

# การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

## Learning Management Using Mathematical Models of Learners in Mathematics Problem Solving

วาสุกรี แสงป้อม

Wasukree Sangpom

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ประจำคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ

Asst. Prof. Dr., Faculty of Science and Technology, Rajamangala University of Technology Suvarnabhumi

\*Corresponding author. E-mail: wasukree\_j@hotmail.com

Received : October 29, 2020

Revised : June 14, 2021

Accepted : June 14, 2021

### บทคัดย่อ

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในฐานะเป้าหมายการสอนคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถพื้นฐานที่ผู้เรียนจะนำไปแก้ปัญหาและประยุกต์ใช้กับสาขาวิชาอื่น ๆ แต่การจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียนไทย ปัจจุบันยังไม่ส่งเสริมให้ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยตนเอง การวิจัยครั้งนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มเป้าหมาย คือ นักศึกษาชั้นปีที่ 2 สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์ จำนวน 16 คน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ ศูนย์สุพรรณบุรี ที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชาแคลคูลัส 2 หน่วยการเรียนรู้เรื่อง ระบบพิกัดเชิงขั้ว เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แผนการจัดการเรียนรู้ หน่วยการเรียนรู้เรื่อง ระบบพิกัดเชิงขั้ว แบบบันทึกภาคสนาม แบบสัมภาษณ์ และแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ วิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์เนื้อหา ผลการวิจัย พบว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรเน้นให้ผู้เรียนใช้วิธีการเรียนรู้ที่ผ่านมาซึ่งมี 4 ขั้น คือ ขั้นที่ 1 ผู้เรียนนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการอภิปรายร่วมกันเพื่อวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นที่ 2 แก้ปัญหาโดยอาศัยกระบวนการกลุ่ม ผู้สอนคอยสนับสนุนการแก้ปัญหาของผู้เรียนแต่ละคน ขั้นที่ 3 การอภิปรายให้เหตุผลและเปรียบเทียบแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ และขั้นที่ 4 การสรุปเพื่อเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนคณิตศาสตร์

คำสำคัญ: แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แคลคูลัส 2 ระบบพิกัดเชิงขั้ว



## Abstract

Mathematical model as a mathematical teaching goal is the basic ability for learners to solve problems and apply to other disciplines. Currently, learning management in Thailand does not encourage students to solve the problems by themselves. This research aimed to study learning management practices using mathematical models of learners to solve mathematical problems. The target group was 16 second-year students majoring in Electrical Engineering in the first semester of the academic year 2020 at the Faculty of Engineering and Architecture Rajamangala, University of Technology Suvarnabhumi, Suphanburi Center, who enrolled in the calculus 2: polar coordinate system. The research instrument was the learning management plan; polar coordinates system, field note, interview, and reflective learning management. Data was analyzed by content analysis. The results showed that learning management using mathematical models of learners to solve mathematical problems should emphasize that students use the previous learning method with four steps: step 1: learners present mathematical problems by discussing together to plan solutions, step 2: solves problems based on a group process with teachers supporting each student's problem solving, step 3: rational discussion and comparison of ideas in the math classroom, and step 4: summarizing to connect the mathematical concepts in the math classroom.

**Keywords:** Mathematical modeling, Mathematics problem solving, Calculus II, Polar coordinate system

## ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การสร้างทักษะการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เป็นที่ยอมรับอย่างกว้างขวางเนื่องด้วยเป็นแนวคิดที่เน้นผลลัพธ์ที่เกิดกับผู้เรียน (Student Outcomes) ทั้งในด้านความรู้สาระวิชาหลัก (Core Subjects) การเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ต้องก้าวข้าม “สาระวิชา” ไปสู่การเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยผู้สอนจะออกแบบการเรียนรู้ฝึกฝนให้ตนเองเป็นโค้ช และอำนวยความสะดวก ขณะที่การจัดการเรียนรู้ของประเทศไทยยังคงเน้นการจดจำเนื้อหา มากกว่าการเรียนรู้เพื่อให้มีความเข้าใจอย่างแท้จริง ผู้สอนส่วนใหญ่ยังคงจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการบรรยาย การสาธิต เพราะเป็นวิธีการที่สะดวกสามารถถ่ายทอดความรู้ให้กับผู้เรียนได้อย่างรวดเร็ว ช่วยให้ผู้สอนสอนเนื้อหาได้ครบตามหลักสูตรภายในระยะเวลาที่กำหนด (คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2543; Inprasitha, 1997) จึงทำให้ผู้เรียนขาดการฝึกทักษะที่สำคัญอย่างต่อเนื่อง สอดคล้องกับที่ผู้วิจัยได้ทำวิจัยในชั้นเรียนบริบทของชั้นเรียนคณิตศาสตร์รายวิชาแคลคูลัส เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ รูปแบบการเรียนการสอน กระบวนการคิด ร่วมกับการสังเกตและสัมภาษณ์ผู้เรียนที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชาแคลคูลัส พบว่า การจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนที่เป็นแบบบรรยาย ผู้สอนมีบทบาทในชั้นเรียนมากกว่าผู้เรียน การจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนเน้นกระบวนการหาคำตอบเพียงอย่างเดียว ผู้เรียนไม่สามารถเลือกใช้ความรู้หรือวิธีการที่เหมาะสม ทำให้ผู้เรียนไม่มีพื้นที่ในการแสดงวิธีการคิดที่สร้างสรรค์ เมื่อผู้สอนเปลี่ยนมิติการมองในเรื่องการจัดการเรียนรู้โดยเปลี่ยนไปยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ ทำให้ผู้เรียนมี



## ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

พื้นที่ในการค้นหาวิธีการเรียนรู้จากกระบวนการแก้ปัญหาด้วยตนเองและการสอนที่ดีจะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อผู้สอนต้องรู้จักวิธีคิดของผู้เรียนในชั้นเรียน ดังนั้น ทิศทางการพัฒนาการสอนควรเริ่มจากการที่ผู้สอนเรียนรู้จากผู้เรียนของตนเองก่อน

จากการศึกษาแนวคิดและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องในด้านคณิตศาสตร์ศึกษา พบว่า มีแนวทางสำคัญในการจัดการเรียนรู้ที่จะช่วยพัฒนาความรู้และทักษะของผู้เรียนได้นั้นคือการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) ในชั้นเรียนปัจจุบันแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีนัยการศึกษาให้มีความสำคัญและให้ความสนใจเพิ่มมากขึ้น (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989, 2000) ในมุมมองการนำเสนอที่แตกต่างกันโดย Blum and Niss (1991) และ Galbraith (2012) ได้เสนอมุมมองเกี่ยวกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็นสองประเภทหลัก ได้แก่ แบบจำลองในฐานะเป็นวิธีการสอนคณิตศาสตร์และแบบจำลองในฐานะเป็นเป้าหมายของการสอนคณิตศาสตร์ ในฐานะผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชั้นเรียนซึ่งจะสามารถช่วยเปลี่ยนมุมมองของผู้เรียนเกี่ยวกับคณิตศาสตร์จากวิชาที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีบทที่มีความเป็นนามธรรม ไปสู่วิชาที่สร้างสรรค์เป็นบทบาทที่สำคัญและมีคุณค่าในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Doerr & Tripp, 1999) ทำให้เกิดความเปลี่ยนแปลง เกิดแนวคิดใหม่ ๆ ที่หลากหลายในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับแบบจำลองที่สร้างขึ้นแทนปัญหาอาจจะเป็นของจริงหรือรูปภาพ (ปริชา เนาว่าเอ็นผล, 2544; พงศกร วังศิลา, วรินทร์ สุภาพ, และจักรกฤษ กลิ่นเอี่ยม, 2563) การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีรูปแบบการจัดการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน คือ 1) ขั้นการทำความเข้าใจกับปัญหา 2) ขั้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 3) ขั้นการปรับแต่ง (Kim, 2005) ในแต่ละขั้นจะช่วยให้ผู้เรียนแก้ปัญหาโดยการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนเรียนรู้และทำความเข้าใจปัญหา ระดมสมองเพื่อหาแนวทางการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย แปลกใหม่ ตลอดจนการเลือกแนวทางการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

แคลคูลัสเป็นพื้นฐานของความคิดแบบพลวัตในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ไม่ใช่เพียงความสวยงามทางคณิตศาสตร์ แต่มีประโยชน์อย่างมากในด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี ไปจนถึงด้านการแพทย์ (Tall, 2009) และสามารถพัฒนาการนำแคลคูลัสไปประยุกต์ใช้แทบทุกส่วนของการใช้ชีวิตในยุคใหม่ที่เป็นพื้นฐานของวิทยาศาสตร์เกือบทุกสาขา โดยเฉพาะสาขาฟิสิกส์ การพัฒนาสมัยใหม่เกือบทั้งหมด เช่น เทคนิคการก่อสร้าง การบิน และเทคโนโลยีอื่น ๆ ก็มีพื้นฐานมาจากแคลคูลัสที่สามารถขยายแนวคิดไปสู่สมการเชิงอนุพันธ์ แคลคูลัสเวกเตอร์ แคลคูลัสของการเปลี่ยนแปลง การวิเคราะห์เชิงซ้อน แคลคูลัสเชิงเวลา แคลคูลัสกณิกนันต์ (infinitesimal calculus) และ ทอพอโลยีเชิงอนุพันธ์ อย่างไรก็ตามในมุมมองของผู้เรียนส่วนใหญ่มองคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่ยาก น่าเบื่อ เพราะมีแต่ตัวเลข สัญลักษณ์แปลก ๆ ยุ่งยากและซับซ้อน (Ernest, 1994; National Research Council [NRC], 1989; Ruangwiset, 2006) ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ผู้สอนมักฝึกให้ผู้เรียนคิดหาคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวด้วยวิธีการเดิม ๆ ที่ฝึกปฏิบัติซ้ำ ๆ การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในชั้นเรียนเพื่อให้บรรลุเป้าหมายนั้นไม่ใช่เรื่องง่ายเนื่องจากวิชาแคลคูลัสเป็นวิชาที่มีเนื้อหาเป็นนามธรรม สำหรับผู้เรียนการขยับจากเนื้อหาหนึ่งไปอีกเนื้อหาหนึ่งเป็นการเปลี่ยนแปลงที่ยิ่งใหญ่อย่างมาก ตำแหน่งที่ทำให้ผู้เรียนเกิดความยุ่งยากคือ รอยต่อของแต่ละเนื้อหาเนื่องจากเป็นสิ่งที่มีความสลับซับซ้อน (Tall, 2007) ปัญหาที่เกิดขึ้นจึงเป็นคำถามที่ว่าจะมีแนวทางที่จะจัดการ



## ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เรียนรู้อย่างไรให้ผู้เรียนได้รับการพัฒนาทั้งความรู้และทักษะตามที่คาดหวังไว้ ดังนั้น การวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อหาแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ถูกต้องจึงเป็นสิ่งสำคัญยิ่ง

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้นำผลการจัดการเรียนรู้รายวิชา แคลคูลัส 2 ในปีการศึกษา 2560-2562 มาวิเคราะห์ทั้งคะแนน วิธีการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนและเนื้อหาสาระ พบว่า มีผู้เรียนประมาณร้อยละ 70 ที่ไม่สามารถทำคะแนนได้เกินครึ่ง โดยผู้วิจัยได้สอบถามผู้เรียนกลุ่มหนึ่งเกี่ยวกับเนื้อหาที่มีความยุ่งยากสำหรับผู้เรียน คือ หน่วยการเรียนรู้เรื่อง ระบบพิกัดเชิงขั้ว พอสรุปประเด็นได้ดังนี้ เมื่อพิจารณาปัญหาเกี่ยวกับระบบพิกัดฉากและพิกัดเชิงขั้ว สมการในระบบพิกัดเชิงขั้วและพื้นที่ในระบบพิกัดเชิงขั้ว ผู้เรียนสามารถบอกได้ถึงปัญหาที่กำหนดให้เกี่ยวข้องกับสมการในระบบพิกัดเชิงขั้ว แต่ไม่รู้จะเริ่มค้นแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างไร ต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องอะไรบ้าง และไม่รู้จะกำหนดตัวแปรและสร้างกราฟได้อย่างไร สอดคล้องกับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือ เมื่อผู้เรียนทำความเข้าใจกับปัญหาที่เกี่ยวข้องกับระบบพิกัดเชิงขั้ว ผู้เรียนต้องสร้างกราฟในที่นี้คือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แทนสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการหาพิกัดฉากและพิกัดเชิงขั้ว สมการในระบบพิกัดเชิงขั้ว และพื้นที่ในระบบพิกัดเชิงขั้ว ได้ จากนั้นผู้เรียนต้องใช้ความรู้ทางแคลคูลัสเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งกระบวนการดังกล่าวผู้วิจัยมองว่าอาจเป็นเรื่องยากสำหรับผู้เรียนบางคนที่เรียนวิชาแคลคูลัส 2 ทำให้ผู้วิจัยสนใจศึกษาเกี่ยวกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในมุมมองของการจัดการเรียนรู้เพื่อนำมาส่งเสริมความสามารถในการเรียนรายวิชาแคลคูลัส 2 หน่วยการเรียนรู้เรื่อง ระบบพิกัดเชิงขั้ว ด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

## วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

## นิยามศัพท์เฉพาะ

แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน หน่วยการเรียนรู้เรื่อง ระบบพิกัดเชิงขั้ว ซึ่งใช้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้แก้ปัญหาต้องอาศัยสิ่งที่ผู้แก้ปัญหาได้เรียนรู้มาก่อนหน้านี้ กระบวนการเรียนรู้ทั้งหมด 3 ชั้น ดังนี้

**ขั้นที่ 1** ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ผู้เรียนทำความเข้าใจกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ชัดเจน และแลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน โดยผู้เรียนต้องระบุจุดประสงค์ของปัญหา สร้างสมมติฐาน เก็บรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาเป็นรายกลุ่ม ผู้สอนกระตุ้นผู้เรียนโดยการใช้คำถามให้ข้อเสนอแนะ และสร้างบรรยากาศในการแสดงความคิดเห็นของผู้เรียนแต่ละคน



**ขั้นที่ 2** ขั้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนแต่ละกลุ่มทดลองสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนน้อยที่สุด รวบรวมข้อมูลเพิ่มเติมถ้าจำเป็น เขียนความสัมพันธ์ของตัวแปร โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้สมการเพื่อหาผลลัพธ์เชิงคณิตศาสตร์จากแบบจำลอง หรือเขียนกราฟ ผู้สอนทำหน้าที่อำนวยความสะดวก แนะนำและชี้แจงรายละเอียดของเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง

**ขั้นที่ 3** ขั้นการปรับแต่ง ผู้เรียนปรับรูปแบบของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ตามเงื่อนไขที่เปลี่ยนแปลงไปหลังจากนำเสนอหน้าชั้นเรียน เพื่อประเมินวิธีการแก้ปัญหากลุ่มเพื่อน นำไปสู่การปรับปรุงแก้ไขแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

**การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** หมายถึง แนวทางการสอนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นการแก้ปัญหามาแนวคิดของ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (Imprasitha, 2010) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ซึ่งผู้วิจัยได้นำมาประยุกต์ใช้เพื่อให้เหมาะสมกับบริบทของการจัดการเรียนการสอนในมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ ศูนย์สุพรรณบุรี ได้แก่

**ขั้นที่ 1** การนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยผู้สอนซ่อนวัตถุประสงค์ไว้ในปัญหาทางคณิตศาสตร์ และให้ผู้เรียนทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองที่มีผู้สอนเป็นผู้อำนวยความสะดวกให้ความช่วยเหลือ

**ขั้นที่ 2** การแก้ปัญหาด้วยตนเอง เป็นขั้นของการเรียนรู้ด้วยตนเองจากการแก้ปัญหา ผู้สอนสนับสนุนในการแก้ปัญหของผู้เรียนแต่ละคน ผู้เรียนต้องพยายามแก้ปัญหาโดยอาศัยแนวคิดของตนเองด้วยวิธีการที่หลากหลาย และผู้สอนรวบรวมวิธีการแก้ปัญหของผู้เรียน

**ขั้นที่ 3** การอภิปรายให้เหตุผลและเปรียบเทียบแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนผู้สอนใช้การอภิปรายเพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์โดยอาศัยแนวคิดของผู้เรียนมาอภิปรายวิธีแก้ปัญหาร่วมกันและเปรียบเทียบวิธีการคิดเพื่อขยายแนวคิดของผู้เรียน

**ขั้นที่ 4** การสรุปเพื่อเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนที่เกิดในชั้นเรียน เพื่อให้ผู้เรียนค้นหาคณิตทั่วไป กฎ สูตรทางคณิตศาสตร์ จากนั้นให้ผู้เรียนบันทึกแนวคิดต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นบนกระดานหรือชั้นเรียนลงในสมุดด้วยภาษาของตนเอง เน้นการแก้ปัญหด้วยตัวเองและแนวคิดที่หลากหลายของผู้เรียนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

## ขอบเขตการวิจัย

1. กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์ ชั้นปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ ศูนย์สุพรรณบุรี
2. เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นรายวิชาแคลคูลัส 2 รหัสวิชา 401-12-07 หน่วยกิต 3(3-0-6) หน่วยการเรียนรู้เรื่อง ระบบพิกัดเชิงขั้ว
3. ระยะเวลาในการดำเนินการวิจัย สัปดาห์ละ 3 คาบ จำนวน 9 คาบ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563

## วิธีดำเนินการวิจัย

### กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมาย คือ นักศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์ ชั้นปีที่ 2 จำนวน 16 คน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ ศูนย์สุพรรณบุรีที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชาแคลคูลัส 2 โดยใช้วิธีการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive sampling)

### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้มีเนื้อหาตามกรอบ มคอ.3 รายวิชาแคลคูลัส 2 หน่วยการเรียนรู้เรื่อง ระบบพิกัดเชิงขั้ว จำนวน 3 แผน ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 บทเรียนเรื่อง ระบบพิกัดเชิงขั้ว ความสัมพันธ์ระหว่างระบบพิกัดฉากและระบบพิกัดเชิงขั้ว แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 บทเรียนเรื่อง กราฟของสมการในระบบพิกัดเชิงขั้ว แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 บทเรียนเรื่อง การหาพื้นที่ในระบบพิกัดเชิงขั้ว โดยแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนใช้การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นแนวทาง ประกอบด้วยสาระสำคัญของเนื้อหาตัวอย่างใบกิจกรรมโดยแต่ละใบกิจกรรมมีคะแนนเต็ม 10 คะแนน

2. แบบบันทึกภาคสนาม ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยใช้การสังเกตแบบมีส่วนร่วม (Participant Observation) เพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลทางด้านพฤติกรรมของผู้เรียนระหว่างดำเนินกิจกรรมที่แสดงออกถึงการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4 ชั้น

3. แบบสัมภาษณ์ เป็นแบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured Interview)

4. แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ สำหรับผู้วิจัยในการสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้หลังจากการจัดการเรียนรู้ในแต่ละแผน เพื่อที่ผู้วิจัยจะได้นำไปใช้ในการปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ ซึ่งมีลักษณะเป็นคำถามปลายเปิดให้เขียนแสดงความคิดเห็น สภาพปัญหา ข้อดี ข้อด้อย ของการจัดการเรียนรู้ แนวทางในการจัดการเรียนรู้ในแต่ละชั้นกรณีสะท้อนในมุมมองที่เป็นข้อดีต้องเสนอแนวทางการแก้ไข บันทึกในส่วนข้อดีที่ควรระวังในการปฏิบัติและการพัฒนาในการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไป

### การเก็บรวบรวมข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูลตามขั้นตอนการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน โดยมีรายละเอียดของการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัย ดังนี้

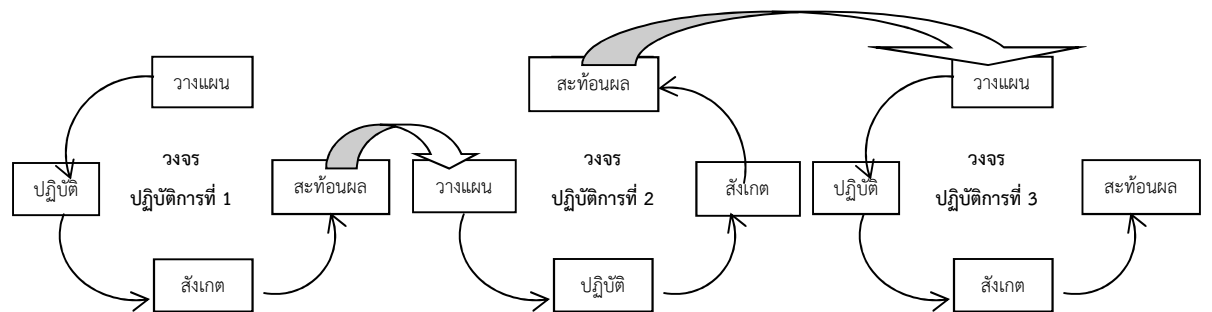
1. ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 เป็นระยะเวลารวม 9 ชั่วโมงทำการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยใช้เครื่องมือวิจัยต่าง ๆ ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ จนครบทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการ จากนั้นผู้เรียนเขียนสิ่งที่ได้เรียนรู้เรื่อง ระบบพิกัดเชิงขั้ว แล้วนำผลที่ได้มาทำการวิเคราะห์ต่อไป

2. การวิเคราะห์ข้อมูลงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา (Content Analysis) เพื่อหารูปแบบและข้อสรุปของการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสม และตรวจสอบความน่าเชื่อถือของข้อมูลด้วยวิธีการตรวจสอบข้อมูลแบบ

สามเส้าด้านข้อมูล (Data Triangulation) จากการเปรียบเทียบข้อมูลจากแบบบันทึกภาคสนามกับการสัมภาษณ์ผู้เรียน เปรียบเทียบสิ่งที่ผู้แก้ปัญหานั้นเสนอหน้าชั้นเรียนกับขณะพูดในช่วงที่ผู้วิจัยได้สัมภาษณ์ซึ่งเป็นคนละช่วงเวลา

### การดำเนินการวิจัย

การวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน โดยอาศัยแนวคิดของ Kijkuakul (2014, อ้างถึงใน พงศกร วังศิลา, วรินทร์ สุภาพ และจักรกฤษ กลิ่นเอี่ยม, 2563) ดำเนินการเป็นวงจรปฏิบัติการ ประกอบด้วย ขั้นตอนวางแผน (Plan: P) ขั้นปฏิบัติ (Action: A) ขั้นสังเกต (Observe: O) และขั้นสะท้อนผล (Reflect: R) ซึ่งขั้นตอนทั้ง 4 นั้นจะเกิดขึ้นในลักษณะที่เป็นวงจรปฏิบัติการต่อเนื่องกัน 3 วงจรปฏิบัติการ โดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ จำนวน 1 แผนต่อ 1 วงจรปฏิบัติการ ดังนี้ เริ่มจากวงจรปฏิบัติการที่ 1 คือแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ผู้วิจัยวางแผน (P) โดยเน้นการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (Inprasitha, 2010) แล้วจัดการเรียนรู้ (A) ตามขั้นตอนของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ในการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยในระหว่างการจัดการเรียนรู้ทั้ง 3 ขั้นตอน คือ 1) ขั้นการทำความเข้าใจกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2) ขั้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 3) ขั้นการปรับแต่ง ระหว่างนั้นผู้วิจัยได้สังเกต (O) วิธีการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พฤติกรรมในการเข้าร่วมการเรียนรู้ของผู้เรียน จากนั้นนำข้อมูลที่ได้อาวิเคราะห์ เพื่อศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนและสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ (R) ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 คือ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 จากนั้นนำผลการสะท้อนที่ได้มาใช้ในการวางแผน (P) เพื่อปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 คือ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 และ วงจรปฏิบัติการที่ 3 คือ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 จนครบทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการ ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 การดำเนินการของวงจรปฏิบัติการในชั้นเรียนคณิตศาสตร์

### ผลการวิจัย

แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หน่วยการเรียนรู้เรื่อง ระบบพิกัดเชิงขั้ว ข้อค้นพบ ทั้ง 3 ขั้นตอนมีรายละเอียด ดังต่อไปนี้

**ขั้นตอนที่ 1 ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา** ชั้นเรียนคณิตศาสตร์นี้แบ่งกลุ่มผู้เรียนออกเป็นกลุ่มละ 3-5 คน โดยลดความสามารถของแต่ละคนเพื่อให้ผู้เรียนนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายจากการระดมสมองภายในกลุ่ม การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน มีรายละเอียด ดังต่อไปนี้



**ขั้นที่ 1** การนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากผลการวิเคราะห์ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่า ผู้เรียนเกิดความยุ่งยากในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต้องอาศัยบทบาทของผู้อสอนในการให้คำแนะนำแก่ผู้เรียน วงจรปฏิบัติการที่ 2 พบว่า ผู้เรียนทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองจากคำสำคัญ ผู้เรียนแต่ละกลุ่ม อาศัยการอภิปรายร่วมกันในการหาเครื่องมือเพื่อวางแผนในการนำไปแก้ปัญหา วงจรปฏิบัติการที่ 3 พบว่า ผู้เรียนสามารถรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้องกันได้ถูกต้องบางส่วน ขาดการตรวจสอบความถูกต้อง ไม่สามารถอ้างอิงแหล่งที่มาได้ ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแบบบันทึกภาคสนาม พบว่า ผู้เรียนใช้คำสำคัญเป็นเครื่องมือในการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ แต่ในขณะที่ผลจากแบบสะท้อนผล พบว่า ผู้เรียนใช้การอภิปรายร่วมกันในการนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์

**ขั้นที่ 2** การแก้ปัญหาด้วยตนเอง จากผลการวิเคราะห์ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่าเป็นขั้นของการเรียนรู้ด้วยตนเองจากการแก้ปัญหา ผู้อสอนสนับสนุนในการแก้ปัญหของผู้เรียนแต่ละคน ที่ไม่คุ้นเคยในการปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง วงจรปฏิบัติการที่ 2 พบว่า การแก้ปัญหาต้องอาศัยบทบาทของผู้อสอนในการกระตุ้นการแก้ปัญหา ใช้วิธีการเสริมแรงทางบวกกับผู้เรียน ผู้เรียนเริ่มใช้สิ่งที่ได้เรียนรู้มาก่อนหน้านี้เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา ดังนั้น ความสัมพันธ์ระหว่างระบบฝึกคิดจากและระบบฝึกคิดเชิงชี้แจง เอกลักษณ์ตรี โคนมิติ การแก้สมการ วงจรปฏิบัติการที่ 3 พบว่าสามารถแสดงวิธีการหาคำตอบได้เพียง 1 วิธี แต่หลากหลายในเชิงวิธีการคิดแก้ปัญหา ไม่สามารถค้นหาวิธีการอื่นนอกเหนือจากความรู้ของตนเองได้ บทบาทของผู้อสอนต้องเก็บรวบรวมวิธีการแก้ปัญหของผู้เรียนให้ได้มากที่สุด

**ขั้นที่ 3** การอภิปรายให้เหตุผลและเปรียบเทียบแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน จากผลการวิเคราะห์ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่า การนำความคลาดเคลื่อนในมโนทัศน์ แนวคิดในการแก้ปัญหาที่ไม่สมบูรณ์ มาอภิปราย ร่วมกันทั้งชั้นเรียนทำให้ผู้เรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหามากขึ้น ผู้เรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง อาศัยบทบาทของผู้อสอนขยายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน วงจรปฏิบัติการที่ 2 พบว่าผู้เรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ แนวคิด ที่ถูกต้อง อาศัยบทบาทของผู้อสอนขยายแนวคิดของผู้เรียน วงจรปฏิบัติการที่ 3 พบว่า ผู้เรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ แนวคิดที่ถูกต้อง บทบาทของผู้อสอนคอยให้คำแนะนำ เสริมแรงทางบวกเท่านั้น

**ขั้นที่ 4** การสรุปเพื่อเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนที่เกิดในชั้นเรียนจากผลการวิเคราะห์ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่า ผู้เรียนสามารถค้นหาคำศัพท์ไป กฎ สูตรทางคณิตศาสตร์ได้ วงจรปฏิบัติการที่ 2 พบว่า ผู้เรียนใช้การเชื่อมโยงเชิงโครงสร้าง กล่าวคือ วิธีการเรียนรู้ที่ผู้เรียนนำแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างระบบฝึกคิดจากและระบบฝึกคิดเชิงชี้แจงที่สอดคล้องกันมาแก้ปัญหา วงจรปฏิบัติการที่ 3 พบว่า การเชื่อมโยงทางการแสดงแทน คือ การแสดงถึงความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่แสดงในรูปแบบของจำนวนสัญลักษณ์ ภาษาพูดที่ทำให้เกิดความหมายของแต่ละคน

แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนทำความเข้าใจปัญหา ผู้อสอนต้องเป็นผู้อำนวยความสะดวกแก่ผู้เรียน เพื่อเข้าใจถึงแนว





## ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ทางการแก้ปัญหาด้วยวิธีการคิดที่หลากหลาย ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยตรง ผู้เรียนสามารถนำสิ่งที่ได้เรียนรู้มาก่อนหน้านี้นี้มาใช้เพื่อแก้ปัญหา ระหว่างที่แก้ปัญหาผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์มาให้มากที่สุดแล้วนำมาแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันภายในกลุ่ม การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนถึงแนวทางการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะนำไปสู่ การสังเกต การค้นหาสิ่งต่างๆ และสร้างแบบจำลองต่อไป

**ขั้นตอนที่ 2 ขั้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์** ผู้เรียนได้ทดลองสร้างแบบจำลองขึ้นจากข้อมูลที่ได้ทำความเข้าใจแล้วจากขั้นที่ 1 ในช่วงแรกผู้สอนให้ความช่วยเหลือแต่ละกลุ่มอย่างใกล้ชิด เพราะเป็นขั้นที่ผู้เรียนจะได้นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการสร้างแบบจำลอง การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

**ขั้นที่ 1** การนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากผลการวิเคราะห์ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่าผู้เรียนทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง ผู้เรียนแต่ละกลุ่มอาศัยการอภิปรายร่วมกันในการหาเครื่องมือเพื่อวางแผนในการนำไปแก้ปัญหา วงจรปฏิบัติการที่ 2 ผู้เรียนสามารถรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้องได้ถูกต้องบางส่วน แต่ยังขาดการตรวจสอบความถูกต้อง ไม่สามารถอ้างอิงแหล่งที่มาได้ ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแบบบันทึกภาคสนาม พบว่า ผู้เรียนใช้คำสำคัญเป็นเครื่องมือในการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ วงจรปฏิบัติการที่ 3 ผลจากแบบสะท้อนผล พบว่า ผู้เรียนใช้การอภิปรายร่วมกันในการนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์

**ขั้นที่ 2** การแก้ปัญหาด้วยตนเอง จากผลการวิเคราะห์ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่าเป็นขั้นของการเรียนรู้ด้วยตนเองจากการแก้ปัญหา ผู้สอนสนับสนุนในการแก้ปัญหาของผู้เรียนแต่ละคน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแบบบันทึกภาคสนาม พบว่า ผู้เรียนส่วนใหญ่ใช้สิ่งที่ได้เรียนรู้มาก่อนหน้านี้เป็นใช้เครื่องมือในการแก้ปัญหา ดังนี้ ความสัมพันธ์ระหว่างระบบพิกัดฉากและระบบพิกัดเชิงขั้ว เอกลักษ์ตรี โทณมิติ การแก้สมการสามารถแสดงวิธีการหาคำตอบได้เพียง 1 วิธี แต่หลากหลายในเชิงวิธีการคิดแก้ปัญหา ไม่สามารถค้นหาวิธีการอื่นนอกเหนือจากความรู้ของตนเองได้ วงจรปฏิบัติการที่ 2 พบว่ายังมีผู้เรียนบางกลุ่มยังไม่สามารถสร้างแบบจำลองหรือค้นหาแนวทางการแก้ปัญหาได้ เนื่องจากไม่สามารถนำเอาความรู้ทางคณิตศาสตร์ออกมาใช้ ผู้วิจัยจึงทำการสัมภาษณ์ผู้เรียนบางกลุ่มอย่างไม่เป็นทางการ พบว่า ผู้เรียนไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ ดังนั้นผู้สอนควรรู้ถึงสิ่งที่ผู้เรียนได้เรียนรู้มาก่อนหน้านี้เพื่อนำมาใช้เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาได้ในขณะที่วงจรปฏิบัติการที่ 3 ผู้เรียนกลุ่มนี้สามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหา แสดงให้เห็นว่าผู้เรียนขาดความหลากหลายแปลกใหม่และการทำซ้ำกับผู้เรียนกลุ่มอื่นๆ ที่เป็นคำตอบทั่วไป ผู้เรียนใช้ขั้นตอนเป็นตัวเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และจากแบบบันทึกภาคสนาม พบว่า มีผู้เรียนบางกลุ่มมีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

**ขั้นที่ 3** การอภิปรายให้เหตุผลและเปรียบเทียบแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน จากผลการวิเคราะห์ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่า การนำความคลาดเคลื่อนในมโนทัศน์ แนวคิดในการแก้ปัญหาที่ไม่สมบูรณ์มาอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนทำให้ผู้เรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหามากขึ้น จากแบบบันทึกภาคสนาม พบว่า วงจรปฏิบัติการที่ 2 และ วงจรปฏิบัติการที่ 3 ผู้เรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ แนวคิดที่ถูกต้องโดยอาศัย บทบาทของผู้สอนขยายแนวคิดของผู้เรียน

**ขั้นที่ 4** การสรุปเพื่อเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนที่เกิดในชั้นเรียนจากผลการวิเคราะห์ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่า ผู้เรียนสามารถค้นหากรณีทั่วไป กฎ สูตรทางคณิตศาสตร์ จากแบบบันทึกภาคสนาม พบว่า ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงทางการแสดงแทน กล่าวคือ การแสดงถึงความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่แสดงในรูปแบบของจำนวน สัญลักษณ์ ภาษาพูดที่ทำให้เกิดความหมายของแต่ละคน วงจรปฏิบัติการที่ 2 ผู้เรียนเขียนอธิบายลักษณะกราฟเส้นตรง วงกลม คาติออยด์ และลิมาซง เส้นโค้งกลีบกุหลาบ เลมนิเคต เส้นเวียนก้นหอยได้ โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายลักษณะกราฟ วงจรปฏิบัติการที่ 3 ผู้เรียนส่วนใหญ่สามารถเชื่อมโยงระหว่างขั้นตอนและมโนทัศน์ กล่าวคือ ความสัมพันธ์ของความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เป็นขั้นตอนการเขียนกราฟซึ่งแต่ละคนสามารถอธิบายหรือลงมือกระทำเพื่อให้ได้มาซึ่งหลักการ สูตร การรับรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์

แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนจะได้นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการสร้างแบบจำลอง ผู้สอนพยายามให้ผู้เรียนพูดไปด้วยในขณะที่แก้ปัญหา หากพบว่า ผู้เรียนมีอุปสรรคหรือมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในมโนทัศน์ ผู้สอนสามารถใช้การตั้งประเด็นคำถามเพื่อให้ภายในกลุ่มได้อภิปรายร่วมกัน ผู้สอนเก็บรวบรวมแนวคิด มโนทัศน์ที่ผู้เรียนนำมาใช้แก้ปัญหาเพื่อนำไปสรุปในชั้นเรียน กรณีผู้เรียนไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ ผู้สอนควรรู้ถึงสิ่งที่ผู้เรียน ได้เรียนรู้มาก่อนหน้านี้เพื่อนำมาใช้เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาได้ ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนอธิบายการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีการตรวจสอบความถูกต้องของมโนทัศน์ของผู้เรียนตลอดเวลา

**ขั้นตอนที่ 3 ขั้นการปรับแต่ง** ผู้เรียนแต่ละกลุ่มจะได้ออกมานำเสนอแบบจำลอง โดยผู้เรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาแนวคิด ผลการดำเนินงาน ตลอดจนแบบจำลองที่สร้างขึ้น ระหว่างการนำเสนอ ผู้สอนเปิดโอกาสผู้เรียนกลุ่มอื่น ๆ ที่รับฟังการนำเสนอได้แสดงความคิดเห็นในการแก้ปัญหาของกลุ่มที่นำเสนอ มีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ถึงข้อดีข้อด้อยของแบบจำลองที่สร้างขึ้น หรือข้อเสนอแนะเกี่ยวกับแนวทางการปรับปรุงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน มีรายละเอียด ดังต่อไปนี้

**ขั้นที่ 1** การนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากผลการวิเคราะห์ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่า ผู้เรียนทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง ผู้เรียนแต่ละกลุ่มอาศัยแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ไม่สมบูรณ์มาเป็นเครื่องมือเพื่อวางแผนในการนำไปแก้ปัญหา วงจรปฏิบัติการที่ 2 และ 3 ผู้เรียนสามารถรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้องได้ถูกต้อง สามารถอ้างอิงแหล่งที่มาได้ ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแบบบันทึกภาคสนาม พบว่า ผู้เรียนใช้ประเด็นคำถามในการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ แต่ในขณะที่ผลจากแบบสะท้อนผล พบว่า ผู้เรียนใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ของสมาชิกภายในกลุ่มในการนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์

**ขั้นที่ 2** การแก้ปัญหาด้วยตนเอง จากผลวิเคราะห์ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่าเป็นขั้นของการเรียนรู้ด้วยตนเองจากการแก้ปัญหา ผู้สอนสนับสนุนในการแก้ปัญหาของผู้เรียนแต่ละคน ผู้เรียนส่วนใหญ่ใช้สิ่งที่ได้เรียนรู้มาก่อนหน้านี้เป็นใช้เครื่องมือในการแก้ปัญหา ดังนี้ การเขียนกราฟระบบพิกัดเชิงขั้ว พื้นที่ของบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยสมการแบบต่าง ๆ การแก้สมการ ปริพันธ์แบบจำกัดเขต ขอบเขตบนบริเวณที่พิจารณา วงจร



## ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปฏิบัติการที่ 2 ผู้เรียนบางคนใช้กระบวนการกลุ่มในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของตนเอง วงจรปฏิบัติการที่ 3 ผู้เรียนใช้ขั้นตอนเป็นตัวเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา มีผู้เรียนบางกลุ่มมีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

**ขั้นที่ 3** การอภิปรายให้เหตุผลและเปรียบเทียบแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน จากผลการวิเคราะห์ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 และพบว่า การนำแนวคิดทางคณิตศาสตร์มาจัดเรียงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ง่ายไปยังแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนทำให้ผู้เรียนสร้างมโนทัศน์ได้ วงจรปฏิบัติการที่ 3 ผู้สอนใช้การอภิปรายแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อให้เครื่องมือในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แล้วขยายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้สามารถต่อยอดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

**ขั้นที่ 4** การสรุปเพื่อเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนที่เกิดในชั้นเรียนจากผลการวิเคราะห์ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่า ผู้เรียนอาศัยการแสดงแทนในรูปแบบของสัญลักษณ์ กราฟ ภาษาพูดทำให้เกิดความหมายที่ของแต่ละคน วงจรปฏิบัติการที่ 2 พบว่า ผู้เรียนทวนสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง ทำให้ผู้เรียนมีมโนทัศน์ในเรื่องที่ผู้เรียนดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ วงจรปฏิบัติการที่ 3 พบว่า ผู้เรียนส่วนใหญ่สามารถเชื่อมโยงระหว่างขั้นตอนและมโนทัศน์ กล่าวคือ ความสัมพันธ์ของความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เป็นขั้นตอนซึ่งแต่ละคนสามารถอธิบายหรือลงมือกระทำเพื่อให้ได้มาซึ่งหลักการ สูตร การรับรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ การกำหนดให้ผู้เรียนบันทึกแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นบนกระดานหรือชั้นเรียนลงในสมุดด้วยภาษาของตนเอง ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้

แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้นการปรับแต่ง ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนอภิปรายที่ละกลุ่มเพื่อทำให้เกิดแนวทางที่นำไปสู่แนวคิดใหม่ ๆ จากมุมมองอื่นๆ ที่แตกต่างกัน โดยมีการแข่งขันกันถามคำถามมีเงื่อนไขว่าห้ามถามคำถามที่ถามไปแล้ว ซึ่งยกเว้นมีข้อแตกต่าง การเสริมแรงทางบวก การใช้คำถามปลายเปิดเพื่อนำให้ผู้เรียนเกิดความสงสัย

## อภิปรายผลการวิจัย

จากผลการวิจัยชี้ให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หน่วยการเรียนรู้เรื่อง ระบบพิกัดเชิงขั้ว นำมาอภิปรายผลการวิจัย ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. จากผลการวิจัยที่พบว่าขั้นตอนที่ 1 ขั้นการทำความเข้าใจปัญหาในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนพบว่าต้องอาศัยบทบาทของผู้สอนในการกระตุ้นการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ใช้วิธีการเสริมแรงทางบวกกับผู้เรียนเก็บรวบรวมวิธีการแก้ปัญหาของผู้เรียนให้ได้มากที่สุด ผู้เรียนใช้สิ่งที่ได้เรียนรู่มาก่อนหน้านี้เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การนำความคลาดเคลื่อนในมโนทัศน์ แนวคิดในการแก้ปัญหาที่ไม่สมบูรณ์มาอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนทำให้ผู้เรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหามากขึ้น การอภิปรายผลชี้ให้เห็นว่าได้แนวทางการจัดการเรียนรู้ในมุมมองของผู้สอนต้องเป็นผู้อำนวยความสะดวกแก่ผู้เรียนเพื่อเข้าใจถึงแนวทางการแก้ปัญหาด้วยวิธีการคิดที่หลากหลาย ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยตรง ผู้เรียนสามารถนำสิ่งที่ได้เรียนรู่มาก่อนหน้านี้มาใช้เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างที่แก้ปัญหา ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนแสดงแนวคิดทาง



## ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มาให้มากที่สุดแล้วนำมาแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันภายในกลุ่ม การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนถึงแนวทางการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะนำไปสู่การสังเกต การค้นหาสิ่งต่าง ๆ และสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทำให้มีคุณค่าต่อการเรียนรู้ในมิติการเตรียมความพร้อมสำหรับผู้เรียนแต่ละคนให้สามารถเรียนรู้ได้ด้วยตัวเองและการเรียนในชั่วโมงต่อไปจะเตรียมการสอนอย่างไร โดยการใช้ช่องทางที่เป็นธรรมชาติ สอดคล้องกับ Schoenfeld (1989) กล่าวว่า การให้ผู้เรียนพยายามคิดกับสิ่งที่ทำอภิปรายร่วมกับสมาชิกในชั้นเรียนและผู้สอนเกี่ยวกับกระบวนการที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนได้สะสมวิธีคิด ขั้นตอนหรือกระบวนการที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แต่การทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรเกิดจากผู้เรียนเอง เพื่อเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญและให้ผู้เรียนเรียนรู้ในการเข้าสู่ปัญหาด้วยตนเอง

2. จากผลการวิจัยที่พบว่าขั้นตอนที่ 2 ขั้นสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ พบว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้เรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการสร้างแบบจำลอง ผู้สอนพยายามให้ผู้เรียนพูดไปด้วยในขณะที่แก้ปัญหา หากพบว่า ผู้เรียนมีอุปสรรคหรือคลาดเคลื่อนในมโนทัศน์ ผู้วิจัยใช้การตั้งประเด็นคำถามเพื่อให้ภายในกลุ่มได้อภิปรายร่วมกัน การอภิปรายผลชี้ให้เห็นว่าได้แนวทางการจัดการเรียนรู้ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้ผู้เรียนดำเนินการตามกระบวนการต่าง ๆ ด้วยตนเองผู้สอนมีบทบาทนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่น่าสนใจ และใกล้เคียงกับประสบการณ์ของผู้เรียน เป็นผู้อำนวยความสะดวกชี้แนะแนวทางที่ถูกต้อง เอาใจใส่ตรวจสอบกระบวนการของผู้เรียนอย่างทั่วถึงและสม่ำเสมอ บทบาทใหม่ของผู้สอนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ คือการเดินเก็บแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ได้มากที่สุดเพื่อนำไปอภิปรายให้เหตุผลและเปรียบเทียบแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน กรณีที่ผู้เรียนมีคำถาม ให้ผู้สอนตั้งประเด็นคำถามกลับเพื่อให้ผู้เรียนได้ตระหนักคิดในการแก้ปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่ วิธีการดังกล่าวทำให้ผู้เรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นในกระบวนการการเรียนรู้เรื่องคณิตศาสตร์สอดคล้องกับทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเอง Thornton and Wilson (1993) กล่าวว่า การเรียนรู้เป็นการสร้าง โครงสร้างทางปัญญาที่สามารถบริหารจัดการกับปัญหาและใช้เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาหรืออธิบายสถานการณ์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องได้ ซึ่งผู้เรียนสามารถค้นพบด้วยตนเองเป็นกระบวนการที่ทำให้เกิดความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่มีอยู่และข้อมูลที่ได้รับมาใหม่ การเรียนจึงเริ่มจากพื้นฐานความรู้ของผู้เรียนมากกว่าการสอนของผู้สอนและคอยประเมินวิธีการคิดของผู้เรียนจากการอภิปรายและส่งเสริมวิธีการคิดของผู้เรียนให้กว้างขึ้น นอกจากนี้การนำแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนมาจัดเรียงแนวคิดที่เริ่มจากง่ายไปยากทำให้ผู้เรียน ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนอธิบายการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำให้ผู้เรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ตามศักยภาพของตนเอง

3. จากผลการวิจัยที่พบว่าขั้นตอนที่ 3 ขั้นปรับแต่ง พบว่า ควรให้ผู้เรียนได้รับโอกาสในการปรับปรุงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ผ่านการนำเสนอหน้าชั้นเรียนคณิตศาสตร์ เปรียบเทียบความแตกต่างเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มเพื่อนกับกลุ่มของตนเองที่ได้นำเสนอ ประเมินวิธีการแก้ปัญหาของกลุ่มเพื่อน รวมทั้งสามารถประเมินข้อดีข้อด้อยของวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มต่าง ๆ เพื่อนำไปสู่การปรับปรุงแก้ไขแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้มีความละเอียด ความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น การอภิปรายผลชี้ให้เห็นว่าได้แนวทางในการจัดการเรียนรู้ใช้



## ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ การให้ผู้เรียนได้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง และแสดงความคิดเห็นแลกเปลี่ยนความคิดกับสมาชิกภายในกลุ่มทำให้เกิดการแตกแขนงทางความคิดขึ้นรวม จึงต้องมีการเพิ่มเทคนิคที่ช่วยให้ผู้เรียนมีการสื่อสารร่วมกัน จะช่วยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีการพูดคุยและแลกเปลี่ยนแนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับปัญหาและวิธีการดำเนินการแก้ปัญหามากขึ้น แนวทางการจัดการเรียนรู้นี้ทำให้มีคุณค่าในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เกี่ยวกับทักษะการคิด ได้แก่ สามารถใช้เหตุผลและความคิดในการวิเคราะห์และสังเคราะห์ ประเมินค่า คิดสร้างสรรค์ ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างดี สอดคล้องกับรายงานผลการวิจัยของวีรพล เทพบรรหาร (2560) ที่กล่าวว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เน้นการตีความและใช้การแสดงและแทนทางความคิดแทนข้อมูลหรือเงื่อนไขในปัญหาเพื่อเชื่อมโยงไปสู่การเลือกหรือการสร้างร่วมกับความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการหาคำตอบ

## ข้อเสนอแนะ

### 1. ข้อเสนอแนะจากการวิจัย

1.1 ผู้สอนควรเป็นผู้อำนวยความสะดวก กระตุ้น ผู้เรียนให้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องโดยใช้คำถามประเภทปลายเปิด เพื่อให้ผู้เรียนได้แสดงวิธีการคิดแก้ปัญหาและใช้คำถามกระตุ้นอย่างต่อเนื่องทุกขั้นตอน โดยเฉพาะในขั้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นหัวใจสำคัญในงานวิจัยนี้

1.2 ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรสร้างเป็นสถานการณ์ปัญหาโดยชอ่นวัตถุประสงค์การเรียนรู้ไว้ในสถานการณ์นั้นทำให้สถานการณ์ปัญหานั้นน่าสนใจ เหมาะสม และผู้เรียนคุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมากที่สุดเป็นการดึงดูดความสนใจในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนและทำกิจกรรมในขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ต่อไป

1.3 การจัดการเรียนรู้ควรเพิ่มระยะเวลาในการนำเสนอเพื่อการอภิปรายให้เหตุผลและเปรียบเทียบแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนจนสามารถสรุปเพื่อเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้

### 2. ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ผู้สอนควรศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ในชีวิตจริงที่เชื่อมโยงกับสาระที่เป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมว่าสามารถนำมาสร้างเป็นนวัตกรรมในการจัดการเรียนรู้ในชีวิตจริงได้หรือไม่

2.2 ควรศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ประเด็นที่น่าศึกษา คือ การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่าสามารถส่งเสริมทักษะด้านการคิดอย่างมีวิจารณญาณซึ่งเป็นหนึ่งในทักษะของคนในศตวรรษที่ 21 ที่ทุกคนจะต้องเรียนรู้ตลอดชีวิต หากจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้จะส่งผลต่อทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือคุณลักษณะของผู้เรียนในมิติการสร้างการเรียนรู้ด้วยตัวเอง

## บรรณานุกรม

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2543). *ก้าวสู่ศตวรรษใหม่ เด็กไทยเรียนรู้อย่างมีความสุข*. กรุงเทพฯ: วิชาสังคมศึกษา.



- ปรีชา เนาว่าเย็นผล. (2544). การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. (วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต ไม่ได้ตีพิมพ์). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- พงศกร วังศิลา, วรินทร์ สุภาพ, จักรกฤษ กลิ่นเอี่ยม. (2563). การศึกษาการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร*, 22(3), 150–163.
- วีรพล เทพบรรหาร. (2560). ผลการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น (รายงานผลการวิจัย). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สิรินภา กิจเกื้อกูล. (2557). การจัดการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ที่ศทางสำหรับครูศตวรรษที่ 21. เพชรบูรณ์: จุลติส การพิมพ์.
- Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, application, and links to other subjects-state, trends, and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68.
- Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). Mathematical modeling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modeling and Application*, 1(1), 45–58.
- Doerr, H., & Tripp, J. (1999). Understanding how students develop mathematical models. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(3), 231–254.
- Ernest, P. (1994). *Constructing mathematical knowledge: Epistemology and mathematics education*. London: Falmer.
- Galbraith, P. (2012). Models of modeling: Genres, purposes or perspectives. *Journal of Mathematical Modeling and Application*, 1(5), 3-16.
- Inprasitha, M. (1997). Problem solving: A basis to reform mathematics instruction. *The Journal of the National Research Council of Thailand*, 29, 221-259.
- \_\_\_\_\_. (2010). One feature of adaptive lesson study in Thailand: designing learning unit. In Cheong, S. C., Sang, G.L., & Young, H. C. (Eds.). *The 45th Korean National Meeting of Mathematics Education*. (pp. 193-206). Gyeongju: Dongkook University
- Kim, S. H. (2005). Development of the evaluation criterion for mathematically gifted student's creative product in view of mathematical history. *The Korean Journal for History of Mathematics*, 18(2), 75–94.
- National Research Council [NRC]. (1989). *Every body counts: A report to the nation on the future of mathematics education*. Washington, DC: National Academy.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (1989). *Curriculum and evaluation Standards for school mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- \_\_\_\_\_. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- Polya, G. (1973). *How to solve it : A new aspect of mathematical method*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

---

Ruangwiset, S. (2006). *Mathematics in everyday life*. Bangkok: Idea Square.

Schoenfeld, A.H. (1989). *Teaching mathematics in elementary school*. New York: Ronald Press.

Tall, D. (2007, August). Setting Lesson study in a long term framework for learning. Paper presented at *the Conference APEC*, Khon Kaen, Thailand.

Tall, D. (2009). Dynamic mathematics and the blending of knowledge structures in the calculus. *ZDM–The International Journal on Mathematics Education*, 41(4), 481–492.

Thornton, C., & Wilson, S. (1993). Classroom organization and models of instruction. In R. J. Jensen (Ed.). *Research Idea for the Classroom: Early Childhood Mathematics*. pp.269-293. New York: Macmillm.