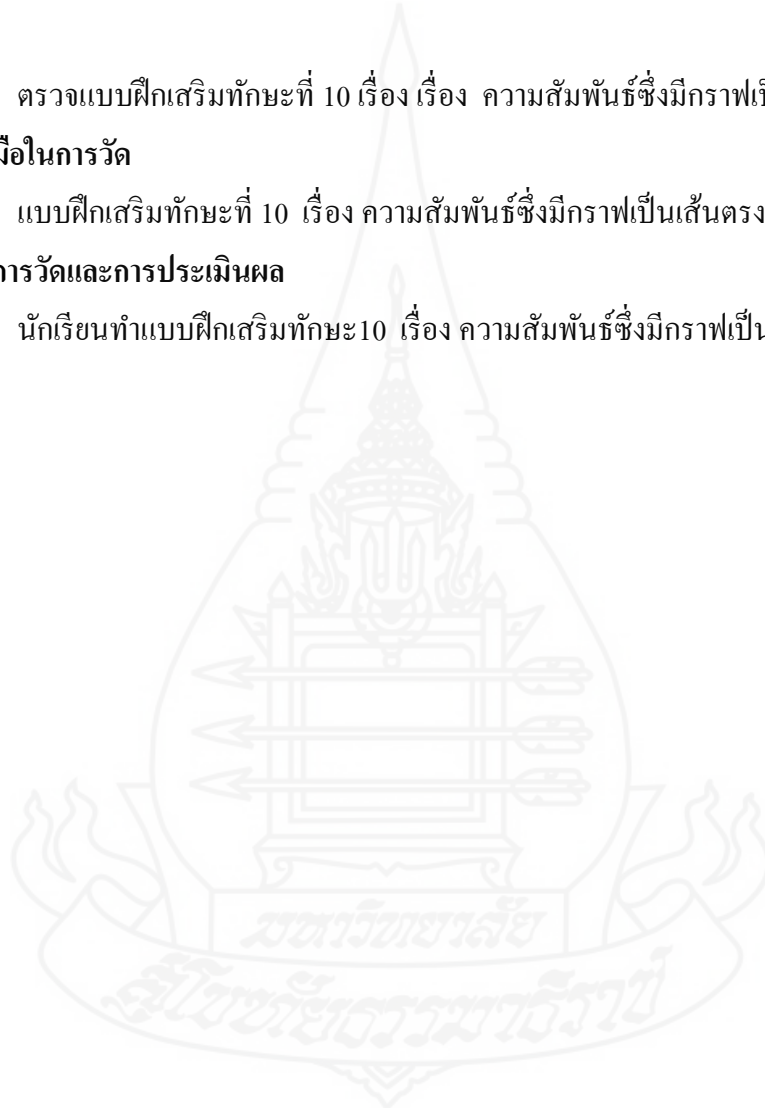
ตรวจแบบฝึกเสริมทักษะที่ 10 เรื่อง เรื่อง ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

### เครื่องมือในการวัด

แบบฝึกเสริมทักษะที่ 10 เรื่อง ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

### เกณฑ์การวัดและการประเมินผล

นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะ10 เรื่อง ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงได้ถูกต้อง





## แบบฝึกเสริมทักษะที่ 10

### ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง ( ต่อ )

1. จงบอกความชันและจุดที่เส้นตรงต่อไปนี้ตัดแกน X และ แกน Y

1	$y = 8x - 3$	2	$y = -3x - 2$	3	$y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$
ความชัน เท่ากับ .....	ความชัน เท่ากับ .....	ความชัน เท่ากับ .....	ความชัน เท่ากับ .....	ความชัน เท่ากับ .....	ความชัน เท่ากับ .....
ตัดแกน X ที่จุด .....	ตัดแกน X ที่จุด .....	ตัดแกน X ที่จุด .....	ตัดแกน X ที่จุด .....	ตัดแกน X ที่จุด .....	ตัดแกน X ที่จุด .....
ตัดแกน Y ที่จุด .....	ตัดแกน Y ที่จุด .....	ตัดแกน Y ที่จุด .....	ตัดแกน Y ที่จุด .....	ตัดแกน Y ที่จุด .....	ตัดแกน Y ที่จุด .....
4	$x = 5y + 2$	5	$x = -y + 3$	6	$x = -\frac{3}{2}y + \frac{1}{2}$
ความชัน เท่ากับ .....	ความชัน เท่ากับ .....	ความชัน เท่ากับ .....	ความชัน เท่ากับ .....	ความชัน เท่ากับ .....	ความชัน เท่ากับ .....
ตัดแกน X ที่จุด .....	ตัดแกน X ที่จุด .....	ตัดแกน X ที่จุด .....	ตัดแกน X ที่จุด .....	ตัดแกน X ที่จุด .....	ตัดแกน X ที่จุด .....
ตัดแกน Y ที่จุด .....	ตัดแกน Y ที่จุด .....	ตัดแกน Y ที่จุด .....	ตัดแกน Y ที่จุด .....	ตัดแกน Y ที่จุด .....	ตัดแกน Y ที่จุด .....
7	$2x + 3y = -3$	8	$-7x - 4y = 2$	9	$\frac{5}{6}x - \frac{7}{8}y = -\frac{1}{2}$
ความชัน เท่ากับ .....	ความชัน เท่ากับ .....	ความชัน เท่ากับ .....	ความชัน เท่ากับ .....	ความชัน เท่ากับ .....	ความชัน เท่ากับ .....
ตัดแกน X ที่จุด .....	ตัดแกน X ที่จุด .....	ตัดแกน X ที่จุด .....	ตัดแกน X ที่จุด .....	ตัดแกน X ที่จุด .....	ตัดแกน X ที่จุด .....
ตัดแกน Y ที่จุด .....	ตัดแกน Y ที่จุด .....	ตัดแกน Y ที่จุด .....	ตัดแกน Y ที่จุด .....	ตัดแกน Y ที่จุด .....	ตัดแกน Y ที่จุด .....

2. จงหาความสัมพันธ์ในรูปของสมการเส้นตรงของเส้นตรง L ที่มีเงื่อนไขต่อไปนี้

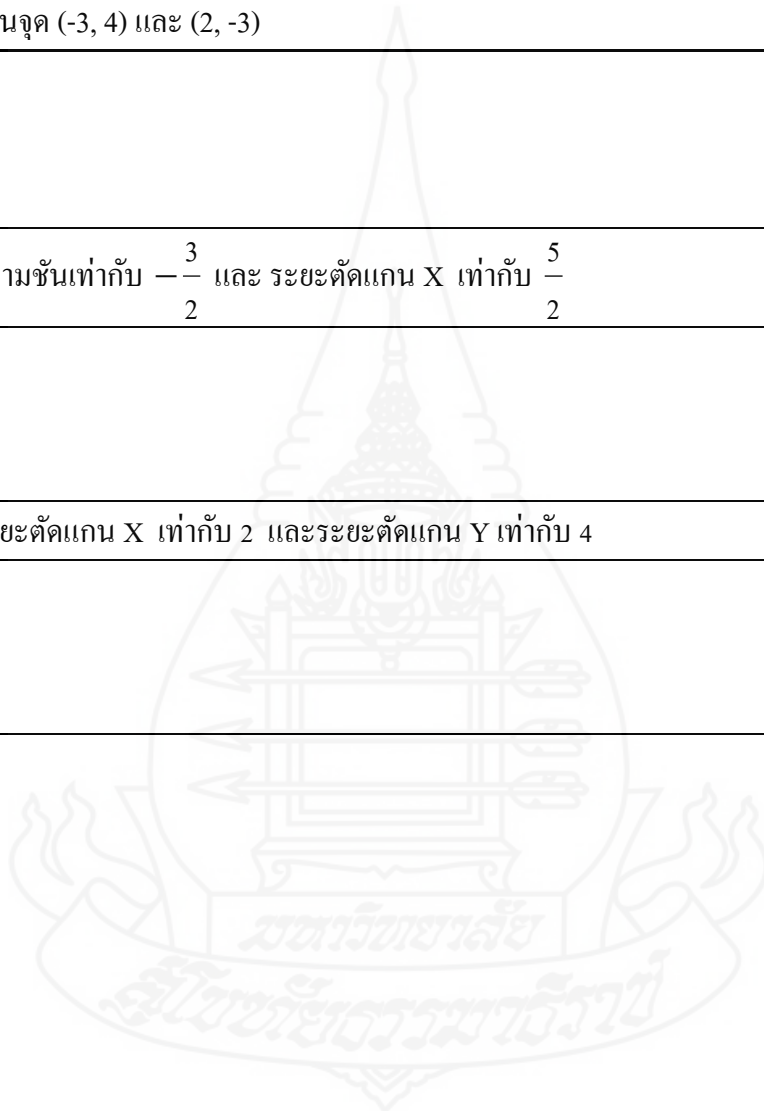
1. ความชันเท่ากับ 2 และผ่านจุด (1, 3)

2. ความชันเท่ากับ  $-\frac{1}{2}$  และ ระยะตัดแกน X เท่ากับ -3

3. ผ่านจุด (-3, 4) และ (2, -3)

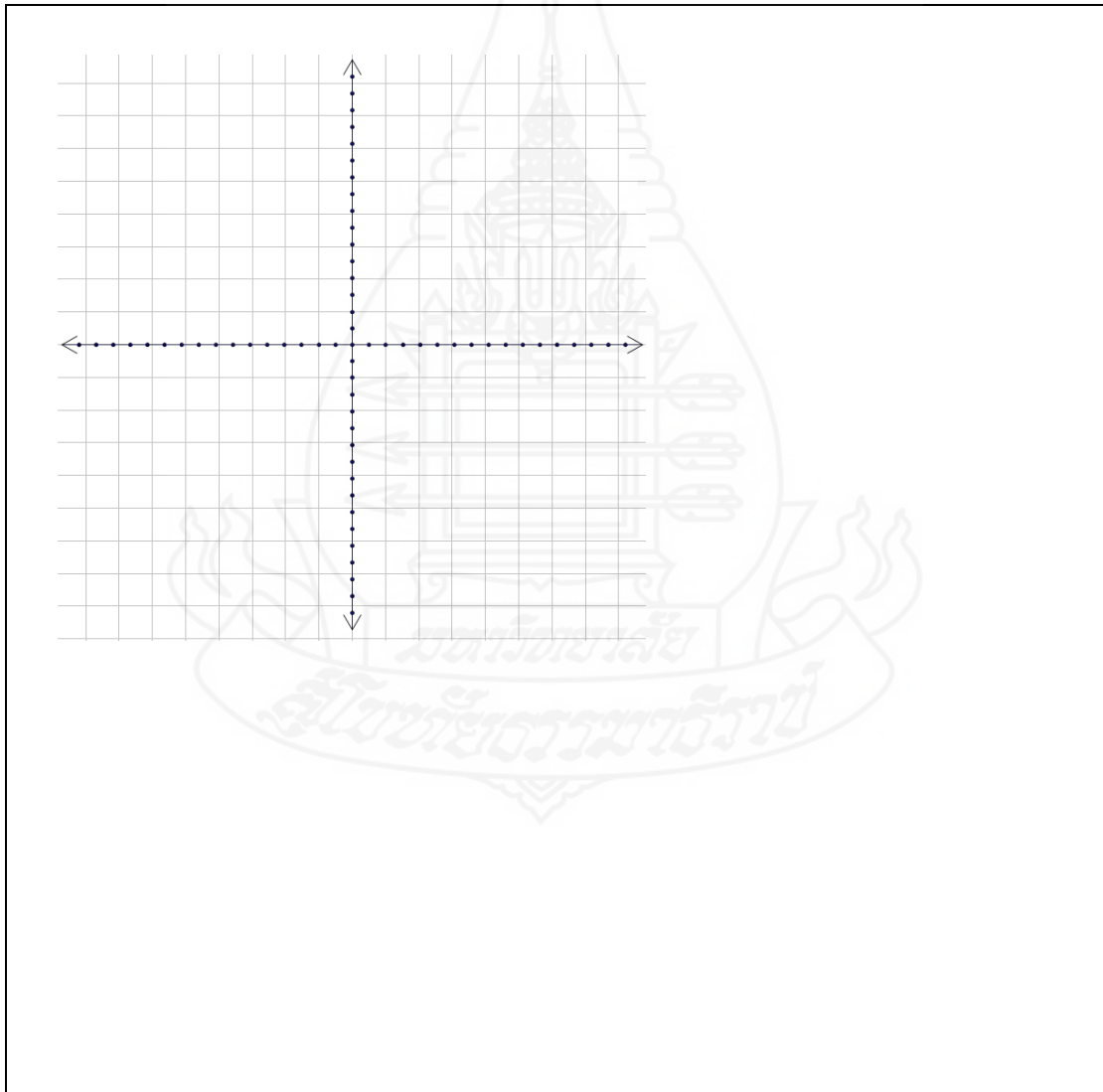
4. ความชันเท่ากับ  $-\frac{3}{2}$  และ ระยะตัดแกน X เท่ากับ  $\frac{5}{2}$

5. ระยะตัดแกน X เท่ากับ 2 และระยะตัดแกน Y เท่ากับ 4



กำหนดเส้นตรง  $L_1$  ที่มีสมการ  $4x - 3y + 1 = 0$  จงหาสมการเส้นตรงของ  $L_2$ ,  $L_3$ ,  $L_4$  และ  $L_5$  จากเงื่อนไขต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนกราฟของเส้นตรงนั้นด้วย

- $L_2$  : ผ่านจุด  $A(1, -1)$  และขนานกับ  $L_1$
- $L_3$  : ผ่านจุด  $B(-2, -3)$  และตั้งฉากกับ  $L_1$
- $L_4$  : ขนานกับ  $L_1$  และมีระยะตัดแกน  $X$  เท่ากับ 5
- $L_5$  : ตั้งฉากกับ  $L_1$  และมีระยะตัดแกน  $Y$  เท่ากับ -4



กลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2

รหัสวิชา ค31202

จำนวน 1.5 หน่วยกิต

จำนวนเวลา 50 นาที

ภาคเรียนที่ 2/2556

ผู้สอน นายธีรพงษ์ ดอกดี

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

หาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด จุดกึ่งกลาง ระยะห่างระหว่างจุดกับเส้นตรง และ ระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน

จุดประสงค์การเรียนรู้

- นักเรียนสามารถหาสมการทั่วไปของสมการเส้นตรงได้
- นักเรียนสามารถหาหาสมการตัดระยะของสมการเส้นตรงได้

สาระการเรียนรู้

### รูปทั่วไปของสมการเส้นตรง

โดยทั่วไป เรากล่าวได้ว่าเส้นตรงทุกเส้นในระบบแกนมุมฉากจะมีสมการอยู่ในรูป  $Ax + By + C = 0$  เมื่อ  $A, B$  และ  $C$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $A$  และ  $B$  ไม่เป็นศูนย์พร้อมกันและสมการ  $Ax + By + C = 0$  ดังกล่าวจะมีกราฟเป็นเส้นตรงซึ่งสามารถแสดงให้เห็นจริงได้ดังนี้

เนื่องจาก เส้นตรงทุกเส้นในระบบแกนมุมฉากจะเป็นกราฟที่ขนานกับแกน  $Y$  หรือเป็นกราฟที่มีความชันอย่างใดอย่างหนึ่ง

ดังนั้น สมการเส้นตรงของกราฟดังกล่าวจะอยู่ในรูป  $x = k$  หรือ  $y = mx + C$

ซึ่งเห็นได้ว่าสมการเส้นตรงของกราฟดังกล่าวจะเป็นกรณีหนึ่งของสมการ  $Ax + By + C = 0$

นั่นคือ เส้นตรงทุกเส้นในระบบแกนมุมฉากจะมีสมการอยู่ในรูป  $Ax + By + C = 0$

เมื่อพิจารณาสมการทั่วไป  $Ax + By + C = 0$  จะเห็นได้ว่ามีกรณีที่เป็นไปได้ดังนี้

**กรณีที่ 1**      เมื่อ  $A = 0$  และ  $B \neq 0$

จากสมการ       $Ax + By + C = 0$

จะได้             $y = -\frac{C}{B}$       ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน  $X$

และตัดแกน  $X$  ที่จุด  $\left(0, -\frac{C}{B}\right)$

**กรณีที่ 2** เมื่อ  $A \neq 0$  และ  $B = 0$

จากสมการ  $Ax + By + C = 0$

จะได้  $x = -\frac{C}{A}$  ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y

และตัดแกน Y ที่จุด  $\left(-\frac{C}{A}, 0\right)$

**กรณีที่ 3** เมื่อ  $A \neq 0$  และ  $B \neq 0$

จากสมการ  $Ax + By + C = 0$  เมื่อจัดสมการให้อยู่ในรูป  $y = mx + C$

จะได้  $y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$

ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่มีความชัน  $-\frac{A}{B}$  และผ่านจุด  $\left(0, -\frac{C}{B}\right)$

เรียกสมการ  $Ax + By + C = 0$  เมื่อ  $A, B, C$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $A \neq 0$  หรือ  $B \neq 0$  ว่า **สมการรูปทั่วไป**

- การหาสมการเส้นตรงที่ขนานหรือตั้งฉากกับเส้นตรงที่กำหนดให้

**ข้อมูล** เส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรง  $Ax + By + C = 0$

มีรูปเป็น  $L : Ax + By + \square = 0$

เส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรง  $Ax + By + C = 0$

มีรูปเป็น  $L : Bx - Ay + \square = 0$

ถ้าเส้นตรง  $Ax + By + C = 0$  ผ่านจุด  $(p, q)$  แล้ว

จะได้  $A(p) + B(q) + C = 0$

### กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนเนื้อหาเกี่ยวกับการจัดรูปของสมการในกรณีต่างๆที่นักเรียนได้เรียนมาแล้ว ซึ่งรูปแบบของสมการเหล่านั้น สามารถจัดรูปใหม่ให้เป็นรูปแบบเดียวกันคือ  $Ax + By + C = 0$  ซึ่งก็คือ

สมการในรูปแบบทั่วไป โดยใช้โปรแกรม Power Point นำเสนอ การหาความชัน และระยะตัดแกน จากสมการในรูปแบบทั่วไป แล้วใช้วิธีการถาม – ตอบ ประกอบการอธิบาย เพื่อนำไปสู่การเรียนการสอนเรื่องสมการเส้นตรงรูปทั่วไปในโจทย์รูปแบบอื่นๆที่ยากขึ้น

2. ครูใช้การถามตอบเพื่อนำไปสู่เนื้อหา เรื่อง การหาจุดตัดของเส้นตรง เมื่อกำหนดสมการเส้นตรงในรูปแบบทั่วไปมาให้ 2 สมการ โดยครูยกตัวอย่างที่ 1 บนกระดานและใช้วิธีการถาม – ตอบ เพื่อให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดในการหาจุดตัดของเส้นตรง 2 เส้น

**ตัวอย่างที่ 1** จงหาความชัน จุดตัดแกน X และจุดตัดแกน Y ของสมการเส้นตรง  $3x - 4y - 5 = 0$

**วิธีทำ** จัดสมการเส้นตรงให้อยู่ในรูป  $y = mx + C$

$$\text{จากสมการ} \quad 3x - 4y - 5 = 0$$

$$y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$$

จะได้ความชันของสมการนี้ คือ  $\frac{3}{4}$  และ ระยะตัดแกน X คือ  $-\frac{5}{4}$

จะได้ว่า จุดตัดแกน Y คือ  $(0, -\frac{5}{4})$

และจากสมการ  $3x - 4y - 5 = 0$  เมื่อแทนค่า  $y = 0$

$$3x - 4(0) - 5 = 0$$

$$x = \frac{5}{3}$$

นั่นคือ ตัดแกน X ที่จุด  $(\frac{5}{3}, 0)$

ดังนั้นสมการเส้นตรง  $3x - 4y - 5 = 0$  ตัดแกน X ที่จุด  $(\frac{5}{3}, 0)$  ตัดแกน Y ที่จุด  $(0, -\frac{5}{4})$

และมีความชันเท่ากับ  $\frac{3}{4}$

3. ครูใช้การถามตอบเพื่อนำไปสู่การหาสมการเส้นตรง ที่ขนาน หรือตั้งฉากกับเส้นตรงที่กำหนดให้ โดยครูอธิบายที่มาของการหาสมการเส้นตรงในกรณีนี้ จากนั้น ครูยกตัวอย่างที่ 2 , 3 บนกระดาน และใช้วิธีการถาม – ตอบ เพื่อให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบและ อภิปรายความรู้ที่ได้

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(1, 3)$  และขนานกับเส้นตรง  $2x + 5y + 4 = 0$



วิธีทำ ให้เส้นตรง  $L_1 : 2x + 5y + 4 = 0$   
 เมื่อ  $L_1 \parallel L_2 \quad \therefore L_2 : 2x + 5y + C = 0$   
 $L_2$  ผ่านจุด  $(1, 3)$ ;  $2(1) + 5(3) + C = 0$   
 $C = -17$   
 $\therefore L_2$  คือ  $2x + 5y - 17 = 0$

ตัวอย่างที่ 3 สมการเส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรง  $x - 4y + 2 = 0$  และมีระยะตัดแกน X เท่ากับ

3

วิธีทำ ให้เส้นตรง  $L_1 : x - 4y + 2 = 0$   
 เมื่อ  $L_1 \parallel L_2$   
 $\therefore L_2 : x - 4y + C = 0$   
 $L_2$  มีระยะตัดแกน X เท่ากับ 3 แสดงว่า  $L_2$  ผ่านจุด  $(3, 0)$   
 $3 - 4(0) + C = 0$   
 $C = -3$   
 $\therefore L_2$  คือ  $x - 4y - 3 = 0$

4. ครูกยกตัวอย่างที่ 4 บนกระดาน จากนั้นสุ่มนักเรียน 2 คน และให้ร่วมกันแสดงวิธีหาคำตอบบนกระดาน เมื่อได้คำตอบแล้ว ครูและนักเรียนที่เหลือ ร่วมกันอภิปรายคำตอบ และช่วยกับสรุปความคิดรวบยอดที่เกิดจากการเรียนรู้ในวันนี้

ตัวอย่างที่ 4 สมการเส้นตรงซึ่งผ่านจุดที่เส้นตรง  $2x - y - 2 = 0$  ตัดแกน X และขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(2, 3)$  และ  $(-4, 1)$

วิธีทำ เส้นตรง  $2x - y - 2 = 0$  ตัดแกน X ที่จุด  $(1, 0)$   
 ขนานกับเส้นที่เชื่อมจุด  $(2, 3)$  และ  $(-4, 1)$   
 ซึ่งมีความชัน คือ  $m = \frac{3-1}{2-(-4)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$   
 ดังนั้น สมการเส้นตรง คือ  $y - 0 = \frac{1}{3}(x - 1)$   
 $3y = x - 1$   
 $x - 3y - 1 = 0$

5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสูตรสมการของเส้นตรงในรูปทั่วไป จากนั้นให้นักเรียนทำใบงานที่ 8 เรื่อง สมการเส้นตรงในรูปทั่วไป ในช่วงท้ายคาบ เพื่อเป็นการสรุปความรู้ที่ได้เรียนมาในคาบนี้ โดยครูเดินดู และให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนมีปัญหาหรือเกิดข้อสงสัย

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 11 เรื่อง สมการเส้นตรงในรูปทั่วไป เป็นการบ้าน และนักเรียนสามารถทบทวนความรู้ที่ได้จากการเรียนในคาบนี้ได้อีกครั้ง จาก ไฟล์โปรแกรม Power Point สรุป เรื่อง สมการเส้นตรง (ตอนที่ 3) โดยครูแนบไฟล์ลงผ่านระบบเครือข่ายออนไลน์ สำหรับการเรียนการสอน เว็บไซต์ WWW.Edmodo.com เพื่อให้นักเรียนสามารถดาวน์โหลดไฟล์ดังกล่าวเพื่อเก็บไว้ศึกษาด้วยตนเอง

### สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนและแบบฝึกเสริมทักษะเรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์
2. ใบงาน 8 เรื่อง สมการเส้นตรงในรูปทั่วไป
3. แบบฝึกเสริมทักษะที่ 11 เรื่อง สมการเส้นตรงในรูปทั่วไป

### การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

#### สิ่งที่วัด

1. สามารถบอกทฤษฎีบทของเส้นขนานและสามารถบอกได้ว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือไม่
2. สามารถนำความรู้เรื่องความชันและเส้นขนานไปใช้ได้

#### วิธีวัด

ตรวจแบบฝึกเสริมทักษะที่ 11 เรื่อง สมการเส้นตรงในรูปทั่วไป

#### เครื่องมือในการวัด

แบบฝึกเสริมทักษะที่ 11 เรื่อง สมการเส้นตรงในรูปทั่วไป

#### เกณฑ์การวัดและการประเมินผล

นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 11 เรื่อง สมการเส้นตรงในรูปทั่วไป ได้ถูกต้องอย่างน้อย 80



## แบบฝึกเสริมทักษะที่ 11

### สมการเส้นตรงในรูปทั่วไป

1. จงหาสมการเส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรง และผ่านจุดที่กำหนดให้ดังต่อไปนี้

1.  $2x - 3y + 6 = 0$  และ  $(2, 1)$

2.  $3x + 2y - 1 = 0$  และ  $(1, 1)$

3.  $x - y + 2 = 0$  และ  $(-1, -2)$

4.  $x - 4 = 0$  และ  $(3, 5)$

5.  $x - 5y + 6 = 0$  และ  $(-4, -1)$

6.  $y + 2 = 0$  และ  $(6, -1)$

2. จงหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด A และตั้งฉากกับสมการเส้นตรงที่กำหนดให้

1.  $3x - 2y + 40 = 0$  และ  $A(1, 4)$

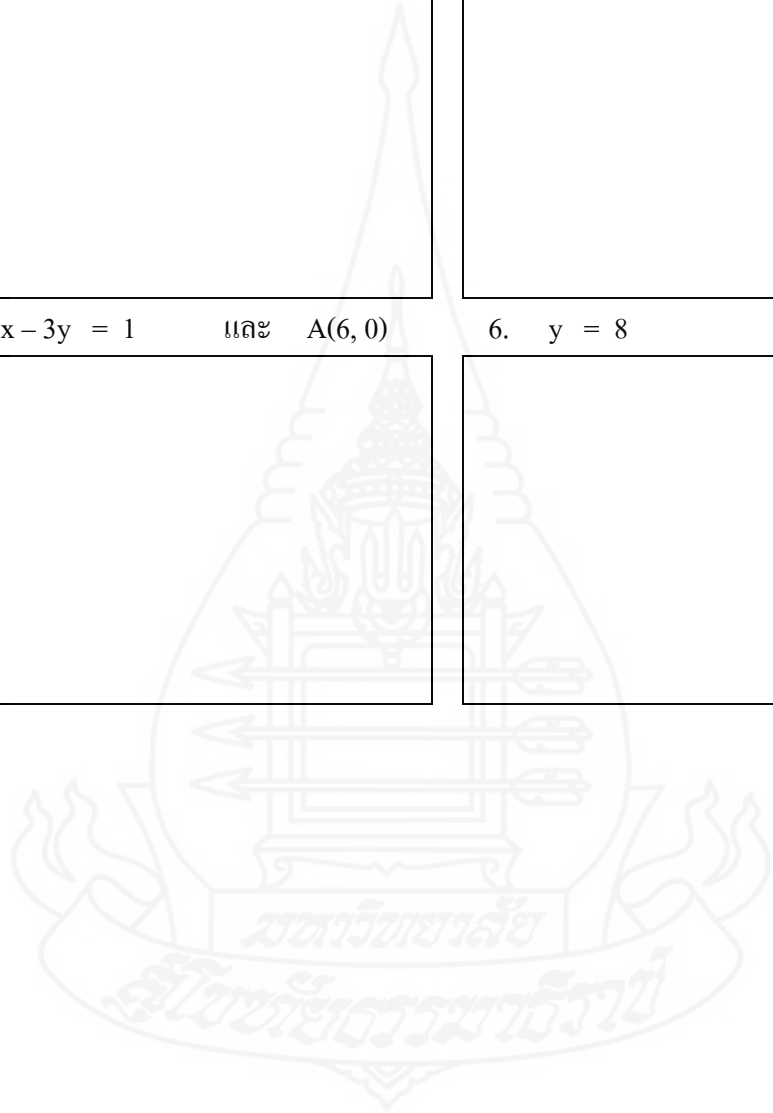
2.  $x + 9y - 4 = 0$  และ  $A(0, 7)$

3.  $x + 8y + 3 = 0$  และ  $A(3, -2)$

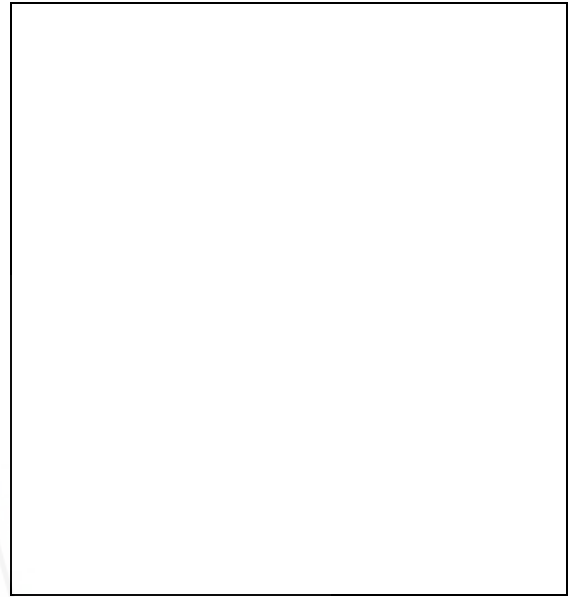
4.  $x - 2y = 1$  และ  $A(-2, 3)$

5.  $3x - 3y = 1$  และ  $A(6, 0)$

6.  $y = 8$  และ  $A(-1, 4)$



3. จงหาสมการของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรง  $5x + 3y - 14 = 0$  และผ่านจุดตัดกันของเส้นตรง  $-2x + y - 1 = 0$  กับเส้นตรง  $-3x + 2y - 3 = 0$



8

ใจงานที่ ๘

สมการเส้นตรงในรูปทั่วไป

1. จงพิจารณาว่าเส้นตรงแต่ละคู่ต่อไปนี้ ขนานกัน ตั้งฉากกัน ตัดกัน หรือเป็นเส้นตรงเดียวกัน

		ความสัมพันธ์	
1.1	$x + y - 5 = 0$	กับ $x + y = 9$	
1.2	$2x + y = 9$	กับ $2x - y = 9$	
1.3	$3x - y = 7$	กับ $2x + 6y - 10 = 0$	
1.4	$5x + 4y - 6 = 0$	กับ $10x + 8y - 6 = 0$	
1.5	$4x - 3y - 2 = 0$	กับ $6x + 8y = 4$	

2. จงเติมจำนวนจริงในช่องว่างต่อไปนี้

2.1	เส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรง $2x - 3y + 2 = 0$ และผ่านจุด $(-2, -1)$ คือเส้นตรง $2x - 3y + \dots\dots\dots = 0$
2.2	เส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรง $-5y + 7x - 1 = 0$ และผ่านจุด $(3, 4)$ คือเส้นตรง $-5y + 7x + \dots\dots\dots = 0$
2.3	เส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรง $x + y + 1 = 0$ และผ่านจุด $(1, -1)$ คือเส้นตรง $x + y + \dots\dots\dots = 0$
2.4	เส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรง $3y - 4x + 5 = 0$ และผ่านจุด $(-5, 3)$ คือเส้นตรง $3y - 4x + \dots\dots\dots = 0$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุดและระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน  
 กลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4  
 รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม2 จำนวน 1.5 หน่วยกิต  
 จำนวนเวลา 50 นาที ภาคเรียนที่ 2/2556 ผู้สอน นายธีรพงษ์ ดอกดี

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

หาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด จุดกึ่งกลาง ระยะห่างระหว่างจุดกับเส้นตรง และ ระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน

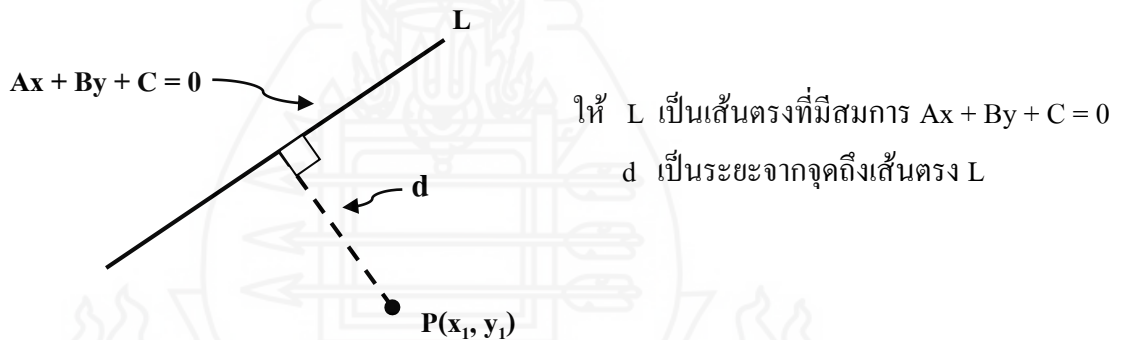
จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถบอกทฤษฎีบทของเส้นขนาน และสามารถบอกได้ว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือไม่
2. นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องความชันและเส้นขนานไปใช้ได้

สาระการเรียนรู้

### ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด หาได้โดยการหาระยะห่างจากจุดมาตั้งฉากกับเส้นตรงนั้น



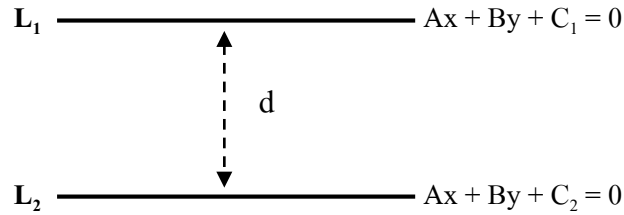
ทฤษฎีบท

ระยะห่างระหว่างเส้นตรง  $Ax + By + C = 0$  กับจุด  $(x_1, y_1)$  คือ

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

### ระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน

เส้นตรงที่สามารถหาระยะห่างได้ เส้นตรงสองเส้นจะต้องขนานกัน



**ทฤษฎีบท** ให้  $d$  เป็นระยะห่างระหว่างเส้นตรง  $Ax + By + C_1 = 0$  กับเส้นตรง  $Ax + By + C_2 = 0$   
 แล้ว  $d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

### กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความรู้ที่เรียนมาแล้ว โดยกำหนดให้  $P_1(x_1, y_1)$  และ  $P_2(x_2, y_2)$  เป็นจุดบนระนาบ และใช้วิธีถาม – ตอบ เพื่อให้ได้มาซึ่งสูตรของหัวข้อต่อไปนี้

จะได้ ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด  $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

จุดกึ่งกลาง  $P(\bar{x}, \bar{y})$   $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}$  และ  $\bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}$

ความชันของเส้นตรง  $P_1P_2$  โดยที่  $x_1 \neq x_2$ ,  $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

เส้นตรงสองเส้นจะขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ความชันของเส้นตรงทั้งสองเท่ากัน

เส้นตรงสองเส้นจะตั้งฉากกัน ก็ต่อเมื่อ ผลคูณความชันของเส้นตรงทั้งสองเท่ากับ  $-1$

สมการเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน X และไม่ขนานกับแกน Y  $y = mx + b$

สมการเส้นตรงผ่านจุด  $P_1$  และ จุด  $P_2$   $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

สมการเส้นตรงที่มี

ระยะตัดแกน X เท่ากับ  $a$   $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

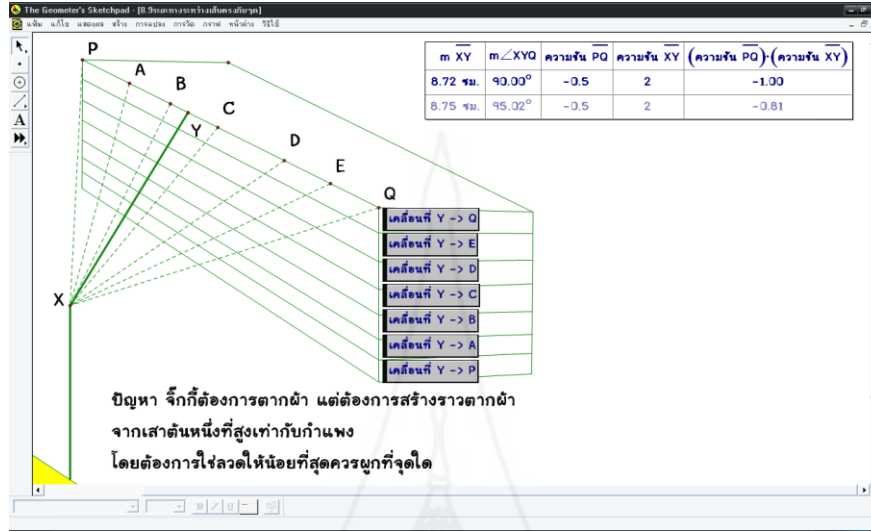
มีระยะตัดแกน Y เท่ากับ  $b$   $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

เมื่อ  $a$  และ  $b$  ไม่เท่ากับ 0 คือ

สมการทั่วไปของเส้นตรง  $Ax + By + C = 0$

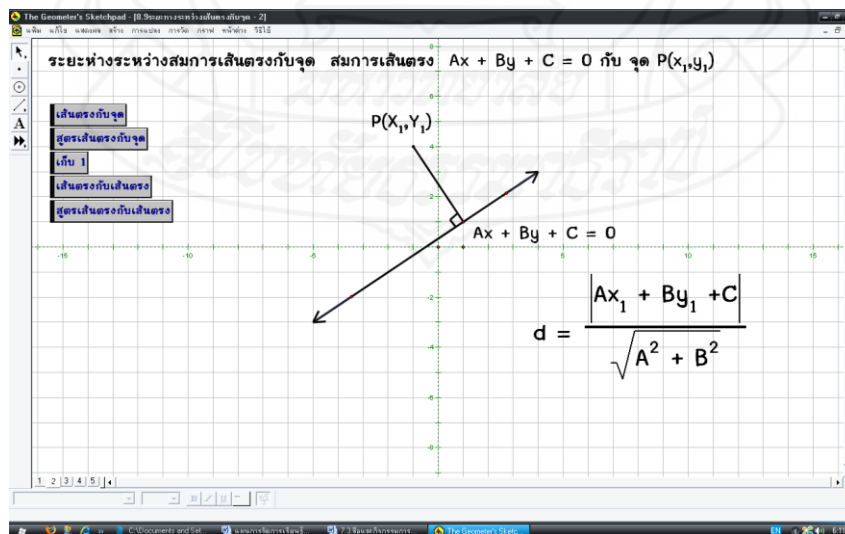


2. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มกลุ่มละ 3-4 คน โดยครูจำลองสถานการณ์บนโปรแกรม GSP (The Geometer's Sketchpad) ขึ้นมา แล้วให้นักเรียนช่วยกันคิดหาทางเลือกที่ดีที่สุดของปัญหา



3. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมาอภิปรายพร้อมเหตุผลในการเลือกจุดนั้นในการสร้างราวตากผ้า หน้าชั้นเรียน จากนั้นครูเฉลยจุดที่ถูกคือจุด B เพราะแนวที่ตั้งฉากกับกำแพงจะมีระยะห่างที่สั้นที่สุด สังเกตจากตาราง

4. ครูสร้างเส้นตรง  $Ax + By + C = 0$  บนระนาบพิกัดฉาก และจุด  $P(x_1, y_1)$  และลากส่วนของเส้นตรง  $PP'$  ตั้งฉากกับเส้นตรง  $Ax + By + C = 0$  ที่จุด  $P'$  ดังรูป พร้อมบอกระยะห่างระหว่างสมการเส้นตรงกับจุด



5. ครูยกตัวอย่างที่ 1 พร้อมแสดงวิธีทำให้นักเรียนดูเป็นตัวอย่าง จากนั้นให้นักเรียนทำตัวอย่างที่ 2 โดยครูสุ่มเรียกนักเรียน 2 คนออกมาช่วยกันทำหน้าชั้นเรียน โดยครู และนักเรียนที่เหลือร่วมกันอภิปรายคำตอบ

**ตัวอย่างที่ 1** จงหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง  $4y - 3x = 3$  กับจุด  $(-2, 1)$

**แนวคิด** จากสมการเส้นตรง สามารถหาคำตอบได้โดย

- 1) จัดสมการให้อยู่ในรูป  $Ax + By + C = 0$  และหาค่าของ  $A, B, C$
- 2) หาค่าของ  $(x_1, y_1)$
- 3) แทนค่าลงในสูตร

**วิธีทำ** จัดรูปสมการเส้นตรงให้อยู่ในรูป  $Ax + By + C = 0$

จะได้สมการ  $-3x + 4y - 3 = 0$

โดยที่  $A = -3, B = 4, C = -3, x_1 = -2$  และ  $y_1 = 1$

สูตรหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด  $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad d &= \frac{|(-3)(-2) + 4(1) - 3|}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2}} \\ &= \frac{|6 + 4 - 3|}{5} \\ &= \frac{7}{5} \end{aligned}$$

จะได้ ระยะห่างระหว่างเส้นตรง  $4y - 3x = 3$  กับจุด  $(-2, 1)$  เท่ากับ  $\frac{7}{5}$  หน่วย

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง  $7x + y + 3 = 0$  กับจุด  $(3, -4)$

**วิธีทำ**  $A = 7, B = 1, C = 3$  และ  $x_1 = 3, y_1 = -4$

สูตรหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด  $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

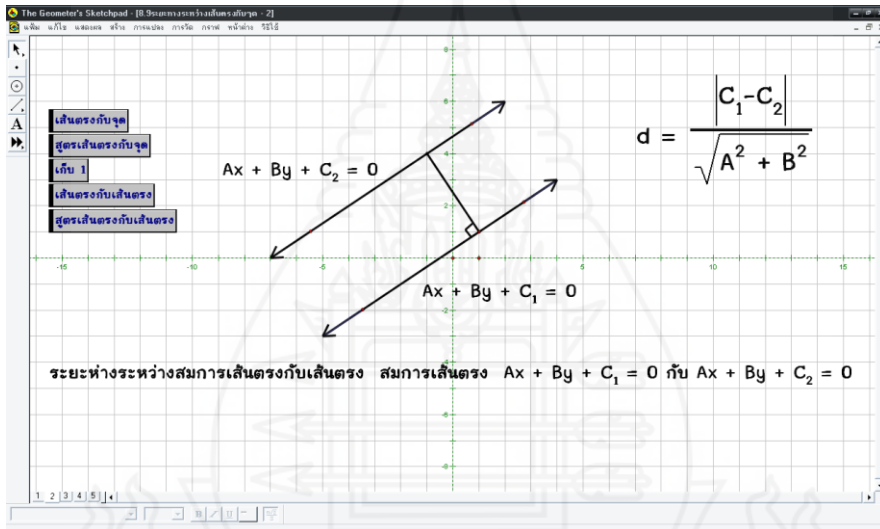
$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad d &= \frac{|(7)(3) + 1(-4) + 3|}{\sqrt{7^2 + 1^2}} \\ &= \frac{|21 - 4 + 3|}{\sqrt{50}} \\ &= \frac{20}{5\sqrt{2}} \end{aligned}$$

จัดรูปให้ตัวส่วนไม่ติดกรณฑ์	
$\frac{4}{\sqrt{2}}$	$= \frac{4 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$
	$= \frac{4\sqrt{2}}{2}$
	$= 2\sqrt{2}$

$$= \frac{4}{\sqrt{2}}$$

จะได้ ระยะห่างระหว่างเส้นตรง  $7x+y+3=0$  กับจุด  $(3,-4)$  เท่ากับ  $\frac{4}{\sqrt{2}}$  หน่วย หรือ  $2\sqrt{2}$  หน่วย

6. ครูอธิบายเรื่องระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน เช่น ดึกชั้น 1 กับชั้น 2 เป็นต้น การก่อสร้างราวสะพาน โดยใช้การหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุดช่วยในการหาระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนานสองเส้น โดยครูสร้างเส้นตรง  $Ax + By + C_1 = 0$  บนระนาบพิกัดฉาก และเส้นตรง  $Ax + By + C_2 = 0$  บนระนาบพิกัดฉาก จากนั้นลากเส้นตรงฉากระหว่างเส้นตรงสองเส้น โดยเส้นตรงสองเส้นนั้นจะต้องเป็นเส้นตรงที่ขนานกันดังรูป พร้อมบอกสูตรระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน



7. ครูยกตัวอย่างที่ 3 พร้อมแสดงวิธีทำให้นักเรียนดูเป็นตัวอย่าง จากนั้นให้นักเรียนทำตัวอย่างที่ 4 โดยครูสุ่มเรียกนักเรียน 2 คนออกมาช่วยกันทำหน้าที่เรียน โดยครู และนักเรียนที่เหลือร่วมกันอภิปรายคำตอบ

**ตัวอย่างที่ 3** จงหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง  $-3x + 4y - 17 = 0$  กับเส้นตรง  $3y = 4x + 3$

**วิธีทำ** จัดรูปสมการเส้นตรงให้อยู่ในรูป  $Ax + By + C_1 = 0$  กับ  $Ax + By + C_2 = 0$

จะได้  $-3x + 4y - 17 = 0$  กับ  $-3x + 4y - 17 = 0$

แสดงว่า  $A = -3$   $B = 4$   $C_1 = -17$   $C_2 = 3$

สูตรการหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง  $d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

แทนค่า  $d = \frac{|-17 - 3|}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2}}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{|-20|}{5} \\
 &= \frac{20}{5} \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

จะได้ ระยะห่างระหว่างเส้นตรงทั้งสองคือ 4 หน่วย

**ตัวอย่างที่ 4** จงหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง  $x + 3y - 2 = 0$  กับเส้นตรง  $6x + 18y = 12$

**วิธีทำ** จัดรูปสมการเส้นตรงให้อยู่ในรูป  $Ax + By + C_1 = 0$  กับ  $Ax + By + C_2 = 0$

จะได้  $x + 3y - 2 = 0$  กับ  $x + 3y - 12 = 0$

แสดงว่า  $A = 1$   $B = 3$   $C_1 = -2$   $C_2 = -12$

สูตรการหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง  $d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

แทนค่า

$$\begin{aligned}
 d &= \frac{|-2 - (-12)|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} \\
 &= \frac{|10|}{\sqrt{10}} \\
 &= \frac{10}{\sqrt{10}}
 \end{aligned}$$

จัดรูปให้ตัวส่วนไม่ติดกรณฑ์

$$\begin{aligned}
 \frac{10}{\sqrt{10}} &= \frac{10 \times \sqrt{10}}{\sqrt{10} \times \sqrt{10}} \\
 &= \frac{10\sqrt{10}}{10} \\
 &= \sqrt{10}
 \end{aligned}$$

จะได้ ระยะห่างระหว่างเส้นตรงทั้งสองคือ  $\frac{10}{\sqrt{10}}$  หน่วย หรือ  $\sqrt{10}$  หน่วย

8. ครูให้นักเรียนสรุปสูตร การหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด และการหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน จากนั้นครูให้นักเรียนทุกคนทำใบงานที่ 9 เรื่อง การหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด และการหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน ในช่วงท้ายคาบ เพื่อเป็นการสรุปความรู้ที่ได้เรียนมาในคาบนี้ โดยครูเดินดู และให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนมีปัญหาหรือเกิดข้อสงสัย

9. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 12 เรื่อง การหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด และการหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน เป็นกรบ้าน

สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ของ สสวท.
2. โปรแกรม GSP
3. ใบงานที่ 9 เรื่อง ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด และ ระยะห่างระหว่างเส้นตรง

คู่ขนาน

4. แบบฝึกเสริมทักษะที่ 12 เรื่อง ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด และ ระยะห่างระหว่างเส้นตรง คู่ขนาน

### การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

#### สิ่งที่วัด

1. สามารถบอกทฤษฎีบทของเส้นขนาน และสามารถบอกได้ว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือไม่
2. สามารถนำความรู้เรื่องความชันและเส้นขนานไปใช้ได้

#### วิธีวัด

ตรวจแบบฝึกเสริมทักษะที่ 12 เรื่อง การหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด และการหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน

#### เครื่องมือในการวัด

แบบฝึกเสริมทักษะที่ 12 เรื่อง การหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด และการหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน

#### เกณฑ์การวัดและการประเมินผล

นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 12 เรื่อง การหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด และการหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน ได้ถูกต้องอย่างน้อย 80%



## แบบฝึกเสริมทักษะที่ 12

ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด และ ระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน

1. จงหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุดที่กำหนดให้ต่อไปนี้

ข้อ	เส้นตรง	พิกัดจุด	ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด
1.	$-3x - 4y + 6 = 0$	จุด (1, 2)	
2.	$4x + 3y - 25 = 0$	จุด (3, -4)	
3.	$6x - 8y - 7 = 0$	จุด (1, -3)	
4.	$12x + 5y + 39 = 0$	จุด (0, 0)	
5.	$y + 1 = 0$	จุด (2, 9)	
6.	$x = 5$	จุด (7, -5)	

2. จงหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงที่ขนานกันในแต่ละข้อ

1.	$3x + 4y + 13 = 0$ กับ $3x + 4y + 13 = 0$	
----	---	--

<p>2.</p> $8x + 6y + 4 = 0$ <p>กับ</p> $8x + 6y + 16 = 0$	
<p>3.</p> $4x + 3y - 6 = 0$ <p>กับ</p> $20x + 15y + 30 = 0$	

3. จงหาสมการเส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรง  $2x + y + 10 = 0$  และอยู่ห่างจากเส้นตรงนี้ 3 หน่วย

4. จงหาสมการเส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรง  $7x + y - 9 = 0$  และอยู่ห่างจากจุด  $(1, -1)$  เป็นระยะ 2 หน่วย



## ใบงานที่ 9

ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด และ ระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน

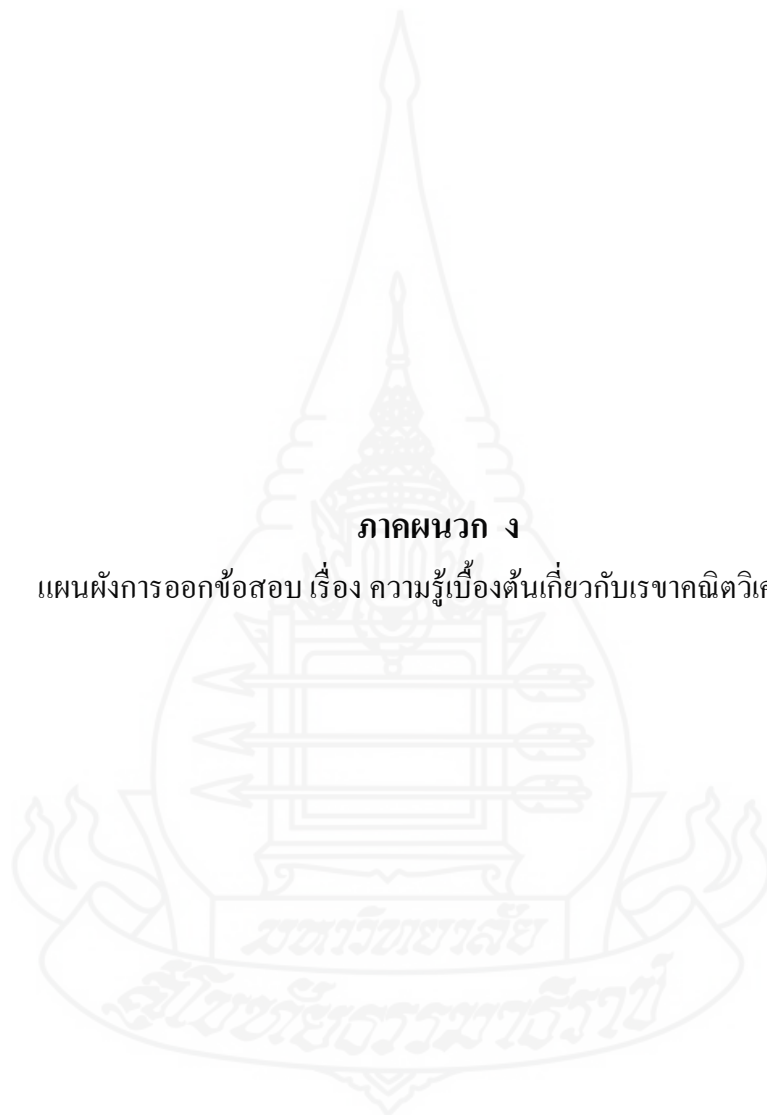
1. กำหนด  $d_1$  คือ ระยะจากจุด  $(-2, -3)$  ถึงเส้นตรง  $8x + 15y - 24 = 0$

$d_2$  คือ ระยะจากจุด  $(-1, 7)$  ถึงเส้นตรง  $6x - 8y + 2 = 0$

แล้ว  $d_1 + d_2$  เท่ากับเท่าใด

2. กำหนดเส้นตรง  $12x + 5y + 4 = 0$  สัมผัสกับวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่  $(1, 2)$  แล้ว จงหารัศมีของวงกลม ความยาวเส้นรอบวงกลม และ พื้นที่วงกลม





**ภาคผนวก ง**

แผนผังการออกข้อสอบ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

แบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสม  
เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คำชี้แจง

1. แบบสอบถามที่สร้างขึ้นเพื่อวัดความรู้สึกรักของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสม เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. แบบสอบถามทั้งหมดมี 10 ข้อ

ให้นักเรียนอ่านข้อความแต่ละข้อให้ละเอียดและพิจารณาอย่างรอบคอบ แล้วเลือกตอบข้อที่ตรงความรู้สึกจริง ๆ ของนักเรียน การตอบแบบสอบถามไม่มีคำตอบใดถูกหรือผิด เพราะแต่ละคนย่อมมีความคิดเห็นแตกต่างกัน เพราะการตอบคำถามแต่ละข้อไม่มีผลต่อคะแนนของนักเรียน

วิธีตอบแบบสอบถาม ให้นักเรียนอ่านข้อความ แล้วพิจารณาว่ามีความรู้สึกตรงกับคำตอบใด ให้ทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับความพึงพอใจในช่องนั้น

- |   |         |                   |
|---|---------|-------------------|
| 5 | หมายถึง | พึงพอใจมากที่สุด  |
| 4 | หมายถึง | พึงพอใจมาก        |
| 3 | หมายถึง | พึงพอใจปานกลาง    |
| 2 | หมายถึง | พึงพอใจน้อย       |
| 1 | หมายถึง | พึงพอใจน้อยที่สุด |

3. ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบในแต่ละข้อให้ใช้ = ทับเครื่องหมาย ✓ แล้วขีดเครื่องหมาย ✓ ในข้อที่ต้องการให้ชัดเจน

แบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสม  
เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

รายการที่ประเมิน	ระดับความพึงพอใจ				
	5	4	3	2	1
1. นักเรียนชอบกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้สื่อประสม					
2. นักเรียนมีความสุข สนุกสนานในการเรียนโดยใช้สื่อประสม ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน					
3. นักเรียนชอบใช้สื่อประสมในการศึกษาหาความรู้ด้วยตนเอง					
4. กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อประสม เป็นกิจกรรมที่ง่ายต่อการปฏิบัติ					
5. กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อประสม เป็นกิจกรรมที่น่าสนใจ ไม่น่าเบื่อ					
6. กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อประสม ช่วยให้นักเรียนได้คิด วิเคราะห์ และสร้างสรรค์ผลงานใหม่					
7. กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อประสมมีประโยชน์ต่อการเรียนรู้ของนักเรียน					
8. สื่อประสมที่ใช้ประกอบการจัดการเรียนการสอนมีความทันสมัย ได้รับความสนใจ และส่งเสริมการเรียนรู้					
9. เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการใช้สื่อประสมในการเรียนการสอน					
10. นักเรียนมีส่วนร่วมในการกำหนดวิธีและเกณฑ์การวัดผลและประเมินผล					

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

## ประวัติผู้ศึกษา

ชื่อ	นายธีรพงษ์ ดอกดี
วัน เดือน ปีเกิด	24 สิงหาคม 2528
สถานที่เกิด	อำเภอปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี
ประวัติการศึกษา	ศึกษาศาสตร์บัณฑิต การสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ปี พ.ศ. 2552
สถานที่ทำงาน	โรงเรียนธรรมศาสตร์คลองหลวงวิทยาคม อำเภอคลองหลวง จังหวัดปทุมธานี
ตำแหน่ง	ครู

