

ผลการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องวงกลมและพาราโบลา  
ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4  
โรงเรียนระยองวิทยาคม จังหวัดระยอง

นางสาวสุชีรา สุกพิมลวรรณ



การศึกษาค้นคว้าอิสระนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต  
แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

พ.ศ. 2555

**The Effects of the 5E Learning Management Using the Geometer's Sketchpad  
Program in the Topic of Circles and Parabolas on Mathematics Learning  
Achievement of Mathayom Suksa IV Students at Rayong  
Wittayakom School in Rayong Province**

**Miss Suchera Supapimonwan**

An Independent Study Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for  
the Degree of Master of Education in Curriculum and Instruction  
School of Educational Studies  
Sukhothai Thammathirat Open University

2012

หัวข้อการศึกษาค้นคว้าอิสระ	ผลการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง วงกลมและพาราโบลา ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนระยองวิทยาคม จังหวัดระยอง
ชื่อและนามสกุล	นางสาวสุชีรา สุขพิมลวรรณ
แขนงวิชา	หลักสูตรและการสอน
สาขาวิชา	ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร. ปรีชา เนาว์เย็นผล

การศึกษาค้นคว้าอิสระนี้ ได้รับความเห็นชอบให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรระดับปริญญาโท เมื่อวันที่ 24 มิถุนายน 2556

คณะกรรมการสอบการศึกษาค้นคว้าอิสระ

  
 ----- ประธานกรรมการ  
 (รองศาสตราจารย์ ดร. ปรีชา เนาว์เย็นผล)

  
 ----- กรรมการ  
 (รองศาสตราจารย์ ดร. สาคร บุญดาว)

  
 -----  
 (ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อรรณพ จินะวัฒน์)  
 ประธานกรรมการประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์

**ชื่อการศึกษาค้นคว้าอิสระ** ผลการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องวงกลม และพาราโบลา ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนระยองวิทยาคม จังหวัดระยอง

**ผู้ศึกษา** นางสาวสุชีรา สุภพิมลวรรณ รหัสนักศึกษา 2542102799

**ปริญญา** ศีษศาสตรมหาบัณฑิต (หลักสูตรและการสอน)

**อาจารย์ที่ปรึกษา** รองศาสตราจารย์ ดร. ปรีชา เนาว์เย็นผล ปีการศึกษา 2555

### บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ (1) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลมและพาราโบลา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP และ (2) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลมและพาราโบลา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP โดยเปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษา เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 45 คน ใน 1 ห้องเรียน ของโรงเรียนระยองวิทยาคม จังหวัดระยอง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องวงกลมและพาราโบลา และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที่

ผลการวิจัยพบว่า (1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังเรียน เรื่องวงกลมและพาราโบลาด้วยการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าผลสัมฤทธิ์ก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ (2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนเรื่องวงกลมและพาราโบลาของนักเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 79.27

**คำสำคัญ** การจัดการเรียนรู้แบบ 5E โปรแกรม GSP วงกลม พาราโบลา

**Independent Study title:** The Effects of the 5E Learning Management Using the Geometer's Sketchpad Program in the Topic of Circles and Parabolas on Mathematics Learning Achievement of Mathayom Suksa IV Students at Rayong Wittayakom School in Rayong Province

**Author:** Miss Suchera Supapimonwan; **ID:** 2542102799;

**Degree:** Master of Education (Curriculum and Instruction);

**Independent Study advisor:** Dr. Preecha Nowyenphon, Associate Professor;

**Academic year:** 2012

### Abstract

The purposes of this research were (1) to compare mathematics learning achievements in the topic of Circles and Parabolas of Mathayom Suksa IV students before and after learning under the 5E learning management using the Geometer's Sketchpad Program; and (2) to compare the mathematic learning achievement in the topic of Circles and Parabolas of Mathayom Suksa IV students against the 70 per cent criterion after learning under the 5E learning management using the Geometer's Sketchpad Program.

The sample of this study consisted of 45 Mathayomsuksa IV students in an intact classroom of Rayong Wittayakom School, Rayong province during the second semester of the 2012 academic year, obtained by cluster sampling. The research instruments were (1) learning management plans for the 5E learning approach using the Geometer's Sketchpad Program in the topic of Circles and Parabolas; and (2) a mathematics achievement test. Statistics for data analysis were the mean, standard deviation, and t-test.

Research findings were that (1) the students' post-learning mathematics learning achievement in the topic of Circles and Parabolas after learning under the 5E learning management using the Geometer's Sketchpad Program was significantly higher than its pre-learning counterpart at the .05 level. and (2) the students' post-learning mathematic learning achievement in the topic of Circles and Parabolas was significantly higher than the 70 per cent criterion at the .05 level, with their post-learning achievement mean score of 79.27 per cent.

**Keywords:** 5E learning management, Geometer's Sketchpad Program (GSP), Circle, Parabola

## กิตติกรรมประกาศ

การศึกษาค้นคว้าอิสระฉบับนี้สำเร็จได้อย่างสมบูรณ์ โดยได้รับความอนุเคราะห์จาก รองศาสตราจารย์ ดร.ปรีชา เนาว์เย็นผล ประธานกรรมการที่ปรึกษาค้นคว้าอิสระและรอง ศาสตราจารย์ ดร. ศาคร บุญดาว กรรมการที่ปรึกษาค้นคว้าอิสระ ที่ได้อุทิศเวลาเอาใจใส่ ดูแล และ ให้คำปรึกษา แนะนำอย่างดียิ่ง ตลอดจนตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ทำให้ได้การศึกษาค้นคว้า อิสระที่มีความสมบูรณ์และมีคุณค่ามากขึ้น ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ณ โอกาสนี้

ขอขอบคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด อาจารย์ ดร. รณิดา เขยขุ่มและ อาจารย์ ดร. เสาวลักษณ์ โรม่า ผู้ทรงคุณวุฒิที่ได้กรุณาตรวจสอบและให้คำแนะนำในการแก้ไข เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าอิสระในครั้งนี้

ขอขอบคุณนายวิโรจน์ บำรุง ผู้อำนวยการ โรงเรียนระยองวิทยาคมและคณะครู ที่อำนวยความสะดวก สนับสนุน และให้ความช่วยเหลือตลอดระยะเวลาของการเก็บรวบรวมข้อมูล และขอขอบใจนักเรียน โรงเรียนระยองวิทยาคมทุกคนที่ให้ความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล เป็นอย่างดี

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดาและครอบครัวที่ให้ความช่วยเหลือ สนับสนุน และเป็นกำลังใจอันสำคัญในการศึกษาและทำการศึกษาค้นคว้าอิสระตลอดมา

คุณค่าและประโยชน์ อันเกิดจากการศึกษาค้นคว้าอิสระฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่อง บูชาคุณพระรัตนตรัย และขอมอบเป็นกตเวทิตาแด่บิดา มารดา ครูอาจารย์และผู้มีพระคุณทุกท่าน

สุชีรา สุภพิมลวรรณ

มิถุนายน 2555

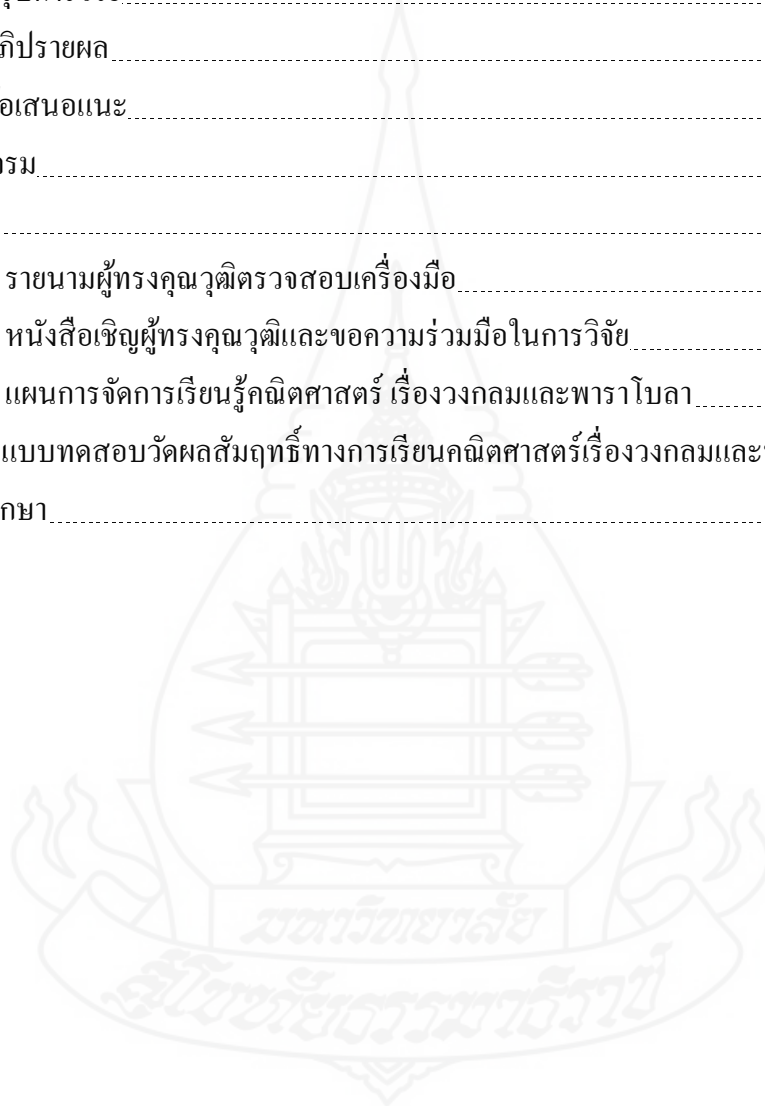
## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ณ
สารบัญภาพ.....	ญ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ความสำคัญและความเป็นมาของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	3
สมมติฐานของการวิจัย.....	3
ขอบเขตของการวิจัย.....	3
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	4
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	5
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	7
การจัดการเรียนรู้แบบ 5E.....	7
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม GSP.....	19
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	22
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	26
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	32
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	32
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	32
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	40
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	40
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	41
ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อน และหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP.....	41
ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ได้รับการรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	42



## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 5 สรุปการวิจัย อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ .....	44
สรุปการวิจัย .....	44
อภิปรายผล .....	45
ข้อเสนอแนะ .....	48
บรรณานุกรม .....	49
ภาคผนวก .....	54
ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือ .....	55
ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย .....	57
ค แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องวงกลมและพาราโบลา .....	62
ง แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องวงกลมและพาราโบลา .....	138
ประวัติผู้ศึกษา .....	149





สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 2.1 แสดงขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบ 5E .....	14
ตารางที่ 2.2 บรรยายภาคในการจัดการเรียนรู้แบบ 5E .....	19
ตารางที่ 3.1 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาสาระสำคัญและผลการเรียนรู้ เรื่องวงกลมและพาราโบลาชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 .....	33
ตารางที่ 3.2 การวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องวงกลมและพาราโบลา เพื่อสร้างข้อสอบ .....	37
ตารางที่ 4.1 ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP .....	41
ตารางที่ 4.2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับ การจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP .....	42
ตารางที่ 4.3 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เทียบกับเกณฑ์ ร้อยละ 70 .....	42



ญ

## สารบัญภาพ

	หน้า
ภาพที่ 2.1 การจัดการเรียนรู้แบบ 5E.....	11
ภาพที่ 2.2 การสืบเสาะเรื่องใหม่ซ้อนอยู่ในขั้นตอนการขยายความรู้.....	12



# บทที่ 1

## บทนำ

### 1. ความสำคัญและความเป็นมาของปัญหา

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 หมวด 4 กล่าวถึงการจัดการเรียนรู้ให้ยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ ประกอบกับการจัดกระบวนการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะกระบวนการคิด การประยุกต์ใช้ความรู้เพื่อแก้ไขปัญหา และให้ผู้เรียนฝึกการปฏิบัติ ให้ทำได้ คิดเป็น และทำเป็น (กระทรวงศึกษาธิการ 2546) นอกจากนี้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กล่าวถึงการจัดการเรียนรู้ว่าเป็นกระบวนการสำคัญที่มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐาน การเรียนรู้และเกิดสมรรถนะสำคัญ 5 ประการ คือความสามารถในการสื่อสาร การคิด การแก้ปัญหา การใช้ทักษะชีวิต และการใช้เทคโนโลยี (กระทรวงศึกษาธิการ 2551)

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่าง ถูกต้องเหมาะสม (กระทรวงศึกษาธิการ 2551) และการที่ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้อัตโนมัติอย่างมี คุณภาพนั้น การจัดกระบวนการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าจากสื่อและเทคโนโลยีต่างๆ ฝึกทักษะการสืบเสาะหาความรู้ที่หลากหลาย (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา 2547) และทำให้ ชั้นเรียนเปลี่ยนไปจากชั้นเรียนทำแบบฝึกหัดและท่องจำ มาเป็นชั้นเรียนที่น่าตื่นเต้น ทั้งการสอน และการเรียนรู้ (ชนาธิป พรกุล 2554) เช่นเดียวกับ เจียมศักดิ์ ตรีศิริรัตน์ (2545) กล่าวว่า “การจัด กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางจะต้องมีการวางแผนจัดกิจกรรมให้เหมาะสม กับผู้เรียนและให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมมากที่สุด”

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการสอนวัฏจักรการเรียนรู้ 5 ขั้น (5E) เป็น รูปแบบที่สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีนำมาเสนอและเป็นแนวทางใน การจัดการเรียนรู้ ที่สอดคล้องกับแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ที่เชื่อว่าการเรียนรู้เกิดขึ้นในตัว ของผู้เรียน โดยครูเป็นผู้กระตุ้น อำนวยความสะดวก ชักถามและจัดสถานการณ์ให้เหมาะสมกับ ความรู้เดิมของผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนคิดและเชื่อมโยงความรู้จนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย

เหมาะสำหรับการนำไปพัฒนาทักษะการคิดพื้นฐานของผู้เรียน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 2546 (ข)) การศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบ 5E (ชุนิษร์ภักดิ์ หมั่นศรีจุม 2555; มาลัย ปะติเพนัง 2550; มงคล ประเสริฐสูงงษ์ 2551; เวียงแก้ว สะอาด 2555; อารีย์ ปานถม 2550) พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 5E สามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองโดยการลงมือปฏิบัติมีความคงทนในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ สามารถสร้างความคิดรวบยอดได้อย่างครบถ้วนและสามารถแก้ปัญหาได้เป็นอย่างดี และมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.] (2548) ได้ตระหนักถึงความสำคัญของการใช้เทคโนโลยีช่วย เพื่อให้การจัดการศึกษาในชั้นเรียนวิชาคณิตศาสตร์เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย และเกิดการพัฒนาก้าวหน้าด้านเทคโนโลยีสารสนเทศ สสวท. ได้ศึกษาและพิจารณาโปรแกรมต่าง ๆ และเห็นว่า The Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นโปรแกรมช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ของหลักสูตร เป็นสื่อที่ช่วยปรับเปลี่ยนจากนามธรรมสู่รูปธรรม โดยนักเรียนสามารถฝึกปฏิบัติได้ด้วยตนเอง ทำให้มีโอกาสสร้างองค์ความรู้ พัฒนาทักษะการนิรนัย ทักษะการแก้ปัญหา และพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ (นารี วงศ์สิโรจน์กุล 2556; กิมวัญ ธรรมใจ 2551: 1) และจากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง (เรณูวัฒน์ พงษ์อุทธา 2550; สิริณัฐ ประจิมทิส 2553; อานาจ เชื้อบ่อคา 2547) เห็นว่าโปรแกรม The Geometer's Sketchpad สามารถใช้เป็นเครื่องมือทางการศึกษา ที่มีคุณค่าต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

จากการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องวงกลมและพาราโบลาของโรงเรียนระยองวิทยาคม จังหวัดระยอง ผู้วิจัยพบว่าการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในเนื้อหาดังกล่าว ยังไม่บรรลุวัตถุประสงค์ เนื่องจากลักษณะของกิจกรรมที่จัดให้ผู้เรียนปฏิบัติ ได้แก่ การศึกษาบทนิยาม ซึ่งแสดงภาพประกอบคำอธิบายเป็นภาพนิ่งในหนังสือเรียนและบนกระดาน การเขียนกราฟบนกระดานที่ไม่สมมาตรตามจริงทำให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ง่ายและใช้เวลานานในการเขียนกราฟซ้ำเดิมหลายครั้ง ทำให้ผู้เรียนเกิดความเบื่อหน่ายไม่เกิดแรงจูงใจ ผู้เรียนต้องให้ครูบอกแทนการสำรวจ การสืบเสาะหาด้วยตนเอง แล้วจำข้อสรุปนั้นไปใช้โดยไม่เข้าใจในเงื่อนไขหรือผลที่ได้มา นอกจากนี้ยังมีกรณีที่ผู้เรียนสร้างรูปคลาดเคลื่อนหรือสร้างตามความคุ้นเคยทำให้ได้ข้อสรุปที่ไม่ถูกต้อง ขอบกพร่องเหล่านี้ส่งผลให้ผู้เรียนไม่สามารถนำสิ่งที่ได้เรียนมาไปใช้ประโยชน์ได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยจึงเห็นว่าการนำโปรแกรม The Geometer's Sketchpad มาใช้เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ เรื่อง วงกลมและพาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จะช่วย

พัฒนาความเข้าใจของผู้เรียนให้มีความชัดเจนและเป็นตัวสร้างภาพเพื่อให้เกิดกระบวนการคิดที่เด่นชัดมากขึ้น โดยนำโปรแกรม The Geometer's Sketchpad แทรกในขั้นของการจัดกิจกรรมตามรูปแบบการสอนวัฏจักรการเรียนรู้ 5 ขั้น (5E) เพื่อให้การเรียนรู้เรื่องวงกลมและพาราโบลา มีความเป็นรูปธรรมมากขึ้น เพื่อช่วยเพิ่มประสิทธิภาพการจัดการเรียนการสอนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น

## 2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย

2.1 เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลมและพาราโบลา ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP

2.2 เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลมและพาราโบลา หลังการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP กับเกณฑ์ร้อยละ 70

## 3. สมมติฐานของการวิจัย

3.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่องวงกลมและพาราโบลาด้วยการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่องวงกลมและพาราโบลาด้วยการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

## 4. ขอบเขตของการวิจัย

4.1 ประชากร คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนระยองวิทยาคม จำนวน 450 คน จาก 10 ห้องเรียน ซึ่งมีการจัดกลุ่มการเรียนรู้ของผู้เรียนแบบคละความสามารถ

4.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนระยองวิทยาคม จังหวัดระยอง จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 45 คน โดยใช้วิธีสุ่มแบบกลุ่ม

### 4.3 ตัวแปรที่ศึกษา

4.3.1 *ตัวแปรอิสระ* คือ การจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP

4.3.2 *ตัวแปรตาม* คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลมและพาราโบลา

4.4 *เนื้อหาที่ใช้ในวิจัยครั้งนี้* คือ เนื้อหาเรื่องวงกลมและพาราโบลาตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

4.5 *ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย* ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โดยใช้เวลาในการศึกษาค้นคว้าทั้งหมด 16 คาบ คาบละ 50 นาที ดังนี้

ทดสอบก่อนเรียน	1	คาบ
การเลื่อนแกนทางขนาน	4	คาบ
วงกลม	5	คาบ
พาราโบลา	5	คาบ
ทดสอบหลังเรียน	1	คาบ
รวม	16	คาบ

## 5. นิยามศัพท์เฉพาะ

5.1 *การจัดการเรียนรู้แบบ 5E* หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่มุ่งส่งเสริมให้นักเรียนมีโอกาสพัฒนาความคิดอย่างมีเหตุผล ได้ศึกษา ได้ค้นพบความจริงและสร้างความรู้ด้วยตนเองภายใต้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์ โดยผู้วิจัยได้นำแนวคิดของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

5.1.1 *ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement)* เป็นขั้นที่นำเข้าสู่บทเรียน โดยการสร้างความสนใจจากสถานการณ์ปัญหา สืบจากโปรแกรม GSP หรือเชื่อมโยงกับความรู้เดิมของนักเรียน เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนสร้างคำถาม กำหนดประเด็นที่จะศึกษา

5.1.2 *ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration)* เป็นขั้นที่นักเรียนได้ทำกิจกรรมในการสำรวจตรวจสอบ เพื่อค้นหาคำตอบโดยการพิสูจน์ การใช้โปรแกรม GSP เพื่อช่วยสร้างสถานการณ์จำลอง การศึกษาหาข้อมูลจากเอกสารอ้างอิงหรือจากแหล่งข้อมูลต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในขั้นต่อไป

**5.1.3 ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation)** เป็นขั้นที่นักเรียนนำข้อมูลอย่างเพียงพอที่ได้จากการสำรวจตรวจสอบ แล้วมาวิเคราะห์ แปลผล สรุปและอภิปรายร่วมกัน

**5.1.4 ขั้นขยายความรู้ (Elaboration)** เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิม หรือแนวคิดที่ได้จากการศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ปัญหา โดยอาจใช้โปรแกรม GSP ช่วยในการสร้างแบบจำลอง เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ลึกซึ้งหรือขยายกรอบความคิดให้กว้างขึ้น

**5.1.5 ขั้นประเมิน (Evaluation)** เป็นขั้นตรวจสอบการเรียนรู้ว่านักเรียนมีความรู้ อะไรบ้าง อย่างไร มากน้อยเพียงใด โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะหรืออภิปรายซักถาม แลกเปลี่ยนองค์ความรู้ซึ่งกันและกัน

**5.2 การโปรแกรม GSP** หมายถึง โปรแกรมสำเร็จรูปที่สามารถสร้าง สสำรวจ สืบเสาะหาความรู้ ค้นหาข้อเท็จจริงในการเรียนการสอน เรื่อง วงกลมและพาราโบลา และช่วยให้ ผู้เรียน มีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์ โดยการสร้างความรู้ด้วยตนเองจากความสามารถในการเคลื่อนไหว ที่เอื้อต่อการสร้างข้อคาดการณ์

**5.3 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน** หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็น แบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ ที่สอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้และ ความคิด ดังที่วิลสัน (Willson, 1971 : 642-696) ได้จำแนกไว้ 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ
2. ความเข้าใจ
3. การนำไปใช้
4. การวิเคราะห์

## 6. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

6.1 ผลการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ ทำให้ทราบถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องวงกลม และพาราโบลาของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการจัดการเรียนรู้แบบ SE เพื่อนำไปใช้ในการพัฒนาการจัดการเรียนการสอนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง การเรียนรู้ด้วยตนเอง



6.2 ได้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5E เรื่องวงกลมและพาราโบลาสำหรับครูใช้ประกอบการเรียนการสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในมโนคติของวงกลมและพาราโบลา และมีทักษะในการเปลี่ยนรูประหว่างกราฟกับสมการวงกลมและพาราโบลา ได้สื่อการสอนเรื่องวงกลมและพาราโบลาที่ช่วยให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์การเรียนรู้จากรูปธรรมไปสู่นามธรรม



## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องวงกลมและพาราโบลาที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนระยองวิทยาคม จังหวัดระยอง ผู้วิจัยได้ศึกษาวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. การจัดการเรียนรู้แบบ 5E
  - 1.1 ความหมายการจัดการเรียนรู้แบบ 5E
  - 1.2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบ 5E
  - 1.3 เทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ใน 5E
2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม GSP
  - 2.1 โปรแกรม GSP
  - 2.2 โปรแกรม GSP กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
  - 4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบ 5E
  - 4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้โปรแกรม GSP ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

#### 1. การจัดการเรียนรู้แบบ 5E

การจัดการเรียนรู้แบบ 5E เป็นรูปแบบกระบวนการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนแสวงหาความรู้หรือสร้างความรู้ใหม่ๆ โดยการใช้คำถามหรือสถานการณ์ ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษาเกี่ยวกับความหมาย ขั้นตอน และเทคนิคการจัดการเรียนรู้แบบ 5E ดังนี้

##### 1.1 ความหมายการจัดการเรียนรู้แบบ 5E

การจัดการเรียนรู้แบบ 5E หรือการจัดการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ (Inquiry Cycles) มีผู้ให้ความหมายและแนวคิดหลากหลาย ดังนี้

ทิสนา แจมมณี (2545) ได้ให้นิยามการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นกระบวนการสืบเสาะว่า หมายถึง การดำเนินการเรียนการสอนโดยผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดคำถาม เกิดความคิดและลงมือเสาะแสวงหาความรู้ เพื่อนำมาประมวลหาคำตอบหรือข้อสรุปด้วยตนเอง โดยที่ผู้สอนช่วยอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ด้านต่างๆให้แก่ผู้เรียน เช่น ในด้านการสืบค้นหาแหล่งความรู้ การศึกษาข้อมูล การวิเคราะห์ การสรุปข้อมูล การอภิปราย และการทำงานร่วมกับผู้อื่น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548 (ก)) กล่าวว่า การสอนแบบสืบเสาะหาความรู้เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ผสมผสานระหว่าง การใช้กระบวนการคิดและทักษะต่าง ๆ เพื่อที่จะแก้ปัญหาหรือค้นหาคำตอบ ทำให้เกิดความเข้าใจและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้

Collette & Chiappta (1985 อ้างถึงใน ภพ เลหาไพบูลย์ 2542) ได้กล่าวถึง การสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ ว่าเป็นการสอนที่นักเรียนต้องถามคำถามและค้นหาคำตอบด้วยตนเอง โดยครูต้องสร้างสถานการณ์ที่น่าสงสัยและแปลก (Discrepant) สถานการณ์แก้ไขปัญหา (Problem Solving Situations) กิจกรรมอุปมาน (Inductive Activities) หรือกิจกรรมอนุมาน (Deductive Activities)

NSTA (Nation Science Teacher Association 2007) ได้กล่าวถึง การจัดการเรียนรู้แบบ 5E ว่าเป็นการจัดการเรียนรู้แบบการสร้างความรู้ (Construction) โดยผู้เรียนสร้างความรู้จากข้อคาดการณ์ที่ได้จากการทดลอง การปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนและสภาพแวดล้อม แล้วนำแนวคิดที่ได้มาจัดระเบียบเป็นองค์ความรู้ และนำไปขยายผลสู่แนวคิดอื่นๆ

AAAS (American Association of the Advancement of Science 1970) ได้ให้ความหมายการสืบเสาะหาความรู้ว่า เริ่มต้นด้วยคำถามเกี่ยวกับธรรมชาติพร้อมกระตุ้นนักเรียนให้ตื่นเต้น สงสัยใคร่รู้ ให้นักเรียนตั้งใจรวบรวมข้อมูลและหลักฐาน ครูเตรียมข้อมูลเอกสารความรู้ต่างๆที่มีคนศึกษาค้นคว้ามาแล้วเพื่อให้นักเรียนเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่ หรือเพื่อให้เห็นภาพให้ชัดเจนลึกซึ้งขึ้น นักเรียนอธิบายได้ชัดเจน ไม่เน้นความจำเกี่ยวกับคำศัพท์ทางวิชาการและใช้กระบวนการกลุ่ม

จากนิยามที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบ 5E หมายถึง การจัดการเรียนรู้โดยครูเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความคิดในการเสาะแสวงหาความรู้หรือสร้างความรู้ใหม่ ๆ โดยการใช้คำถามหรือสถานการณ์ เพื่อให้นักเรียนได้ค้นหาคำตอบและแก้ปัญหาด้วยตนเอง

## 1.2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบ 5E

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5E (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 2546 อ้างถึงใน สมบัติ กาญจนารักพงศ์ และคนอื่นๆ 2549) มีขั้นตอนการจัดการกิจกรรม 5 ขั้นตอน ดังนี้

**1.2.1 ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement)** เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนหรือเรื่องที่น่าสนใจ ซึ่งอาจเกิดขึ้นเองจากความสงสัยหรือความสนใจของตัวนักเรียนเอง หรือเกิดจากการอภิปรายในกลุ่ม เรื่องที่น่าสนใจอาจมาจากเหตุการณ์ที่กำลังเกิดขึ้นอยู่ในช่วงเวลานั้น หรือเป็นเรื่องที่เชื่อมโยงกับความรู้เดิมที่เพิ่งเรียนรู้มาแล้วเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนสร้างคำถาม กำหนดประเด็นที่จะศึกษาในกรณีที่ยังไม่มีประเด็นที่น่าสนใจ ครูอาจจะจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์เพื่อกระตุ้นย้ำหรือท้าทายให้นักเรียนตื่นเต้น สงสัยใคร่รู้ อยากรู้ อยากเห็น หรือขัดแย้ง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา การศึกษาค้นคว้า หรือการทดลอง แต่ไม่ควรบังคับให้นักเรียนยอมรับประเด็นหรือปัญหาที่ครูกำลังสนใจเป็นเรื่องที่จะศึกษา ทำได้หลายแบบ เช่น สาธิต ทดลอง นำเสนอข้อมูล เล่าเรื่อง/เหตุการณ์ให้ค้นคว้า/อ่านเรื่อง อภิปราย/พูดคุยสนทนา ใช้เกม ใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ สร้างสถานการณ์/ปัญหาที่น่าสนใจ ที่น่าสงสัยแปลกใจ

**1.2.2 ขั้นสำรวจและค้นคว้า (Exploration)** เมื่อทำความเข้าใจประเด็นหรือคำถามที่สนใจแล้วผู้เรียนจะมีการวางแผนกำหนดแนวทางการสำรวจตรวจสอบ ตั้งสมมติฐาน กำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้ ลงมือปฏิบัติเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล ข้อสารสนเทศ หรือปรากฏการณ์ต่างๆ วิธีการตรวจสอบอาจทำได้หลายวิธี เช่น ทำการทดลอง ทำกิจกรรมภาคสนาม การใช้คอมพิวเตอร์ เพื่อช่วยสร้างสถานการณ์จำลอง (simulation) การศึกษาหาข้อมูลจากเอกสารอ้างอิงหรือแหล่งข้อมูลต่างๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในขั้นต่อไป

**1.2.3 ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation)** ผู้เรียนนำข้อมูลที่ได้จากการสำรวจและค้นหามาวิเคราะห์ แปลผล สรุปและอภิปรายร่วมกัน พร้อมทั้งนำเสนอผลงานในรูปแบบต่างๆ ซึ่งอาจเป็นรูปวาด ตาราง แผนผัง ผลงานมีความหลากหลาย สนับสนุนสมมติฐานที่ตั้งไว้หรือโต้แย้งกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ หรือไม่เกี่ยวข้องกับประเด็นที่กำหนดไว้ โดยมีการอ้างอิงความรู้ ประกอบการให้เหตุผลสมเหตุสมผล การลงข้อสรุปถูกต้องเชื่อถือได้ มีเอกสารอ้างอิงและหลักฐานชัดเจน

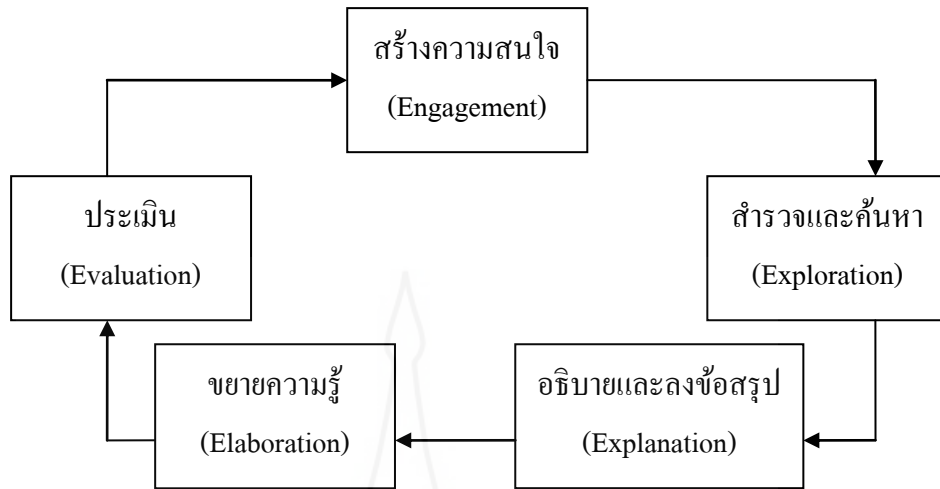
**1.2.4 ขั้นขยายความรู้ (Elaboration)** เป็นการนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิมหรือแนวคิดที่ได้ศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมหรือนำแบบจำลองหรือข้อสรุปที่ได้ไปใช้อธิบายสถานการณ์หรือเหตุการณ์อื่นๆ ทำให้เกิดความรู้กว้างขวางขึ้น

1) ครูจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ลึกซึ้งขึ้นหรือขยายกรอบความคิดกว้างขึ้นหรือเชื่อมโยงความรู้เดิมสู่ความรู้ใหม่หรือนำไปสู่การศึกษาค้นคว้าทดลองเพิ่มขึ้น เช่น ตั้งประเด็นเพื่อให้นักเรียนชี้แจงหรือร่วมอภิปรายแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติมให้ชัดเจนยิ่งขึ้น ชักถามให้นักเรียนชัดเจนหรือกระอ้างในความรู้ที่ได้หรือเชื่อมโยงความรู้ที่ได้รับกับความรู้เดิม

2) นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม เช่น อธิบายและขยายความรู้เพิ่มเติมมีความละเอียดมากขึ้น ยกสถานการณ์ ตัวอย่าง อธิบายเชื่อมโยงความรู้ที่ได้เป็นระบบและลึกซึ้งยิ่งขึ้น หรือสมบูรณ์ละเอียดขึ้น นำไปสู่ความรู้ใหม่หรือความรู้ที่ลึกซึ้งยิ่งขึ้น ประยุกต์ความรู้ที่ได้ไปใช้ในเรื่องอื่นหรือสถานการณ์อื่น ๆ หรือสร้างคำถามใหม่และออกแบบการสำรวจ ค้นหา และรวบรวม เพื่อนำไปสู่การสร้างความรู้ใหม่

**1.2.5 ชั้นประเมิน (Evaluation)** เป็นการประเมินการเรียนรู้ด้วยกระบวนการต่างๆ ว่านักเรียนมีความรู้อะไรบ้าง อย่างไร และมากน้อยเพียงใด จากขั้นนี้จะนำไปสู่การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในเรื่องอื่นๆ ดังนี้

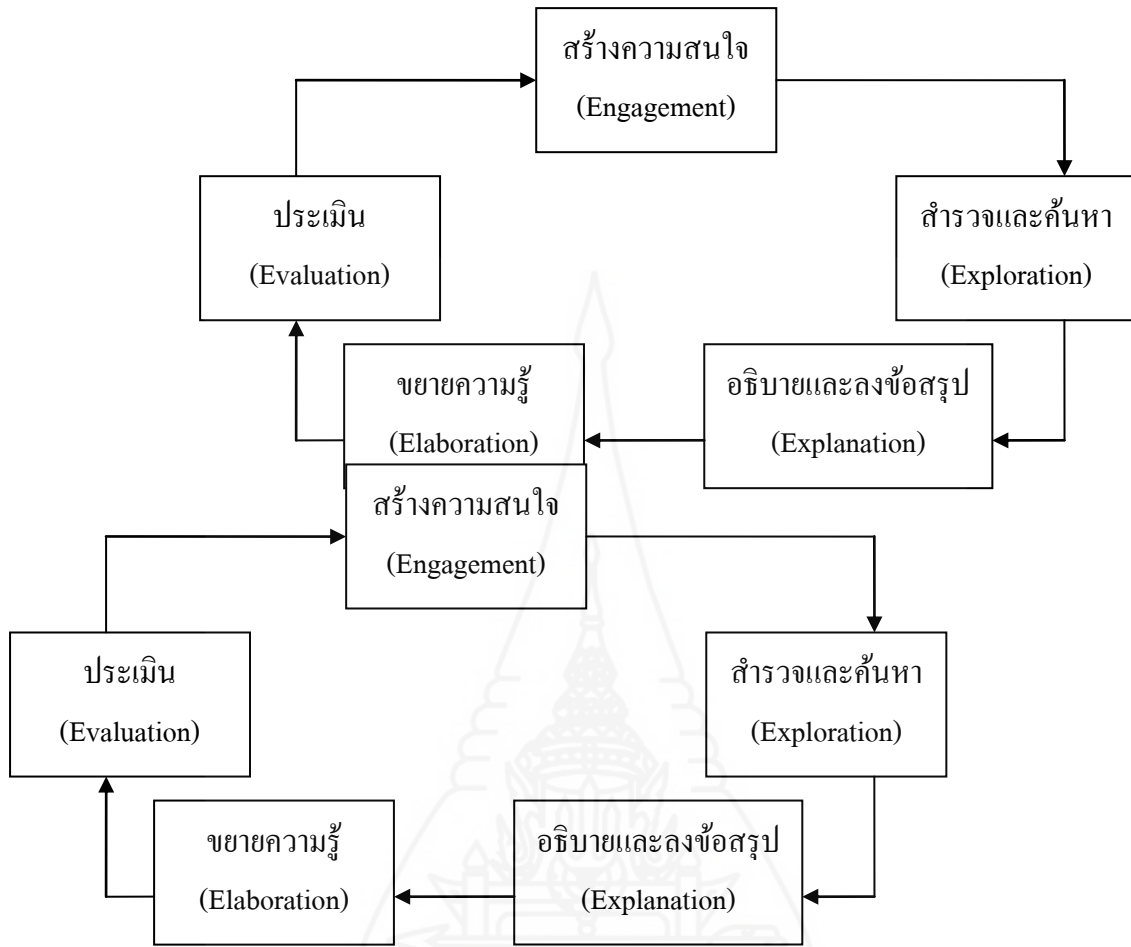
- 1) นักเรียนระบุสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ทั้งด้านกระบวนการและผลผลิต
- 2) นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของความรู้ที่ได้ เช่น วิเคราะห์วิจารณ์ แลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน คิดพิจารณาให้รอบคอบทั้งกระบวนการและผลงาน อภิปราย ประเมิน ปรับปรุง เพิ่มเติมและสรุป ถ้ายังมีปัญหา ให้ศึกษาทบทวนใหม่อีกครั้ง อ้างอิงทฤษฎีหรือหลักการและเกณฑ์ เปรียบเทียบผลกับสมมติฐาน เปรียบเทียบความรู้ใหม่กับความรู้เดิม
- 3) นักเรียนทราบจุดเด่น จุดด้อยในการศึกษาค้นคว้าหรือทดลอง  
ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5E ดำเนินการเป็นวงจรที่ต่อเนื่อง  
แสดงในภาพที่ 2.1 ดังนี้



ภาพที่ 2.1 การจัดการเรียนรู้แบบ 5E

อย่างไรก็ตามการที่เรียกการจัดการเรียนรู้แบบ 5E หรือการจัดการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ นั้นสืบเนื่องมาจากในการจัดการเรียนรู้แบบ 5E เมื่อสิ้นสุดการประเมินแล้วครูและนักเรียนก็สามารถเข้าสู่วัฏจักรการสืบเสาะหาความรู้ใหม่ได้ต่อไป เหตุผลเพราะในชีวิตจริงมีเรื่องราวหรือสิ่งที่ชวนสงสัยน่าศึกษาต่อเนื่องตลอดเวลาไม่สิ้นสุด หากทั้งครูและนักเรียนมีความใฝ่รู้ใฝ่เรียนตลอดเวลา การจัดการเรียนรู้แบบ 5E จึงเป็นวัฏจักรต่อเนื่องไป

อีกประการหนึ่ง การจัดการเรียนรู้แบบนี้ แม้ดำเนินขั้นตอนไปยังไม่ครบวัฏจักรก็สามารถขึ้นต้นวัฏจักรใหม่เพื่อสืบเสาะเรื่องใหม่ซ้อนอยู่ในวัฏจักรเดิมได้อีก เช่น เมื่อครูจัดกิจกรรมอยู่ในขั้นขยายความรู้ ครูไม่ใช้วิธีการบรรยาย แต่ครูต้องการจัดกิจกรรมอื่นแทน ดังนั้น ครูอาจสร้างความสนใจเพื่อให้นักเรียนสงสัยต่อแล้วสำรวจและค้นหาเพิ่มเติมต่อไป ดังแสดงในภาพที่ 2.2 ดังนี้



ภาพที่ 2.2 การสืบเสาะเรื่องใหม่ซ้อนอยู่ในขั้นตอนการขยายความรู้

### 1.3 เทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ใน 5E

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วัฏจักรการสืบเสาะหาความรู้ สมบัติ กาญจนารักพงศ์ และคนอื่นๆ (2549) ได้เสนอแนะเทคนิคการจัดการเรียนรู้ในขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

**1.3.1 เทคนิคที่เหมาะสมสำหรับขั้นสร้างความสนใจ** ครูสามารถใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิคต่างๆ มาใช้ในขั้นสร้างความสนใจได้ เช่น

เล่าเรื่องรอบวง	ร่วมกันคิด	รวมหัวคิด	ความเหมือน – ความต่าง	จัดประเภท
-----------------	------------	-----------	-----------------------	-----------

**1.3.2 เทคนิคที่เหมาะสมสำหรับขั้นสำรวจและค้นหา** ครูสามารถใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิคต่างๆ ผสมกับวิธีการทางวิทยาศาสตร์ให้นักเรียนได้สำรวจและค้นหาเพื่อให้ได้



ข้อมูล ความจริงที่นักเรียน ไม่เคยรู้ แล้วนำมาวิเคราะห์หรืออภิปรายเพื่อสรุปเป็นความรู้ใหม่ในกลุ่มของตน เริ่มตั้งแต่การตั้งปัญหา ตั้งสมมติฐาน การออกแบบวางแผนการทดลอง หรือออกแบบวางแผนการศึกษาหาข้อมูล ศึกษาและทดลองร่วมกันแล้วนำมาวิเคราะห์ อภิปรายเพื่อสรุปเป็นความรู้ใหม่ในกลุ่มของตน ซึ่งครูอาจพบปัญหาเมื่อจัดนักเรียนให้ทำงานกลุ่ม ทดลองเป็นกลุ่ม หรือศึกษาเอกสารเป็นกลุ่ม จะมีนักเรียนที่เก่งเท่านั้นที่ทำกิจกรรมแต่นักเรียนอีกส่วนหนึ่งนั่งดูเฉยๆ ไม่ช่วยทำกิจกรรมใด ๆ ดังนั้น ครูผู้สอนควรคิดหาเทคนิคที่จะทำให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกัน ร่วมมือกันทำกิจกรรมกลุ่ม โดยใช้เทคนิคต่างๆ ดังนี้

ร่วมกันคิด	รวมหัวคิด	คู่ตรวจสอบ	ผู้ร่วมคิด
สองคู่คิด	จิ๊กซอว์	กลุ่มร่วมมือ	คู่อภิปราย
กลุ่มอภิปราย	สัมภาษณ์สามชั้น	เรียนรู้สู่กฎ	จัดประเภท
จัดประเภทซ้ำ	ปริศนากลุ่ม	สายใยความคิดกลุ่ม	ข้อเขียนกลุ่ม
ค้นหา	ความเหมือน – ความต่าง	มุมประสบการณ์	
ตลาดนัดวิชาการ	เกมคู่คิด เกมคู่ใจ	กลุ่มร่วมเรียน	
กลุ่มคู่ช่วยเรียน	เกมกลุ่มแข่งขัน	การตั้งคำถามตามแนวของบลูม	

**1.3.3 เทคนิคที่เหมาะสมสำหรับชั้นขยายความรู้**ครูสามารถใช้เทคนิคเดียวกันกับชั้นสำรวจและค้นหาไม่จำเป็นต้องใช้การบรรยายเพียงอย่างเดียว ซึ่งการใช้เทคนิคที่น่าสนใจจะทำให้การขยายความรู้ที่น่าสนใจ สนุกสนานและคาดเดาไม่ได้ทำให้การเรียนการสอนตื่นเต้นเร้าใจ ได้ฝึกคิดร่วมกัน จากการที่นักเรียนได้ทำกิจกรรมร่วมกันจากการปฏิบัติจริง

**1.3.4 เทคนิคที่เหมาะสมสำหรับชั้นประเมิน** ในชั้นนี้นอกจากจะใช้คำถามประเมินการเรียนรู้ของนักเรียนแล้ว สามารถใช้การเรียนแบบร่วมมือเทคนิคต่างๆเพื่อให้เกิดความน่าสนใจ ไม่น่าเบื่อ หรือเกิดความสนุกสนาน นักเรียนได้ฝึกคิดร่วมกันกับเพื่อนได้เช่นเดียวกับชั้นตอนอื่น ๆ เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือที่สามารถนำมาใช้ในชั้นตอนนี้ ได้แก่

การเขียนรอบโต๊ะ	เล่าเรื่องรอบวง จัดประเภท	จัดประเภทซ้ำ
สายใยความคิดกลุ่ม	ความเหมือน – ความต่าง	เกมคู่คิด
เกมคู่ใจ	เกมกลุ่มแข่งขัน	การตั้งคำถามตามแนวของบลูม

ในการจัดการเรียนรู้ 5E ครูปกครองดำเนินการตามขั้นตอน ในด้านลักษณะของ กิจกรรมหรือสถานการณ์ ตลอดจนบทบาทของครูและนักเรียน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 2547) ได้ดังตารางที่ 2.1 ดังนี้

ตารางที่ 2.1 แสดงขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบ 5E

ขั้นตอน	กิจกรรม	ลักษณะของ	บทบาทครู	บทบาทของนักเรียน
การเรียนการสอน	การเรียนการสอน	กิจกรรมหรือสถานการณ์		
1. สร้างความสนใจ (Engage)	ครูจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ กระตุ้น ชั่วหรือท้าทายให้นักเรียนสนใจสงสัยใคร่รู้ อยากรู้ อยากเห็น หรือขัดแย้งเกิดปัญหาทำให้นักเรียนต้องการศึกษาค้นคว้า ทดลองหรือแก้ปัญหา (สำรวจ ตรวจสอบ) ด้วยตัวของนักเรียนเอง	1. เชื่อมโยงกับความรู้เดิม 2. แปลกใหม่ นักเรียนไม่เคยพบมาก่อน 3. ชั่ว ท้าทาย น่าสนใจ ใคร่รู้ 4. เปิดโอกาส ให้มีแนวทาง การตรวจสอบ อย่างหลากหลาย 5. นำไปสู่ กระบวนการ ตรวจสอบด้วยตัวของนักเรียนเอง	1. สร้างความสนใจ 2. สร้างความอยากรู้อยากเห็น 3. ตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด 4. ให้นักเรียนคิดก่อนตอบคำถามหรือไม่เร่งเร็ว ในการตอบคำถาม 5. ดึงเอาคำตอบหรือความคิดที่ยังไม่ครอบคลุมสิ่งที่นักเรียนรู้ 6. เปิดโอกาสให้นักเรียน ทำความกระจ่างในปัญหาที่จะสำรวจตรวจสอบ 7. เปิดโอกาสให้นักเรียน เลือกหรือกำหนดปัญหาที่จะสำรวจตรวจสอบ	1. ตั้งคำถาม 2. ตอบคำถาม 3. แสดงความคิดเห็น 4. กำหนดปัญหาหรือเรื่องที่จะสำรวจ-ตรวจสอบให้ชัดเจน 5. แสดงความสนใจ

ตารางที่ 2.1 (ต่อ)

ขั้นตอน	กิจกรรม	ลักษณะของกิจกรรมหรือสถานการณ์	บทบาทครู	บทบาทของนักเรียน
2. สำรวจและค้นหา (Explore)	ครูจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ให้นักเรียนสำรวจ-ตรวจสอบปัญหาหรือประเด็นที่นักเรียนสนใจใคร่รู้	1. นักเรียนได้เรียนรู้วิธีแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง 2. นักเรียนทำงานตามความคิดอย่างอิสระ 3. นักเรียนตั้งสมมติฐานได้หลากหลาย 4. พิจารณาข้อมูลและข้อเท็จจริงที่ปรากฏแล้วกำหนดสมมติฐานที่เป็นไปได้ 5. นักเรียนวางแผนแนวทางการสำรวจตรวจสอบ 6. นักเรียนวิเคราะห์ อภิปรายเกี่ยวกับกระบวนการสำรวจตรวจสอบ	1. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้วิเคราะห์กระบวนการสำรวจตรวจสอบ 2. ถามเพื่อนำไปสู่การสำรวจตรวจสอบ 3. ส่งเสริมให้นักเรียนได้สำรวจตรวจสอบด้วยตนเอง 4. ให้นักเรียนในการคิดไตร่ตรองปัญหา 5. ฟังการโต้ตอบกันของนักเรียน 6. ทำหน้าที่ในการให้คำปรึกษา 7. อำนวยความสะดวก	1. คิดอย่างอิสระแต่อยู่ในขอบเขตของกิจกรรม 2. ตั้งสมมติฐานที่เป็นไปได้โดยการอภิปราย 3. พิจารณาสมมติฐานที่เป็นไปได้ได้ 4. ระดมความคิดเห็นในการแก้ปัญหา 5. ตรวจสอบสมมติฐานอย่างเป็นระบบขั้นตอนถูกต้อง 6. บันทึกการสังเกตหรือผลการสำรวจตรวจสอบอย่างเป็นระบบละเอียดรอบคอบ 7. กระตือรือร้นมุ่งมั่นในการสำรวจตรวจสอบ

ตารางที่ 2.1 (ต่อ)

ขั้นตอน	กิจกรรม	ลักษณะของกิจกรรมหรือสถานการณ์	บทบาทครู	บทบาทของนักเรียน
3. อธิบายและลงข้อสรุป (Explain)	ครูจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ที่ให้ นักเรียนวิเคราะห์ อธิบายความรู้หรือซักถามแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันเกี่ยวกับสิ่งที่ได้เรียนรู้หรือสิ่งที่ได้ค้นพบเพื่อให้ นักเรียนได้พัฒนาความรู้ความเข้าใจในองค์ความรู้ที่ได้ อย่างชัดเจน	1. นักเรียนได้นำ ข้อมูลที่ได้จากการสำรวจตรวจสอบมา 1.1 วิเคราะห์ แปรผล 1.2 สรุปผล สอดคล้องกับข้อมูล ถูกต้องเชื่อถือได้ 1.3 อภิปรายผล อย่างสมเหตุสมผล 1.4 นำเสนอผลงาน ในรูปแบบต่าง ๆ 2. มีการอภิปราย ซักถามแลกเปลี่ยน ความคิดเห็น เกี่ยวกับผลงานของ นักเรียน 3. มีการพิสูจน์ ตรวจสอบให้แน่ใจ (ทำซ้ำหรือมี เอกสารอ้างอิงหรือ หลักฐานชัดเจน)	1. ส่งเสริมให้ นักเรียนได้อธิบาย ผลการสำรวจ ตรวจสอบและ แนวคิด ฯลฯ ด้วยคำพูดของ นักเรียนเอง 2. ให้นักเรียน เชื่อมโยง ประสบการณ์และ ความรู้เดิมมาใช้ใน การอธิบาย 3. ให้นักเรียน อธิบายโดยอ้างอิง เหตุผล หลักการ ทางวิชาการหรือ หลักฐานประกอบ 4. ให้ความสนใจ กับคำอธิบายของ นักเรียน	1. อธิบายการ-แก้ปัญหหรือ ผลการสำรวจ ตรวจสอบที่ได้ 2. อธิบายผล การสำรวจ ตรวจสอบ สอดคล้องกับ ข้อมูล 3. อธิบายโดย อ้างอิงเหตุผล หลักการทาง วิชาการและ หลักฐาน ประกอบ 4. ฟังการอธิบาย ของผู้อื่นแล้วคิด วิเคราะห์ 5. อภิปราย ซักถามเกี่ยวกับ สิ่งที่เกี่ยวข้อง อธิบาย

## ตารางที่ 2.1 (ต่อ)

ขั้นตอน การเรียนรู้ การสอน	กิจกรรมการเรียนรู้ การสอน	ลักษณะของ กิจกรรมหรือ สถานการณ์	บทบาทครู	บทบาทของ นักเรียน
4. ขยาย- ความรู้ (Elaborate)	ครูจัดกิจกรรมหรือ สถานการณ์ที่เปิด โอกาสให้นักเรียน ได้ขยายหรือเพิ่มเติม ความรู้ความเข้าใจ ในองค์ความรู้ใหม่ ให้กว้างขวาง กระจำ สมบูรณ์ และลึกซึ้งยิ่งขึ้น	1. ให้นักเรียนมี ความรู้ลึกซึ้งหรือ ขยายกรอบความคิด ให้กว้างขึ้น 2. ให้นักเรียน เชื่อมโยงความรู้เดิม ไปสู่ความรู้ใหม่ 3. ให้นักเรียนนำ ความรู้ใหม่ไปสู่ การศึกษาค้นคว้า ทดลองเพิ่มขึ้น 4. ให้นักเรียนนำ ความรู้ที่ได้ไป ประยุกต์ใช้ในเรื่อง อื่นๆหรือ สถานการณ์อื่น ๆ	1. ส่งเสริมให้ นักเรียนขยาย แนวความคิดและ ทักษะ จาก การสำรวจ ตรวจสอบ 2. ส่งเสริมให้ นักเรียนเชื่อมโยง ความรู้จาก การสำรวจ ตรวจสอบกับ ความรู้อื่น ๆ	1. ใช้ข้อมูลจาก การสำรวจ ตรวจสอบไป อธิบายหรือใช้ ในสถานการณ์ ใหม่ที่คล้ายกับ สถานการณ์เดิม 2. นำข้อมูลจาก การสังเกต การตรวจสอบ ไปสร้างความรู้ ใหม่ 3. นำความรู้ ใหม่เชื่อมโยง กับความรู้เดิม เพื่ออธิบายหรือ นำไปใช้ใน ชีวิตประจำวัน

## ตารางที่ 2.1 (ต่อ)

ขั้นตอน การเรียนรู้ การสอน	กิจกรรมการเรียนรู้ การสอน	ลักษณะของ กิจกรรมหรือ สถานการณ์	บทบาทครู	บทบาทของ นักเรียน
5. ประเมินผล (Evaluate)	ครูจัดกิจกรรมหรือ สถานการณ์ที่เปิด โอกาสให้นักเรียน วิเคราะห์ วิเคราะห์ หรืออภิปรายซักถาม แลกเปลี่ยน องค์ความรู้ซึ่งกัน และกัน เปรียบเทียบ ประเมิน ปรับปรุง เพิ่มเติมหรือทบทวน ใหม่	1. มีการตรวจสอบ ความถูกต้องของ องค์ความรู้และ กระบวนการที่ได้ โดย 1.1 วิเคราะห์ แลกเปลี่ยนความรู้ ซึ่งกันและกัน 1.2 อภิปราย ประเมิน ปรับปรุง หรือเพิ่มเติมทั้ง กระบวนการและ องค์ความรู้ 1.3 เปรียบเทียบผล การสำรวจ ตรวจสอบกับ สมมติฐานที่ กำหนดไว้	1. ถามคำถามเพื่อ นำไปสู่ การประเมิน 2. ส่งเสริมให้ นักเรียนประเมิน กระบวนการและ องค์ความรู้ ด้วย ตนเอง 3. ให้นักเรียน วิเคราะห์สิ่งที่ ควรปรับปรุงแก้ไข ในการสำรวจ ตรวจสอบ	1. วิเคราะห์ กระบวนการ การสร้างความรู้ ของตนเอง 2. ถามคำถามที่ เกี่ยวข้องจาก การสังเกต หลักฐานและ คำอธิบายซึ่งอาจ นำไปสู่ การสำรวจ ตรวจสอบใหม่ 3. ประเมิน ความก้าวหน้า และความรู้ของ ตนเอง

ในการจัดการเรียนรู้แบบ 5E มีบรรยากาศในการเรียนการสอนทั่วไป และปฏิสัมพันธ์  
ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนระหว่างครูกับนักเรียน และนักเรียนกับนักเรียน แสดงตามตารางที่ 2.2  
ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 2.2 บรรยากาศในการจัดการเรียนรู้แบบ 5E

บรรยากาศการเรียน การสอนทั่วไป	ปฏิสัมพันธ์ระหว่าง ครูกับนักเรียน	ปฏิสัมพันธ์ระหว่าง นักเรียนกับนักเรียน
1. ไม่เครียด	1. ครูเป็นกันเองกับนักเรียน	1. ร่วมมือในการทำกิจกรรม
2. สนุก	2. ครูยิ้มแย้มแจ่มใส	ช่วยกันคิด ช่วยกันทำงาน
3. ไม่สับสน	3. ครูชื่นชมนักเรียนอย่าง สร้างสรรค์	2. อภิปรายแสดงความคิดเห็น ร่วมกัน
4. นักเรียนคิดอย่างอิสระ	4. ครูให้คำปรึกษาแนะนำ ช่วยเหลือนักเรียน	3. ยอมรับฟังความคิดเห็นซึ่ง กันและกัน
5. นักเรียนสนใจ กระตือรือร้น เข้าร่วมกิจกรรม	5. ครูยอมรับฟังความคิดเห็น ของนักเรียน	

จากการศึกษารูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบ 5E สรุปได้ว่า เป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมที่ยึดผู้เรียนเป็นสำคัญสอดคล้องกับแนวการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551 โดยผู้เรียนมีโอกาสได้แสดงบทบาทของตนอย่างเต็มที่ในการแสวงหาแนวทางในการแก้ปัญหาและสร้างองค์ความรู้ ซึ่งการดำเนินกิจกรรมอย่างมีประสิทธิภาพนั้นผู้สอนต้องเข้าใจบทบาทและหน้าที่ของตนเอง และดำเนินกิจกรรมให้ครบวงจรอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้เกิดประโยชน์สูงสุดต่อผู้เรียนทั้งในด้านทักษะกระบวนการที่จำเป็นและความรู้ในเนื้อหาสาระที่เรียน อีกทั้งยังช่วยให้ผู้เรียนเป็นผู้รักการศึกษาค้นคว้าและสามารถที่จะแสวงหาความรู้ต่างๆ ได้ด้วยตนเอง

## 2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม GSP

โปรแกรม GSP เป็นสื่อเทคโนโลยีที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายกันในปัจจุบัน เนื่องจากสามารถนำไปใช้ประกอบการเรียนการสอนได้หลากหลายเนื้อหาทางเรขาคณิต ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับโปรแกรม GSP ดังนี้

### 2.1 โปรแกรม GSP

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) (ไพจิตร สะดวกการ และคนอื่นๆ 2549) เป็นซอฟต์แวร์สำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตเชิงพลวัต (Dynamic Geometry) ที่ใช้สร้างรูป



เรขาคณิตที่เคลื่อนไหวได้ซึ่งนำไปสู่การค้นหาสมบัติต่างๆ ทางเรขาคณิต โดยผู้ใช้ซอฟต์แวร์นี้สร้างรูปแล้วสามารถสำรวจ ตั้งข้อคาดเดา และสืบเสาะตรวจสอบเพื่อยืนยันเหตุผลของตนเอง ทำให้เกิดจินตนาการในการค้นคว้าหาเหตุผล เพื่อเพิ่มพูนความรู้ ตลอดจนทำให้เกิดความคงทนทาง การเรียนรู้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี : เว็บไซต์) GSP สามารถนำไปใช้ประกอบการเรียนการสอนได้หลากหลายเนื้อหาทางเรขาคณิต เช่น เส้นตรงและมุม การสร้างความเท่ากันทุกประการ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เส้นขนาน ความคล้าย วงกลม นอกจากนี้ยังสามารถนำไปใช้ในเรื่องของตรีโกณมิติ เวกเตอร์ เรขาคณิตวิเคราะห์ ฟิสิกส์ และการเขียนแบบ เป็นต้น

## 2.2 โปรแกรม GSP กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

GSP เป็นโปรแกรมที่น่าสนใจอีกโปรแกรมหนึ่งซึ่งครูสามารถนำไปใช้เป็นเครื่องมือเพื่อช่วยในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น เพราะสามารถนำเสนอภาพเคลื่อนไหว (Animation) นำมาใช้อธิบายเนื้อหาต่างๆ ให้เกิดความเข้าใจง่ายขึ้น เช่น ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ (เรขาคณิต พีชคณิต ตรีโกณมิติ แคลคูลัส), ฟิสิกส์ (กลศาสตร์ แสงคลื่น) ให้นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจได้อย่างชัดเจน และโปรแกรม GSP ยังเน้นให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติด้วยตนเองได้ นอกจากนี้ยังสามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนวิชาอื่นๆ ได้อย่างเช่น วิทยาศาสตร์ ศิลปะการออกแบบและเทคโนโลยี เป็นต้น

นารี วงศ์สิโรจน์กุล (2556) กล่าวว่า สสวท.ได้ส่งเสริมให้นำโปรแกรม The Geometer's Skechpad (GSP) ซึ่งใช้กันกว่า 60 ประเทศทั่วโลก มาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โปรแกรม GSP พัฒนาขึ้นโดยบริษัท Key Curriculum Press ตั้งแต่ปี ค.ศ.1991 และพัฒนาขึ้นเรื่อยๆ จนถึงเวอร์ชัน 4.0 โรงเรียนต่างๆ ในสหรัฐอเมริกาใช้โปรแกรมนี้สอนคณิตศาสตร์ ในโรงเรียนมากที่สุด และในหลายๆ ประเทศทั่วโลก เช่น แคนาดา สหราชอาณาจักร สิงคโปร์ มาเลเซีย ใต้หวัน ฮองกง เดนมาร์ก ญี่ปุ่น ออสเตรเลีย ในส่วนของประเทศไทยนั้น ได้ลงนามในพิธีกรอกลงสิทธิการใช้ซอฟต์แวร์ GSP เวอร์ชัน 4.0 เมื่อกลางเดือนธันวาคม 2547 ณ โรงแรมอิมพีเรียลควีนส์ปาร์ค กรุงเทพมหานคร และจากการติดตามผลการใช้งานในวิชาคณิตศาสตร์พบว่าเมื่อเทียบกับซอฟต์แวร์อื่นๆ ประเภทเดียวกันแล้วโปรแกรม GSP นี้สามารถใช้ได้ดีมาก และรองรับมาตรฐานสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทุกช่วงชั้น สสวท. จึงมั่นใจในการส่งเสริมให้สถานศึกษาทั่วไทยใช้โปรแกรม The Geometer's Skechpad (GSP) เพื่อก้าวสู่มิติใหม่ของการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างสนุกเข้าใจง่ายและเป็นรูปธรรม

กิมวัญ ธรรมใจ (2548: 1) ได้กล่าวถึงคุณค่าของโปรแกรม GSP ว่าเป็นโปรแกรมที่สร้างขึ้นสำหรับนำไปใช้ในการสร้างสรรค์ การสำรวจ และการวิเคราะห์เนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ โปรแกรม GSP ยังเป็นเทคโนโลยีที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์

โดยการสร้างองค์ความรู้ใหม่ๆ หรือความคิดรวบยอดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง เนื่องจากเวลาใช้โปรแกรม GSP ผู้ใช้สามารถสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์ (Mathematics Model) ที่ทำให้เกิดการเคลื่อนไหวเชิงเรขาคณิต และผู้ใช้สามารถปฏิสัมพันธ์โต้ตอบกับโปรแกรมได้ นอกจากนี้โปรแกรม GSP สามารถนำมาใช้ในการสำรวจเบื้องต้นเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติ จำนวน และการดำเนินการ กราฟของสมการชนิดต่างๆ ตลอดจนถึงการแสดงการเคลื่อนไหวของรูปเรขาคณิต เพื่อการสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนให้สามารถเข้าใจได้ง่าย และรวดเร็วขึ้น นอกจากนี้ประโยชน์ดังกล่าวแล้ว โปรแกรม GSP ยังมีคุณค่าต่อผู้เรียนในด้านที่จะช่วยทำให้ผู้เรียนสำรวจเนื้อหาและพัฒนาความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาสาระต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ได้หลายสาระ เช่น เรขาคณิต พีชคณิต ตรีโกณมิติ แคลคูลัสและเนื้อหาอื่นๆ สำหรับประโยชน์ต่อครูผู้สอนนั้น โปรแกรม GSP จะช่วยให้ครูผู้สอนใช้เป็นสื่อการสอนที่สร้างบรรยากาศของการเรียนที่ส่งเสริมให้มีการนำเสนอความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ความคิดสร้างสรรค์ ตลอดจนมีการนำเสนอที่น่าตื่นเต้นเร้าใจซึ่งจะทำให้ให้นักเรียนเกิดความสนใจ มีการซักถามและโต้ตอบ และช่วยทำให้นักเรียนตั้งข้อาคาดเดาเหตุการณ์ และหาข้อสรุปในเวลาเรียน ในห้องปฏิบัติการหรือในช่วงเวลาที่มีการนำเสนอหน้าห้องเรียน แต่หากผู้ใช้เป็นนักวิจัยทางคณิตศาสตร์หรือนักคณิตศาสตร์ศึกษา โปรแกรม GSP จะมีประโยชน์ในด้านที่จะช่วยตอบคำถามที่เกี่ยวกับการทดลอง เช่น ถ้า...แล้ว... โปรแกรม GSP จะช่วยพิสูจน์สมบัติต่าง ๆ ทางเรขาคณิตนอกจากนั้นยังสามารถสร้างการค้นพบสิ่งใหม่ๆ ได้อย่างไม่สิ้นสุด

วิมล อยู่พิพัฒน์ (2551: 16) กล่าวว่า โปรแกรม GSP เป็นสื่อเทคโนโลยีที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์ โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง เป็นสื่อที่ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการแก้ปัญหา นอกจากนี้การใช้โปรแกรม GSP ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นการบูรณาการสาระที่เกี่ยวข้องกับความรู้คณิตศาสตร์ และทักษะด้านเทคโนโลยีเข้าด้วยกัน ทำให้ผู้เรียนมีโอกาสพัฒนาหุปัญญาอัน ได้แก่ ปัญญาทางด้านภาษา ด้านตรรกศาสตร์ ด้านมิติสัมพันธ์และด้านศิลปะ

สันติ อธิพิพลนาวกุล (2550 : 43) กล่าวว่า โปรแกรม GSP ถ้าผู้ใช้เป็นนักเรียน จะช่วยให้ผู้เรียนสำรวจเนื้อหาและพัฒนาความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาสาระต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ได้หลายสาระ เช่น เรขาคณิต พีชคณิต ตรีโกณมิติ แคลคูลัสและเนื้อหาอื่นๆ สำหรับท่านที่เป็นครูผู้สอน โปรแกรม GSP เป็นสื่อที่ช่วยสร้างบรรยากาศการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้มีการนำเสนอความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ตลอดจนมีการนำเสนอที่น่าตื่นเต้นเร้าใจ ซึ่งจะทำให้ให้นักเรียนเกิดความสนใจ มีการซักถามและโต้ตอบตลอดจนช่วยทำ

นักเรียนตั้งข้อความคาดเดาเหตุการณ์ และหาข้อสรุปในเวลาเรียน ในห้องปฏิบัติการหรือในช่วงเวลาที่มีการนำเสนอหน้าห้องเรียนได้

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม GSP สรุปได้ว่าโปรแกรม GSP เป็นโปรแกรมที่มีคุณค่ามาก เพราะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาสาระต่างๆ เช่น เรขาคณิต พีชคณิต ตรีโกณมิติ แคลคูลัส เป็นต้น โปรแกรม GSP เป็นสื่อที่ช่วยให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ใหม่ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง อีกทั้งยังช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะการนึกภาพ ทักษะการแก้ปัญหา และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ โปรแกรม GSP ยังมีการนำเสนอที่น่าสนใจ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ ชักถามและโต้ตอบ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนตั้งข้อความคาดเดาเหตุการณ์ และหาข้อสรุปได้

### 3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เป็นเกณฑ์อย่างหนึ่งที่สามารถนำมาประเมินประสิทธิภาพการเรียนการสอนได้เป็นอย่างดี ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยมุ่งเน้นการประเมินเพื่อตัดสินผลการเรียนและความสามารถในการเรียนรู้ของผู้เรียนจากการเรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5E ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดังต่อไปนี้

#### ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ วิลสัน (Wilson, 1971:648) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ว่าหมายถึงความสามารถทางด้านสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

กู๊ด (Good, 1973: 7) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่าหมายถึงการเข้าถึงความรู้ (Knowledge Attained) หรือการพัฒนาทักษะในการเรียนซึ่งอาจพิจารณาจากคะแนนสอบคะแนนที่ได้จากงานที่ครูมอบหมายให้หรือทั้งสองอย่าง

วิลสัน (Wilson, 1971: 642-696) ได้แบ่งพฤติกรรมการเรียนรู้ที่พึงประสงค์ในวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาออกเป็น 2 ด้านได้แก่

1. พฤติกรรมพุทธิพิสัยหรือความรู้และความคิด (Cognitive Domain)
2. พฤติกรรมด้านจิตพิสัยหรือด้านความรู้สึก (Affective Domain)

สำหรับพฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางด้านพุทธิพิสัย (Cognitive Domain) ได้แบ่งพฤติกรรมตามกรอบแนวคิดของบลูม (Bloom's Taxonomy) ไว้ 4 ระดับคือ

## 1. ความรู้ความจำด้านการคำนวณ (Computation)

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็นความสามารถระลึกถึงข้อเท็จจริงต่างๆที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้วคำถามจะเกี่ยวข้องกับข้อเท็จจริงตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สะสมมาเป็นระยะเวลาานาน

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่างๆได้โดยคำถามอาจถามโดยตรงหรือถามโดยอ้อมก็ได้แต่ต้องอาศัยการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability of Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยามและกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้วแบบทดสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่ายคล้ายคลึงกับตัวอย่างนักเรียนไม่ยุ่งยากในการตัดสินใจ การเลือกใช้กระบวนการ

## 2. ความเข้าใจ (Comprehension)

เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนมากขึ้นแบ่งได้เป็น 6 ชั้นดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of Concepts) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริงเพราะมโนคติเป็นนามธรรมซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่างๆต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้นสามารถทำได้โดยใช้คำพูดของตนหรือเลือกความสามารถที่กำหนดให้โดยเขียนในรูปแบบใหม่หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียนมิฉะนั้นจะเป็นเพียงการวัดความจำเท่านั้น

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการกฎทางคณิตศาสตร์และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of Principle, Rules and Generalization) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการกฎและความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหา ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรกอาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem Elements From One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่เช่นแปลจากภาษาพูดให้เป็นรูปสมการ

ซึ่งมีความหมายคงเดิมโดยไม่รวมถึงกระบวนการคิดคำนวณ (Algorithms) หลังจากแปลแล้วอาจกล่าวได้ว่าเป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow a line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ซึ่งแตกต่างกันไป จากความสามารถในการอ่านทั่วไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Mathematics Problem) ข้อสรุปที่วัดความสามารถในขั้นนี้อาจเปลี่ยนแปลงมาจากแบบทดสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่นๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหาซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความตัวเลขข้อมูลทางสถิติหรือกราฟ

### 3. การนำไปใช้ (Application)

เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยเพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียนหรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนเลือกกระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้ไม่ยากพฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ข้อ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุดเพื่อสรุปการตัดสินใจซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้อาจต้องใช้วิธีการคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้องรวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องพิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติมมีปัญหาคำอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วนตัวมีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

### 4. การวิเคราะห์ (Analysis)

เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อนซึ่งส่วนใหญ่เป็น โจทย์พลิกแพลงแต่ก็อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่เรียนการแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าวต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา



พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูงแบ่งออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Nonroutine Problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่างไม่เคยเห็นมาก่อนนักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจมโนคตินิยามตลอดจนทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่างๆที่โจทย์กำหนดให้ใหม่แล้วสร้างความสัมพันธ์ขั้นใหม่เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแทนการจำความสัมพันธ์ที่เคยพบมาแล้วมาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถในการพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยเห็นมาก่อนนักเรียนจะต้องอาศัยนิยามทฤษฎีต่างๆที่เรียนมาแล้วมาช่วยในการแก้ปัญหา

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) ความสามารถในการใช้เหตุผลควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์แต่ความสามารถในการวิจารณ์เป็นพฤติกรรมที่ยุ่ยากซับซ้อนกว่าความสามารถในขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่มีตอนใดผิดพลาดไปจากมโนคติ หลักการกฎนิยามหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.5 ความสามารถเกี่ยวกับการสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้องของสูตร (Ability to Formulate and Validate Generalization) นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องเดิมและต้องสมเหตุสมผลด้วยนั่นคือการถามให้หาและพิสูจน์ประโยคทางคณิตศาสตร์หรืออาจถามให้นักเรียนสร้างกระบวนการคิดคำนวณใหม่พร้อมทั้งแสดงการใช้กระบวนการนั้น

จากความหมายที่กล่าวมาทั้งหมดสามารถสรุปได้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หมายถึงความสามารถในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในการเรียนคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องวงกลมและพาราโบลา ซึ่งประเมินได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยโดยแบบทดสอบนั้นต้องตรงตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่กำหนดไว้และสอดคล้องกับพฤติกรรมในการเรียนคณิตศาสตร์ตามที่วิลสัน (Wilson, 1971: 643 – 685) จำแนกไว้ทั้ง 4 ระดับคือ

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณประกอบด้วยความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริงศัพท์นิยามและความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณตามขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว
2. ความเข้าใจประกอบด้วยความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติหลักการกฎการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไปและความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ความสามารถในการเปลี่ยนโจทย์ปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่งความสามารถในการคิดตามแนวของเหตุผลและความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. การนำไปใช้ประกอบด้วยความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่คล้ายคลึงกับที่เคยเรียนมาแล้วตลอดจนความสามารถในการเปรียบเทียบการวิเคราะห์ข้อมูลและการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและสมมาตรกัน
4. การวิเคราะห์ประกอบด้วยความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อนแต่อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาที่เรียนความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์การสร้างข้อมูลการสร้างข้อพิสูจน์ตลอดจนความสามารถในการสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้องของสูตร

#### 4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

มีนักวิจัยหลายท่านได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้แบบ SE และการใช้โปรแกรม GSP ช่วยในการจัดการเรียนการสอนทั้งในประเทศและต่างประเทศ ซึ่งผู้วิจัยได้ทำการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

##### 4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบ SE

หุณษร์รักษ์ หมั่นศรีจุม (2555) ได้ทำการวิจัยเรื่องการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามรูปแบบการสอนวัฏจักรการเรียนรู้ 5 ขั้น (5E) โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ เรื่องเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า

- 1) การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามรูปแบบการสอนวัฏจักรการเรียนรู้ 5 ขั้น (5E) โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ ประกอบด้วย 5 ขั้น ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ โดยการเล่นเกม การสนทนาซักถามและการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เพื่อทบทวนความรู้เดิม ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและค้นหา นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม เพื่อสำรวจและค้นหาคำตอบโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป นำหลักการและแนวคิดที่ได้จากการทำกิจกรรมกลุ่มมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน ขั้นที่ 4



ชั้นขยายความรู้ นำความรู้ที่ได้จากการทำกิจกรรมไปใช้แก้โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ชั้นที่ 5 ชั้นประเมินตรวจสอบความสามารถของนักเรียนจากการทำแบบฝึกทักษะ และจากการนำไปประยุกต์ใช้ในเรื่องอื่นๆ 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในวงจรที่ 1 มีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 76.79 และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 22 คน คิดเป็นร้อยละ 78.57 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในวงจรที่ 2 มีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 81.60 และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 29 คน คิดเป็นร้อยละ 87.88 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ 3) จากการศึกษาเจตคติของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามรูปแบบการสอนวัฏจักรการเรียนรู้ 5 ชั้น (5E) โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนได้ตรวจสอบความรู้เดิมของตนเอง สามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองโดยการลงมือปฏิบัติ ได้ทำงานและเรียนเป็นกลุ่ม ให้ความรู้แก่เพื่อน ได้รับความรู้จากเพื่อน และได้พัฒนาทักษะการนิรนัยภาพ

มาลัย ปะติเพนัง (2550) ศึกษาการพัฒนาแผนการเรียนรู้ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ผลการศึกษาพบว่า 1) แผนการเรียนรู้ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้มีประสิทธิภาพเท่ากับ 78.42/76.80 สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ 2) แผนการเรียนรู้ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ มีค่าดัชนีประสิทธิผลเท่ากับ 0.6509 แสดงว่านักเรียนมีความก้าวหน้าในการเรียนคิดเป็นร้อยละ 65.09 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนผ่านไปแล้ว 14 วัน ไม่แตกต่างกัน แสดงว่านักเรียนที่เรียนแบบสืบเสาะหาความรู้ สามารถคงทนความรู้หลังเรียนได้ทั้งหมด สรุปได้ว่าแนวทางในการจัดการเรียนรู้ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้มีประสิทธิภาพ สามารถนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

มงคล ประเสริฐสงฆ์ (2551) ศึกษาโครงสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พาราโบลาโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ 5E ผลการวิจัยพบว่ากลุ่มเป้าหมายสามารถสร้างความคิดรวบยอดได้อย่างครบถ้วน และยังสามารถใช้ความรู้ในการแก้ปัญหาได้เป็นอย่างดี

เวียงแก้ว สะอาด (2555) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามรูปแบบการสอนวัฏจักรการเรียนรู้ 5 ชั้น (5E) โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า

1. กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามรูปแบบการสอนวัฏจักรการเรียนรู้ 5 ชั้น (5E) โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอนที่สำคัญ คือ

1.1 ขั้นสร้างความสนใจ เป็นขั้นเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียน โดยแจ้งผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ทบทวนความรู้เดิม เร้าความสนใจผู้เรียนให้พร้อมที่จะเรียนเรื่องใหม่

1.2 ขั้นสำรวจและค้นหา เป็นขั้นที่ผู้เรียนได้ทำกิจกรรมในการสำรวจ ตรวจสอบ เพื่อค้นหาคำตอบ จากการสังเกตลงมือปฏิบัติ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้

1.3 ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป เป็นขั้นที่นักเรียนนำข้อมูล แนวคิด และคำตอบที่ได้ มาวิเคราะห์ แปลผล สรุปและอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น

1.4 ขั้นขยายความรู้ เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้ แนวคิด หรือข้อสรุปที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ๆ และ

1.5 ขั้นประเมิน เป็นขั้นตรวจสอบการเรียนรู้ว่านักเรียนมีความรู้อะไรบ้าง อย่างไร และมากน้อยเพียงใด โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรที่ 1 มีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 31 คน คิดเป็นร้อยละ 72.09 และมีร้อยละของคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 70.91 นักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรที่ 2 มีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 33 คน คิดเป็นร้อยละ 75 และมีร้อยละของคะแนนเฉลี่ย เท่ากับ 73.98 ซึ่งทั้งสองวงจรมีจำนวนนักเรียนและค่าร้อยละของคะแนนเฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ที่ร้อยละ 70

3. นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามรูปแบบการสอนวัฏจักรการเรียนรู้ 5 ชั้น (5E) โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ ซึ่งนักเรียนมีความคิดเห็นว่ากิจกรรมดังกล่าวทำให้เข้าใจเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ได้อย่างชัดเจนมองเห็นเป็นรูปธรรมมีความกระตือรือร้นอยากที่จะเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเองโดยการลงมือปฏิบัติได้ทำงานและเรียนเป็นกลุ่มนอกจากนี้ยังได้เห็นความสำคัญของการใช้เทคโนโลยี ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

อารีย์ ปานถม (2550) ศึกษาการเปรียบเทียบผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาระคน โดยใช้วัฏจักรการเรียนรู้ 5E กับการเรียนรู้ปกติ ผลการวิจัยพบว่า 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระคนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ใช้วัฏจักรการเรียนรู้ 5E สูงกว่ากลุ่มการ

เรียนรู้ปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) เจตคติต่อกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาของคนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ใช้วัฏจักรการเรียนรู้ 5E สูงกว่า กลุ่มการเรียนรู้ปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบ 5E พบว่า การจัดการเรียนรู้แบบ 5E ช่วยให้นักเรียนตรวจสอบความรู้เดิมของตนเอง สามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง โดยการลงมือปฏิบัติ เกิดความเข้าใจในเนื้อหาวิชาได้อย่างชัดเจนมองเห็นเป็นรูปธรรม มีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ ได้พัฒนาทักษะการนิรนัย มีความคงทนในการเรียนรู้ สามารถสร้างความคิดรวบยอดได้อย่างครบถ้วนและสามารถแก้ปัญหาได้เป็นอย่างดี นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังส่งผลให้นักเรียน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้น

## 4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้โปรแกรม GSP ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

### 4.2.1 งานวิจัยในประเทศ

เรณูวัฒน์ พงษ์อุทธา (2550) ได้ทำการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลา เจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการจัดการกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม GSP ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม GSP เป็นสื่อมีเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม GSP เป็นสื่อมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องพาราโบลาและความสามารถในการคิดวิเคราะห์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สิริณัฐ ประจิมทิส (2553) ได้ทำการศึกษาความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเต็มโดยใช้สถานการณ์จริงและโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนมีความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์เรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มในระดับการจัดกระทำโดยนักเรียนกลุ่มที่ใช้สถานการณ์จริงเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ สามารถทำการบวกและลบจำนวนเต็มได้โดยใช้กิจกรรมที่เป็นสถานการณ์จริง สำหรับนักเรียนกลุ่มที่ใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ สามารถบวกและลบจำนวนเต็มโดยทำกิจกรรมในโปรแกรม GSP ได้ 2) นักเรียนทั้งกลุ่มที่ใช้สถานการณ์จริงและใช้โปรแกรม GSP มีความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับกระบวนการ ในเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็ม ซึ่งเห็นได้จากชิ้นงาน

และจากการสัมภาษณ์นักเรียน นั่นคือ นักเรียนสามารถบวกและลบจำนวนเต็มในรูปทั่วไปได้  
 3) มีนักเรียนบางคนที่มีความเข้าใจในระดับโครงสร้างในเรื่องการบวกและการลบจำนวน นั่นคือ นักเรียนสามารถเชื่อมโยงมโนคติที่เกี่ยวข้องกับการบวกและการลบจำนวนเต็ม นั่นคือ นักเรียนสามารถเชื่อมโยงมโนคติที่เกี่ยวข้องกับการบวกและการลบจำนวนเต็ม เพื่อที่จะหาคำตอบที่ถูกต้องในการบวกและการลบจำนวนเต็ม

อำนาจ เชื้อบ่อคา (2547) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลของการใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากรับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01

#### 4.2.2 งานวิจัยในต่างประเทศ

ฟลอเรส (Flores, 1997: 56-65) ได้ทำการศึกษาเรื่องของเส้นโค้งต่างๆกับโปรแกรม GSP โดยการให้นักเรียนใช้โปรแกรม GSP สร้างเส้นโค้งตามเงื่อนไขที่กำหนดไว้ จากนั้นให้นักเรียนสังเกตถึงรูปที่เกิดขึ้นว่ามีลักษณะอย่างไร ซึ่งรูปที่ได้นั้นมีลักษณะเป็นวงกลม วงรี พาราโบลาและไฮเพอร์โบลา ทั้งนี้ นักเรียนจะพบว่าโปรแกรม GSP นี้มีความมหัศจรรย์ในการที่จะสร้างรูปต่อไปอีกจนเกิดเป็นรูปโค้งทางเรขาคณิตที่มีความสวยงามซึ่งเป็นการพัฒนาจากการสร้างเส้นตรงหรือวงกลมนั่นเอง

กาลินโด (Galindo 1998: 78-82) ได้ทำการศึกษาถึงการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนโดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อที่จะได้วิธีในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตแบบใหม่ๆ ทั้งนี้เนื่องจากการเรียนการพิสูจน์ทางเรขาคณิตนั้นเป็นเรื่องที่ใช้เวลาในการศึกษานานเป็นพิเศษและเป็นเรื่องที่ยากต่อการทำความเข้าใจ อีกทั้งที่ผ่านมานั้นครูก็จะทำการสอนโดยการบอกหรืออธิบายให้ฟังซึ่งอาจทำให้เป็นการยากที่จะใช้โปรแกรม GSP ช่วยในการสร้างรูปเรขาคณิตเพื่อทำการสำรวจความสัมพันธ์ของรูปเหล่านั้น ตั้งข้อคาเดคา สมบัติต่างๆและทดสอบข้อคาเดคานั้นๆจนเกิดเป็นการเรียนรู้ที่มีเหตุผลและมีความหมาย โดยนักเรียนสามารถที่จะเชื่อมโยงระหว่างการสร้างรูปโดยใช้โปรแกรม GSP และการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ทำให้นักเรียนเข้าใจเรขาคณิตได้อย่างลึกซึ้ง ไม่ใช่เชื่อการพิสูจน์แบบดั้งเดิม

เลสเตอร์ (Lester, 1996: 2343-A) ได้ศึกษาวิจัยผลของการใช้ GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย รัฐแคลิฟอร์เนีย ประเทศสหรัฐอเมริกา ค.ศ.1996 โดยที่ให้นักเรียนทดลองใช้ GSP ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนตามปกติ ผลการวิจัยดังกล่าวพบว่า ค่าเฉลี่ยของผลการสอบหลังเรียนเกี่ยวกับความรู้ทางเรขาคณิตและการ

สร้างของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 ในขณะที่ค่าเฉลี่ยของผลการสอบหลังเรียนเกี่ยวกับการตั้งข้อาคาดเดาทางเรขาคณิตของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ซิลกาลิส (Shilgalis, 1998: 162-165) ได้ทำการศึกษาโดยใช้ชื่อว่า การค้นหาสมบัติที่ถูกฝังไว้โดยการประยุกต์ใช้โปรแกรม GSP ซึ่งเป็นการสร้างสถานการณ์ขึ้นมา 2 สถานการณ์ แล้วให้นักเรียนทำการวิเคราะห์สถานการณ์ที่ได้รับเพื่อตีความแล้วทำการสร้างรูปทางเรขาคณิตจากสถานการณ์นั้น โดยใช้โปรแกรม GSP มาเพิ่มพูนความรู้เพื่อการหาคำตอบ โดยผู้เรียนสามารถที่จะสืบเสาะ สรุปผลการคาดเดาได้รวดเร็วกว่าการใช้กระดาษและดินสอ ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนมีความเข้าใจและเกิดทักษะในการแก้ปัญหาต่อไป

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้โปรแกรม GSP ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์พบว่าโปรแกรม GSP ช่วยในการสร้างรูปเรขาคณิต สร้างสถานการณ์ โดยให้นักเรียนได้สืบเสาะหาความรู้ สร้างข้อาคาดเดาและทดสอบข้อาคาดเดานั้นๆ จนเกิดเป็นการเรียนรู้ที่มีเหตุผลและมีความหมาย นักเรียนเกิดทักษะในการคิดวิเคราะห์ มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น



## บทที่ 3

### วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลองที่ใช้กลุ่มตัวอย่างกลุ่มเดียววัดก่อนและหลังการทดลองโดยมุ่งหมายศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องวงกลมและพาราโบลาที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนระยองวิทยาคม จังหวัดระยอง ผู้วิจัยมีวิธีการดำเนินการวิจัยตามหัวข้อต่อไปนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การวิเคราะห์ข้อมูล

#### 1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1 ประชากร คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนระยองวิทยาคม จำนวน 450 คน จาก 10 ห้องเรียน ซึ่งมีการจัดกลุ่มการเรียนของผู้เรียนแบบคละความสามารถ

1.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนระยองวิทยาคม จังหวัดระยอง จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 45 คน ได้มาโดยใช้วิธีสุ่มแบบกลุ่ม

#### 2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องวงกลมและพาราโบลาและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องวงกลมและพาราโบลา ซึ่งมีรายละเอียดการสร้างและการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือการวิจัย ดังนี้



2.1 แผนการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องวงกลมและพาราโบลา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องวงกลมและพาราโบลาด้วยตนเอง โดยมีรายละเอียดการสร้างและการตรวจสอบดังนี้

2.1.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

2.1.2 ศึกษาขั้นตอน เทคนิคของการจัดการเรียนรู้แบบ 5E เพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอน

2.1.3 ศึกษาโปรแกรม GSP และสื่อการเรียนรู้ในรูปแบบต่างๆ เพื่อนำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้แบบ 5E ที่ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามทฤษฎีการสร้างสรรค้ความรู้ สามารถค้นพบความรู้ได้ด้วยตนเอง จนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย ซึ่งจากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยต่างๆ พบว่าการใช้สื่อจากโปรแกรม GSP ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดี

2.1.4 วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหา สาระสำคัญและผลการเรียนรู้เรื่องวงกลมและพาราโบลา ดังตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหา สาระสำคัญและผลการเรียนรู้เรื่องวงกลมและพาราโบลาชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เนื้อหา	สาระสำคัญ	ผลการเรียนรู้
การเลื่อนแกน ทางขนาน	ถ้า $h$ และ $k$ เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว การแทน $x'$ ด้วย $x - h$ และ การแทน $y'$ ด้วย $y - k$	1. ระบุนพิกัด $(x, y)$ ของจุดใด ๆ เมื่อเทียบกับแกนใหม่ได้ 2. นำความรู้เรื่องการเลื่อนแกน ทางขนานไปใช้ในการเขียน กราฟได้
วงกลม (Circle)	บทนิยามของวงกลม วงกลม คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบที่ ห่างจากจุดๆหนึ่งที่ตรงอยู่กัเป็นที่ป็นระยะทาง คงตัวจุดที่ตรงอยู่กัเป็นที่นี้	1. บอกนิยามของวงกลมได้ 2. เขียนสมการและวาดกราฟ ของวงกลม เมื่อกำหนดส่วน- ประกอบของวงกลมมาให้ได้



ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

เนื้อหา	สาระสำคัญ	ผลการเรียนรู้
วงกลม (Circle) (ต่อ)	<p>เรียกว่าจุดศูนย์กลาง (center) ของวงกลมและระยะทางกึ่งตัวดังกล่าว เรียกว่า รัศมี (radius) ของวงกลม</p> <p>รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลมคือ <math>(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2</math> เมื่อ <math>h, k</math> และ <math>r</math> คือค่าคงตัว</p> <p>รูปแบบทั่วไปของสมการวงกลมคือ <math>x^2 + y^2 + ax + by + c = 0</math> เมื่อ <math>a, b</math> และ <math>c</math> คือค่าคงตัว</p>	<p>3. วาดกราฟของวงกลมเมื่อกำหนดสมการของวงกลมมาให้ได้</p> <p>4. นำความรู้เรื่องวงกลมไปใช้ในการแก้ปัญหาได้</p>
พาราโบลา (Parabola)	<p>บทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา พาราโบลา คือเซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งห่างจากจุด <math>F</math> ที่ตรึงอยู่กับที่จุดหนึ่งและเส้นตรง <math>l</math> ที่ตรึงอยู่กับที่เส้นหนึ่งเป็นระยะทางเท่ากัน</p> <p>รูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่ <math>(h, k)</math> และมีแกนสมมาตรขนานกับแกน <math>Y</math> คือ <math>(x - h)^2 = 4c(y - k)</math></p> <p>ถ้า <math>c &gt; 0</math> แล้ว พาราโบลาเป็นโค้งหงายขึ้น</p> <p>ถ้า <math>c &lt; 0</math> แล้ว พาราโบลาเป็นโค้งคว่ำลง</p> <p>รูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่ <math>(h, k)</math> และมีแกนสมมาตรขนานกับแกน <math>X</math> คือ <math>(y - k)^2 = 4c(x - h)</math></p> <p>ถ้า <math>c &gt; 0</math> แล้ว พาราโบลาเป็นโค้งเปิดไปทางด้านขวา</p> <p>ถ้า <math>c &lt; 0</math> แล้ว พาราโบลาเป็นโค้งเปิดไปทางด้านซ้าย</p>	<p>1. บอกนิยามของพาราโบลาได้</p> <p>2. เขียนสมการและกราฟของพาราโบลา เมื่อกำหนดส่วนประกอบของพาราโบลามาให้ได้</p> <p>3. นำความรู้เรื่องการเลื่อนแกนทางขนานไปใช้ในการเขียนกราฟได้</p> <p>4. นำความรู้เรื่องพาราโบลาไปใช้ในการแก้ปัญหาได้</p>

2.1.5 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องวงกลมและพาราโบลาให้สอดคล้องกับเนื้อหาสาระสำคัญและผลการเรียนรู้ทั้งหมด 8 แผน คาบละ 50 นาที ดังนี้

การเลื่อนแกนทางขนาน	จำนวน 2 แผน (4 คาบ)
วงกลม	จำนวน 3 แผน (5 คาบ)
พาราโบลา	จำนวน 3 แผน (5 คาบ)

2.1.6 จัดทำรายละเอียดของแผนการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP โดยแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ เป็นขั้นที่นำเข้าสู่บทเรียน โดยการสร้างความสนใจจากสถานการณ์ปัญหา สืบจากโปรแกรม GSP หรือเชื่อมโยงกับความรู้เดิมของนักเรียน เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนสร้างคำถาม กำหนดประเด็นที่จะศึกษา

ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและค้นหาเป็นขั้นที่นักเรียนได้ทำกิจกรรมในการสำรวจตรวจสอบ เพื่อค้นหาคำตอบโดยการพิสูจน์ การใช้โปรแกรม GSP เพื่อช่วยสร้างสถานการณ์จำลอง การศึกษาหาข้อมูลจากเอกสารอ้างอิงหรือจากแหล่งข้อมูลต่างๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในขั้นต่อไป

ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบายและลงข้อสรุปเป็นขั้นที่นักเรียนนำข้อมูลอย่างเพียงพอที่ได้จากการสำรวจตรวจสอบ แล้วมาวิเคราะห์ แปลผล สรุปและอภิปรายร่วมกัน

ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความรู้เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิม หรือแนวคิดที่ได้จากการศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ปัญหา โดยอาจใช้โปรแกรม GSP ช่วยในการสร้างแบบจำลอง เพื่อให้ให้นักเรียนมีความรู้ลึกซึ้งหรือขยายกรอบความคิดให้กว้างขึ้น

ขั้นที่ 5 ขั้นประเมินเป็นขั้นตรวจสอบการเรียนรู้ว่านักเรียนมีความรู้ อะไรบ้าง อย่างไร มากน้อยเพียงใด โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะหรืออภิปรายซักถาม แลกเปลี่ยนองค์ความรู้ซึ่งกันและกัน

2.1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องวงกลมและพาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เสร็จเรียบร้อยแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาการศึกษาค้นคว้าอิสระ และผู้เชี่ยวชาญเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ความชัดเจน ความถูกต้องของผลการเรียนรู้ ความสอดคล้องของผลการเรียนรู้กับจุดประสงค์การเรียนรู้ ความสอดคล้องของจุดประสงค์การเรียนรู้กับเนื้อหาสาระ และกิจกรรมการเรียนรู้ ความเหมาะสมของการจัดการเรียนรู้แบบ 5E ความเหมาะสมของสื่อการ-

เรียนรู้และความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้กับการวัดผล ประเมินผลการเรียนรู้ เพื่อนำข้อเสนอมาปรับปรุงแก้ไข

2.1.8 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ ไปเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาการศึกษาชั้นคว่ำอิสระ และผู้เชี่ยวชาญเพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้งแล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เรียบร้อยเพื่อนำไปใช้ในงานวิจัยกับกลุ่มเป้าหมาย

2.1.9 นำแผนการจัดการเรียนรู้แบบ SE ที่ได้รับการปรับปรุงเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาการศึกษาชั้นคว่ำอิสระอีกครั้งแล้วนำไปทดลองสอนกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนระยองวิทยาคมภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 9 คน ประกอบด้วย นักเรียนที่มีผลการเรียนดี 3 คน นักเรียนมีผลการเรียนปานกลาง 3 คน และนักเรียนที่มีผลการเรียนอ่อน 3 คน โดยใช้เวลานอกเวลาเรียน เพื่อพิจารณาความเหมาะสมของกิจกรรมและเวลาการนำเสนอสื่อโดยให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรม แล้วเก็บข้อมูลจากการสังเกต นำมาพัฒนาปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมมากยิ่งขึ้น

2.1.10 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงหลังทดลองใช้แล้ว จัดพิมพ์เป็นฉบับสมบูรณ์

## 2.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลมและพาราโบลา เป็นแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

2.2.1 ศึกษาหลักสูตรคู่มือครูหนังสือเรียน คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คู่มือการวัดผล ประเมินผลการเรียนรู้ และคู่มือการสร้างแบบทดสอบ

2.2.2 วิเคราะห์เนื้อหา สาระสำคัญ ผลการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ เพื่อกำหนดจำนวนข้อสอบ ดังตารางที่ 3.2

ตารางที่ 3.2 การวิเคราะห์ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องวงกลมและพาราโบลาเพื่อสร้างข้อสอบ

เนื้อหา	ผลการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบ	
			สร้าง	ต้องการ
การเลื่อนแกนทาง ขนาน	1. ระบุพิกัด (x, y) ของจุดใด ๆ เมื่อเทียบกับแกนใหม่ได้	1. ระบุพิกัด (x, y) ของจุดใด ๆ เมื่อเทียบกับแกนใหม่ได้	3	2
	2. นำความรู้เรื่องการเลื่อนแกนทางขนานไปใช้ในการเขียนกราฟได้	2. ระบุพิกัด (x', y') ของจุดใด ๆ เมื่อเทียบกับแกนเดิมได้	4	3
		3. นำความรู้เรื่องการเลื่อนแกนทางขนานไปใช้ในการเขียนกราฟได้	4	3
วงกลม	1. บอกนิยามของวงกลมได้	1. บอกนิยามของวงกลมได้	2	1
	2. เขียนสมการและวาดกราฟของวงกลม เมื่อกำหนดส่วนประกอบของวงกลมมาให้ได้	2. วาดกราฟวงกลมจากรูปแบบมาตรฐาน และรูปแบบทั่วไปของสมการวงกลมได้	3	2
		3. หาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลม เมื่อกำหนดรูปแบบทั่วไปของสมการวงกลมมาให้	8	5
		4. จัดรูปแบบทั่วไปของสมการวงกลมให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม	2	1

ตารางที่ 3.2 (ต่อ)

เนื้อหา	ผลการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบ	
			สร้าง	ต้องการ
วงกลม(ต่อ)	3. วาดกราฟของวงกลมเมื่อกำหนดสมการของวงกลมมาให้ได้ 4. นำความรู้เรื่องวงกลมไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	5. หาระยะทางที่สั้นที่สุดและระยะทางที่ยาวที่สุดระหว่างจุดภายนอกวงกลมกับวงกลมและระหว่างจุดภายในวงกลมกับวงกลมได้	3	2
พาราโบลา	1. บอกนิยามของพาราโบลาได้ 2. เขียนสมการและกราฟพาราโบลา เมื่อกำหนดส่วนประกอบของพาราโบลามาให้ได้ 3. นำความรู้เรื่องการเดินทางขนานไปใช้ในการเขียนกราฟได้ 4. นำความรู้เรื่องพาราโบลาไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	1. บอกนิยามของพาราโบลาได้ 2. เขียนสมการและกราฟของพาราโบลา เมื่อกำหนดส่วนประกอบของพาราโบลาได้ 3. บอกส่วนประกอบของพาราโบลา เมื่อกำหนดสมการพาราโบลามาให้ได้ 4. นำความรู้เรื่องพาราโบลาไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	2 5 6 3	1 4 4 2
รวม			45	30

2.2.1 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องวงกลมและพาราโบลา  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชนิดปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือกจำนวน 45 ข้อ

2.2.2 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา  
การศึกษาค้นคว้าอิสระเพื่อพิจารณาข้อบกพร่องแล้วทำการปรับปรุงแก้ไข

2.2.3 นำแบบทดสอบเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่านเพื่อประเมินความสอดคล้อง  
ระหว่างข้อสอบรายข้อกับจุดประสงค์การเรียนรู้ (IOC) ซึ่งผู้เชี่ยวชาญประเมินความสอดคล้อง  
ระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้คัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ซึ่งมีเกณฑ์การประเมินดังนี้

ให้คะแนน +1	เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้
ให้คะแนน 0	เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้
ให้คะแนน -1	เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดไม่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

2.2.4 นำผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่านมาวิเคราะห์หาดัชนีความ  
สอดคล้องระหว่างข้อสอบของแบบทดสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้โดยใช้สูตร IOC เลือกข้อที่มี  
ค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 (สมบัติท้ายเรื่อคำ 2551 : 107-108) เป็นข้อสอบที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง  
ระหว่างข้อสอบของแบบทดสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมผลการพิจารณาความสอดคล้อง  
ระหว่างข้อสอบกับคุณลักษณะที่วัดเป็นรายข้อ (IOC) ได้ค่าความสอดคล้องตั้งแต่ 0.67 ถึง 1.00

นอกจากนั้น ผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับข้อสอบบางข้อยังไม่  
ชัดเจนข้อสอบควรถามให้ครอบคลุมในเรื่องความรู้ความเข้าใจการวิเคราะห์และปรับตัวถูกตัวลง  
ให้มีความเหมาะสมไม่แตกต่างกันจนชัดเจน

2.2.5 นำข้อสอบทั้ง 45 ข้อไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียน  
ระยองวิทยาคม อำเภอเมืองจังหวัดระยอง ที่เคยเรียนเรื่องวงกลมและพาราโบลามาแล้ว จำนวน 45  
คน และนำผลการทดลองมาใช้วิเคราะห์หาคุณภาพของข้อสอบ

2.2.6 นำกระดาษคำตอบที่ได้ตรวจให้คะแนนเพื่อวิเคราะห์หาค่าความยาก (p)  
และอำนาจจำแนก(r) เป็นรายข้อโดยวิธีของ item total correlationแล้วทำการคัดเลือกข้อสอบไว้  
เฉพาะข้อที่มีค่าความยากตั้งแต่ 0.38 – 0.76 อำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.30 ถึง 0.65 แล้วคัดเลือกไว้ 30  
ข้อ (ภาคผนวก จ)

2.2.7 นำข้อสอบที่คัดเลือกไว้จำนวน 30 ข้อมาวิเคราะห์หาค่าความเชื่อมั่นของ  
แบบทดสอบทั้งฉบับโดยวิธี KR-20 ซึ่งพบว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีค่าความ  
เชื่อมั่นทั้งฉบับเท่ากับ 0.85 (ภาคผนวก จ)

2.2.8 จัดพิมพ์แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม และพาราโบลาฉบับจริงเพื่อนำไปใช้เป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลสำหรับการศึกษาค้นคว้าต่อไป

### 3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

3.1 ทดสอบความรู้ก่อนเรียนกับกลุ่มตัวอย่างโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องวงกลมและพาราโบลา จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 1 คาบ

3.2 ดำเนินการสอน โดยการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการสอน 5 ขั้นตอน ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ในช่วงเดือนมกราคม – กุมภาพันธ์ เป็นเวลา 14 คาบ คาบละ 50 นาที

3.3 ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลหลังการจัดการเรียนการสอน ครอบคลุมแผนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 8 แผน แล้วทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องวงกลมและพาราโบลา โดยใช้แบบทดสอบชุดเดียวกับการทดสอบความรู้ก่อนเรียน

3.4 นำแบบทดสอบมาตรวจ โดยใช้ระบบการให้คะแนน 0 – 1 คือ ตอบถูกให้ 1 คะแนน ถ้าตอบผิด ตอบมากกว่า 1 คำตอบ หรือไม่ตอบให้ 0 คะแนน

3.5 นำคะแนนทดสอบความรู้ก่อนเรียนและหลังเรียนมาวิเคราะห์ทางสถิติ

### 4. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูล โดยแบ่งออกเป็น 2 ตอน แต่ละตอนใช้สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

4.1 การวิเคราะห์ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP สถิติที่ใช้ในการวิจัย คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และ t-test for dependent samples

4.2 การวิเคราะห์ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ใช้สถิติทดสอบ t-test one sample group



## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลองที่ใช้กลุ่มตัวอย่างกลุ่มเดียว วัดก่อนและหลังการทดลอง โดยมีมุ่งหมายเพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องวงกลม และพาราโบลาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนระยองวิทยาคม จังหวัดระยอง ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ข้อมูลซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70

#### ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรูแบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP

โดยนำคะแนนความแตกต่างระหว่างคะแนนก่อนและหลังการสอบมาเปรียบเทียบกัน โดยใช้สถิติ t-test for dependent samples ผลปรากฏในตารางที่ 4.1 และ 4.2 ดังนี้

ตารางที่ 4.1 ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP

การทดสอบ	จำนวนนักเรียน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
ก่อนเรียน	45	30	8.13	3.42
หลังเรียน	45	30	23.78	4.32

จากตารางที่ 4.1 พบว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องวงกลม และพาราโบลา ก่อนเรียนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 8.13 และหลังเรียนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 23.78 โดยมีค่าเฉลี่ย

เพิ่มขึ้น 15.65 หรือประมาณ 1.62 เท่าของค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องวงกลมและพาราโบลา ก่อนเรียน

ตารางที่ 4.2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP

การทดสอบ	n	$\bar{X}$	S.D.	$\bar{d}$	S.D.	t
ก่อนเรียน	45	8.13	3.42			
หลังเรียน	45	23.78	4.32	15.64	4.79	21.90 *

\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 4.2 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องวงกลมและพาราโบลาหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เทียบกับเกณฑ์ โดยใช้วิธีการทางสถิติ t – test one group ได้ผลแสดงดังตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70

การทดสอบ	n	k	$\bar{X}$	s	(70%)	t
หลังการทดลอง	45	30	23.78	4.32	21	4.32 *

\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

$$t_{(.05, 44)} = 1.68$$

จากตารางที่ 4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องวงกลมและพาราโบลาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยการจัดการเรียนรู้แบบ

5E โดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยเกณฑ์ ร้อยละ 70 คิดเป็นคะแนน 21 คะแนนจากคะแนนเต็ม 30 คะแนน เฉลี่ยของนักเรียนเท่ากับ 23.78 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 79.27 แสดงว่า การสอนโดยการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้ โปรแกรม GSP ส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่ง เป็นไปตามสมมติฐาน



## บทที่ 5

### สรุปการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องวงกลมและพาราโบลา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนระยองวิทยาคม จังหวัดระยอง ซึ่งสรุปผลการวิจัย อภิปรายผล รวมทั้งมีข้อเสนอแนะ ดังนี้

#### 1. สรุปการวิจัย

##### 1.1 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1.1.1 เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลมและพาราโบลาระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP

1.1.2 เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องวงกลมและพาราโบลาหลังการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP กับเกณฑ์ร้อยละ 70

##### 1.2 สมมติฐานของการวิจัย

1.2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่องวงกลมและพาราโบลา ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.2.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่องวงกลมและพาราโบลา ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

##### 1.3 วิธีดำเนินการวิจัย

###### 1.3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

*ประชากร* เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนระยองวิทยาคม จำนวน 450 คน จาก 10 ห้องเรียน ซึ่งมีการจัดกลุ่มการเรียนของนักเรียนแบบคละความสามารถ

*กลุ่มตัวอย่าง* ได้โดยการสุ่มแบบกลุ่มจากประชากร จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 45 คน

**1.3.2 เครื่องมือการวิจัย** ประกอบด้วย 1) เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องวงกลมและพาราโบลา และ 2) เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องวงกลมและพาราโบลา

**1.3.3 การเก็บรวบรวมข้อมูล** ประกอบด้วยขั้นตอน ดังนี้ 1) การทดสอบความรู้ก่อนเรียนกับกลุ่มตัวอย่างจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องวงกลมและพาราโบลา 2) ดำเนินการสอนโดยการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP ตามแผนการจัดการเรียนรู้เป็นเวลา 14 คาบ 3) การทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบชุดเดียวกับการทดสอบความรู้ก่อนเรียน

**1.3.4 การวิเคราะห์ข้อมูล** โดยการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องวงกลมและพาราโบลาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้ t-test for dependent samples และ t-test one sample group

## 1.4 ผลการวิจัย

1.4.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่องวงกลมและพาราโบลา โดยการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.4.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนเรื่องวงกลมและพาราโบลา โดยการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 79.27

## 2. อภิปรายผล

ผลการสอนโดยการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลมและพาราโบลา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถอภิปรายผล ได้ดังนี้

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่องวงกลมและพาราโบลาด้วยการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากสาเหตุ ดังนี้

2.1 การจัดการเรียนรู้แบบ 5E มีขั้นตอนที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาที่เรียนอย่างชัดเจน สร้างความสนใจให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะค้นคว้าทดลองสิ่งที่เรียน โดยผู้วิจัยได้จัด

กิจกรรมให้นักเรียนได้ปฏิบัติ ทดลอง สืบเสาะหาความรู้ มีอิสระในการทดลอง ซึ่งเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความคิด ความเข้าใจจากการปฏิบัติกิจกรรม จนสามารถสรุปผล วิเคราะห์หา กฎเกณฑ์ หรือนิยาม ได้ถูกต้องซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและจดจำกฎเกณฑ์ หรือนิยาม ได้อย่างชัดเจน

การจัดกลุ่มให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรม ทำให้นักเรียนกล้าแสดงออกกล้าซักถาม และมีความมั่นใจในตัวเองมากขึ้น โดยเฉพาะนักเรียนอ่อนจะได้รับความช่วยเหลือจากเพื่อน สมาชิกภายในกลุ่มมาก เนื่องจากความสำเร็จของสมาชิกทุกคนในกลุ่มเป็นความสำเร็จของกลุ่มและ อภิปรายผลร่วมกัน โดยครูคอยให้คำชี้แนะเพิ่มเติม ทำให้นักเรียนได้ข้อสรุปที่ถูกต้องและครบถ้วน โดยนักเรียนสามารถนำข้อสรุปที่ได้ไปใช้ได้อย่างถูกต้อง ซึ่งผลจากการปฏิบัติการทดลองจะช่วยทำให้เห็นผลงานและความก้าวหน้าอย่างชัดเจนจึงเป็นการเสริมแรงให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้น ในการเรียนซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของอารีย์ คำปลั่ง (2536 : 64) ได้กล่าวขั้นตอนของกิจกรรม การสอนแบบปฏิบัติการ เป็นการสอนที่เน้นกระบวนการเรียนรู้หรือวิธีการค้นหาความรู้โดย นักเรียนเป็นผู้กระทำ ซึ่งช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเนื้อหาที่เรียนได้เป็นอย่างดี และสามารถ จดจำความรู้ได้นานกว่าการสอนที่เน้นให้นักเรียนรู้เนื้อหาโดยการฟังคำอธิบายจากครูเพียงอย่าง เดียว

ดังนั้น จากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นเป็นการสนับสนุนข้อค้นพบที่ว่า ผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่องวงกลมและพาราโบลาด้วยการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนได้รับการสอน สอดคล้องกับผลการวิจัยของมาลัย ปะติเพนัง (2550) ศึกษาการพัฒนาแผนการเรียนรู้ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการ จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะความรู้ผลการศึกษาพบว่า 1) แผนการเรียนรู้ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะความรู้มีประสิทธิภาพ เท่ากับ 78.42/76.80 สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ 2) แผนการเรียนรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะความรู้ มีค่าดัชนีประสิทธิผลเท่ากับ 0.6509 แสดงว่านักเรียนมีความก้าวหน้าในการเรียนคิดเป็นร้อยละ 65.09 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะความรู้ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน และหลังเรียนผ่านไปแล้ว 14 วัน ไม่แตกต่างกัน แสดงว่านักเรียนที่เรียนแบบสืบเสาะความรู้ สามารถคงทนความรู้หลังเรียนได้ทั้งหมด

สอดคล้องกับผลการวิจัยของอารีย์ ปานถม (2550) ศึกษาการเปรียบเทียบผลการเรียนรู้อุปกรณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 เรื่องโจทย์ปัญหาหารคนโดยใช้วัฏจักร

การเรียนรู้ 5E กับการเรียนรู้ปกติ ผลการวิจัยพบว่า 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาหระคนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ใช้วัฏจักรการเรียนรู้ 5E สูงกว่ากลุ่มการเรียนรู้ปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) เจตคติต่อกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาหระคนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ใช้วัฏจักรการเรียนรู้ 5E สูงกว่ากลุ่มการเรียนรู้ปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2.2 การสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องวงกลมและพาราโบลา ผู้วิจัยได้นำโปรแกรม GSP ใช้เป็นสื่อประกอบการสอนเนื่องจากโปรแกรม GSP เป็นโปรแกรมที่ง่ายต่อการใช้งาน สื่อภาพในการนำเสนอแนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีทักษะการจินตนาการ เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และจากการลงมือปฏิบัติ นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546 (ข)) นอกจากนี้โปรแกรม GSP ยังสามารถสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์ที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสสร้างความรู้ใหม่ๆ หรือความคิดรวบยอดต่างๆทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง (กิมวัจน์ ธรรมใจ 2548) อีกทั้งโปรแกรม GSP ยังเป็นสื่อที่ช่วยสร้างบรรยากาศการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้มีการนำเสนอความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ความคิดสร้างสรรค์ ตลอดจนมีการนำเสนอที่นำตื่นเต้นเร้าใจ ทำให้นักเรียนเกิดความสนใจ มีการซักถามและโต้ตอบ ตลอดจนช่วยทำให้นักเรียนตั้งข้อความคาดเดาเหตุการณ์และหาข้อสรุปในระหว่างปฏิบัติการ (Key Curriculum Press 2001)

ดังนั้นเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นเป็นการสนับสนุนข้อค้นพบที่ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่องวงกลมและพาราโบลาด้วยการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนเรียน สอดคล้องกับผลการวิจัยของ อำนาจ เชื้อบ่อคา (2547) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องพาราโบลา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากรับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 สอดคล้องกับ ผลการวิจัยของ วิมลอยู่พิพัฒน์ (2551) พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องการวัด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงเรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01



### 3. ข้อเสนอแนะ

#### 3.1 ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

3.1.1 ในการจัดการเรียนการสอนในชั้นสำรวจและค้นหา ควรให้เวลานักเรียนอย่างเพียงพอและเหมาะสม เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สืบเสาะ ค้นหาความรู้ด้วยตนเองอย่างเต็มตามศักยภาพ

3.1.2 นักเรียนที่เรียนโดยใช้โปรแกรม GSP ต้องใช้เวลาในการศึกษาการใช้โปรแกรม ครูจึงต้องคอยให้คำแนะนำ เพื่อให้ให้นักเรียนทำกิจกรรมอย่างถูกต้องและสำเร็จไปด้วยดี

#### 3.2 ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

3.2.1 ควรมีการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP ในการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับชั้นอื่นๆ เพื่อให้นักเรียนได้พัฒนาการนิภาพ การสังเกต การสืบเสาะหาความรู้ด้วยตนเอง

3.2.2 ควรมีการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP กับตัวแปรอื่นๆ เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การคิดวิเคราะห์ เป็นต้น เพื่อจะได้นำผลการศึกษามาใช้ให้เกิดประโยชน์ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนต่อไป

3.2.3 ควรมีการศึกษาวิจัยโดยใช้เทคนิคต่างๆกับการสอนแบบอื่นๆที่มุ่งพัฒนา ศักยภาพของนักเรียนในทำนองเดียวกันกับการจัดการเรียนรู้แบบ 5E เพื่อเป็นข้อมูลให้ผู้สอนได้พิจารณาเลือกใช้วิธีการสอนที่มีประสิทธิภาพและเหมาะสมกับนักเรียนของตน

บรรณานุกรม



## บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ (2546) พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 กรุงเทพมหานคร โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- \_\_\_\_\_. (2551) หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กรุงเทพมหานคร โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย
- เจียมศักดิ์ ตรีศิริรัตน์ (2545) ปฏิรูปการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง : หลักการสู่ปฏิบัติ ขอนแก่น โรงพิมพ์คลังนานาวิทยา
- ชนาธิป พรกุล (2554) การสอนกระบวนการคิด ทฤษฎีและการนำไปใช้ กรุงเทพมหานคร โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- ชุนิษร์รักษ์ หมั่นศรีจุม (2555) “การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามรูปแบบการสอน วัฏจักรการเรียนรู้ 5 ขั้น (5Es) โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad เป็น เครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ เรื่องเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1” วารสารศึกษาศาสตร์ ฉบับวิจัยบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น 6, 4 (ตุลาคม-ธันวาคม) : 24-30
- ทิตินา แจมมณี (2545) กลุ่มสัมพันธ์เพื่อการทำงานและการจัดการเรียนการสอน กรุงเทพมหานคร นิชินแอดเวอร์ไทซิงกรุ๊ป
- นารี วงศ์ลีโรจน์กุล (2549) สสวท. เผยแพร่ชุดการสอน โปรแกรม GSP ที่โรงเรียนทั่วประเทศ ค้นคืนวันที่ 10 มกราคม 2556 จาก <http://www.ryt9.com/s/prg/14468>
- ไพจิตร สะดวกการและคนอื่นๆ (2549) เรียนผูกเรียนแก้ภูมิปัญญาไทยที่สอดคล้องกับทฤษฎีคอนสตรัคติวิซซิมปฏิรูปการศึกษา กรุงเทพมหานคร จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- ภพ เลหาไพบูลย์ (2542) แนวการสอนวิทยาศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง) พิมพ์ครั้งที่ 3 กรุงเทพมหานคร ไทยวัฒนาพานิช
- กิมวัจน์ ธรรมใจ (2548) คู่มือการใช้งาน โปรแกรม GSP 4.06 (Thai Version) เอกสารประกอบการอบรมเชิงปฏิบัติการเรขาคณิตแบบพลวัต กรุงเทพมหานคร สถาบันการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
- มาลัย ปะติเพนัง (2550) “ศึกษาการพัฒนาแผนการเรียนรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะความรู้ (Inquiry Method) วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตร และการสอน บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

- มงคล ประเสริฐสังข์ (2551) “การศึกษาโครงสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่3 เรื่องพาราโบลาโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้5Es” วิทยานิพนธ์  
ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย  
มหาวิทยาลัยขอนแก่น
- เรณูวัฒน์ พงษ์อุทธา (2550) “การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์  
เรื่องพาราโบลา เจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิด  
วิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการจัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม  
จีเอสพี (GSP)” วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต แขนงวิชาหลักสูตร  
และการสอน สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
- วิมล อยู่พิพัฒน์ (2551) “บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรมGSP (GEOMETER’S  
SKETCHPAD) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องการวัด สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่  
2” สารนิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาการมัธยมศึกษาบัณฑิตวิทยาลัย  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- เวียงแก้ว สะอาด (2555) “การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามรูปแบบการสอนวัฏจักร  
การเรียนรู้ 5 ชั้น (5Es) โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วย  
ในการเรียนรู้ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6” วารสารศึกษาศาสตร์  
ฉบับวิจัยบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น 6, 4 (ตุลาคม-ธันวาคม) : 118-125
- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา (2547) รายงาน “การสังเคราะห์รูปแบบการจัดกระบวนการ  
เรียนรู้ของครูต้นแบบ” (ตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542) รูปแบบ  
การจัดกระบวนการเรียนรู้ตามกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์นันทบุรี  
บริษัท แคนดิดมีเดีย
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544) *คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระ  
การเรียนรู้คณิตศาสตร์ กรุงเทพมหานคร องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์*  
\_\_\_\_\_. (2546 ก) *คู่มือแนะนำการใช้งาน The Geometer’s Sketchpad ซอฟต์แวร์สำรวจเชิง  
คณิตศาสตร์เรขาคณิตพลวัต กรุงเทพมหานคร สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์  
และเทคโนโลยี*
- \_\_\_\_\_. (2546 ข) *การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มวิทยาศาสตร์หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน  
กรุงเทพมหานคร สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี*

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547) *สรุปการศึกษาพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ (Inquiry cycle หรือ 5Es) เพื่อพัฒนาการคิดระดับสูง สาขาชีววิทยา กรุงเทพมหานคร สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี* \_\_\_\_\_ . (2548 ก) *สรุปการศึกษาพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ (Inquiry Cycle หรือ 5E) กรุงเทพมหานคร คุรุสภาลาดพร้าว* \_\_\_\_\_ . (2548 ข) *คู่มืออ้างอิง The Geometer's Sketchpad ซอฟต์แวร์สำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต กรุงเทพมหานคร สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี*
- สมบัติ กาญจนารักษ์พงศ์ (2549) *เทคนิคการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5E ที่เน้นพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ กรุงเทพมหานคร ธารอักษร*
- สมบัติ ท้ายเรือคำ (2551) *ระเบียบวิธีวิจัยสำหรับมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์กาฬสินธุ์* ประสานการพิมพ์
- สันติ อธิพิณนาวากุล(2530) “การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้โปรแกรมGSP (The Geometer's Sketchpad) เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิต เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4” *ปริญญาานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์ กรุงเทพมหานคร บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ*
- สิริณัฐ ประจิมทิส (2553) “การศึกษาความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเต็มโดยใช้สถานการณ์จริงและโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6” *วารสารศึกษาศาสตร์ ฉบับวิจัยบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น 4, พิเศษ : 57-63*
- อารีย์ คำปล้อง(2536) “การสอนปฏิบัติการเรื่องคุณสมบัติเกี่ยวกับวงกลมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3” *ปริญญาานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ กรุงเทพมหานคร บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ*
- อารีย์ ปานถม (2550) “การเปรียบเทียบผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาหาระคนโดยใช้วัฏจักรการเรียนรู้ 5E กับการเรียนรู้ปกติ” *วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอนบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี*

- อำนาจ เชื้อบ่อคา (2547) “ผลการใช้โปรแกรม GSP ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3” ปรินญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาการมัธยมศึกษาบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- American Association of the Advancement of Science. (1970). *Science-a process approach, Commentary for teachers*. Washington D.C.: Xerox Comporation.
- Flores, Alfinio. (1997). “Curves as Envelopes with the Geometer’s Sketchpad.” *Mathematic and Computer Education*.(January) 31: 56-65.
- Galindo, Enrique. (1998). “Assessing Justification and Proof in Geometry Classes Taught Using Dynamic Software.” *The Mathematics Teacher*.(January) 91(1) : 78 – 82.
- Good, Carter V. (1973). *Dictionary of Education*. 3<sup>th</sup> ed. New York :McGraw-Hill Book.
- Key Curriculum Press. (2001). *Teaching Geometry with the Geometer’s sketpad*. Berkeley. California: Key Curriculum press.
- Lester, Margaret Lynn.(1996). “The Effects of The Geometer’s Sketchpad Software on Achievement of Geometric Knowledge of High School Geometry Students.” *Dissertation Abstracts International*.57, 6 (December) : 2343-A.
- Nation Science Teachers Association. (2007). “More Picture-Perfect science Lessons. *BSCS 5E Instructional Model*. United States of America: David Beacon.
- Shilgalis, Thomas W. (1998). “Finding Buried Treasure – An Application of the Geometer’s Sketchpad,” *The Mathematic Teacher*. 91, 2 (February): 162-165.
- Wilson, James W. (1971). “ *Secondary School Mathematics*” *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*.: p. 643-696. Edited by Benjamin S .Bloom . New York : McGraw – Hill.



ภาคผนวก





**ภาคผนวก ก**

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิผู้เชี่ยวชาญ

## รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ ผู้เชี่ยวชาญ

## 1. ผศ.ดร.ทรงชัย อักษรคิด

สถานที่ทำงาน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วุฒิการศึกษา การศึกษาคณะศึกษาศาสตร์สาขาคณิตศาสตร์ศึกษามหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

## 2. ดร. รณิดา เขยชุ่ม

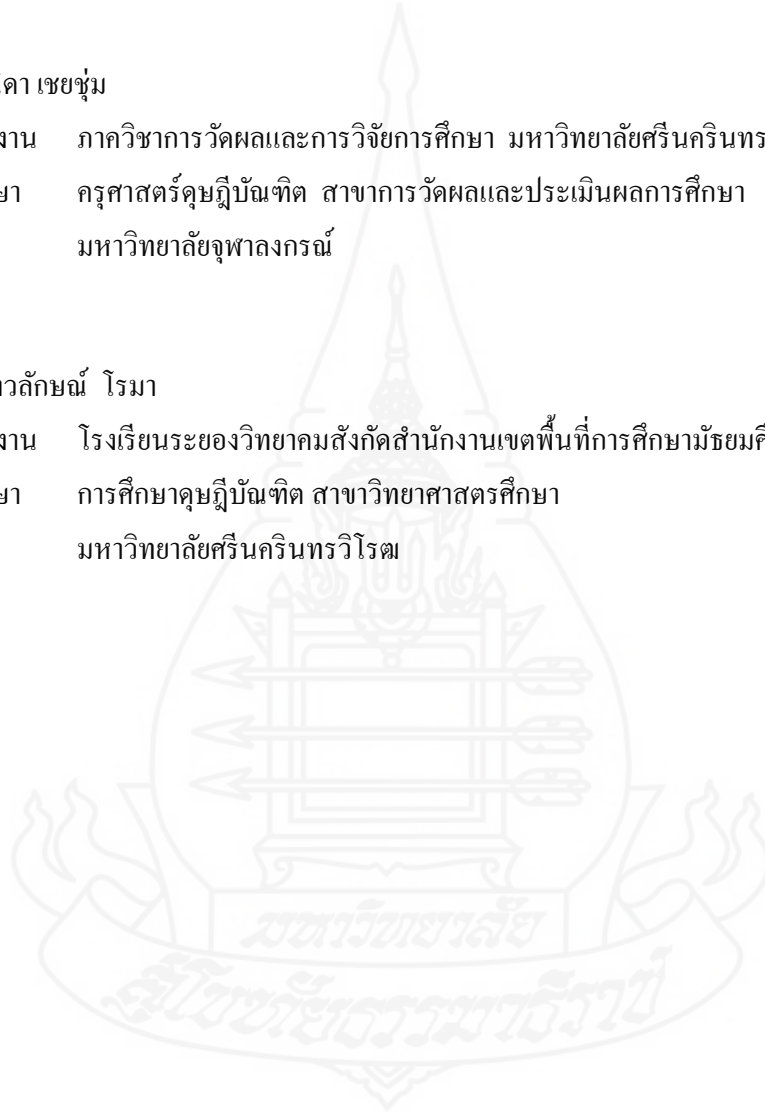
สถานที่ทำงาน ภาควิชาการวัดผลและการวิจัยการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

วุฒิการศึกษา ครุศาสตร์ศึกษาศาสตร์ สาขาการวัดผลและประเมินผลการศึกษา  
มหาวิทยาลัยจุฬาลงกรณ์

## 3. ดร. เสาวลักษณ์ โรมา

สถานที่ทำงาน โรงเรียนระยองวิทยาคมสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 18

วุฒิการศึกษา การศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ศึกษา  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ



**ภาคผนวก ข**

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย





ที่ ศธ 0522.16 (บ)/ 150

สาขาวิชาศึกษาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช  
ตำบลบางพูด อำเภอปากเกร็ด  
จังหวัดนนทบุรี 11120

29 มีนาคม 2556

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ให้นักศึกษาทดลองเครื่องมือ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนระยองวิทยาคม

ด้วยนางสาวสุชีรา ศุภพิมลวรรณ นักศึกษาหลักสูตรบัณฑิตศึกษา แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน วิชาเอกมัธยมศึกษา (คณิตศาสตร์) สาขาวิชาศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช กำลังทำการศึกษา ค้นคว้าอิสระเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องวงกลมและพาราโบลา ที่มีต่อ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนระยองวิทยาคม จังหวัดระยอง

ในการนี้ นักศึกษาจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือในการศึกษาค้นคว้าอิสระ โดยใช้นักเรียน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 45 คน ทั้งนี้จะมีให้เป็นการรบกวนเวลาเรียนตามปกติของนักเรียน และผล การศึกษาค้นคว้าอิสระที่ได้จะเป็นประโยชน์แก่งานวิชาการสืบไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่าน ในการอนุญาตให้นักศึกษาได้ทดลองเครื่องมือ ตามวัน เวลา และรายละเอียดที่นักศึกษาเสนอมาพร้อมนี้ หวังว่าจะได้รับความกรุณาจากท่าน และขอขอบคุณ มา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรรณพ จินะวัฒน์)

ประธานกรรมการประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์

ฝ่ายบัณฑิตศึกษา

โทร. 0-2504-8505

โทรสาร. 0-2503-3566-7

เบอร์โทรศัพท์นักศึกษา 0816875060



ที่ ศธ 0522.16 (บ)/ 147

สาขาวิชาศึกษาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช  
ตำบลบางพูด อำเภอปากเกร็ด  
จังหวัดนนทบุรี 11120

29 มีนาคม 2556

เรื่อง ขอเรียนเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิพิจารณาเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด


สิ่งที่ส่งมาด้วย โครงการการศึกษาค้นคว้าอิสระ จำนวน 1 ชุด

ด้วยนางสาวสุชีรา ศุภพิมลวรรณ นักศึกษาหลักสูตรบัณฑิตศึกษา แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน วิชาเอกมัธยมศึกษา (คณิตศาสตร์) สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช ได้รับอนุมัติให้ ทำการศึกษาค้นคว้าอิสระ เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องวงกลมและพาราโบลา ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนระยองวิทยาคม จังหวัด ระยองตามโครงการการศึกษาค้นคว้าอิสระที่แนบมาด้วยนี้

การจัดทำการศึกษาค้นคว้าอิสระเรื่องดังกล่าว นักศึกษาได้จัดทำเครื่องมือที่จะเก็บรวบรวมข้อมูล และได้รับความเห็นชอบเบื้องต้นจากอาจารย์ที่ปรึกษาการศึกษาค้นคว้าอิสระไว้ขั้นหนึ่งแล้ว แต่เพื่อให้เครื่องมือ ที่จัดทำนั้นมีความครอบคลุมเนื้อหาวิชา แนวปฏิบัติ และสอดคล้องกับหลักและกระบวนการวิจัย ทางสาขาวิชา จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในฐานะผู้ทรงคุณวุฒิด้านเนื้อหา ได้โปรดพิจารณาตรวจสอบและให้ความคิดเห็น เพื่อการปรับปรุงเครื่องมือการศึกษาค้นคว้าอิสระของนักศึกษาผู้นี้ด้วย สำหรับรายละเอียดอื่น ๆ นักศึกษาจะนำ เรียนด้วยตนเอง

สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านเป็นอย่างดี  
จึงขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

  
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรณงพ จินะวัฒน์  
ประธานกรรมการประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์

ฝ่ายบัณฑิตศึกษา

โทร. 0-2504-8505

โทรสาร. 0-2503-3566-7

เบอร์โทรศัพท์นักศึกษา 0816875060



ที่ ศธ 0522.16 (บ)/149

สาขาวิชาศึกษาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช  
ตำบลบางพูด อำเภอปากเกร็ด  
จังหวัดนนทบุรี 11120

29 มีนาคม 2556

เรื่อง ขอรเรียนเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิพิจารณาเครื่องมือวิจัย

เรียน ดร. รณิดา เขยขุ่ม

สิ่งที่ส่งมาด้วย โครงการการศึกษาค้นคว้าอิสระ จำนวน 1 ชุด

ด้วยนางสาวสุชีรา ศุภพิมลวรรณ นักศึกษาหลักสูตรบัณฑิตศึกษา แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน วิชาเอกมัธยมศึกษา (คณิตศาสตร์) สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช ได้รับอนุมัติให้ ทำการศึกษาค้นคว้าอิสระ เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องวงกลมและพาราโบลา ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนระยองวิทยาคม จังหวัด ระยองตามโครงการการศึกษาค้นคว้าอิสระที่แนบมาด้วยนี้

การจัดทำการศึกษาค้นคว้าอิสระเรื่องดังกล่าว นักศึกษาได้จัดทำเครื่องมือที่จะเก็บรวบรวมข้อมูล และได้รับความเห็นชอบเบื้องต้นจากอาจารย์ที่ปรึกษาการศึกษาค้นคว้าอิสระไว้ขั้นหนึ่งแล้ว แต่เพื่อให้เครื่องมือ ที่จัดทำนั้นมีความครอบคลุมเนื้อหาวิชา แนวปฏิบัติ และสอดคล้องกับหลักและกระบวนการวิจัย ทางสาขาวิชา จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในฐานะผู้ทรงคุณวุฒิด้านการวัดผลและประเมินผลได้โปรดพิจารณาตรวจสอบ และให้ความคิดเห็นเพื่อการปรับปรุงเครื่องมือการศึกษาค้นคว้าอิสระของนักศึกษาผู้นี้ด้วย สำหรับรายละเอียด อื่น ๆ นักศึกษาจะนำเรียนด้วยตนเอง

สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านเป็นอย่างดี  
จึงขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรรณพ จินะวัฒน์  
ประธานกรรมการประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์

ฝ่ายบัณฑิตศึกษา

โทร. 0-2504-8505

โทรสาร. 0-2503-3566-7

เบอร์โทรศัพท์นักศึกษา 0816875060





ที่ ศธ 0522.16 (บ)/ 149

สาขาวิชาศึกษาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช  
ตำบลบางพูด อำเภอปากเกร็ด  
จังหวัดนนทบุรี 11120

29 มีนาคม 2556

เรื่อง ขอเรียนเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิพิจารณาเครื่องมือวิจัย

เรียน นางสาวเสาวลักษณ์ โรมมา

สิ่งที่ส่งมาด้วย โครงการการศึกษาค้นคว้าอิสระ จำนวน 1 ชุด

ด้วยนางสาวสุชีรา ศุภพิมลวรรณ นักศึกษาหลักสูตรบัณฑิตศึกษา แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน วิชาเอกมัธยมศึกษา (คณิตศาสตร์) สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช ได้รับอนุมัติให้ ทำการศึกษาค้นคว้าอิสระ เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้แบบ 5E โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องวงกลมและพาราโบลา ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนระยองวิทยาคม จังหวัด ระยองตามโครงการการศึกษาค้นคว้าอิสระที่แนบมาด้วยนี้

การจัดทำการศึกษาค้นคว้าอิสระเรื่องดังกล่าว นักศึกษาได้จัดทำเครื่องมือที่จะเก็บรวบรวมข้อมูล และได้รับความเห็นชอบเบื้องต้นจากอาจารย์ที่ปรึกษาการศึกษาค้นคว้าอิสระไว้ขั้นหนึ่งแล้ว แต่เพื่อให้เครื่องมือ ที่จัดทำนั้นมีความครอบคลุมเนื้อหาวิชา แนวปฏิบัติ และสอดคล้องกับหลักและกระบวนการวิจัย ทางสาขาวิชา จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในฐานะผู้ทรงคุณวุฒิด้านการวัดผลและประเมินผลได้โปรดพิจารณาตรวจสอบ และให้ความคิดเห็นเพื่อการปรับปรุงเครื่องมือการศึกษาค้นคว้าอิสระของนักศึกษาผู้นี้ด้วย สำหรับรายละเอียด อื่น ๆ นักศึกษาจะนำเรียนด้วยตนเอง

สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านเป็นอย่างดี  
จึงขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรรณพ จินะวัฒน์)  
ประธานกรรมการประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์

ฝ่ายบัณฑิตศึกษา

โทร. 0-2504-8505

โทรสาร, 0-2503-3566-7

เบอร์โทรศัพท์นักศึกษา 0816875060



**ภาคผนวก ค**

แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องวงกลมและพาราโบลา



## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค31202

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย

เวลา 2 คาบ

เรื่อง การเลื่อนแกนทางขนาน

ผู้สอนนางสาวสุชีรา สุภพิมลวรรณ

1. สาระที่ 1.1 : การเลื่อนแกนทางขนาน

2. ผลการเรียนรู้

ระบุนิพจน์  $(x, y)$  ของจุดใดๆ เมื่อเทียบกับแกนใหม่ได้

3. สาระสำคัญ

การเลื่อนกราฟของสมการ

ถ้า  $h$  และ  $k$  เป็นจำนวนจริงบวก แล้วการแทน  $x'$  ด้วย  $x - h$  หรือ  $x + h$  และการแทน  $y'$  ด้วย  $y - k$  หรือ  $y + k$  จะมีผลต่อกราฟของสมการใดๆ ในตัวแปร  $x$  และ  $y$  ดังนี้

วิธีการแทน

กราฟเลื่อนไปอย่างไร

1. แทน  $x'$  ด้วย  $x - h$ เลื่อนไปทางขวา  $h$  หน่วย2. แทน  $x'$  ด้วย  $x + h$ เลื่อนไปทางซ้าย  $h$  หน่วย3. แทน  $y'$  ด้วย  $y - k$ เลื่อนขึ้นข้างบน  $k$  หน่วย4. แทน  $y'$  ด้วย  $y + k$ เลื่อนลงข้างล่าง  $k$  หน่วย

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

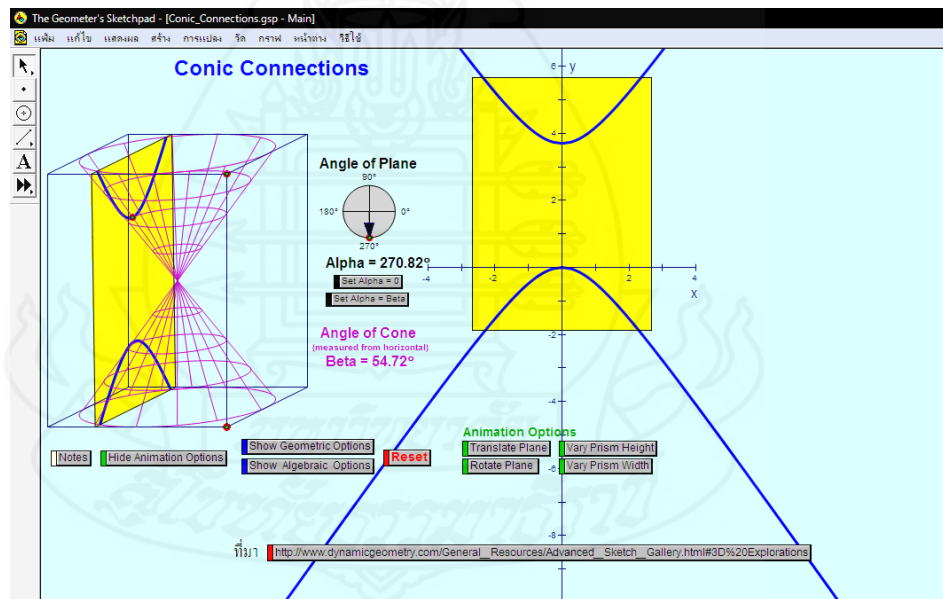
1) นักเรียนสามารถระบุนิพจน์  $(x, y)$  ของจุดใดๆ เมื่อเทียบกับแกนใหม่ได้2) นักเรียนสามารถระบุนิพจน์  $(x', y')$  ของจุดใดๆ เมื่อเทียบกับแกนเดิมได้

## 5. กิจกรรมการเรียนรู้

### คาบที่ 1

#### ขั้นสร้างความสนใจ

1. ครูสนทนากับนักเรียนเล่าถึงประวัติความเป็นมาของภาคตัดกรวย ได้แก่ อะพอลโลเนียส เป็นคนค้นพบสมบัติบางประการของภาคตัดกรวย ประโยชน์ของภาคตัดกรวย เป็นต้น
2. ครูสาธิตการเกิดกรวยที่เกิดจากตัวก่อกำเนิดหมุนรอบแกนของกรวย โดยใช้ปากกาเป็นอุปกรณ์ช่วยในการสาธิต โดยให้ปากกาดำหนึ่งแท่งแทนแกน และอีกด้ามหนึ่งแท่งเป็นตัวก่อกำเนิดที่หมุนรอบแกนของกรวยเพื่อแสดงตัวอย่างให้นักเรียนเห็นเป็นรูปธรรม
3. ให้นักเรียนพิจารณารอยตัดระหว่างระนาบกับกรวยที่เรียกว่า ภาคตัดกรวย โดยครูให้นักเรียนสังเกตการตัดกันของระนาบกับกรวยว่ามีลักษณะการตัดกันอย่างไร ถึงได้ภาคตัดกรวยเป็นรูปนั้น ดังที่ครูแสดง โดยใช้โปรแกรม GSP ซึ่งเป็นภาพเคลื่อนไหว แล้วให้นักเรียนช่วยกันตอบคำถาม ดังนี้



- ระนาบตัดกรวยอย่างไรได้ภาคตัดกรวยรูปวงกลม  
(แนวการตอบ ระนาบตัดตั้งฉากกับกรวย ระนาบตัดกรวยข้างเดียว ได้รอยตัดของระนาบกับกรวยเป็นรูปวงกลม)
- ระนาบตัดกรวยอย่างไรได้ภาคตัดกรวยรูปพาราโบลา  
(แนวการตอบ ระนาบขนานกับตัวก่อกำเนิด ระนาบตัดกรวยข้างเดียว ได้รอยตัดของระนาบกับกรวยเป็นรูปพาราโบลา)

- ระบายตัดกรวยอย่างไรได้ภาคตัดกรวยรูปไฮเพอร์โบลา  
(แนวการตอบ ระบายขนานกับแกนของกรวย ระบายตัดกรวยสองข้างได้รอยตัดของระนาบกับกรวยเป็นรูปไฮเพอร์โบลา)
  - ระบายตัดกรวยอย่างไรได้ภาคตัดกรวยรูปวงรี  
(แนวการตอบ ระบายทำมุมแหลมกับแกนของกรวย ระบายตัดกรวยข้างเดียวได้รอยตัดของระนาบกับกรวยเป็นรูปวงรี)
4. ครูชี้แจงนักเรียนว่าในการศึกษาภาคตัดกรวย มีประเด็นหลักที่เราจะศึกษา 2 ประเด็นคือ
- 1) การหาสมการของภาคตัดกรวยแต่ละชนิด
  - 2) การจำแนกหรือการระบุกราฟของสมการว่าเป็นภาคตัดกรวยชนิดใด แล้วเขียนกราฟเมื่อโจทย์กำหนดสมการมาให้

#### ขั้นสำรวจและค้นหา

5. สุ่มนักเรียน 2 – 3 คน ออกมาลงพิกัดบนระนาบโดยใช้โปรแกรมGSP และซักถามนักเรียนเกี่ยวกับวิธีการลงพิกัดบนระนาบ ได้แก่ (1, 4), (-2, 2), (-3, -1), (5, -2), (0, 0), (0, -6) และ (3, 0) เป็นต้น
6. ให้นักเรียนแต่ละคนทำกิจกรรมที่ 1 เรื่อง การเลื่อนแกนทางขนาน เพื่อสำรวจหาสมการแสดงความสัมพันธ์ของ  $x, x', h$  และสมการแสดงความสัมพันธ์ของ  $y, y', k$

#### ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป

7. สุ่มนักเรียนออกมาเฉลยกิจกรรมที่ 1 หน้าชั้นเรียน โดยเพื่อนๆในห้องและครูช่วยกันซักถาม ให้ข้อเสนอแนะและตรวจสอบความถูกต้อง
8. ให้นักเรียนช่วยกันตอบว่า การเลื่อนขนานจุดกำเนิด  $O(0, 0)$  ไปยังจุด  $O'(1, 4)$  มีความหมายอย่างไร  
(ตอบ เลื่อนจากแกนX ขึ้นข้างบน 4 หน่วย และจากแกนY ไปทางขวามือ 1 หน่วย)
9. ให้นักเรียนช่วยกันตอบว่า ถ้าเลื่อนแกนทางขนานไปโดยใช้จุด (2, -3) เป็นจุดกำเนิดใหม่ แล้วจงบอกพิกัดของจุด (0, 1) บนแกนใหม่  
(ตอบ พิกัดของจุด (0, 1) บนแกนใหม่ คือ (-2, 3) )
10. ให้นักเรียนช่วยกันสรุปสมการแสดงความสัมพันธ์ของ  $x, x', h$  และสมการแสดงความสัมพันธ์ของ  $y, y', k$  โดยครูใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ ดังนี้

$$x' = x - h \quad \text{หรือ} \quad x = x' + h$$

$$y' = y - k \quad \text{หรือ} \quad y = y' + k$$

11. ให้นักเรียนอธิบายว่ากราฟเลื่อนไปอย่างไร เมื่อพิจารณาจากวิธีการแทนค่า ดังนี้

วิธีการแทน	กราฟเลื่อนไปอย่างไร
1. แทน $x'$ ด้วย $x-h$	เลื่อนไปทางขวา $h$ หน่วย
2. แทน $x'$ ด้วย $x+h$	เลื่อนไปทางซ้าย $h$ หน่วย
3. แทน $y'$ ด้วย $y-k$	เลื่อนขึ้นข้างบน $k$ หน่วย
4. แทน $y'$ ด้วย $y+k$	เลื่อนลงข้างล่าง $k$ หน่วย

### คาบที่ 2

1. ครูทบทวนสมการแสดงความสัมพันธ์ของ  $x, x', h$  และสมการแสดงความสัมพันธ์ของ  $y, y', k$  โดยให้นักเรียนช่วยกันบอกสมการแสดงความสัมพันธ์ ดังนี้

$$x' = x - h \quad \text{และ} \quad y' = y - k$$

2. ให้นักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 1 โดยครูใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ ดังนี้ ตัวอย่างที่ 1 ถ้าเลื่อนแกนทางขนานไปโดยใช้จุด  $(2, 3)$  เป็นจุดกำเนิดใหม่ แล้วจงหาพิกัดของจุด  $(4, 6), (-1, 4), (5, 1), (0, 0)$  และ  $(2, 3)$  เมื่อเทียบกับแกนใหม่ (ตอบ  $(2, 3), (-3, 1), (3, -2), (-2, -3)$  และ  $(0, 0)$  ตามลำดับ)

3. ให้นักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 2 โดยครูใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ ดังนี้ ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้  $(2, 2), (-1, 3), (-4, -5), (5, -1)$  และ  $(0, 0)$  เป็นพิกัดของจุดเมื่อเทียบกับแกนใหม่ซึ่งมีจุดกำเนิดอยู่ที่  $(-4, 1)$  จงหาพิกัดต่าง ๆ ที่กำหนดให้เมื่อเทียบกับแกนเดิม (ตอบ  $(-2, 3), (-5, 0), (-8, -4), (1, 0)$  และ  $(-4, 1)$  ตามลำดับ)

### ขั้นขยายความรู้

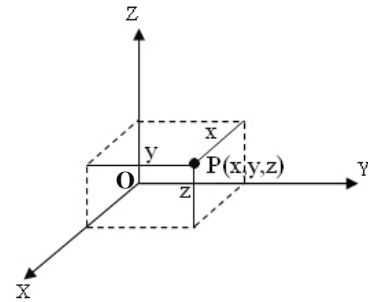
4. ครูฉายสไลด์ให้นักเรียนร่วมกันศึกษาวิธีการบอกตำแหน่งของจุดในปริภูมิสามมิติ พร้อมแสดงตัวอย่าง สุ่มนักเรียนออกมาทำและตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด ดังนี้

การบอกตำแหน่งของจุดในปริภูมิสามมิติต้องมีกรอบอ้างอิงที่แน่นอน ซึ่งเราจะใช้กรอบที่อ้างอิงเป็นเส้นตรงสามเส้นซึ่งตัดและตั้งฉากซึ่งกันและกันที่จุด  $O$  ซึ่งเราเรียกจุดนี้ว่า **จุดกำเนิด** และเรียกเส้นตรงสามเส้นนั้นว่า แกน  $X$  แกน  $Y$  และแกน  $Z$  ซึ่งเป็นแกนพิกัดฉาก แกนพิกัดฉากแต่ละคู่ประกอบกันเป็นระนาบเรียกว่า **ระนาบพิกัดฉาก**

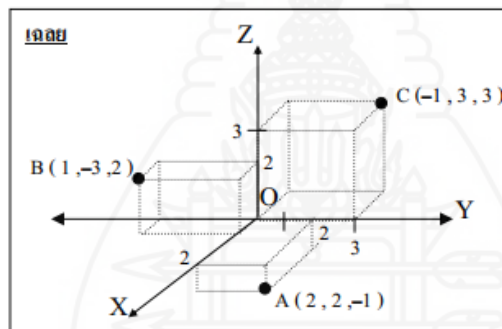
ระนาบ  $XY$  คือ ระนาบที่ผ่านแกน  $X$  และแกน  $Y$

ระนาบ  $YZ$  คือ ระนาบที่ผ่านแกน  $Y$  และแกน  $Z$

ระนาบ  $XZ$  คือ ระนาบที่ผ่านแกน  $X$  และแกน  $Z$

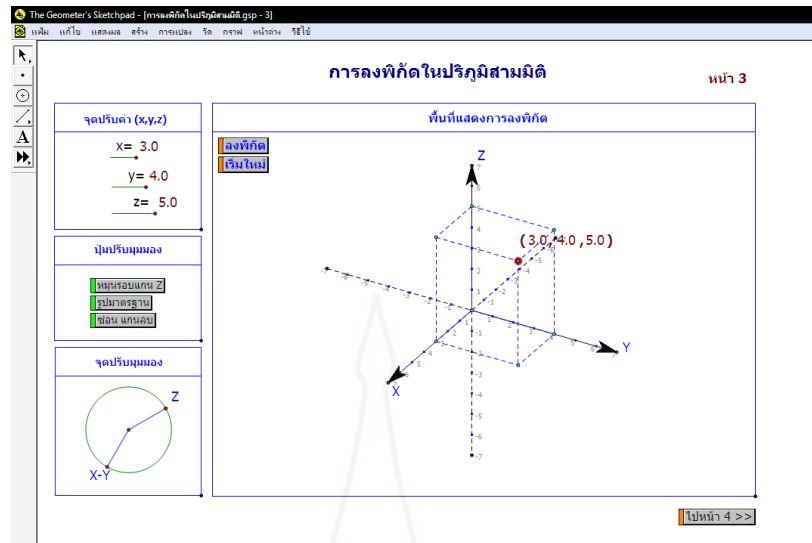


ตัวอย่าง จงเขียนจุด  $A(2, 2, -1)$   $B(1, -3, 2)$  และ  $C(-1, 3, 3)$  ลงในระบบพิกัดฉากสามมิติ ดังรูป



คำถามกระตุ้นให้คิด

- 1) นักเรียนคิดว่าการลงพิกัดฉากสองมิติกับสามมิติต่างกันอย่างไร (พิจารณาตามคำตอบของนักเรียน โดยให้อยู่ในดุลพินิจของครูผู้สอน)
5. ให้นักเรียนแต่ละคนจับคู่กับเพื่อนทำกิจกรรมที่ 2 โดยใช้สื่อโปรแกรม GSP ที่ครูจัดเตรียมไว้เพื่อช่วยในการตอบคำถาม



6. สุ่มนักเรียนบางกลุ่มออกมาเฉลยวิธีการทำกิจกรรมที่ 2 และให้นักเรียนคนอื่นๆ ช่วยกันซักถาม ให้ข้อเสนอแนะ และตรวจสอบความถูกต้อง

#### ขั้นประเมิน

7. ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 1 ให้เวลา 20 นาที
8. สุ่มนักเรียนออกมาเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1 โดยให้นักเรียนแลกเปลี่ยนตรวจให้คะแนน และให้นักเรียนคนอื่นๆ ในห้องช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง ครูอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่ยังมีข้อบกพร่องอยู่
9. ครูประเมินผลการเรียนรู้จากคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบฝึกทักษะที่ 1

#### 6. ภาระงาน/ชิ้นงาน

- 1) กิจกรรมที่ 1 และกิจกรรมที่ 2
- 2) แบบฝึกทักษะที่ 1

#### 7. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

- 1) โปรแกรม GSP
- 2) กิจกรรมและแบบฝึกทักษะ



## 8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

- 1) สังเกตจากการตอบคำถาม การทำกิจกรรมของนักเรียน
- 2) ตรวจสอบแบบฝึกทักษะของนักเรียน

## 9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

นักเรียนสามารถปฏิบัติกิจกรรมและแบบฝึกทักษะได้ถูกต้อง ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 80 แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนมีปัญหาด้านการบวก ลบ จำนวนเต็ม การแก้สมการหาค่า  $h, k$  จากสูตรการเลื่อนแกนทางขนาน และการออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน

ข้อเสนอแนะและแนวทางการแก้ปัญหา

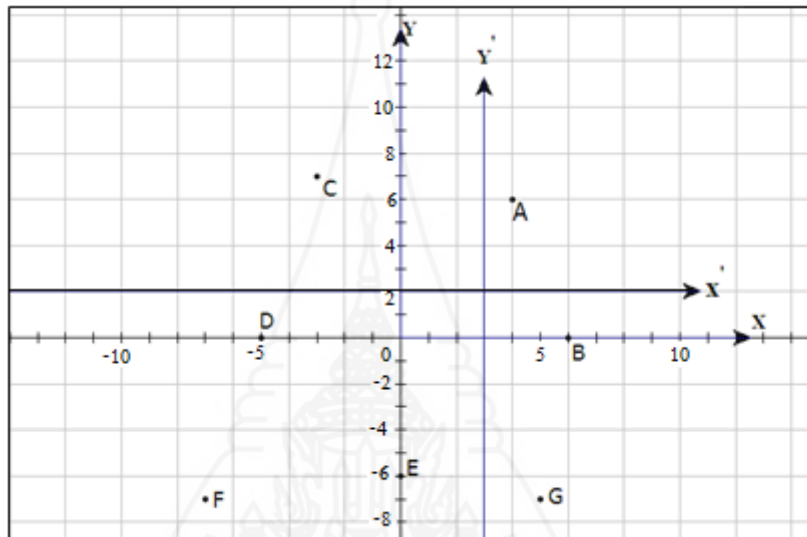
เรียกนักเรียนที่มีปัญหาเรื่องการแก้สมการมาอธิบายเพิ่มเติมเป็นรายบุคคลและใช้วิธีการถาม – ตอบ หรือสุ่มตัวแทนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน เพื่อฝึกให้นักเรียนกล้าแสดงออก ฝึกทักษะการพูด การสื่อสารและสื่อความหมาย

ลงชื่อ นางสาวสุชีรา สุภพิมลวรรณ  
ครูผู้สอน



**กิจกรรมที่ 1**

กำหนดให้  $(x, y)$  แทน พิกัดของจุด เมื่อเทียบกับแกนพิกัด  $X, Y$  โดยมีจุดกำเนิดที่  $(0, 0)$   
 $(x', y')$  แทน พิกัดของจุด เมื่อเทียบกับแกนพิกัด  $X', Y'$  โดยมีจุดกำเนิดที่  $(h, k)$   
 $(h, k)$  แทน พิกัดของจุดกำเนิดของแกนพิกัด  $X', Y'$  เมื่อเทียบกับแกนพิกัด  $X, Y$



จากรูปที่กำหนดให้จงเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในตารางให้สมบูรณ์

จุด	$(x, y)$	$(x', y')$	$(h, k)$	$x'$	$x$	$h$	$x' = \dots\dots$	$y'$	$y$	$k$	$y' = \dots\dots$
A	(4, 6)	(1, 4)	(3, 2)	1	4	3	$1 = 4 - 3$	4	6	2	$4 = 6 - 2$
B											
C											
D											
E											
F											
G											
P	$(x, y)$	$(x', y')$	$(h, k)$								

จากตารางข้างต้น สามารถสรุปสมการแสดงความสัมพันธ์ของ  $x, x', h$  และสมการแสดงความสัมพันธ์ของ  $y, y', k$  ได้ดังนี้

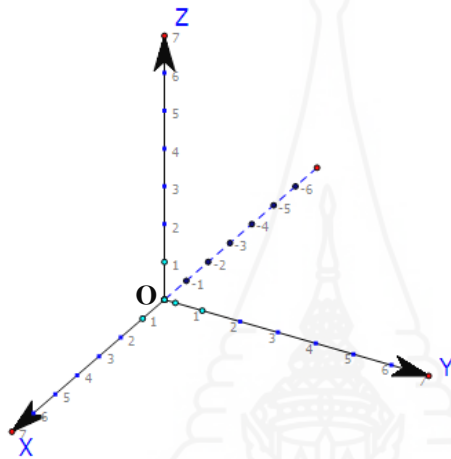
$x' = \dots\dots\dots$	หรือ	$x = \dots\dots\dots$
$y' = \dots\dots\dots$	หรือ	$y = \dots\dots\dots$

## กิจกรรมที่ 2

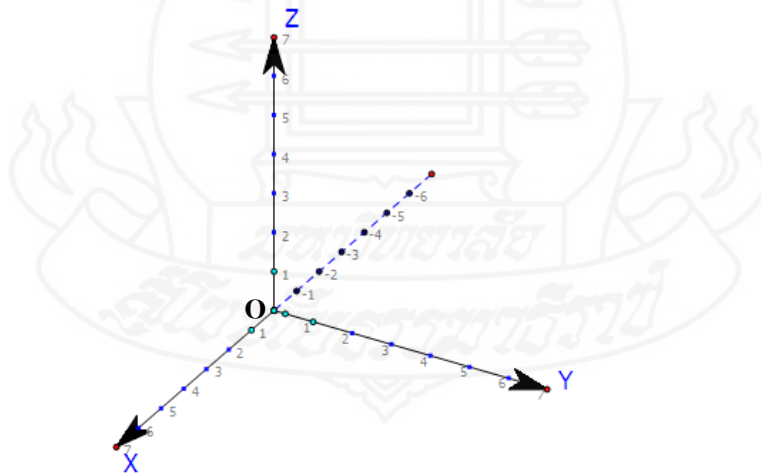
### ระบบพิกัดฉากสามมิติ

คำสั่ง จงเขียนพิกัดต่อไปนีลงในปริภูมิสามมิติ

1.  $A(2, 3, 0)$



2.  $B(-2, -4, 3)$





คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้าเลื่อนแกนทางขนานจากจุด  $(0, 0)$  ซึ่งเป็นจุดกำเนิด ไปใช้จุด  $(-2, 2)$  เป็นจุดกำเนิดใหม่ จงหาพิกัดของจุด  $(0, 0)$ ,  $(2, 2)$ ,  $(-2, -2)$ ,  $(-2, 2)$  เมื่อเทียบกับแกนใหม่

---



---



---



---

$(x, y)$	$x' = \dots\dots\dots$	$y' = \dots\dots\dots$	$(x', y')$

2. ถ้าเลื่อนแกนทางขนานจากจุด  $(0, 0)$  ซึ่งเป็นจุดกำเนิด ไปใช้จุด  $(-1, -2)$  เป็นจุดกำเนิดใหม่ จงหาพิกัดของจุด  $(0, 0)$ ,  $(-1, 2)$ ,  $(-1, 0)$ ,  $(3, 5)$ ,  $(2, -2)$  เมื่อเทียบกับแกนใหม่

---



---



---



---

$(x, y)$	$x' = \dots\dots\dots$	$y' = \dots\dots\dots$	$(x', y')$

3. ให้  $(1, 2)$ ,  $(0, 0)$ ,  $(2, 5)$ ,  $(7, 7)$  และ  $(-1, 2)$  เป็นพิกัดของจุดเมื่อเทียบกับแกนใหม่ซึ่งมีจุดกำเนิดอยู่ที่  $(-1, -2)$  จงหาพิกัดต่างๆ ที่กำหนดให้เมื่อเทียบกับแกนเดิม

---



---



---



---

$(x', y')$	$x = \dots\dots\dots$	$y = \dots\dots\dots$	$(x, y)$

4. ให้  $(-2, -3)$ ,  $(0, 0)$ ,  $(2, 3)$  และ  $(3, -2)$  เป็นพิกัดของจุดเมื่อเทียบกับแกนใหม่ซึ่งมีจุดกำเนิดอยู่ที่  $(2, 3)$  จงหาพิกัดต่างๆ ที่กำหนดให้เมื่อเทียบกับแกนเดิม

---



---



---



---

$(x', y')$	$x = \dots\dots\dots$	$y = \dots\dots\dots$	$(x, y)$

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค31202

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย

เวลา 2 คาบ

เรื่อง การเลื่อนแกนทางขนาน

ผู้สอน นางสาวสุชีรา สุภพิมลวรรณ

1. สาระที่ 1.1 : การเลื่อนแกนทางขนาน

2. ผลการเรียนรู้

นำความรู้เรื่องการเลื่อนแกนทางขนานไปใช้ในการเขียนกราฟได้

3. สาระสำคัญ

การเลื่อนกราฟของสมการ

ถ้า  $h$  และ  $k$  เป็นจำนวนจริงบวก แล้วการแทน  $x'$  ด้วย  $x - h$  หรือ  $x + h$  และการแทน  $y'$  ด้วย  $y - k$  หรือ  $y + k$  จะมีผลต่อกราฟของสมการใด ๆ ในตัวแปร  $x$  และ  $y$  ดังนี้

วิธีการแทน	กราฟเลื่อนไปอย่างไร
1. แทน $x'$ ด้วย $x - h$	เลื่อนไปทางขวา $h$ หน่วย
2. แทน $x'$ ด้วย $x + h$	เลื่อนไปทางซ้าย $h$ หน่วย
3. แทน $y'$ ด้วย $y - k$	เลื่อนขึ้นข้างบน $k$ หน่วย
4. แทน $y'$ ด้วย $y + k$	เลื่อนลงข้างล่าง $k$ หน่วย

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถเขียนกราฟที่เกิดจากการเลื่อนแกนทางขนานได้

5. กิจกรรมการเรียนรู้

### คาบที่ 1

#### ขั้นสร้างความสนใจ

- ครูทบทวนการเลื่อนแกนทางขนานโดยเขียนแทนค่า  $x'$  และ  $y'$  บนกระดาน และให้นักเรียนช่วยกันตอบว่ากราฟเลื่อนไปอย่างไร เช่น

- แทน  $x'$  ด้วย  $x - 1$                       กราฟเลื่อนไปทางขวา 1 หน่วย

- แทน  $x'$  ด้วย  $x + 2$                       กราฟเลื่อนไปทางซ้าย 2 หน่วย
  - แทน  $y'$  ด้วย  $y - 5$                         กราฟเลื่อนขึ้นข้างบน 5 หน่วย
  - แทน  $y'$  ด้วย  $y + 4$                         กราฟเลื่อนลงข้างล่าง 4 หน่วย
2. ครูสร้างกราฟจากโปรแกรม GSP และให้นักเรียนช่วยกันตอบว่า ถ้าเลื่อนกราฟ  $y = |x|$  ไปที่จุดกำเนิดใหม่ คือ (2, 4) กราฟที่ได้จะมีลักษณะอย่างไร โดยครูใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ
- (แนวการตอบ กราฟที่ได้จะมีลักษณะเหมือนกับกราฟเดิมทุกประการ แต่จุดกำเนิดใหม่ อยู่ที่จุด (2, 4) )

#### ขั้นสำรวจและค้นหา

3. ให้นักเรียนแต่ละคนจับคู่กับเพื่อนทำกิจกรรมที่ 3 เพื่อศึกษาหลักการเลื่อนกราฟว่าเมื่อ ย้ายแกนใหม่ กราฟที่ได้จะมีลักษณะเป็นอย่างไรเมื่อเทียบกับกราฟเดิม โดยใช้โปรแกรม GSP วาดกราฟเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

#### ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป

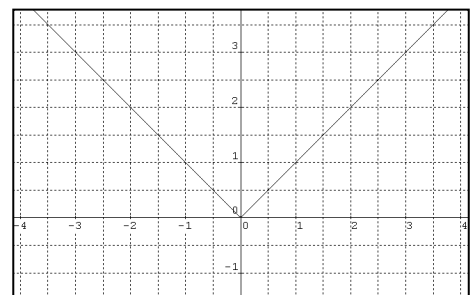
4. สุ่มนักเรียนบางคู่ออกมาเฉลยกิจกรรมที่ 3 และให้นักเรียนคนอื่นๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง โดยมีครูผู้ชี้แนะเพิ่มเติมในส่วนที่ยังบกพร่อง
5. ให้นักเรียนช่วยกันสรุปการเลื่อนกราฟวงกลมว่ากราฟที่ได้มีลักษณะอย่างไร เมื่อเปลี่ยนจุดศูนย์กลางของวงกลม

#### ขั้นขยายความรู้

6. ให้นักเรียนช่วยกันแสดงความคิดเห็นว่าจากกิจกรรมที่ 3 นักเรียนคิดว่ากราฟอื่นๆ จะมีการเลื่อนแกนทางขนานเหมือนกับกราฟวงกลมหรือไม่
- (แนวการตอบ มีการเลื่อนแกนทางขนานเหมือนกับกราฟวงกลม แต่จุดกำเนิดย้ายไปที่จุดกำเนิดใหม่ และลักษณะกราฟเหมือนกับก่อนเลื่อนแกนทางขนาน)

#### คาบที่ 2

1. ครูทบทวนเกี่ยวกับการเลื่อนกราฟ โดยยกตัวอย่างแล้วให้นักเรียนช่วยกันตอบคำถาม ดังนี้ กำหนดให้สมการ  $y = |x|$  มีกราฟแสดง ดังรูป กราฟของสมการ  $y = |x - 2| + 3$  จะมีสมการและกราฟเมื่อเทียบกับแกนใหม่ ซึ่งใช้พิกัด  $(x', y')$  แทนพิกัด  $(x, y)$  เป็นอย่างไร
- (ตอบ สมการ  $y = |x - 2| + 3$  เทียบกับแกน





ใหม่ซึ่งมีจุดกำเนิดอยู่ที่ (2, 3) คือ  $y' = |x'|$

2. ให้นักเรียนจัดสมการ  $y = x^2 - 4x + 1$  ให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ โดยให้ตัวแทนนักเรียนมาออกมาอธิบายวิธีการทำ จากนั้นให้นักเรียนคนอื่นๆในห้องและครูช่วยกันซักถาม ให้อธิบายและตรวจสอบความถูกต้อง
3. ให้นักเรียนช่วยกันแสดงวิธีการเขียนกราฟของสมการ  $y = x^2$  และ  $y = x^2 - 4x + 1$  โดยการจัดสมการให้อยู่ในรูป  $y' = (x')^2$  และครูใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ  
(ตอบ สมการ  $y + 3 = (x - 2)^2$  เป็นกราฟพาราโบลาหงาย จุดยอดอยู่ที่ (2, -3) )
4. ครูใช้โปรแกรม GSP ในการวาดกราฟเพื่อตรวจสอบคำตอบข้างต้น

#### ขั้นประเมิน

5. ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 2 ให้เวลา 20 นาที
6. สุ่มนักเรียนออกมาเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2 โดยให้นักเรียนแลกเปลี่ยนตรวจสอบให้คะแนน และให้นักเรียนคนอื่นๆในห้องช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง ครูอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่ยังบกพร่องอยู่
7. ครูประเมินผลการเรียนรู้จากคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบฝึกทักษะที่ 2

#### 6. ภาระงาน/ชิ้นงาน

- 1) กิจกรรมที่ 3
- 2) แบบฝึกทักษะที่ 2

#### 7. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

- 1) โปรแกรม GSP
- 2) กิจกรรมและแบบฝึกทักษะ

#### 8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

- 1) สังเกตจากการตอบคำถาม การทำกิจกรรมของนักเรียน
- 2) ตรวจแบบฝึกทักษะของนักเรียน

### 9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

นักเรียนสามารถปฏิบัติกิจกรรมและแบบฝึกทักษะได้ถูกต้อง ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 80 แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนมีปัญหาเรื่องการอธิบายการเลื่อนกราฟซ้าย/ขวา ขึ้นบน/ลงล่าง จากสมการไม่ถูกต้อง

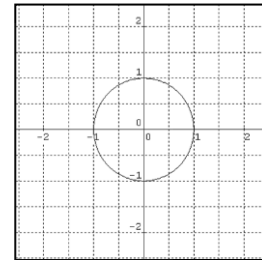
ลงชื่อ นางสาวสุชีรา สุกพิมลวรรณ  
ครูผู้สอน



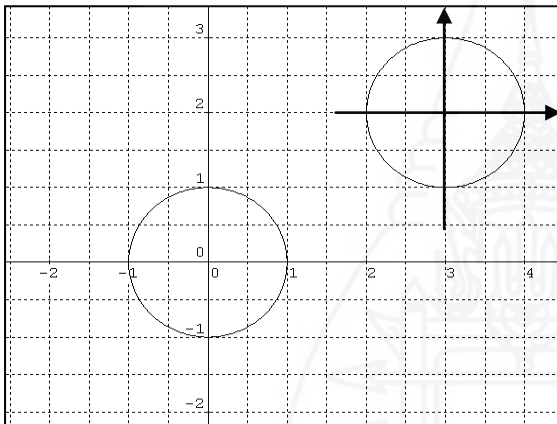
กิจกรรมที่ 3

**คำชี้แจง** จงเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้องสมบูรณ์

กำหนดให้วงกลมที่มีสมการ  $x^2 + y^2 = 1$  มีกราฟแสดง ดังรูป



**กรณีที่ 1** ถ้าเลื่อนวงกลมที่มีสมการ  $x^2 + y^2 = 1$  ให้จุดศูนย์กลางของวงกลมไปอยู่ที่จุด (3, 2)



$\therefore h = 3$  และ  $k = 2$

จากรูป สมการวงกลมรูปใหม่เมื่อเทียบกับแกนพิกัด  $X', Y'$

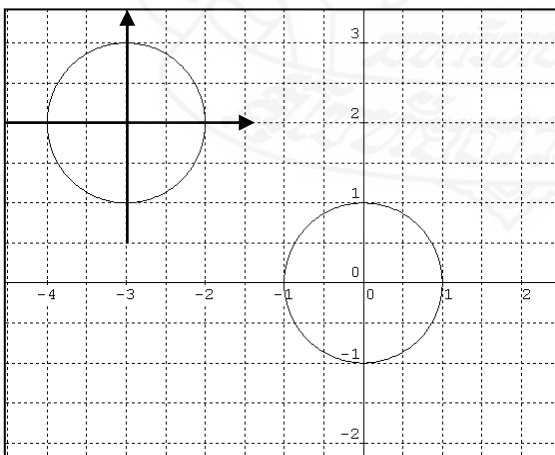
คือ  $(x')^2 + (y')^2 = 1$  ----- (1)

จาก  $x' = x - h$  และ  $y' = y - k$

$\therefore x' = x - 3$  และ  $y' = y - 2$

แทนใน (1) จะได้สมการวงกลมรูปใหม่ คือ  $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 1$

**กรณีที่ 2** ถ้าเลื่อนวงกลมที่มีสมการ  $x^2 + y^2 = 1$  ให้จุดศูนย์กลางของวงกลมไปอยู่ที่จุด (-3, 2)



$\therefore h = \dots\dots\dots$  และ  $k = \dots\dots\dots$

จากรูป สมการวงกลมรูปใหม่เมื่อเทียบกับแกนพิกัด  $X', Y'$  คือ

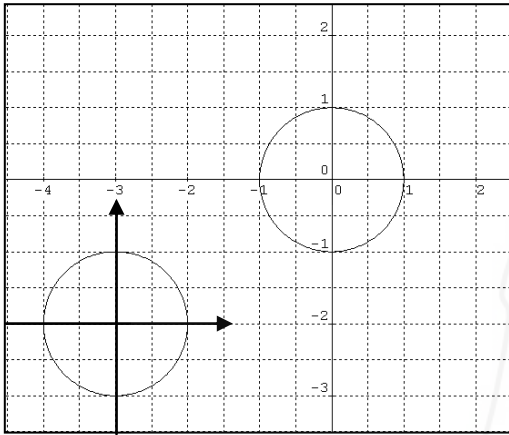
$\dots\dots\dots$  ----- (1)

จาก  $x' = x - h$  และ  $y' = y - k$

$\therefore x' = \dots\dots\dots$  และ  $y' = \dots\dots\dots$

แทนใน (1) จะได้สมการวงกลมรูปใหม่ คือ  $\dots\dots\dots$

กรณีที่ 3 ถ้าเลื่อนวงกลมที่มีสมการ  $x^2 + y^2 = 1$  ให้จุดศูนย์กลางของวงกลมไปอยู่ที่จุด  $(-3, -2)$



$\therefore h = \dots\dots\dots$  และ  $k = \dots\dots\dots$

จากรูป สมการวงกลมรูปใหม่เมื่อเทียบกับแกนพิกัด  $X', Y'$  คือ

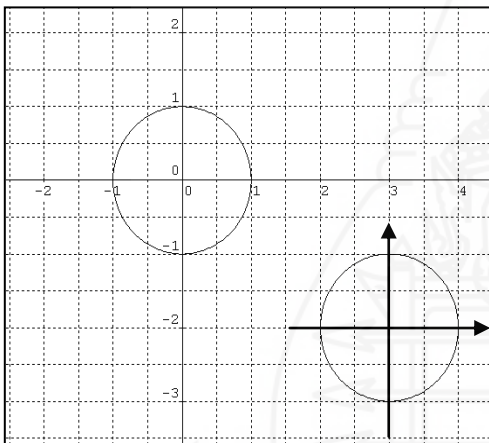
$\dots\dots\dots$  ----- (1)

จาก  $x' = x - h$  และ  $y' = y - k$

$\therefore x' = \dots\dots\dots$  และ  $y' = \dots\dots\dots$

แทนใน (1) จะได้สมการวงกลมรูปใหม่ คือ  $\dots\dots\dots$

กรณีที่ 4 ถ้าเลื่อนวงกลมที่มีสมการ  $x^2 + y^2 = 1$  ให้จุดศูนย์กลางของวงกลมไปอยู่ที่จุด  $(3, -2)$



$\therefore h = \dots\dots\dots$  และ  $k = \dots\dots\dots$

จากรูป สมการวงกลมรูปใหม่เมื่อเทียบกับแกนพิกัด  $X', Y'$  คือ

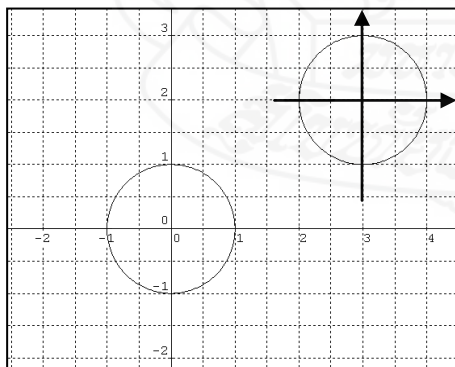
$\dots\dots\dots$  ----- (1)

จาก  $x' = x - h$  และ  $y' = y - k$

$\therefore x' = \dots\dots\dots$  และ  $y' = \dots\dots\dots$

แทนใน (1) จะได้สมการวงกลมรูปใหม่ คือ  $\dots\dots\dots$

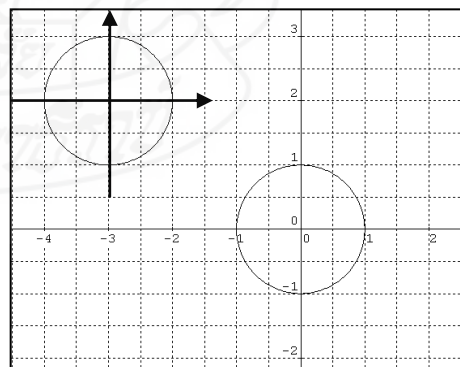
พิจารณาคำตอบจากทั้ง 4 กรณี ได้ดังนี้



$$(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 1$$

กราฟเลื่อนทางขวา 3 หน่วย

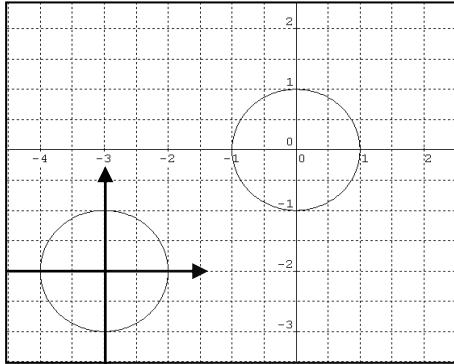
กราฟเลื่อนขึ้นข้างบน 2 หน่วย



$$(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 1$$

กราฟเลื่อน.....

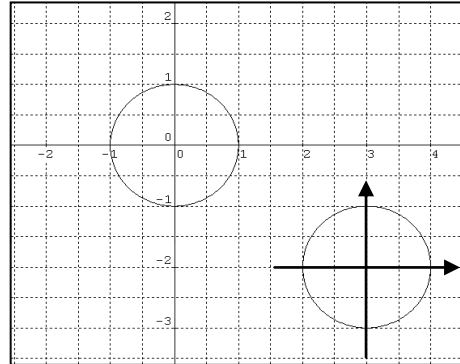
กราฟเลื่อน.....



$$(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 1$$

กราฟเลื่อน.....

กราฟเลื่อน.....



$$(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 1$$

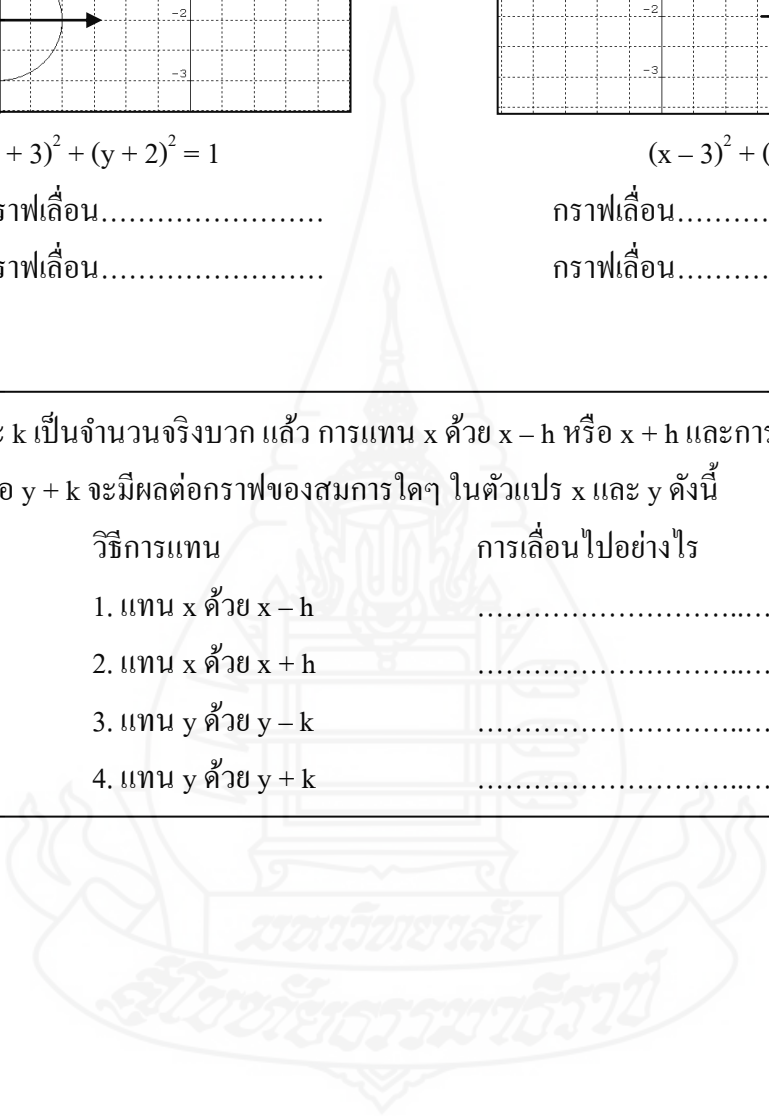
กราฟเลื่อน.....

กราฟเลื่อน.....

**สรุป**

ถ้า  $h$  และ  $k$  เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว การแทน  $x$  ด้วย  $x - h$  หรือ  $x + h$  และการแทน  $y$  ด้วย  $y - k$  หรือ  $y + k$  จะมีผลต่อกราฟของสมการใดๆ ในตัวแปร  $x$  และ  $y$  ดังนี้

วิธีการแทน	การเลื่อนไปอย่างไร
1. แทน $x$ ด้วย $x - h$	.....
2. แทน $x$ ด้วย $x + h$	.....
3. แทน $y$ ด้วย $y - k$	.....
4. แทน $y$ ด้วย $y + k$	.....





คำชี้แจง จงแปลงสมการในแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นสมการเมื่อเทียบกับแกนใหม่ โดยมีจุดยอดของกราฟอยู่ที่จุดกำเนิดของแกนใหม่ พร้อมทั้งวาดกราฟอย่างคร่าว ๆ

1.  $y = |x + 7| - 2$

---



---



---



---



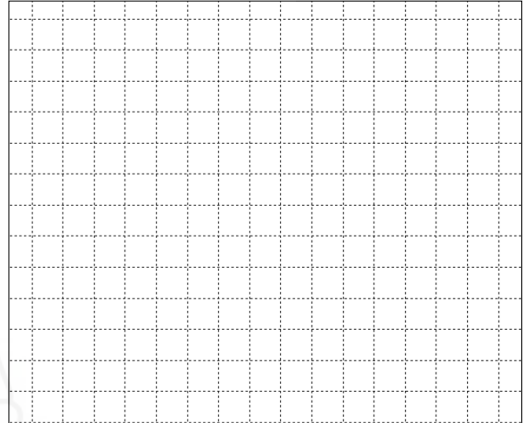
---



---



---



2.  $y = (x + 2)^2$

---



---



---



---



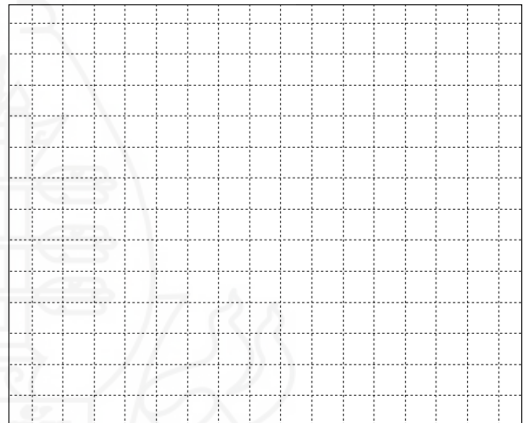
---



---



---



3.  $(x - 2)^2 + y - 3 = 0$

---



---



---



---



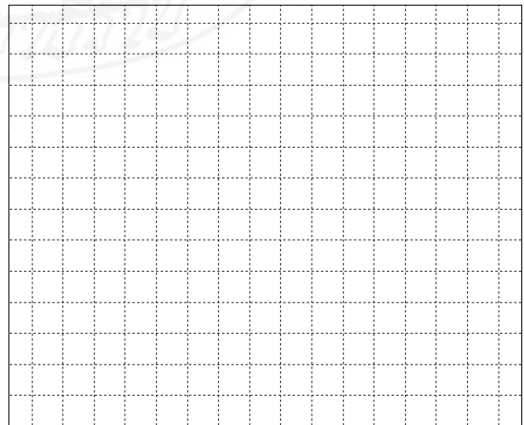
---



---



---



4.  $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 4$

---

---

---

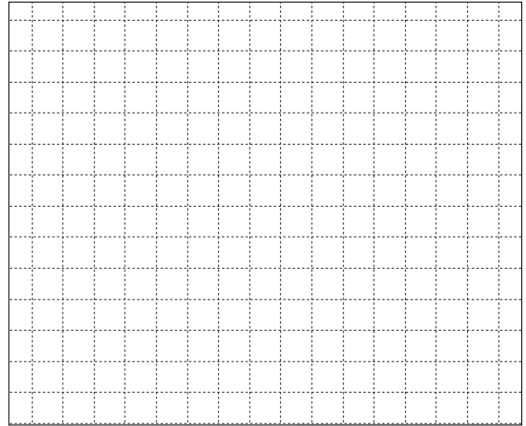
---

---

---

---

---



5.  $y^2 - 8x + 6y + 17 = 0$

---

---

---

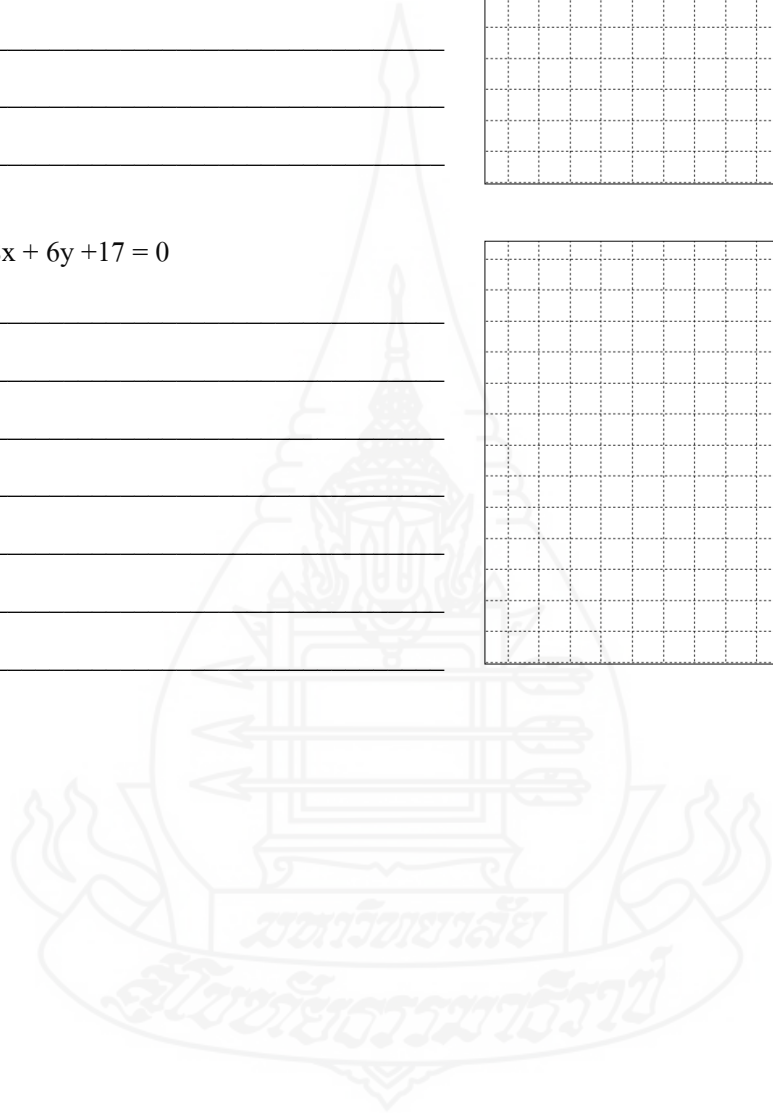
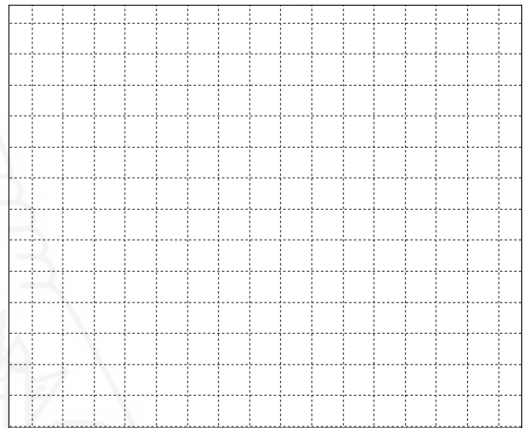
---

---

---

---

---





รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค31202  
 หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย  
 เรื่อง วงกลม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เวลา 2 คาบ

ผู้สอน นางสาวสุชีรา สุภพิมลวรรณ

1. สาระที่ 1.2 : วงกลม

2. ผลการเรียนรู้

บอกนิยามของวงกลม และเขียนรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลมที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้

3. สาระสำคัญ

บทนิยามของวงกลม

วงกลม คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบที่ห่างจากจุดๆหนึ่งที่ตรงอยู่กับที่ เป็นระยะทางคงตัวจุดที่ตรงอยู่กับที่นี้เรียกว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม และระยะทางคงตัวดังกล่าว เรียกว่า รัศมีของวงกลม

รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2 \text{ เมื่อ } h, k \text{ และ } r \text{ คือค่าคงตัว}$$

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) นักเรียนสามารถบอกนิยามของวงกลมได้
- 2) นักเรียนสามารถเขียนรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลมที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้

5. กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 1

ขั้นสร้างความสนใจ

1. ครูสนทนากับนักเรียนเพื่อทบทวนและเชื่อมโยงความรู้เรื่องวงกลม ดังนี้
  - นักเรียนคิดว่าระนาบตัดกรวยแบบใดจึงได้ภาคตัดกรวยเป็นรูปวงกลม

(แนวการตอบ ระนาบตัดตั้งฉากกับแกนของกรวย ระนาบตัดกรวยข้างเดียว ได้ภาคตัดกรวย เรียกว่า วงกลม)

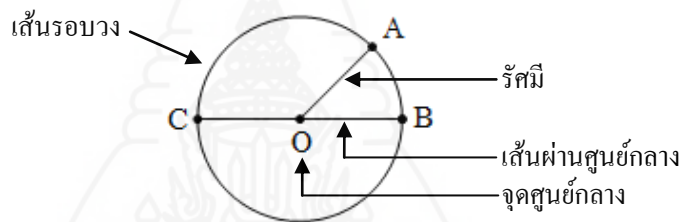
- ให้นักเรียนยกตัวอย่างอุปกรณ์เครื่องใช้ที่มีลักษณะเป็นวงกลม

(แนวการตอบ ล้อรถ ฝาท่อเฟืองของเครื่องจักร CD จาน พัดลม เป็นต้น)

2. ครูทบทวนเกี่ยวกับการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุด โดยครูกำหนดจุด 2 จุด แล้วให้นักเรียนช่วยกันบอกวิธีการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุดนั้น เช่น

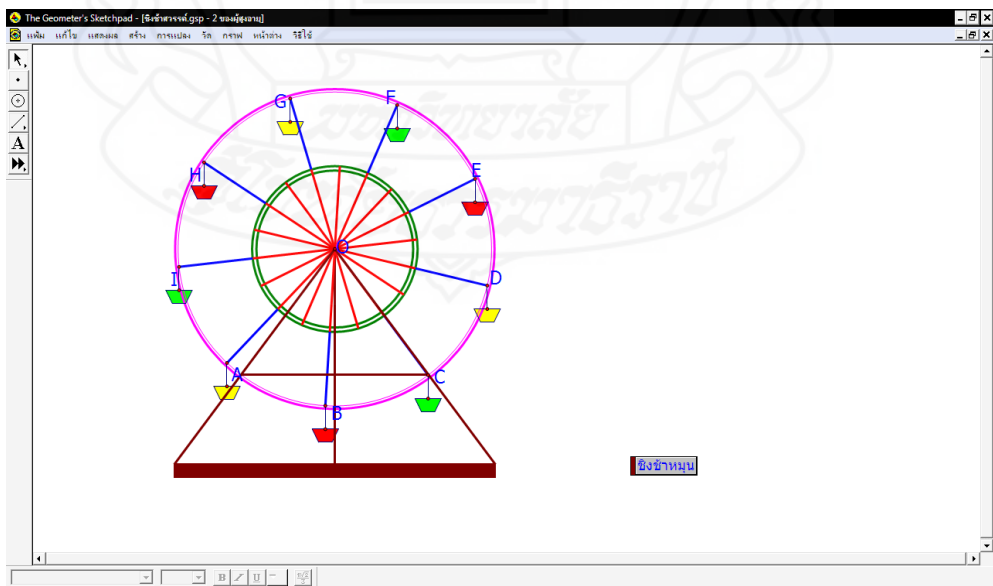
- จงหาระยะทางระหว่าง (2, 4) กับ (1, 6) (ตอบ  $\sqrt{5}$  หน่วย)
- จงหาระยะทางระหว่าง (-3, 1) กับ (-1, 6) (ตอบ  $\sqrt{29}$  หน่วย)

3. ครูทบทวนส่วนประกอบของวงกลมโดยการวาดภาพและให้นักเรียนช่วยกันบอกส่วนประกอบของวงกลม ได้แก่ จุดศูนย์กลางของวงกลม เส้นผ่านศูนย์กลาง เส้นรอบวงและรัศมีของวงกลม ดังนี้



**ขั้นสำรวจและค้นหา**

4. ให้นักเรียนจับคู่ทำกิจกรรมที่ 4 โดยใช้สื่อ โปรแกรม GSP ที่ครูสร้างขึ้น เพื่อช่วยในการตอบคำถามกิจกรรม ดังสื่อในรูป



### ชั้นอธิบายและลงข้อสรุป

5. คู่เมื่อนักเรียนบางคู่ออกมาเฉลยกิจกรรมที่ 4 และให้นักเรียนคนอื่นๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง โดยมีครูอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่ยังมีข้อบกพร่องอยู่
6. ให้นักเรียนช่วยกันสรุปเรื่องวงกลม ดังนี้
  - 1) บทนิยามของวงกลม คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบที่ห่างจากจุด ๆ หนึ่งที่ตรงอยู่กับที่เป็นระยะทางคงตัว
  - 2) รูปแบบมาตรฐานของสมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง  $(0, 0)$  และรัศมี  $r$  หน่วย คือ  $x^2 + y^2 = r^2$
  - 3) รูปแบบมาตรฐานของสมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง  $(h, k)$  และรัศมี  $r$  หน่วย คือ  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$
7. ให้นักเรียนช่วยกันตอบว่า รัศมีของวงกลมมีโอกาสติดลบได้หรือไม่ เพราะเหตุใด (แนวการตอบ ไม่ได้ เพราะรัศมีของวงกลมคือ ระยะทางระหว่างจุดสองจุด ซึ่งระยะทางติดลบไม่ได้)

### ชั้นขยายความรู้

8. จัดกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 5 คน แต่ละกลุ่มจะความสามารถทางคณิตศาสตร์ ให้แต่ละกลุ่มศึกษากิจกรรมที่ 6 สถานการณ์ปัญหา “การหาดำแหน่งศูนย์กลางแผ่นดินไหว” โดยให้นักเรียนร่วมกันระดมสมอง เสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา และหาคำตอบจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ โดยครูคอยให้คำชี้แนะ

### คาบที่ 2

#### ชั้นสร้างความสนใจ

1. ครูสนทนาและซักถามนักเรียน ดังนี้
  - จงบอกรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม เมื่อกำหนดจุดศูนย์กลางที่  $(0, 0)$  และรัศมีเท่ากับ  $r$   
(ตอบ  $x^2 + y^2 = r^2$ )
  - จงบอกรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม เมื่อกำหนดจุดศูนย์กลางที่จุด  $(h, k)$  และรัศมีเท่ากับ  $r$   
(ตอบ  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$  เมื่อ  $h, k$  และ  $r$  คือค่าคงตัว)

### ขั้นตำรวจอธิบายและลงข้อสรุป

2. ครูยกตัวอย่างโจทย์ที่กำหนดส่วนประกอบของวงกลม แล้วให้นักเรียนช่วยกันหารูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม เช่น
  - จงหารูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลมที่มีรัศมียาว 3 หน่วย และจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (2, 4) (ตอบ  $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 9$ )
  - จงหารูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลมมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (1, -2) และสัมผัสกับแกน X (ตอบ  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 16$ )

### ขั้นขยายความรู้

3. ครูสนทนาและซักถามนักเรียน ดังนี้
  - ถ้าต้องการหารูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม เมื่อโจทย์กำหนดจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมและจุดศูนย์กลางของวงกลมมาให้ นักเรียนจะสามารถสร้างรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลมได้อย่างไร  
(แนวการตอบ หารูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม ได้โดยการหารัศมีจากระยะทางระหว่างจุดศูนย์กลางของวงกลมกับจุดบนเส้นรอบวงกลม แล้วแทนค่าลงในรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม)

### ขั้นประเมิน

4. ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 3 โดยให้นักเรียนทำเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน (กลุ่มเดิม) ให้เวลา 15 นาที
5. สุ่มตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มออกมาเฉลยคำตอบ โดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนตรวจ และให้นักเรียนคนอื่นๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง โดยมีครูอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่ยังมีข้อบกพร่องอยู่
6. ครูประเมินผลการเรียนรู้จากคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบฝึกทักษะที่ 3

### 6. ภาระงาน/ชิ้นงาน

- 1) กิจกรรมที่ 4 – 5
- 2) แบบฝึกทักษะที่ 3

### 7. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

- 1) โปรแกรม GSP
- 2) กิจกรรมและแบบฝึกทักษะ

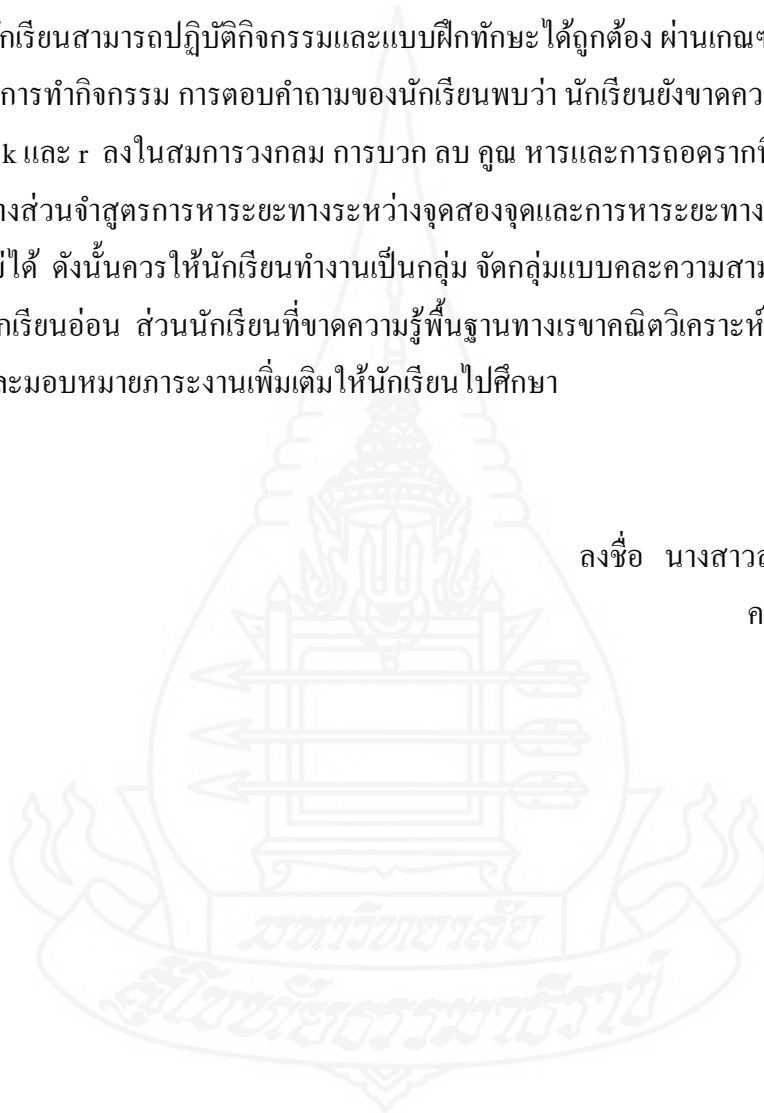
#### 8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

- 1) สังเกตจากการตอบคำถาม การทำกิจกรรมของนักเรียน
- 2) ตรวจสอบแบบฝึกทักษะของนักเรียน

#### 9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

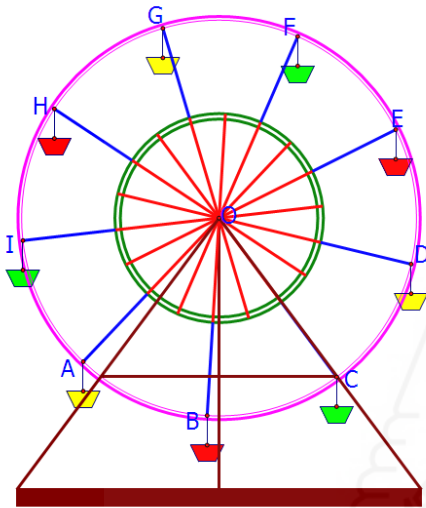
นักเรียนสามารถปฏิบัติกิจกรรมและแบบฝึกทักษะได้ถูกต้อง ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 80 แต่จากการสังเกตการทำกิจกรรม การตอบคำถามของนักเรียนพบว่า นักเรียนยังขาดความรอบคอบในการแทนค่า  $h$ ,  $k$  และ  $r$  ลงในสมการวงกลม การบวก ลบ คูณ หารและการถอดรากที่สอง และมีนักเรียนบางส่วนจำสูตรการหารระยะทางระหว่างจุดสองจุดและการหาระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรงไม่ได้ ดังนั้นควรให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม จัดกลุ่มแบบลดความสามารถ ให้นักเรียนที่เก่งสอนนักเรียนอ่อน ส่วนนักเรียนที่ขาดความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตวิเคราะห์ ครูใช้วิธีการทบทวนและมอบหมายภาระงานเพิ่มเติมให้นักเรียนไปศึกษา

ลงชื่อ นางสาวสุชีรา สุภพิมลวรรณ  
ครูผู้สอน



กิจกรรมที่ 4

คำสั่ง จงตอบคำถามต่อไปนี้โดยใช้โปรแกรม GSP



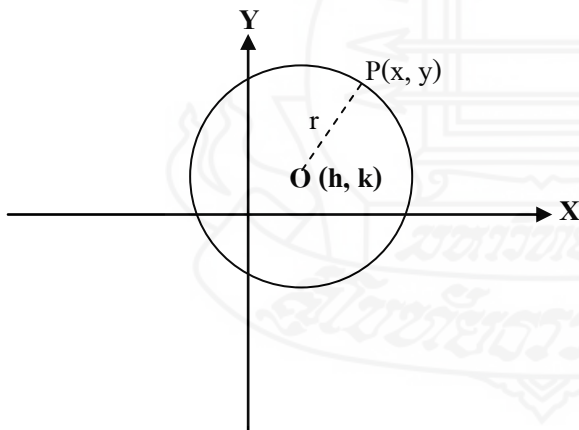
1) จุด A , B, C, ..., I อยู่ห่างจากจุด O เท่าไร

.....

2) จุดศูนย์กลางของวงกลม (จุด O) กับจุดบนเส้นรอบวงของวงกลม (จุด A , B, C, ..., I) มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

.....  
 .....  
 .....  
 .....

3) ถ้ากำหนดให้ P มีพิกัด (x, y) และอยู่ห่างจากจุด O(h, k) เป็นระยะทางคงที่เสมอ จุด P เคลื่อนที่ได้ทางเดินของจุดมีลักษณะเป็นวงกลม ดังนั้น เมื่อพิจารณาจากรูป



จะได้ว่า

$r =$  .....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น  $r^2 =$  .....

ถ้าจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) จะได้สมการเป็น.....

ถ้าจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0, 0) จะได้สมการเป็น.....

นั่นคือ ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0, 0) และมีรัศมี r หน่วย คือ

$r = \{(x,y) | \dots\dots\dots\}$

## กิจกรรมที่ 5

### สถานการณ์ปัญหา “การหาตำแหน่งศูนย์กลางแผ่นดินไหว”

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาและหาคำตอบจากสถานการณ์ที่กำหนดให้



แผ่นดินไหวเป็นปรากฏการณ์ทางธรรมชาติที่เกิดจากแรงเครียดภายในโลก ซึ่งเกิดจากอุณหภูมิที่ต่างกันอย่างมากระหว่างเปลือกโลกและหินหลอมภายในโลก เมื่อแรงนี้กระทำต่อหินแข็งภายในโลกจะทำให้หินแตกออกเป็นแนว เรียกว่า แนวรอยเลื่อน(Fault) เมื่อรอยเลื่อนนี้ขยับตัวก็จะปล่อยพลังงานออกมาอยู่ในรูปของการสั่นไหว ซึ่งก็คือแผ่นดินไหวนั่นเอง

ปัจจุบันกรมอุตุนิยมวิทยามีสถานีตรวจแผ่นดินไหว 12 แห่ง คือ สถานีเชียงใหม่, สถานีเขื่อนภูมิพล จังหวัดตาก สถานีนครสวรรค์ สถานีปากช่อง จังหวัดนครราชสีมา สถานีอุบลราชธานี สถานีเลย สถานีเขื่อนเขาแหลม จังหวัดกาญจนบุรี สถานีหนองปลับ ประจวบคีรีขันธ์ สถานีสงขลา สถานีภูเก็ต และสถานีน่าน

สมมติว่ามีแผ่นดินไหวเกิดขึ้นและสถานีตรวจแผ่นดินไหวเชียงใหม่คำนวณระยะทางระหว่างตำแหน่งเกิดแผ่นดินไหวกับสถานีตรวจวัดเป็นระยะทาง 1200 กิโลเมตร

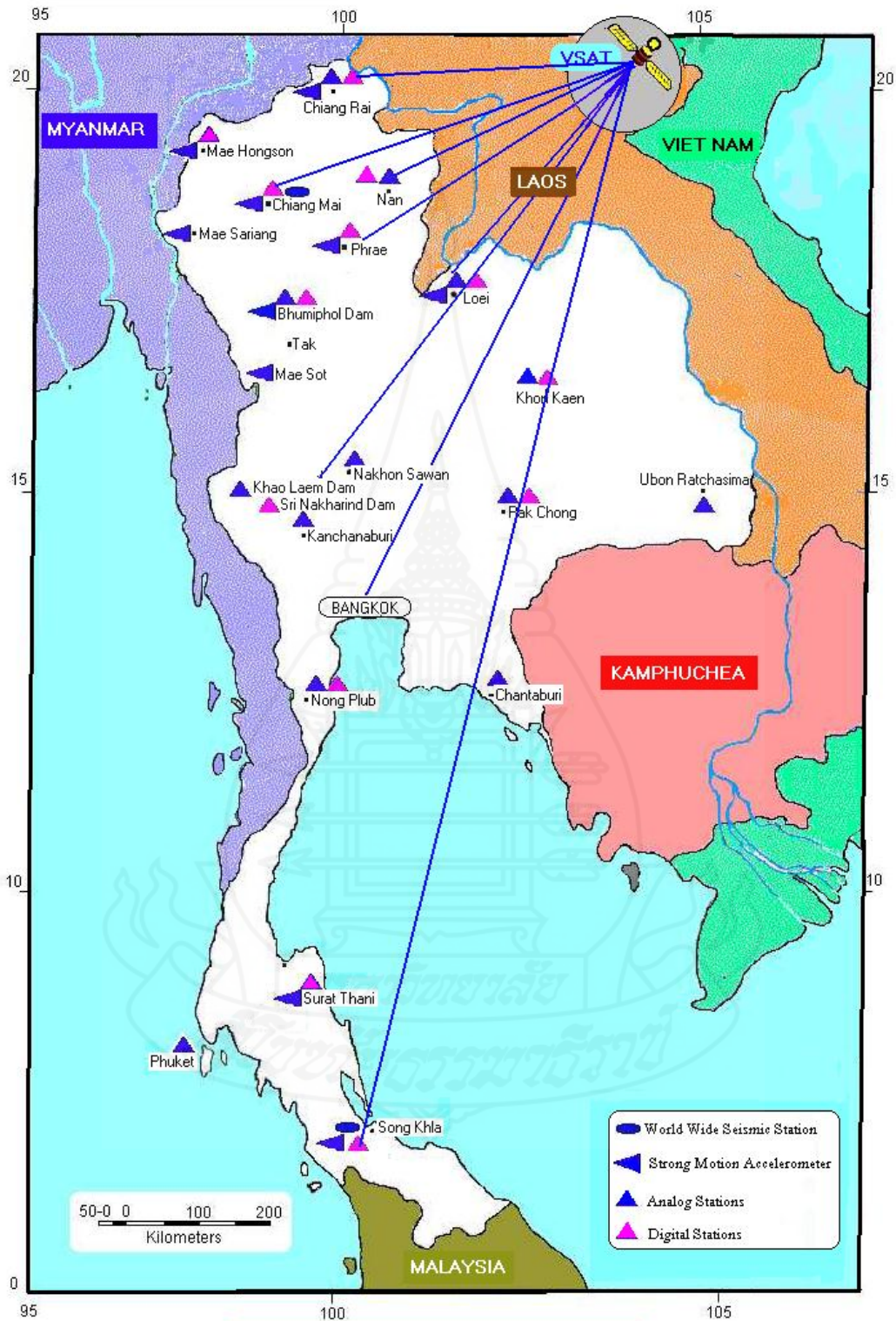
สถานีตรวจแผ่นดินไหวเขื่อนภูมิพลคำนวณระยะทางระหว่างตำแหน่งเกิดแผ่นดินไหวกับสถานีตรวจวัดเป็นระยะทาง 950 กิโลเมตร

และสถานีตรวจแผ่นดินไหวเขื่อนเขาแหลม (จ.กาญจนบุรี) คำนวณระยะทางระหว่างตำแหน่งเกิดแผ่นดินไหวกับสถานีตรวจวัดเป็นระยะทาง 1500 กิโลเมตร

ให้นักเรียนช่วยกันคำนวณหาตำแหน่งศูนย์กลางของแผ่นดินไหวในครั้งนี้



### แผนที่เครือข่ายสถานีตรวจแผ่นดินไหวในประเทศไทย



SEISMIC NETWORK OF TMD.

กำหนดอัตราส่วน 1 cm : 500 km



คำชี้แจง จงเขียนรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลมที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

1. จุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(1, 4)$  และ รัศมีเท่ากับ 2 หน่วย

.....

.....

.....

2. จุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(2, -1)$  และ รัศมี เท่ากับ 3 หน่วย

.....

.....

.....

3. จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด และผ่านจุด  $(7, 4)$

.....

.....

.....

4. จุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(7, -3)$  และสัมผัสกับแกน X

.....

.....

.....

5. วงกลมอยู่ในควอดรันต์ที่ 1 และสัมผัสแกน X และแกน Y รัศมีเท่ากับ 5 หน่วย

.....

.....

.....

6. จุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(-1, 5)$  และ ผ่านจุด  $(-4, -6)$

.....

.....

.....

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค31202

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย

เวลา 2 คาบ

เรื่อง วงกลม

ผู้สอน นางสาวสุชีรา สุภพิมลวรรณ

1. สาระที่ 1.2 : วงกลม

2. ผลการเรียนรู้

- 1) บอกจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลม เมื่อกำหนดรูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม
- 2) วาดกราฟของวงกลมเมื่อกำหนดส่วนประกอบของวงกลม

3. สาระสำคัญ

รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม คือ

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2 \quad \text{เมื่อ } h, k \text{ และ } r \text{ คือค่าคงตัว}$$

รูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม คือ

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \quad \text{เมื่อ } a, b \text{ และ } c \text{ คือค่าคงตัว}$$

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) นักเรียนสามารถหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลม เมื่อกำหนดรูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม
- 2) นักเรียนสามารถวาดกราฟวงกลมเมื่อกำหนดส่วนประกอบของวงกลม
- 3) นักเรียนสามารถหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลมเมื่อกำหนดรูปแบบทั่วไปของสมการวงกลมมาให้
- 4) นักเรียนสามารถจัดรูปแบบทั่วไปของสมการวงกลมให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม
- 5) นักเรียนสามารถวาดกราฟวงกลมจากรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม และรูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม

## 5. กิจกรรมการเรียนรู้

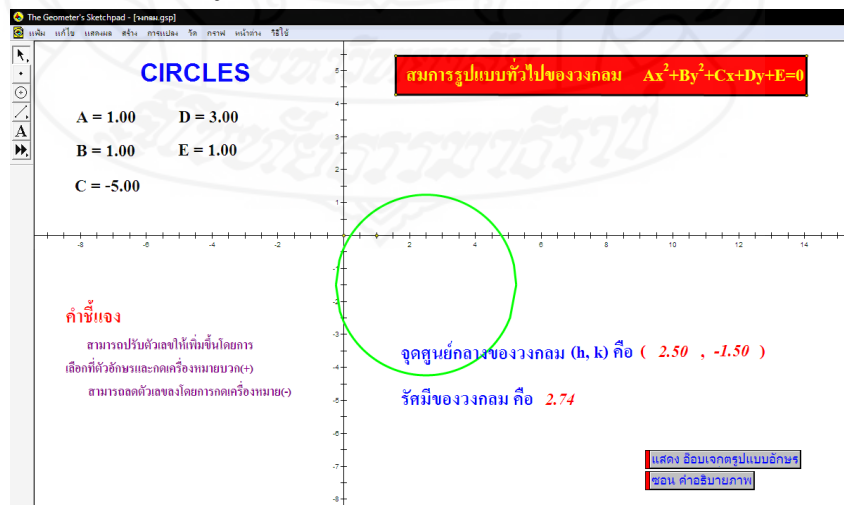
คาบที่ 1

## ขั้นสร้างความสนใจ

- ครูซักถามนักเรียนเกี่ยวกับรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม ดังนี้
  - จงบอกรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม ที่มีจุดศูนย์กลาง  $(h, k)$   
(ตอบ  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ )
  - จากรูปแบบทั่วไปของสมการภาคตัดกรวยคือ  
 $Ax^2 + By^2 + Fxy + Cx + Dy + E = 0$  นักเรียนคิดว่า เมื่อกระจายรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลมจะได้รูปแบบทั่วไปของสมการวงกลมเป็นอย่างไร เมื่อพิจารณาจากสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปร  
(แนวการตอบ ได้ค่า F เป็นศูนย์ เนื่องจากไม่สามารถหาพจน์ที่มี xy ได้)
- สื่อนักเรียนออกมากระจายรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม เพื่อแสดงว่าไม่มีพจน์ xy ในรูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม โดยให้นักเรียนคนอื่นๆช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง ครูชี้แนะในส่วนที่ยังมีข้อบกพร่องอยู่
- ครูชี้แจงว่า สมการที่ได้จากการกระจายรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม เรียกว่า รูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม

## ขั้นสำรวจและค้นหา

- จัดกลุ่มนักเรียน กลุ่มละ 5 คน แต่ละกลุ่มละความสามารถทางคณิตศาสตร์ ให้แต่ละกลุ่มทำกิจกรรมที่ 6 โดยใช้สื่อโปรแกรม GSP ที่จัดเตรียมไว้ เพื่อตอบคำถามกิจกรรมดังตัวอย่างสื่อในรูปแบบ



### ชั้นอธิบายและลงข้อสรุป

5. คู่ตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอกิจกรรมที่ 6 โดยสมาชิกแต่ละกลุ่มและครูช่วยกันซักถาม ให้ข้อเสนอแนะและตรวจสอบความถูกต้องของการนำเสนอข้อมูล
6. ให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 7 โดยให้นักเรียนทำเป็นกลุ่ม (กลุ่มเดิม) ให้เวลา 10 นาที
7. ให้นักเรียนเฉลยคำตอบ โดยครูสุ่มถามนักเรียนเป็นรายบุคคล และให้นักเรียนคนอื่นๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง ครูอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่ยังบกพร่องอยู่
8. ให้นักเรียนช่วยกันตอบคำถามต่อไปนี้

- จงบอกรูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม

(แนวการตอบ  $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$ )

- ถ้าโจทย์กำหนดรูปแบบทั่วไปของสมการวงกลมมาให้แล้ว จงบอกว่าจะหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลมได้อย่างไร

(แนวการตอบ หาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลมได้โดยใช้สูตร ดังนี้

$$\text{จุดศูนย์กลางของวงกลม คือ } \left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right)$$

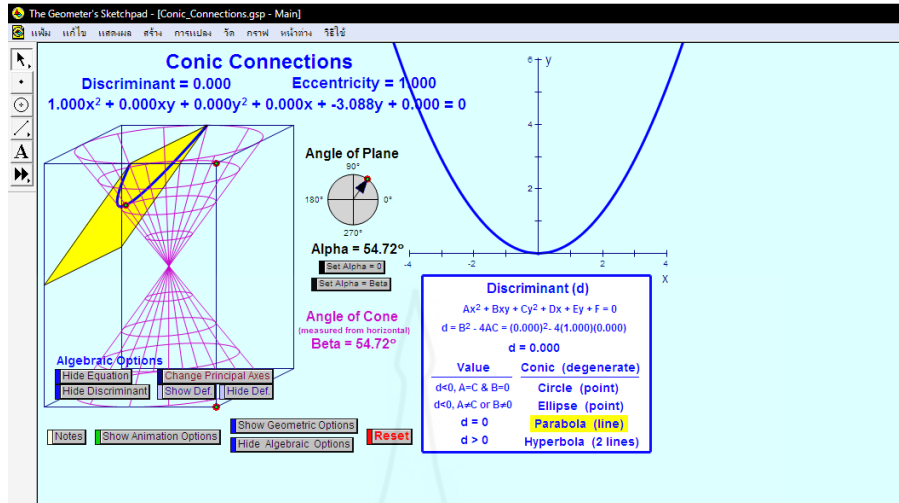
$$\text{รัศมีของวงกลม คือ } r = \sqrt{\left(-\frac{A}{2}\right)^2 + \left(-\frac{B}{2}\right)^2 - E}$$

- การใช้สูตรการหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลมจะต้องจัดรูปแบบทั่วไปของสมการวงกลมให้เป็นอย่างไรก่อน  
(แนวการตอบ จะต้องจัดรูปแบบทั่วไปของสมการวงกลมให้ A, B เท่ากับ 1 ก่อน แล้วจึงจะหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลมโดยใช้สูตรได้)

### คาบที่ 2

#### ชั้นขยายความรู้

1. ครูเปิดสื่อ โปรแกรม GSP ซึ่งเป็นภาพเคลื่อนไหว ให้นักเรียนสังเกตกราฟลักษณะต่างๆ ว่ามีรูปแบบทั่วไปของสมการภาคตัดกรวยเป็นอย่างไร แล้วให้นักเรียนช่วยกันตอบคำถามต่อไปนี้



- ให้นักเรียนบอกรูปแบบทั่วไปของสมการภาคตัดกรวย  
(แนวการตอบ  $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$ )
  - ให้นักเรียนสังเกตค่า A, B และกราฟรูปวงกลม วงรี พาราโบลา และไฮเพอร์โบลา ว่า A, B มีความสัมพันธ์กันอย่างไรเมื่อเทียบกับกราฟ  
(แนวการตอบ ถ้า  $A = B$  จะได้กราฟวงกลม  
ถ้า A หรือ B ตัวใดตัวหนึ่งเป็นศูนย์ จะได้กราฟพาราโบลา  
ถ้า  $A \neq B$  จะได้กราฟวงรี  
ถ้า A และ B มีเครื่องหมายต่างกัน จะได้กราฟไฮเพอร์โบลา)
2. ครูยกตัวอย่างโจทย์ที่กำหนดรูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม แล้วให้นักเรียนช่วยกันจัดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม เช่น
- $x^2 + y^2 - 20x - 14y + 133 = 0$  (ตอบ  $(x - 10)^2 + (y - 7)^2 = 4^2$ )
  - $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$  (ตอบ  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 3^2$ )

**ขั้นประเมิน (Evaluation)**

3. ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 4 ให้เวลา 20 นาที
4. สุ่มนักเรียนออกมาเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 4 โดยให้นักเรียนแลกเปลี่ยนตรวจให้คะแนน และให้นักเรียนคนอื่นๆ ในห้องช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง ครูชี้แนะเพิ่มเติมในส่วนที่ยังมีข้อบกพร่องอยู่
5. ครูประเมินผลการเรียนรู้จากคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบฝึกทักษะที่ 4



## 6. ภาระงาน/ชิ้นงาน

- 1) กิจกรรมที่ 6 – 7
- 2) แบบฝึกทักษะที่ 4

## 7. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

- 1) สังเกตจากการตอบคำถาม การทำกิจกรรมของนักเรียน
- 2) ตรวจสอบแบบฝึกทักษะของนักเรียน

## 8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

- 1) จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนขณะทำกิจกรรม
- 2) จากคะแนนกิจกรรมและแบบฝึกทักษะ

## 9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

นักเรียนสามารถปฏิบัติกิจกรรมและแบบฝึกทักษะได้ถูกต้อง ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 80 แต่มีนักเรียนบางส่วนใช้สูตรการหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลมและการหารเศษส่วนในรูปเศษซ้อนไม่ถูกต้อง

แนวทางการแก้ปัญหา ครูควรเน้นย้ำให้นักเรียนจัดค่า A และ B ในรูปแบบทั่วไปของสมการวงกลมเป็น 1 ก่อนจึงจะใช้สูตร

ครูทบทวนวิธีการหารจำนวนเต็มในรูปเศษส่วน โดยใช้เครื่องหมายหารแทนการจัดให้อยู่ในรูปเศษซ้อน เพื่อให้ง่ายต่อการทำความเข้าใจของนักเรียน

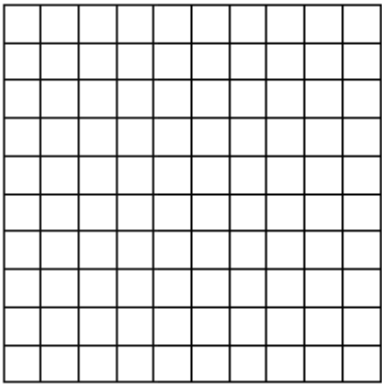
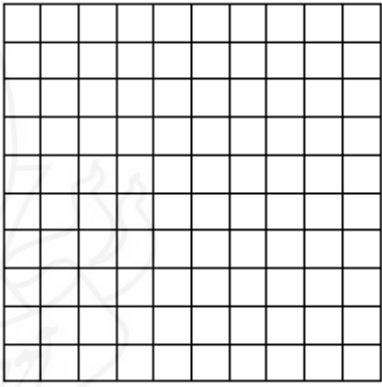
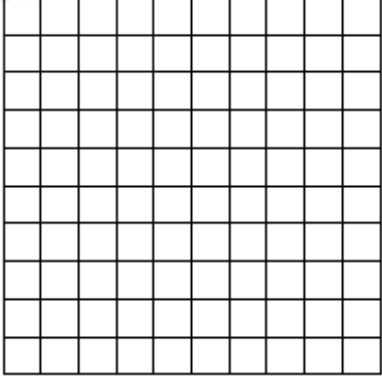
เช่น  $\frac{1}{\frac{2}{2}}$  จัดให้อยู่ในรูป  $\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

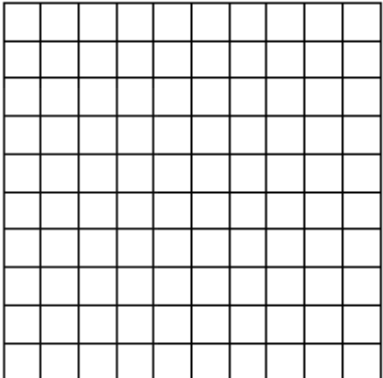
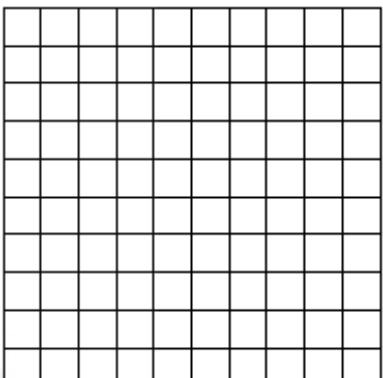
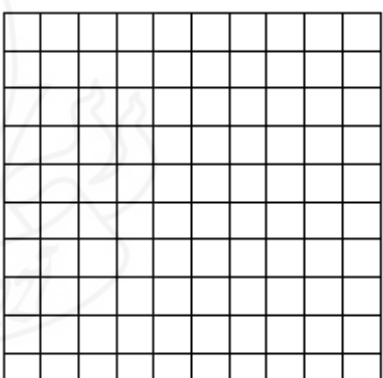
ลงชื่อ นางสาวสุชีรา สุภพิมลวรรณ  
ครูผู้สอน



## กิจกรรมที่ 6

**คำสั่ง** จงแสดงผลที่ได้จากโปรแกรม GSP เมื่อกำหนดรูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม

ข้อ	รูปแบบทั่วไปของ สมการวงกลม $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$	จุด ศูนย์กลาง (h, k)	รัศมี (r)	วาดกราฟ
1.	$x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$			
2.	$x^2 + y^2 - 7x - 2y + 7 = 0$			
3.	$x^2 + y^2 - 20x - 14y + 133 = 0$			

ข้อ	รูปแบบทั่วไปของ สมการวงกลม $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$	จุด ศูนย์กลาง (h, k)	รัศมี (r)	วาดกราฟ
4.	$x^2 + y^2 + x + 2y + 1 = 0$			
5.	$2x^2 + 2y^2 - 2x - 6y = 0$			
6.	$3x^2 + 3y^2 - 12x - 6y - 60 = 0$			

**กิจกรรมที่ 7**

รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม.....

รูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม.....

**คำสั่ง** ให้นักเรียนบอกความสัมพันธ์ของค่า A, B, C, ..., E ในรูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม  
กับการหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลม โดยพิจารณาจากการทำกิจกรรมที่ 6

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

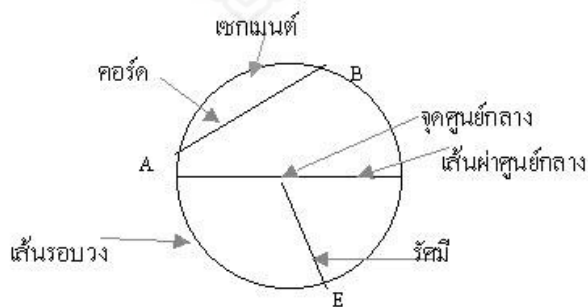
.....

**สรุป** เมื่อพิจารณาจากรูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม.....

จะได้ว่า วงกลมมีจุดศูนย์กลาง คือ.....

รัศมีของวงกลม คือ.....

ส่วนประกอบของวงกลม



**คำชี้แจง** จงหาจุดศูนย์กลางของวงกลม รัศมีของวงกลมและรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม พร้อมวาดกราฟประกอบ

1.  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.  $x^2 + y^2 - 7x - 2y + 7 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.  $x^2 + y^2 - 20x - 14y + 133 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.  $x^2 + y^2 + x + 2y + 1 = 0$

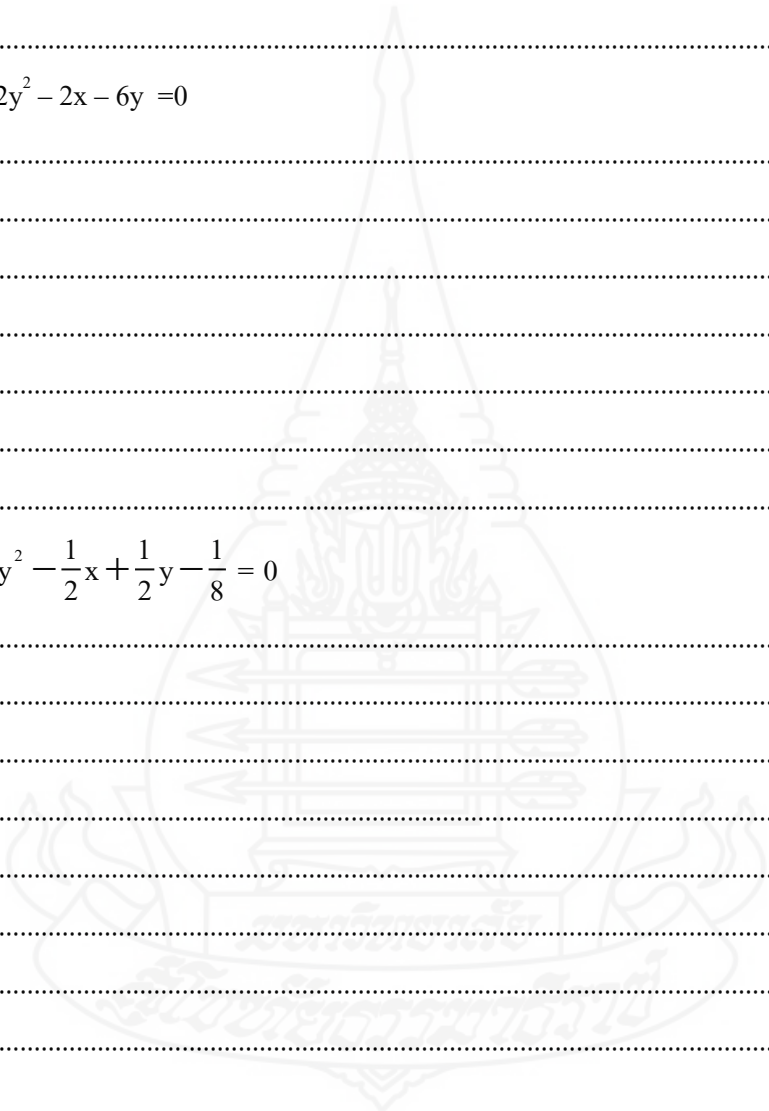
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

5.  $2x^2 + 2y^2 - 2x - 6y = 0$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

6.  $x^2 + y^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y - \frac{1}{8} = 0$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค31202

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย

เวลา 1 คาบ

เรื่อง วงกลม

ผู้สอน นางสาวสุชีรา สุภพิมลวรรณ

1. สาระที่ 1.2 : วงกลม

2. ผลการเรียนรู้

นำความสัมพันธ์ระหว่างวงกลมและจุดไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

3. สาระสำคัญ

การหาระยะทางที่สั้นที่สุดและยาวที่สุดจากจุดนั้นไปยังเส้นรอบวง ดังนี้

ระยะทางจากจุดศูนย์กลางวงกลมกับจุดนั้นแล้วลบความยาวรัศมีออกจะได้ระยะทางที่สั้นที่สุด ถ้าบวกความยาวรัศมีจะได้ระยะทางยาวที่สุด ไม่ว่าจุดนั้นจะอยู่ภายนอกหรือภายในก็ตาม

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาระยะทางที่สั้นที่สุดและยาวที่สุดจากจุดไปยังจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมได้

5. กิจกรรมการเรียนรู้

**ขั้นสร้างความสนใจ**

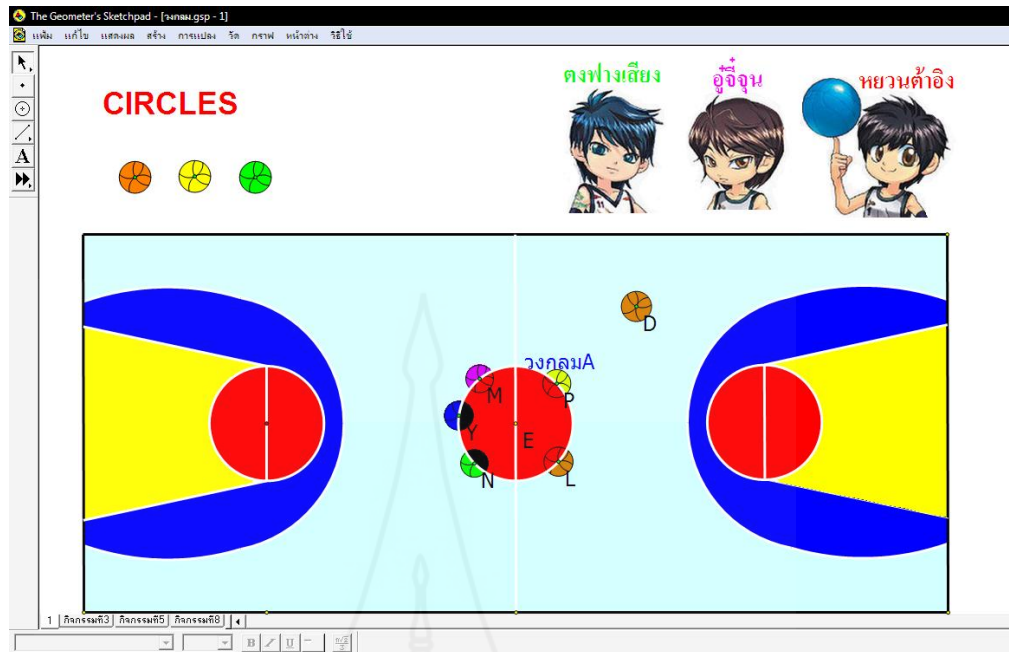
1. ครูกำหนดสถานการณ์โดยแสดงจากโปรแกรม GSP และให้นักเรียนช่วยกันตอบ

คำถาม โดยครูใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ ดังนี้

**สถานการณ์** สมมติว่ามีนักกีฬาบาสเกตบอลซ้อมเล่นกีฬาหลังเลิกเรียนโดยกำหนดให้

วงกลมตรงกลางสนามบาสเกตบอลแทนวงกลม A และจุดศูนย์กลางวงกลมแทนด้วย

จุด E จุดบนเส้นรอบวงของวงกลมแทนด้วยจุด P, L, N, Y และ M

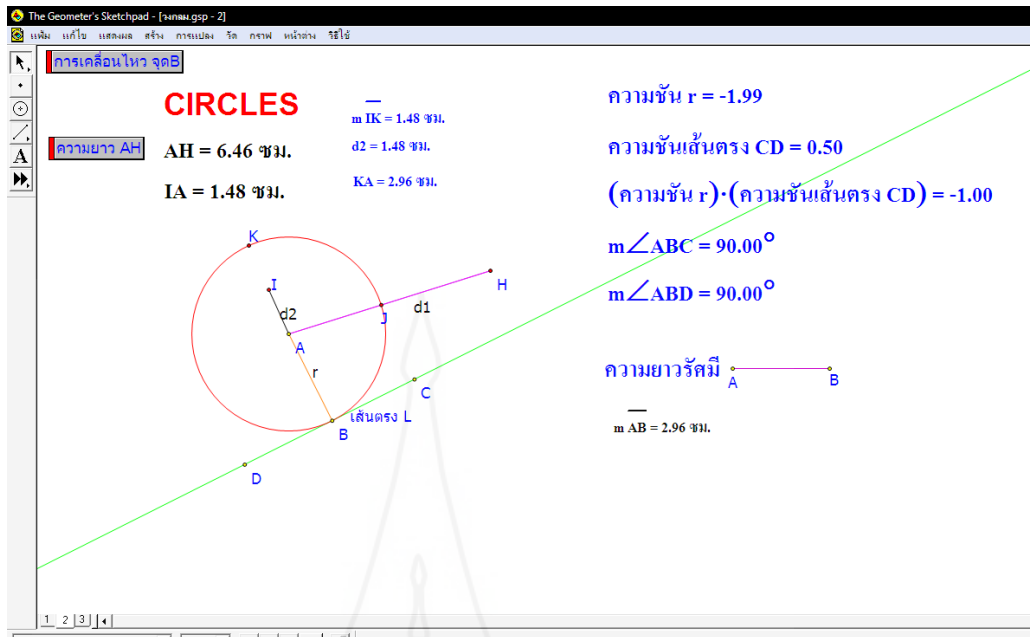


- นักเรียนคิดว่าจุด D อยู่ใกล้จุดใดบนวงกลมมากที่สุด  
(ตอบ จุด P)
- นักเรียนคิดว่าจุด D อยู่ไกลจากจุดใดบนวงกลมมากที่สุด  
(ตอบ จุด N)
- นักเรียนสามารถตรวจสอบได้อย่างไรว่าคำตอบถูกต้อง  
(แนวการตอบ 1. ถ้าไม่ทราบพิกัดจุด ตรวจสอบได้โดยใช้การวัด  
2. ถ้าทราบพิกัดจุด ตรวจสอบได้โดยใช้สูตรการหาระยะทาง  
ระหว่างจุด  $P(x_1, y_1)$  และจุด  $P(x_2, y_2)$  คือ  $P_1P_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ )
- นักเรียนสามารถหาระยะทางที่สั้นที่สุดและยาวที่สุด เมื่อวัดจากจุด D ไปยังจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมได้อย่างไรเมื่อทราบพิกัดจุด D จุด E และรัศมีของวงกลมเท่านั้น  
(แนวการตอบ ระยะทางที่สั้นที่สุด คือ OP หาได้จาก  $OE - PE$  หรือ  $OE - r$  และระยะทางที่ยาวที่สุด คือ PN หาได้จาก  $OE + EN$  หรือ  $OE + r$ )

#### ขั้นสำรวจและค้นหา

2. จัดกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 5 คน คละความสามารถทางคณิตศาสตร์ และให้แต่ละกลุ่มทำกิจกรรมที่ 8 โดยใช้สื่อโปรแกรม GSP ที่ครูสร้างขึ้นเพื่อช่วยในการตอบคำถามกิจกรรม ดังตัวอย่างสื่อในรูป





**ขั้นตอนอธิบายและลงข้อสรุป**

3. ให้ตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมาช่วยกันเฉลยกิจกรรมที่ 8 โดยให้นักเรียนคนอื่นๆช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง ครูอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่ยังมีข้อบกพร่องอยู่
4. ให้นักเรียนช่วยกันสรุปความสัมพันธ์ระหว่างวงกลมและจุด ดังนี้

**ความสัมพันธ์ระหว่างวงกลมและจุด**

กำหนดให้  $d$  คือ ระยะทางระหว่างจุดศูนย์กลางของวงกลมถึงจุด  $(x', y')$

รูปความสัมพันธ์ระหว่างวงกลมและจุด	ระยะทางที่ยาวที่สุดจากจุดไปยังเส้นรอบวงกลม	ระยะทางที่สั้นที่สุดจากจุดไปยังเส้นรอบวงกลม
<p>จุดภายนอกวงกลม</p>	$d + r$	$d - r$
<p>จุดภายในวงกลม</p>	$d + r$	$r - d$

### ชั้นขยายความรู้

- ให้นักเรียนช่วยกันหาผลบวกของระยะทางที่ยาวที่สุดและสั้นที่สุดจากจุด  $(10, 7)$  ไปยังจุดบนเส้นรอบวงของสมการวงกลม  $5x^2 + 5y^2 - 20x - 10y - 100 = 0$  โดยครูใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ  
(แนวการตอบ ระยะทางที่สั้นที่สุดเท่ากับ 5 หน่วย ระยะทางที่ยาวที่สุดเท่ากับ 15 หน่วย ดังนั้น ผลบวกของระยะทางที่ยาวที่สุดและสั้นที่สุดมีค่าเท่ากับ 20 หน่วย)
- ให้นักเรียนช่วยกันตอบคำถามว่าจุด  $(2, -3)$  เป็นจุดที่อยู่บนเส้นรอบวงของสมการวงกลม  $x^2 + y^2 - 3x + y - 4 = 0$  หรือไม่เพราะเหตุใด โดยครูใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ  
(แนวการตอบ เป็นเพราะเมื่อแทนค่า  $(2, -3)$  ลงในสมการ  $x^2 + y^2 - 3x + y - 4 = 0$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง)

### ชั้นประเมิน

- จัดกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 5 คน คณะความสามารถทางคณิตศาสตร์ และให้แต่ละกลุ่มทำแบบฝึกทักษะที่ 5 โดยใช้เวลา 20 นาที
  - ให้ตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมาช่วยกันเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 5 โดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนตรวจ และให้นักเรียนคนอื่นๆช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง ครูอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่ยังมีข้อบกพร่องอยู่
  - ครูประเมินผลการเรียนรู้จากคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบฝึกทักษะที่ 5
6. ภาระงาน/ชิ้นงาน
- กิจกรรมที่ 8
  - แบบฝึกทักษะที่ 5
7. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้
- โปรแกรม GSP
  - กิจกรรมและแบบฝึกทักษะ

## 8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

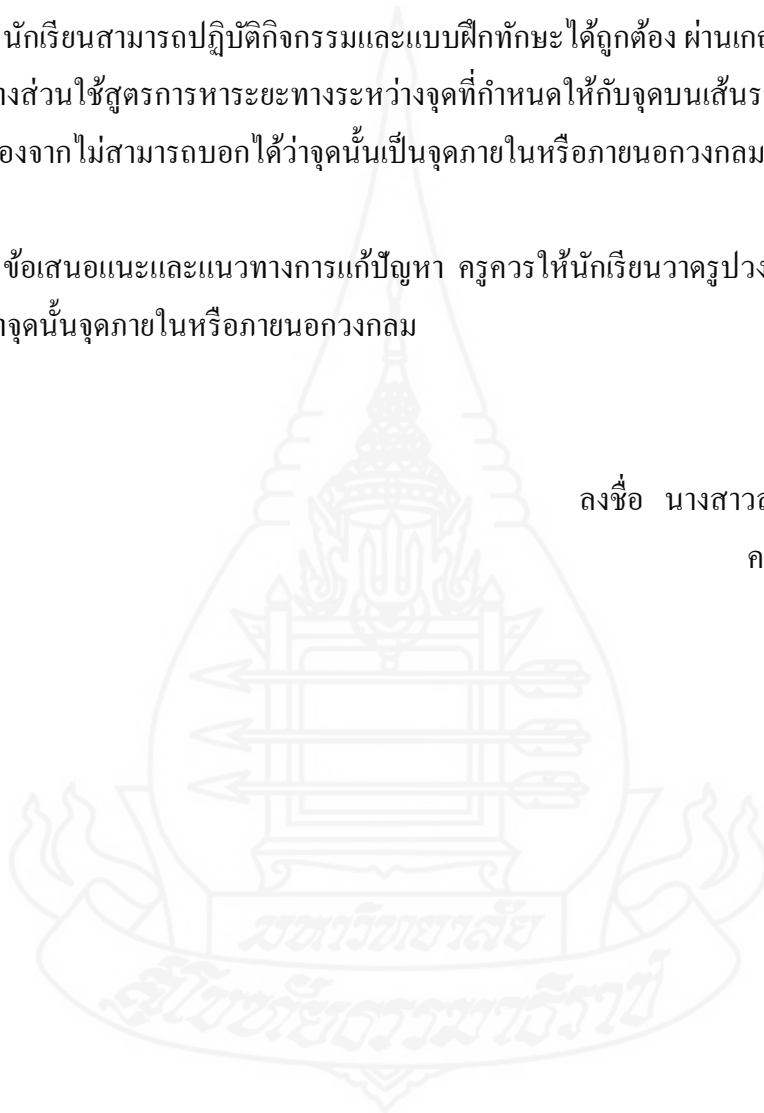
- 1) สังเกตจากการตอบคำถาม การทำกิจกรรมของนักเรียน
- 2) ตรวจสอบแบบฝึกทักษะของนักเรียน

## 9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

นักเรียนสามารถปฏิบัติกิจกรรมและแบบฝึกทักษะได้ถูกต้อง ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 80 แต่มีนักเรียนบางส่วนใช้สูตรการหาระยะทางระหว่างจุดที่กำหนดให้กับจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมไม่ถูกต้อง เนื่องจากไม่สามารถบอกได้ว่าจุดนั้นเป็นจุดภายในหรือภายนอกวงกลม ทำให้แทนค่าลงในสูตรผิด

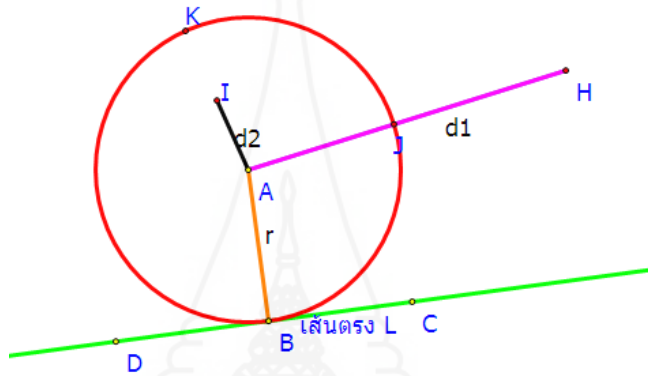
ข้อเสนอแนะและแนวทางการแก้ปัญหา ครูควรให้นักเรียนวาดรูปวงกลมก่อน แล้วจึงพิจารณาว่าจุดนั้นจุดภายในหรือภายนอกวงกลม

ลงชื่อ นางสาวสุชีรา สุกพิมลวรรณ  
ครูผู้สอน



**กิจกรรมที่ 8**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนสำรวจความสัมพันธ์ระหว่างจุดกับวงกลมและความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสวงกลมกับวงกลม เมื่อกำหนดให้  $d_1$  แทนความยาวส่วนของเส้นตรง AH และ  $d_2$  แทนความยาวส่วนของเส้นตรง IA แล้วตอบคำถามต่อไปนี้



1) จากบทนิยามของวงกลม เมื่อพิจารณาจากรูปสิ่งใดบ้างที่เป็นส่วนประกอบของวงกลม

.....

.....

2) จงหาความสัมพันธ์ระหว่างวงกลมและจุดเมื่อทราบค่าของ  $r, d_1, d_2$

ความสัมพันธ์ระหว่างวงกลมและจุด	ระยะทางที่ยาวที่สุดจากจุดไปยังเส้นรอบวงกลม	ระยะทางที่สั้นที่สุดจากจุดไปยังเส้นรอบวงกลม
จุดภายนอกวงกลม(จุด H)		
จุดภายในวงกลม(จุด I)		

3) จงพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างเส้นตรง DC (เส้นสัมผัสวงกลม) และเส้นตรง AB แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 ผลคูณของความชันของเส้นตรง DC และ AB เท่ากับ.....

3.2 เส้นสัมผัสวงกลมทำมุมกับรัศมีที่จุด A.....



คำชี้แจง จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงหาระยะทางที่ยาวที่สุดและสั้นที่สุดจากจุด (2, 8) ไปยังจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมที่มีสมการเป็น  $x^2 + y^2 + 4x - 10y + 20 = 0$

วิธีทำ.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

2. จงหาระยะทางที่ยาวที่สุดและสั้นที่สุดจากจุด (3, 4) ไปยังจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมที่มีสมการเป็น  $3x^2 + 3y^2 - 12x - 6y - 60 = 0$

วิธีทำ.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

3. เกาะ 2 เกาะ มีสมการเป็น  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$  และ  $x^2 + y^2 - 20x - 14y + 133 = 0$   
 ถ้าต้องการสร้างสะพานข้ามเกาะให้มีระยะทางสั้นที่สุดจะต้องสร้างสะพานยาวเท่าใด

วิธีทำ.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค31202  
 หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย  
 เรื่อง พาราโบลา

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เวลา 2 คาบ

ผู้สอน นางสาวสุชีรา ศุภพิมลวรรณ

1. สาระที่ 1.3 : พาราโบลา

2. ผลการเรียนรู้

- 1) บอกนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา
- 2) เขียนสมการและวาดกราฟพาราโบลา เมื่อกำหนดส่วนประกอบของพาราโบลา

3. สาระสำคัญ

บทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา

พาราโบลา คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งห่างจากจุด F ที่ตรึงอยู่กับที่จุดหนึ่งและเส้นตรง  $l$  ที่ตรึงอยู่กับที่เส้นหนึ่งเป็นระยะทางเท่ากัน

รูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลาที่มีแกนในแนวตั้ง คือ  $x^2 = 4cy$

ถ้า  $c > 0$  แล้วพาราโบลาเป็นเส้นโค้งหงายขึ้น

ถ้า  $c < 0$  แล้วพาราโบลาเป็นเส้นโค้งคว่ำลง

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) นักเรียนสามารถบอกนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา
- 2) นักเรียนสามารถบอกส่วนประกอบของพาราโบลาเมื่อกำหนดสมการพาราโบลา
- 3) นักเรียนสามารถวาดกราฟและเขียนรูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลาที่มีแกน  $Y$  เป็นแกนสมมาตร

5. กิจกรรมการเรียนรู้

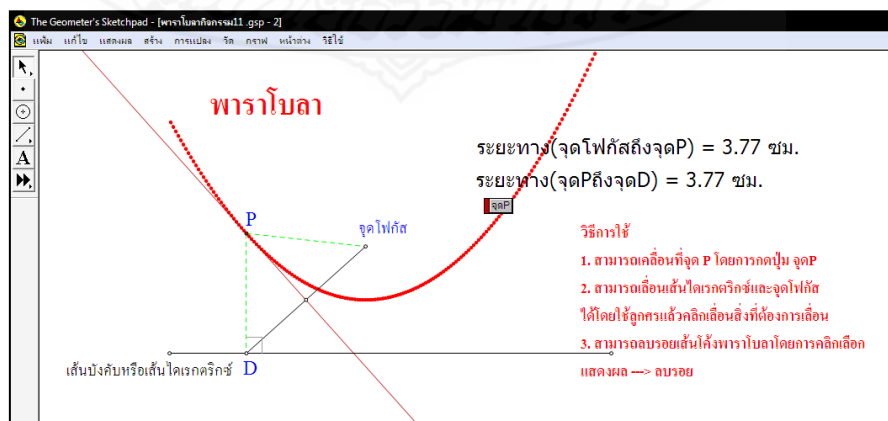
**คาบที่ 1**

### ขั้นสร้างความสนใจ

- ให้นักเรียนช่วยกันตอบคำถามต่อไปนี้ โดยครูใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ
  - ระบายตัดกรวยแบบใดได้ภาคตัดกรวยรูปพาราโบลา  
(แนวการตอบ ระบายตัดทำมุมแหลมกับแกนของกรวย ระบายตัดกรวยข้างเดียว ได้ภาคตัดกรวยรูปพาราโบลา)
  - จงยกตัวอย่างเส้นโค้งพาราโบลาที่พบในชีวิตประจำวัน  
(แนวการตอบ รุ้งกินน้ำ น้ำพุ สะพานแขวน แนวการเคลื่อนที่ของการยิงจรวด เป็นต้น)
  - นักเรียนคิดว่า ถ้าหมุนเส้นโค้งพาราโบลารอบแกนของพาราโบลา จะได้รูปร่างมีลักษณะเป็นอย่างไร  
(แนวการตอบ จะได้รูปร่างมีลักษณะคล้ายถ้วย คล้ายจานดาวเทียม เป็นต้น)
- จัดกลุ่มนักเรียน กลุ่มละ 5 คน ทดลองความสามารถทางคณิตศาสตร์ ทำกิจกรรมที่ 9 ลุงเหลือยอดนักประดิษฐ์สติเฟื่อง เพื่อให้นักเรียนเห็นประโยชน์ของเส้นโค้งพาราโบลา
- ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 9 โดยครูใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ ดังนี้
  - นักเรียนคิดว่าทำไมกระทะจึงนำมาใช้แทนจานดาวเทียมเพื่อรับสัญญาณได้  
(แนวตอบ เพราะกระทะมีลักษณะเหมือนกับจานดาวเทียมคือ สามารถสะท้อนคลื่น)
  - นักเรียนคิดว่าจานดาวเทียมมีการรับสัญญาณจากดาวเทียมอย่างไร  
(แนวตอบ จานดาวเทียมมีการรับสัญญาณจากดาวเทียม โดยสะท้อนสัญญาณจากดาวเทียมรวมกันที่จุดรับสัญญาณของจานดาวเทียม)

### ขั้นสำรวจและค้นหา

- จัดกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 5 คน ทดลองความสามารถทางคณิตศาสตร์ และให้แต่ละกลุ่มทำกิจกรรมที่ 10 โดยใช้สื่อโปรแกรม GSP ที่ครูจัดเตรียมไว้เพื่อช่วยในการตอบคำถามกิจกรรม ดังตัวอย่างสื่อที่แสดงในรูป



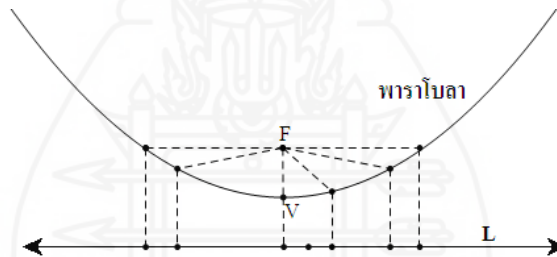


### ชั้นอธิบายและลงข้อสรุป

5. ครูใช้การถาม-ตอบเฉลยกิจกรรมที่ 10 โดยการสุ่มถามนักเรียนเป็นรายบุคคล และให้นักเรียนคนอื่นๆช่วยกันซักถาม ให้ข้อเสนอแนะ และตรวจสอบความถูกต้อง
6. ให้นักเรียนช่วยกันสรุปบทนิยามและส่วนประกอบของพาราโบลา ดังนี้
  - บทนิยาม พาราโบลาคือเซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งห่างจากจุด  $F$  ที่ตรึงอยู่กับที่จุดหนึ่งและเส้นตรง  $l$  ที่ตรึงอยู่กับที่เส้นหนึ่งเป็นระยะทางเท่ากัน
  - เส้นบังคับหรือเส้นไดเรกทริกซ์ของพาราโบลา คือ เส้นตรงที่ตรึงอยู่กับที่
  - จุดโฟกัสของพาราโบลา คือ จุดที่ตรึงอยู่กับที่

### คาบที่ 2

1. ครูทบทวนบทเรียนโดยการแสดงภาพ แล้วให้นักเรียนช่วยกันบอกส่วนประกอบของพาราโบลา จากนั้นให้นักเรียนตั้งข้อสังเกตว่าแกนของพาราโบลามีความสัมพันธ์กับกราฟพาราโบลาอย่างไร มีจุดใดบ้างอยู่บนแกนของพาราโบลา ดังนี้



- จุดยอดของพาราโบลา คือ  $V$
  - จุดโฟกัสของพาราโบลา คือ  $F$
  - เส้นบังคับ หรือ เส้นไดเรกทริกซ์ของพาราโบลา คือ  $L$
  - ระยะโฟกัส คือ  $c$
  - เส้นเลตต์สเรกคัม คือ  $AB$
  - ข้อสังเกต แกนของพาราโบลาหรือแกนสมมาตรคือ เส้นตรงที่แบ่งเส้นโค้งของพาราโบลาออกเป็นสองส่วนเท่าๆกัน โดยมีจุดยอดและจุดโฟกัสอยู่บนแกนของพาราโบลา
2. ครูทบทวนเกี่ยวกับการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุด โดยครูกำหนดจุด 2 จุด แล้วให้นักเรียนช่วยกันบอกวิธีการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุดนั้น เช่น
    - จงหาระยะทางระหว่างจุด  $(1, 3)$  กับ  $(-2, 4)$  (ตอบ  $\sqrt{10}$ )
    - จงหาระยะทางระหว่างจุด  $(a, b)$  กับ  $(c, d)$  (ตอบ  $\sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$ )

### ชั้นขยายความรู้

3. จัดกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 5 คน ทดลองความสามารถทางคณิตศาสตร์ และให้แต่ละกลุ่มทำกิจกรรมที่ 11
4. ให้ตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมาช่วยกันเฉลย และให้นักเรียนคนอื่นๆช่วยกันซักถาม ให้ข้อเสนอแนะและตรวจสอบความถูกต้อง ครูอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่ยังมีข้อบกพร่องอยู่
5. ให้นักเรียนช่วยกันหาสมการและวาดกราฟของพาราโบลาเมื่อโจทย์กำหนดส่วนประกอบของพาราโบลามาให้ ดังนี้
  - ตัวอย่างที่ 1 จงหาสมการและวาดกราฟของพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิดและจุดโฟกัส คือ  $(0, 3)$   
(ตอบ  $x^2 = 12y$  และกราฟของพาราโบลาเป็นเส้นโค้งเปิดขึ้นด้านบน)
6. ให้นักเรียนช่วยกันหาส่วนประกอบของพาราโบลา เมื่อโจทย์กำหนดสมการพาราโบลามาให้ ดังนี้
  - ตัวอย่างที่ 2 จงหาจุดยอด แกนของพาราโบลา จุดโฟกัส สมการไคเรกตริกซ์และวาดกราฟของพาราโบลา  $y = -2x^2$   
(ตอบ จุดยอด คือ  $(0, 0)$  แกนของพาราโบลา คือ แกน Y จุดโฟกัส คือ  $(0, -\frac{1}{8})$  สมการไคเรกตริกซ์ คือ  $y = \frac{1}{8}$  กราฟของพาราโบลาเป็นเส้นโค้งคว่ำลง)
7. ให้นักเรียนช่วยกันตอบคำถามต่อไปนี้
  - ตัวอย่างที่ 1 แตกต่างจากตัวอย่างที่ 2 อย่างไร  
(แนวการตอบ แตกต่างกันที่ลักษณะกราฟพาราโบลา ตัวอย่างที่ 1 กราฟพาราโบลาเป็นเส้นโค้งหงายขึ้น ส่วนตัวอย่างที่ 2 กราฟพาราโบลาเป็นเส้นโค้งคว่ำลง)
  - ให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $c$  กับรูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลา  $x^2 = 4cy$  ว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไรกับลักษณะกราฟ  
(แนวการตอบ ถ้า  $c > 0$  จะได้พาราโบลาเป็นเส้นโค้งหงายขึ้น  
ถ้า  $c < 0$  จะได้พาราโบลาเป็นเส้นโค้งคว่ำลง)

### ชั้นประเมิน

8. ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 6 โดยให้นักเรียนทำเป็นกลุ่ม (กลุ่มเดิม) ให้เวลา 15 นาที
9. สุ่มตัวแทนบางกลุ่มออกมาเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 6 โดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแลกกันตรวจให้คะแนน และให้นักเรียนคนอื่นๆช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง ครูอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่ยังมีข้อบกพร่องอยู่

10. ครูประเมินผลการเรียนรู้จากคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบฝึกทักษะที่ 6

6. ภาระงาน/ชิ้นงาน

- 1) กิจกรรมที่ 9 – 11
- 2) แบบฝึกทักษะที่ 6

7. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

- 1) โปรแกรม GSP
- 2) กิจกรรมและแบบฝึกทักษะ

8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

- 1) สังเกตจากการตอบคำถาม การทำกิจกรรมของนักเรียน
- 2) ตรวจแบบฝึกทักษะของนักเรียน

9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

นักเรียนสามารถปฏิบัติกิจกรรมและแบบฝึกทักษะ ได้ถูกต้อง ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 80 แต่ นักเรียนบางส่วนมีปัญหาการตีความสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ เช่น ถ้าจุดโฟกัสอยู่บนแกน X ด้านลบ และห่างจากจุดกำเนิด 3 หน่วย นักเรียนไม่สามารถบอกได้ว่าจุดโฟกัสมีพิกัดเท่าใด

ข้อเสนอแนะและแนวทางการแก้ปัญหา ครูควรให้นักเรียนวาดภาพเพื่อเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้

ลงชื่อ นางสาวสุชีรา สุภพิมลวรรณ

### กิจกรรมที่ 9

#### ลุงเหลือ ยอดนักประดิษฐ์สติเฟื่อง



ถ้าพูดถึงงานอดิเรก ในช่วงบั้นปลายชีวิต ของคนชราทั่วไปส่วนใหญ่ คงจะหนีไม่พ้น การปลูกต้นไม้ นั่งเล่นหมากรุก อยู่ที่บ้านเลี้ยงลูกเลี้ยงหลาน หรือเข้าวัดฟังเทศน์ฟังธรรม หากแต่มีชายชราคนหนึ่ง ที่เกือบตลอด 24 ชั่วโมง ใช้เวลาหมดไปกับการนั่งคิด สร้างสรรค์ ประดิษฐ์คิดค้นสิ่งประดิษฐ์ต่างๆ

นักประดิษฐ์ชาวบ้าน นักวิทยาศาสตร์ ป.4 หรือใครจะให้นิยามอะไรก็ตาม แต่คนในแถบอำเภอแม่แตง จังหวัดเชียงใหม่ จะคุ้นตากันดี กับชายชราร่างสูงใหญ่วัยเกือบ 80 ปี ที่ผมเผ้ามีแต่จะลดน้อยถอยลง ฟันฟางก็หักหมดปาก ที่วันๆ ง่วนอยู่กับกองเศษวัสดุเหลือใช้มากมายที่คนนำไปทิ้ง

ชายชราคนเดียวกัน กลับมองว่าของทุกอย่างล้วนมีประโยชน์ทุกชิ้น ไม่ควรจะทิ้งอย่างไร้ค่า ฉะนั้นบ้านไม้สองชั้นทั้งหลัง จึงเต็มไปด้วยเศษวัสดุ สิ่งของมากมายหลากหลายชนิด ที่แออัดอยู่ในทุกพื้นที่ของบริเวณบ้าน ชายชราที่กำลังเฝ้าถึงคนนี้มีชื่อว่า ลุงเหลือ เปรมปราคิน อดีตลูกจ้างประจำ ของกรมชลประทาน ที่เริ่มต้นทำงานตั้งแต่อายุ 22 ปี จนกระทั่งถึงวัยเกษียณ

สิ่งประดิษฐ์มากมายหลายชนิด ไม่ว่าจะเป็ นหมวกกันน็อกที่สามารถฟังเพลงได้ เครื่องตัดหญ้าแบบใช้รีโมทคอนโทรล เครื่องใช้ไฟฟ้าพลังงานแสงอาทิตย์ เครื่องบินบังคับวิทยุ แม้กระทั่งเครื่องบินเล็กที่ใช้ขับได้จริง สิ่งประดิษฐ์เหล่านี้ล้วนเกิดจากเศษวัสดุเหลือใช้ทั้งนั้น แต่ในจำนวนสิ่งประดิษฐ์มากมายที่ผ่านหัวคิดสร้างสรรค์ จินตนาการของลุงเหลือ ก็คงไม่มีสิ่งประดิษฐ์ชิ้นไหนน่าทึ่ง เท่ากับ จานดาวเทียมกระทะเหล็กของลุงเหลือ

“ช่วงที่มีจานดาวเทียมเข้ามาเมืองไทยใหม่ๆ ที่สร้างขึ้นมาจากสถานีจานดาวเทียมที่ศรีราชา กว้าง 29 เมตร หนัก 200 กว่าตัน ลงทุนไปทั้งหมด 141 ล้านบาท ผมก็สนใจและพยายามศึกษาค้นคว้ามาตลอด โดยหาความรู้จากหนังสือทั่วไปทั้งอเมริกาและอังกฤษ ภาษาอังกฤษผมอ่านไม่ออกหรอก แต่เราก็ใช้ตัวช่วยให้คอมพิวเตอร์ทำการแปลให้ ผมก็ศึกษาค้นคว้ามาเรื่อยๆ จนจานดาวเทียมเป็นที่แพร่หลายมากขึ้น ราคา ก็เริ่มลดลงประมาณ 38,000 บาท แต่เงินเดือนของผมไม่กี่บาท ผมจึงรวบรวมเงินเก็บเท่าที่มีไปขอซื้อจานดาวเทียม แต่ขอซื้อเฉพาะจานอย่างเดียวเขาไม่ให้ ผมก็เลยคิดค้นทำเองเลย โดยทดลองเอาสิ่งของใกล้ตัว อย่างเช่น เหล็กอะลูมิเนียมตู้กับข้าว กระทะที่เราใช้ทำกับข้าว โดยคิดว่าอะไรที่มันสะท้อนคลื่น ได้นั้นก็สามารถทำได้หมด”

จานดาวเทียมกระทะเหล็กของลุงเหลือ จึงถูกนำไปติดตั้งตามโรงเรียนต่างๆ ทั้งใกล้และไกล เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ระบบการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม จากจานกระทะเหล็กของลุง



เหลือด้วยความคิดว่าความรู้ไม่ควรถูกปิดกั้นแต่ควร จะกระจายไปทุกที่ทุกตำบล เพราะเป็นคน ที่เรียนรู้ทุกอย่าง อยู่ตลอดเวลา ในบั้นปลายชีวิตของลุงเหลือจึงคิดว่าทำอย่างไรจึงจะให้ทำงานมากที่สุดเท่าที่จะมากได้ และเวลาที่เหลืออยู่ก็มีแต่ถดถอยลงไปทุกขณะ ลุงเหลือ จึงใช้เวลาอย่างคุ้มค่าและเป็นประโยชน์มากที่สุด

เพราะเหตุใดชายชราวัยใกล้ 80 ปี และเป็นนักประดิษฐ์ฝีมือชาวบ้าน จึงสามารถเรียนรู้  
สร้างสรรค์ คิดค้นสิ่งประดิษฐ์ต่างๆ ไว้อย่างมากมาย ถ้าหากไม่มีความเชื่อเกี่ยวกับเรื่องของการ-  
เรียนรู้ตลอดเวลา ที่สำคัญก็คือว่าเมื่อเรียนรู้แล้ว ลุงเหลือเอาความรู้ของตนเอง ไปทำคุณประโยชน์  
ให้กับสังคมต่อไปอีก ในยุคสมัยที่คนส่วนใหญ่มักจะเป็นผู้รับมากกว่าการเป็นผู้ให้ ลุงเหลืออาจจะ  
มีคำตอบให้กับการนำความรู้เพื่อไปสร้างสรรค์สิ่งต่างๆ ให้กับผู้อื่นอีกมากมาย เพราะการเป็นผู้ให้  
ย่อมมีความหมายมากกว่าการเป็นผู้รับอย่างแน่นอน

จากข่าวนักเรียนจงให้เหตุผลว่า **ทำไมกระทะซึ่งเป็นอุปกรณ์การทำกับข้าว ถึงสามารถนำมาใช้เป็น  
อุปกรณ์รับสัญญาณแทนจานดาวเทียมได้**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

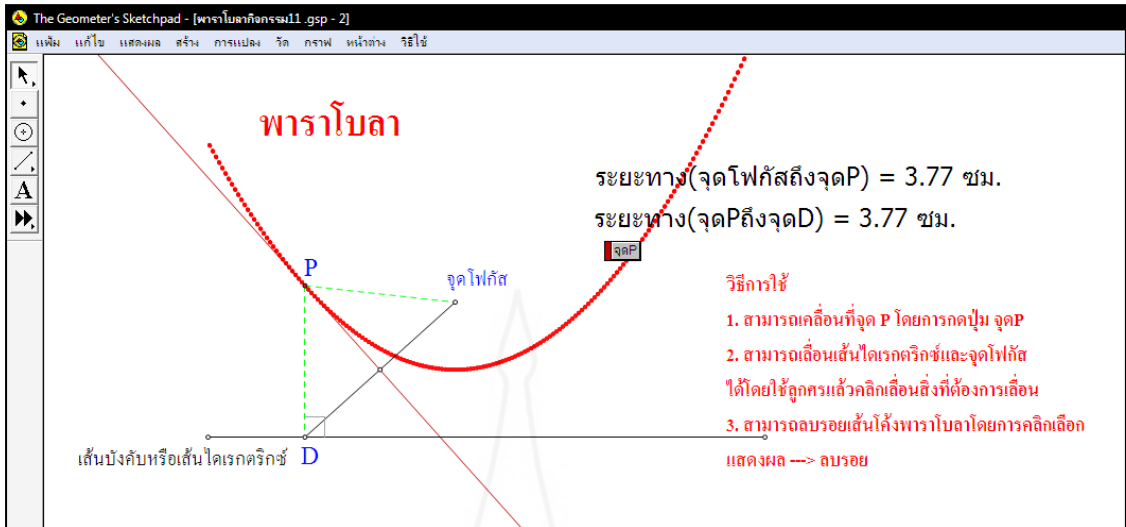
.....

.....

.....

### กิจกรรมที่ 10

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้โดยใช้สื่อ โปรแกรมGSPช่วยในการหาคำตอบ



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ระยะทางระหว่างจุดโฟกัสถึงจุด P กับระยะทางระหว่างจุด P ถึงจุด D บนเส้น ไคเรกตริกซ์มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

ตอบ.....

2. กราฟพาราโบลามีลักษณะอย่างไรเมื่อเลื่อนจุดโฟกัสเข้าหาจุดP และเลื่อนจุดโฟกัสออกจากจุดP

ตอบ.....

3. กราฟพาราโบลามีลักษณะอย่างไรเมื่อย้ายจุดโฟกัสอยู่ใต้เส้น ไคเรกตริกซ์

ตอบ.....

4. กราฟพาราโบลามีลักษณะอย่างไรเมื่อเลื่อนเส้นไคเรกตริกซ์ขนานกับแกนY

ตอบ.....

5. จงเขียนบทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา

ตอบ.....

เส้นตรงที่ตรงอยู่กับที่ เรียกว่า.....

จุดที่ตรงอยู่กับที่ เรียกว่า.....

**กิจกรรมที่ 11**

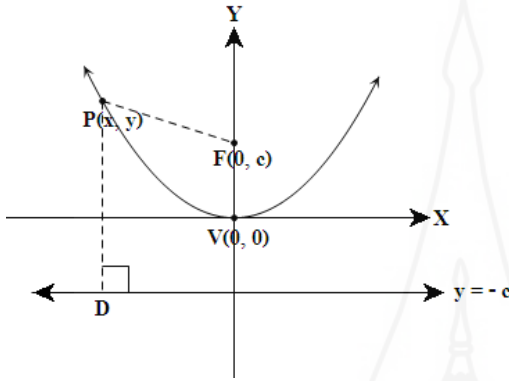
คำชี้แจง จงสร้างสมการพาราโบลาโดยใช้บทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา



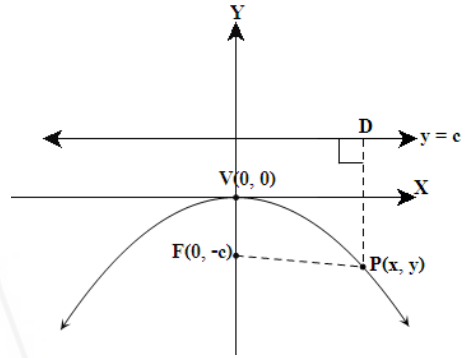
**บทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา**

พาราโบลา คือเซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งห่างจากจุด  $F$  ที่ตรึงอยู่กับที่จุดหนึ่งและเส้นตรง  $\ell$  ที่ตรึงอยู่กับที่เส้นหนึ่งเป็นระยะทางเท่ากัน

กำหนดให้พาราโบลามีแกน  $Y$  เป็นแกนของพาราโบลาและจุดยอดอยู่ที่จุด  $(0, 0)$  ดังรูป



กราฟหงายขึ้น เมื่อ  $c > 0$



กราฟคว่ำลง เมื่อ  $c < 0$

กำหนดให้  $P(x, y)$  เป็นจุดใดจุดบนกราฟพาราโบลา และ  $PD$  ตั้งฉากกับเส้น ไคเรกตริกซ์ที่จุด  $D$  จากสิ่งที่กำหนดจะได้ว่า ..... = .....  
 ..... = .....  
 ..... = .....  
 ..... = .....  
 ดังนั้น.....

**พิจารณาจากรูป**

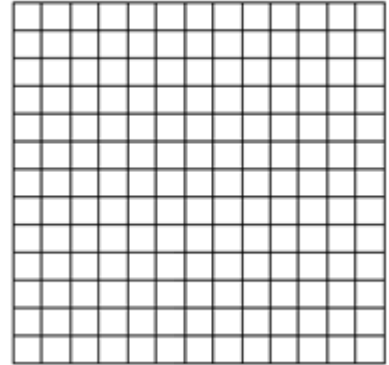
สมการไคเรกตริกซ์ คือ.....  
 จุดที่ตรึงอยู่กับที่ คือ .....  
 ระยะทางจากจุดยอดถึงจุดโฟกัส(ระยะ โฟกัส) มีค่าเท่ากับ.....



คำสั่ง จงแสดงวิธีทำต่อไปนี้

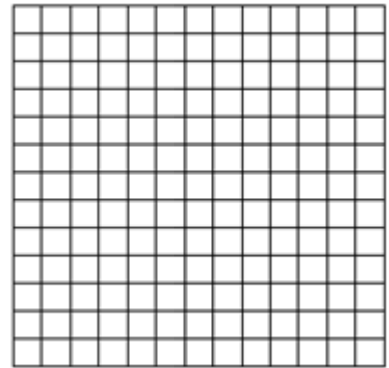
- 1) จงหาสมการและเขียนกราฟของพาราโบลา ที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิดและจุดโฟกัส  $(0, 2)$

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....



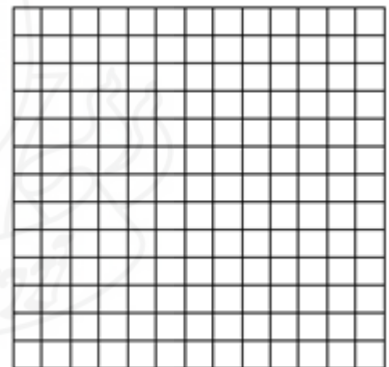
2) จงหาจุดยอด แกนของพาราโบลา จุดโฟกัส สมการไดเรกทริกซ์ และเขียนกราฟของพาราโบลา  
 เมื่อกำหนดจุดโฟกัสอยู่บนแกน Y ด้านลบและห่างจาก  
 จุดกำเนิด 3 หน่วย

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....



3) จงหาสมการและเขียนกราฟของพาราโบลา เมื่อกำหนดให้พาราโบลาเป็นเส้นโค้งเปิดขึ้น  
 ด้านบน ที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิด และจุดโฟกัสอยู่ห่าง  
 จากจุดยอด 8 หน่วย

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค31202

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย

เวลา 1 คาบ

## เรื่อง พาราโบลา

ผู้สอน นางสาวสุชีรา ศุภพิมลวรรณ

## 1. สาระที่ 1.3 : พาราโบลา

## 2. ผลการเรียนรู้

วาดกราฟและเขียนรูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลา เมื่อกำหนดส่วนประกอบของพาราโบลา

## 3. สาระสำคัญ

รูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลาที่มีแกนในแนวนอน คือ  $y^2 = 4cx$

ถ้า  $c > 0$  แล้วพาราโบลาเป็นเส้นโค้งเปิดไปทางด้านขวา

ถ้า  $c < 0$  แล้วพาราโบลาเป็นเส้นโค้งเปิดไปทางด้านซ้าย

เลตัสเรกตัม คือ คอร์ดที่ตั้งฉากกับแกนของพาราโบลาและผ่านจุดโฟกัสของพาราโบลา มีความยาวเท่ากับ  $|4c|$  หน่วย

## 4. จุดประสงค์การเรียนรู้

1) นักเรียนสามารถบอกส่วนประกอบของพาราโบลาเมื่อกำหนดสมการพาราโบลา

2) นักเรียนสามารถวาดกราฟและรูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลา เมื่อมีแกน X เป็นแกนของพาราโบลา

## 5. กิจกรรมการเรียนรู้

## คาบที่ 1

## ขั้นสร้างความสนใจ

1. ครูให้นักเรียนช่วยกันแสดงความคิดเห็น ดังนี้

- นักเรียนทราบแล้วว่า รูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลา  $x^2 = 4cy$  จะได้พาราโบลาเป็นเส้นโค้งหงายขึ้นหรือคว่ำลง นักเรียนคิดว่าถ้ารูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลาอยู่ในรูป  $y^2 = 4cx$  จะได้พาราโบลาเป็นเส้นโค้งแบบใด (แนวการตอบ รูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลาอยู่ในรูป  $y^2 = 4cx$  จะได้พาราโบลาเป็นเส้นโค้งเปิดไปทางด้านขวาหรือเส้นโค้งเปิดไปทางด้านซ้าย)

## ขั้นสำรวจและค้นหา

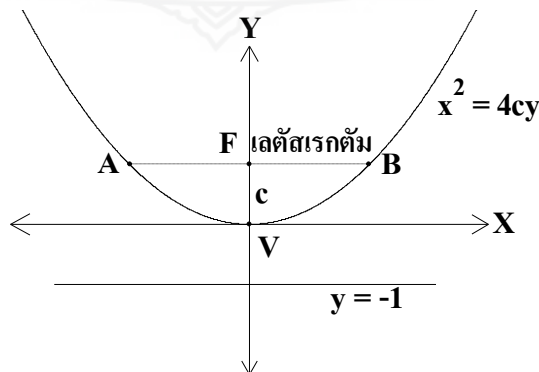
2. ครูยกตัวอย่างโจทย์ที่กำหนดส่วนประกอบของพาราโบลา แล้วให้นักเรียนช่วยกันหาสมการพาราโบลา โดยครูใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ ดังนี้
- จงหาสมการและเขียนกราฟของพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิดและจุดโฟกัสคือ  $(-\frac{1}{2}, 0)$   
(ตอบ  $y^2 = -2x$  และพาราโบลาเป็นเส้นโค้งเปิดไปทางด้านซ้าย จุดยอดคือ  $(0, 0)$ )
  - จงหาสมการพาราโบลา จุดโฟกัสและเขียนกราฟของพาราโบลา เมื่อกำหนดให้จุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิดและสมการไดเรกทริกซ์ คือ  $x = -2$   
(ตอบ  $y^2 = 8x$  และพาราโบลาเป็นเส้นโค้งเปิดไปทางด้านขวา จุดยอดคือ  $(0, 0)$ )

### ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป

3. ให้นักเรียนช่วยกันสรุปการหาค่า  $c$  จากรูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลา โดยครูใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ ดังนี้
- การหาค่า  $c$  จากรูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลา ทำได้โดยการจัดสมการพาราโบลาให้อยู่ในรูป  $x^2 = 4cy$  หรือ  $y^2 = 4cx$  แล้วพิจารณาหาค่า  $c$
4. ให้นักเรียนช่วยกันตอบคำถาม โดยครูใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ ดังนี้
- ถ้าโจทย์กำหนดรูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลามาให้จะวาดกราฟได้อย่างไร (แนวการตอบ จะสามารถวาดกราฟได้โดยพิจารณาจากรูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลา เช่น ถ้าสมการอยู่ในรูป  $x^2 = 4cy$  แสดงว่าพาราโบลาเป็นเส้นโค้งหงายขึ้นหรือคว่ำลง แต่ถ้าสมการอยู่ในรูป  $y^2 = 4cx$  แสดงว่าพาราโบลาเป็นเส้นโค้งเปิดไปทางด้านขวาหรือเป็นเส้นโค้งเปิดไปทางด้านซ้าย)

### ขั้นขยายความรู้

5. ครูแสดงภาพต่อไปนี้ แล้วให้นักเรียนช่วยกันอธิบายว่าเลตัสเรกตัมคืออะไร ครูอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่ยังมีข้อบกพร่องอยู่ ดังนี้



(ตอบ เลตัสเรกตัมคือ คอร์คที่ตั้งฉากกับแกนของพาราโบลาและผ่านโฟกัสของพาราโบลา (ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายอยู่บนพาราโบลาเรียกว่า คอร์คของพาราโบลา) ความยาวของเลตัสเรกตัม ใช้วัด “ความกว้าง” ของพาราโบลา)

6. ให้นักเรียนส่งตัวแทนออกมาหาความยาวของเลตัสเรกตัม และให้นักเรียนคนอื่นๆช่วยกันเสนอแนะ และตรวจสอบความถูกต้อง

(ตอบ ความยาวเลตัสเรกตัมเรกตัม เท่ากับ  $|4c|$  หน่วย)

### ขั้นประเมิน

7. ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 7 ให้เวลา 10 นาที
8. ให้นักเรียนส่งตัวแทนออกมาเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 7 แล้วให้นักเรียนแลกเปลี่ยนตรวจให้คะแนน โดยมีนักเรียนคนอื่นๆช่วยกันเสนอแนะ และตรวจสอบความถูกต้อง โดยครูแสดงภาพจากโปรแกรม GSP เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง
9. ครูประเมินผลการเรียนรู้จากคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบฝึกทักษะที่ 7

## 6. ภาระงาน/ชิ้นงาน

แบบฝึกทักษะที่ 7

## 7. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

- 1) โปรแกรม GSP
- 2) กิจกรรมและแบบฝึกทักษะ

## 8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

- 1) สังเกตจากการตอบคำถาม การทำกิจกรรมของนักเรียน
- 2) ตรวจแบบฝึกทักษะของนักเรียน

## 9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

นักเรียนสามารถปฏิบัติกิจกรรมและแบบฝึกทักษะได้ถูกต้อง ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 80 และนักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็น ออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียนมากขึ้น

ลงชื่อ นางสาวสุชีรา ศุภพิมลวรรณ  
ครูผู้สอน



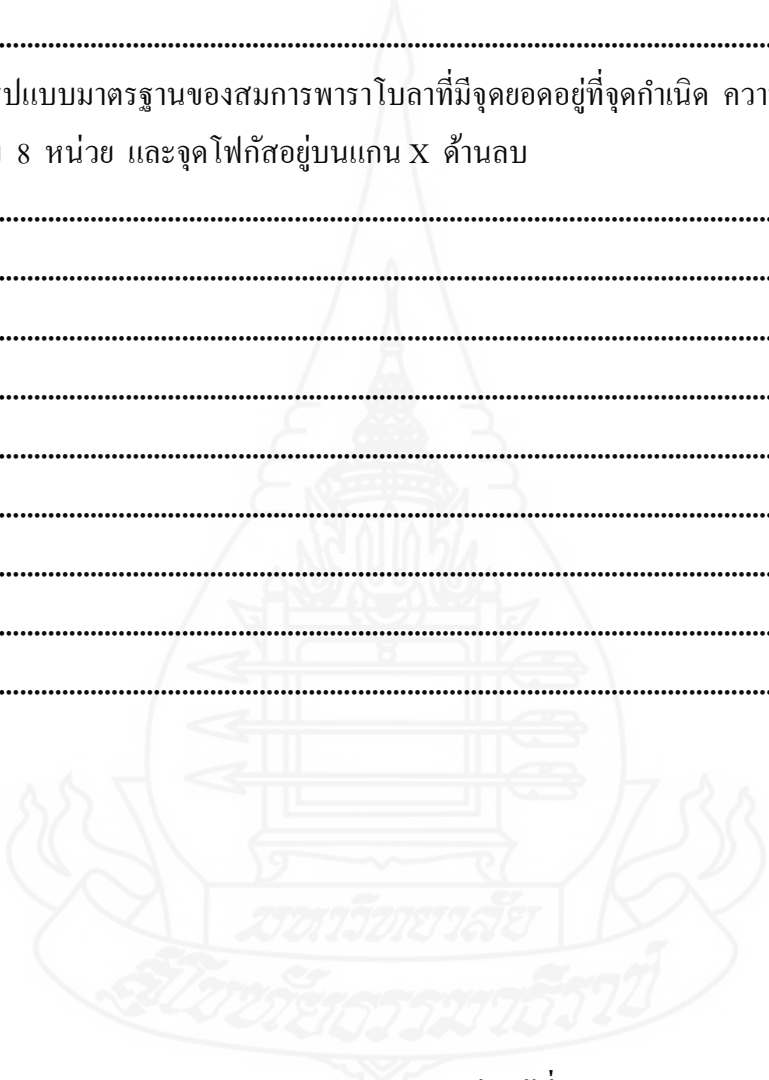
คำสั่ง จงแสดงวิธีทำต่อไปนี้

1. จงหาจุดโฟกัส สมการไคเรกตริกซ์และความยาวเลตัสเรกตัมของพาราโบลาที่มีรูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลา คือ  $y^2 = 12x$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

2. จงหารูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิด ความยาวเลตัสเรกตัมเท่ากับ 8 หน่วย และจุดโฟกัสอยู่บนแกน X ด้านลบ

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค31202  
หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย  
เรื่อง พาราโบลา

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4  
เวลา 2 คาบ  
ผู้สอน นางสาวสุชีรา ศุภพิมลวรรณ

.....



### 1. สารที่ 1.3 : พาราโบลา

#### 2. ผลการเรียนรู้

- 1) บอกส่วนประกอบของพาราโบลาเมื่อกำหนดสมการพาราโบลา
- 2) นำความรู้เรื่องการเลื่อนแกนทางขนานไปใช้ในการเขียนกราฟพาราโบลา
- 3) เขียนสมการพาราโบลา เมื่อกำหนดส่วนประกอบของพาราโบลา

#### 3. สารสำคัญ

รูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่  $(h, k)$  และมีแกนสมมาตรขนานกับแกน Y

$$(x - h)^2 = 4c(y - k) \quad \text{ถ้า } c > 0 \text{ แล้ว พาราโบลาเป็นเส้นโค้งหงายขึ้น}$$

ถ้า  $c < 0$  แล้ว พาราโบลาเป็นเส้นโค้งคว่ำลง

รูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่  $(h, k)$  และมีแกนสมมาตรขนานกับแกน X

$$(y - k)^2 = 4c(x - h) \quad \text{ถ้า } c > 0 \text{ แล้ว พาราโบลาเป็นเส้นโค้งเปิดไปทางด้านขวา}$$

ถ้า  $c < 0$  แล้ว พาราโบลาเป็นเส้นโค้งเปิดไปทางด้านซ้าย

#### 4. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) นักเรียนสามารถบอกส่วนประกอบของพาราโบลาเมื่อกำหนดสมการพาราโบลามาให้ได้
- 2) นักเรียนสามารถวาดกราฟของพาราโบลาโดยใช้การเลื่อนแกนทางขนานได้
- 3) นักเรียนสามารถเขียนสมการพาราโบลา เมื่อกำหนดส่วนประกอบของพาราโบลามาให้ได้

#### 5. กิจกรรมการเรียนรู้

##### คาบที่ 1

##### ขั้นสร้างความสนใจ

1. ครูทบทวนเกี่ยวกับการเลื่อนแกนทางขนานโดยวาดกราฟของสมการพาราโบลา  $x^2 = 8y$  และ  $(x - 3)^2 = 8(y + 1)$  โดยใช้โปรแกรม GSP แล้วให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นว่า กราฟที่ได้จากสมการทั้ง 2 มีความเหมือนและแตกต่างกันอย่างไร

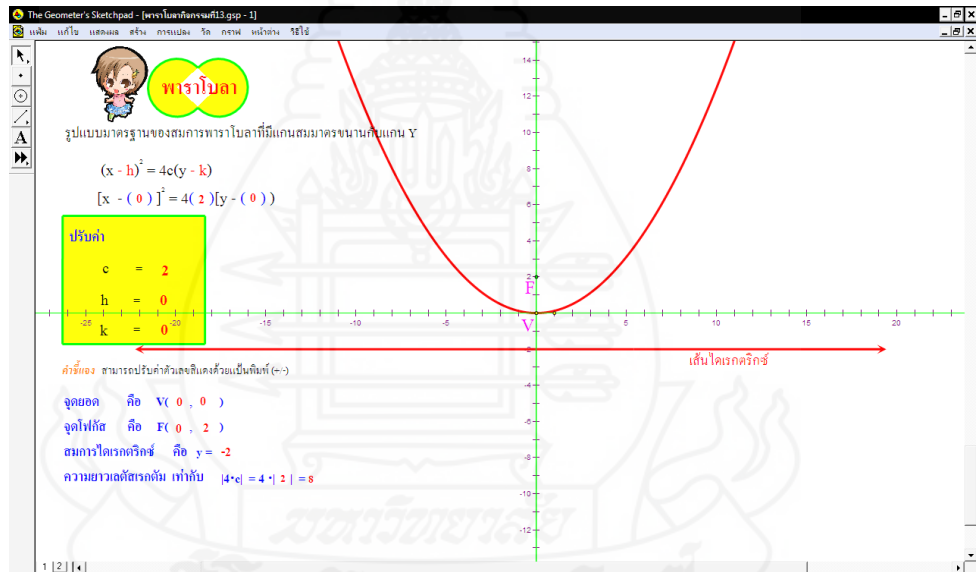
(แนวการตอบ กราฟที่ได้จากสมการทั้ง 2 มีลักษณะกราฟเหมือนกัน คือพาราโบลาเป็นเส้นโค้งหงายขึ้น แต่แตกต่างกันที่จุดยอด กราฟที่ 1 มีจุดยอดอยู่ที่ (0, 0) ส่วนกราฟที่ 2 มีจุดยอด (3, -1) )

### ขั้นสำรวจและค้นหา

- จัดกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 5 คน ระยะเวลาทางคณิตศาสตร์ และให้แต่ละกลุ่มทำกิจกรรมที่ 12 โดยใช้สื่อโปรแกรม GSP ที่ครูสร้างขึ้นเพื่อตอบคำถามกิจกรรม

### ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป

- ให้ตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมาช่วยกันเฉลยกิจกรรมที่ 12 และให้นักเรียนคนอื่นๆช่วยกันซักถาม ให้ข้อเสนอแนะ และตรวจสอบความถูกต้อง ครูอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่ยังมีข้อบกพร่องอยู่
- ให้นักเรียนช่วยกันตอบคำถามต่อไปนี้ โดยพิจารณาร่วมกันจากสื่อโปรแกรม GSP ที่ใช้ในกิจกรรมที่ 12 ดังตัวอย่างสื่อในรูป



### จงตอบคำถามต่อไปนี้

- กราฟพาราโบลาที่เลื่อนจุดยอดแล้วมีลักษณะเหมือนกันหรือแตกต่างกันกับกราฟเดิมที่มีจุดยอด (0, 0) อย่างไร  
(แนวการตอบ กราฟที่เลื่อนจุดยอดจากจุด (0, 0) มีลักษณะกราฟเหมือนกับกราฟเดิมทุกประการ เพียงแต่เลื่อนกราฟไปยังจุดยอดใหม่)

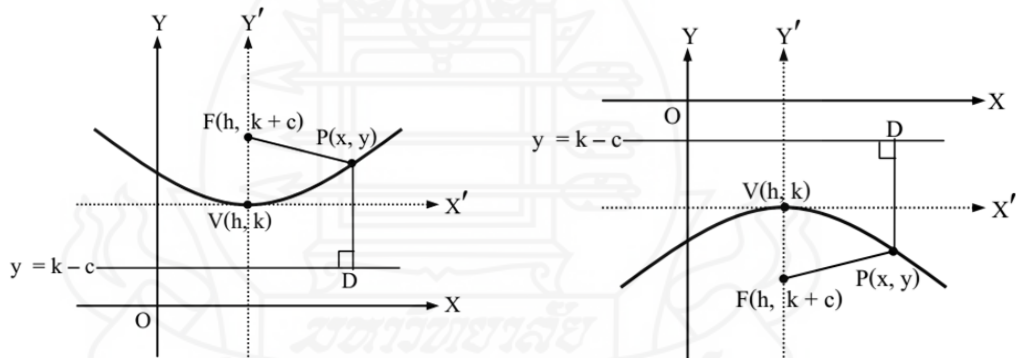
- ให้นักเรียนสังเกตจุดยอดที่เลื่อนว่ามีความสัมพันธ์กับรูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลาอย่างไร
  - (แนวการตอบ เมื่อพิจารณาจากรูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลา  $(x - h)^2 = 4c(y - k)$  หรือ  $(y - k)^2 = 4c(x - h)$  จะได้ว่าจุดยอดอยู่ที่  $(h, k)$ )
5. ให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 13 โดยให้นักเรียนทำเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน (กลุ่มเดิม) ให้เวลา 10 นาที
  6. ให้ตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมาช่วยกันเฉลยกิจกรรมที่ 13 และนักเรียนคนอื่นๆช่วยกันซักถาม ให้ข้อเสนอแนะ และตรวจสอบความถูกต้อง ครูอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่ยังมีข้อบกพร่องอยู่

## คาบที่ 2

1. ครูทบทวนพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่  $(h, k)$  โดยให้นักเรียนช่วยกันบอกส่วนประกอบและรูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลา ครูใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจดังนี้

- รูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่  $(h, k)$

### 1) แกนของพาราโบลานานกับแกน Y

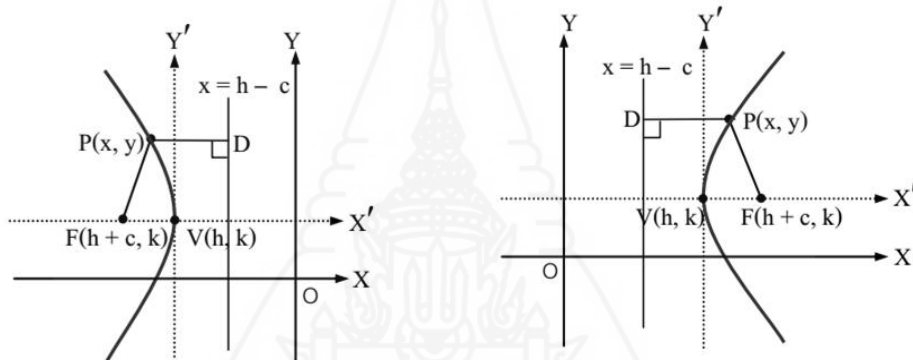


พาราโบลาเป็นเส้นโค้งหงายขึ้นเมื่อ  $c > 0$  พาราโบลาเป็นเส้นโค้งคว่ำลง เมื่อ  $c < 0$

พาราโบลาที่มีแกนของพาราโบลขนานกับแกน Y

รูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลา	$(x - h)^2 = 4c(y - k)$
จุดยอด	$V(h, k)$
จุดโฟกัส	$F(h, k + c)$
สมการไดเรกทริกซ์	$y = k - c$
ความยาวเลตส์เรกตัม	เท่ากับ $ 4c $ หน่วย
แกนของพาราโบลา	$x = h$

2) แกนของพาราโบลขนานกับแกน X



พาราโบลาเป็นเส้นโค้งเปิดไปทางด้านซ้าย เมื่อ  $c < 0$  พาราโบลาเป็นเส้นโค้งเปิดไปทางด้านขวา เมื่อ  $c > 0$

พาราโบลาที่มีแกนของพาราโบลขนานกับแกน X

รูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลา	$(y - k)^2 = 4c(x - h)$
จุดยอด	$V(h, k)$
จุดโฟกัส	$F(h + c, k)$
สมการไดเรกทริกซ์	$x = h - c$
ความยาวเลตส์เรกตัม	เท่ากับ $ 4c $ หน่วย
แกนของพาราโบลา	$y = k$

### ขั้นขยายความรู้

2. สุ่มนักเรียนออกมากระจายรูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลา ได้แก่  $(x-h)^2 = 4c(y-k)$  และ  $(y-k)^2 = 4c(x-h)$  ให้อยู่ในรูปแบบทั่วไปของสมการพาราโบลา โดยให้นักเรียนคนอื่นๆช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง ครูอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่ยังมีข้อบกพร่องอยู่  
(แนวการตอบ รูปแบบทั่วไปของสมการพาราโบลาที่มีแกนของพาราโบลานานกับแกน Y คือ  $x^2 + Dx + Ey + F = 0$  เมื่อ  $D = -2h$ ,  $E = -4c$  และ  $F = 4ck + h^2$   
รูปแบบทั่วไปของสมการพาราโบลาที่มีแกนของพาราโบลานานกับแกน X คือ  $y^2 + Dx + Ey + F = 0$  เมื่อ  $D = -4c$ ,  $E = -2k$  และ  $F = k^2 + 4ch$ )
  3. ให้นักเรียนช่วยกันหาสมการพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่  $(4, -1)$  และจุดโฟกัสอยู่ที่  $(1, -1)$  โดยครูใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ  
(ตอบ  $(y+1)^2 = -20(x-4)$  หรือ  $y^2 + 2y + 20x - 79 = 0$ )
  4. ให้นักเรียนช่วยกันหาจุดยอด จุดโฟกัส สมการไคเรตริกซ์ ความยาวเลตัสเรกตัม และวาดกราฟของพาราโบลา  $y^2 - 8y - 2x + 20 = 0$  โดยครูใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ  
(แนวการตอบ จุดยอด คือ  $(2, 4)$  จุดโฟกัส คือ  $(\frac{5}{2}, 4)$  สมการไคเรตริกซ์ คือ  $x = \frac{3}{2}$   
ความยาวของเลตัสเรกตัม เท่ากับ 2 กราฟของพาราโบลาเป็นเส้นโค้งเปิดไปทางด้านขวา)
- ขั้นประเมิน**
5. ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 8
  6. สุ่มนักเรียนออกมาเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 8 โดยให้นักเรียนแลกเปลี่ยนตรวจสอบให้คะแนน และให้นักเรียนคนอื่นๆช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง ครูอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่ยังมีข้อบกพร่องอยู่
  7. ครูประเมินผลการเรียนรู้จากคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบฝึกทักษะที่ 8

### 6. ภาระงาน/ชิ้นงาน

- 1) กิจกรรมที่ 12 – 13
- 2) แบบฝึกทักษะที่ 8

### 7. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

- 1) โปรแกรม GSP
- 2) กิจกรรมและแบบฝึกทักษะ

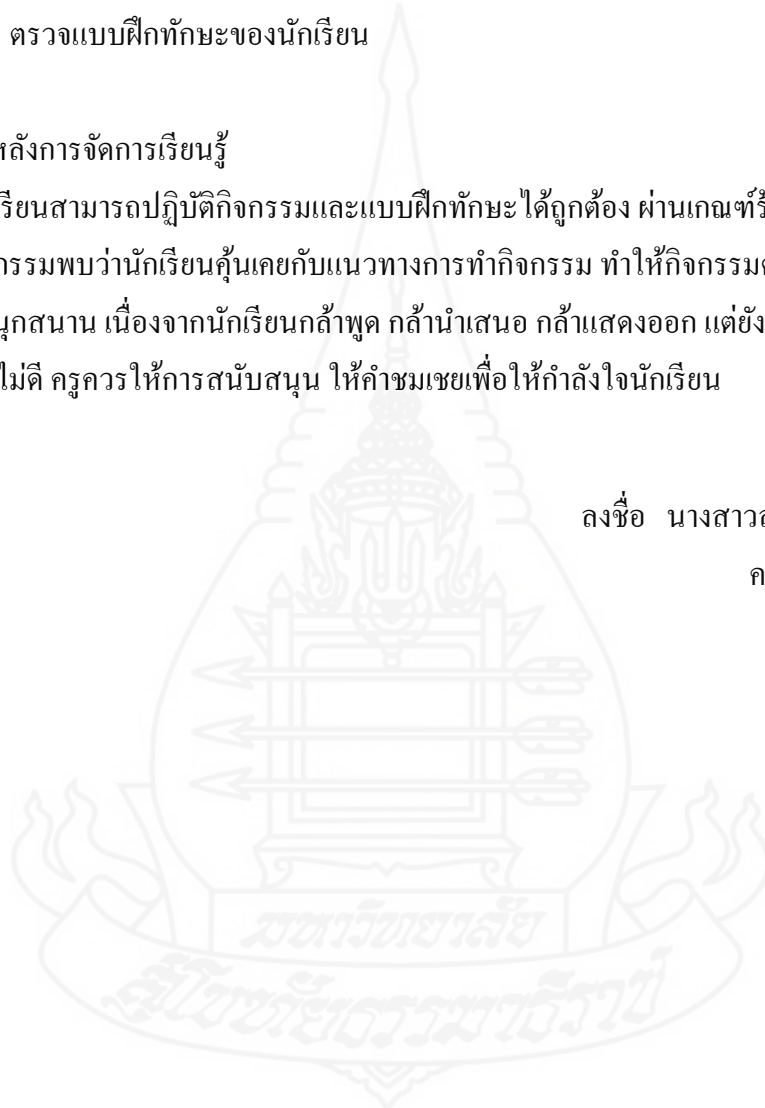
#### 8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

- 1) สังเกตจากการตอบคำถาม การทำกิจกรรมของนักเรียน
- 2) ตรวจสอบแบบฝึกทักษะของนักเรียน

#### 9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

นักเรียนสามารถปฏิบัติกิจกรรมและแบบฝึกทักษะได้ถูกต้อง ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 80 และจากการทำกิจกรรมพบว่านักเรียนคุ้นเคยกับแนวทางการทำกิจกรรม ทำให้กิจกรรมดำเนินไปอย่างราบรื่น สนุกสนาน เนื่องจากนักเรียนกล้าพูด กล้านำเสนอ กล้าแสดงออก แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนยังสื่อสารไม่ดี ครูควรให้การสนับสนุน ให้คำชมเชยเพื่อให้กำลังใจนักเรียน

ลงชื่อ นางสาวสุชีรา สุภพิมลวรรณ  
ครูผู้สอน



## กิจกรรมที่ 12

**คำชี้แจง** จงหาส่วนประกอบของพาราโบลาและเขียนกราฟลงบนแกนคู่เดียวกัน

ตอนที่ 1 การเลื่อนจุดยอดของกราฟพาราโบลาที่มีสมการ  $x^2 = 8y$

กราฟ ที่	สมการพาราโบลา	รูปแบบมาตรฐานของ สมการพาราโบลา $(x - h)^2 = 4c(y - k)$	จุดยอด	จุดโฟกัส	สมการ ไดเรกทริกซ์	ความยาว ลาตัสเรกตัม	กราฟ
1	$x^2 = 8y$						
2	$(x - 1)^2 = 8(y - 3)$						
3	$(x - 1)^2 = 8(y + 3)$						

ตอนที่ 2 การเลื่อนจุดยอดของกราฟพาราโบลาที่มีสมการ  $x^2 = -12y$



กราฟ ที่	สมการพาราโบลา	รูปแบบมาตรฐานของ สมการพาราโบลา $(x-h)^2 = 4c(y-k)$	จุดยอด	จุดโฟกัส	สมการ ไดเรกทริกซ์	ความยาว ลาตัสเรกตัม	กราฟ
1	$x^2 = -12y$						
2	$(x+1)^2 = -12(y-4)$						
3	$(x+1)^2 = -12(y+4)$						

ตอนที่ 3 การเลื่อนจุดยอดของกราฟพาราโบลาที่มีสมการ  $y^2 = 8x$

กราฟ ที่	สมการพาราโบลา	รูปแบบมาตรฐานของ สมการพาราโบลา $(y-k)^2 = 4c(x-h)$	จุดยอด	จุดโฟกัส	สมการ ไดเรกทริกซ์	ความยาว ลาตัสเรกตัม	กราฟ
1	$y^2 = 8x$						
2	$(y+1)^2 = 8(x-5)$						
3	$(y+1)^2 = 8(x+5)$						

ตอนที่ 4 การเลื่อนจุดยอดของกราฟพาราโบลาที่มีสมการ  $y^2 = -16x$

กราฟ	สมการพาราโบลา	รูปแบบมาตรฐานของ	จุดยอด	จุดโฟกัส	สมการ	ความยาว	กราฟ
------	---------------	------------------	--------	----------	-------	---------	------

ที่		สมการพาราโบลา $(y - k)^2 = 4c(x - h)$			ไทรแอกทริกซ์	ลาตัสเรกตัม	
1	$y^2 = -16x$						
2	$(y - 1)^2 = -16(x - 2)$						
3	$(y - 1)^2 = -16(x + 2)$						



**กิจกรรมที่ 13**  
**พาราโบลาที่มี (h, k) เป็นจุดยอด**

คำชี้แจง จงเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

รูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลา	
$(x - h)^2 = 4c(y - k)$	$(y - k)^2 = 4c(x - h)$
จุดยอด คือ (h, k) จุดโฟกัส คือ (....., .....)	จุดยอด คือ (h, k) จุดโฟกัส คือ (....., .....)
สมการไดเรกทริกซ์ คือ .....	สมการไดเรกทริกซ์ คือ .....
แกนของพาราโบลา ขนานกับ แกน.....	แกนของพาราโบลา ขนานกับ แกน.....
ความยาวเลตัสเรกตัม เท่ากับ  .....	ความยาวเลตัสเรกตัม เท่ากับ  .....
c > 0 พาราโบลาเป็นเส้นโค้ง.....	c > 0 พาราโบลาเป็นเส้นโค้ง.....
c < 0 พาราโบลาเป็นเส้นโค้ง.....	c < 0 พาราโบลาเป็นเส้นโค้ง.....



คำสั่ง จงแสดงวิธีทำต่อไปนี้

1. จงหาจุดยอด จุดโฟกัส สมการไดเรกทริกซ์ ความยาวลาตัสเรกตัม พร้อมทั้งเขียนกราฟของสมการพาราโบลาต่อไปนี้

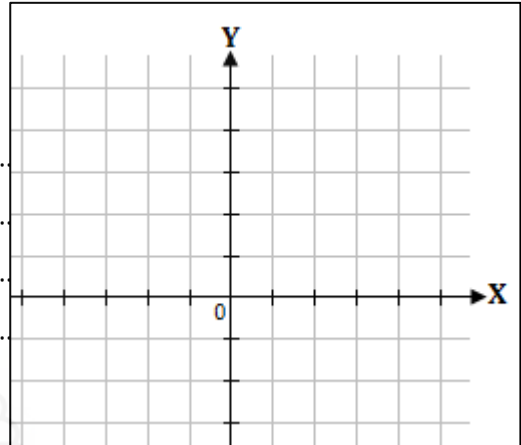
$$1) (y - 1)^2 = -\frac{3}{5}(x + 1)$$

.....

.....

.....

.....



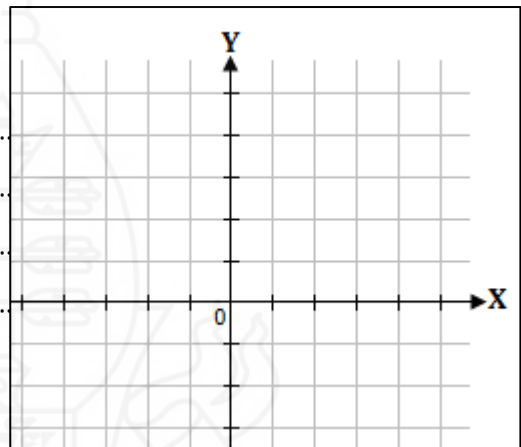
$$2) y^2 - 4x + 6y + 5 = 0$$

.....

.....

.....

.....



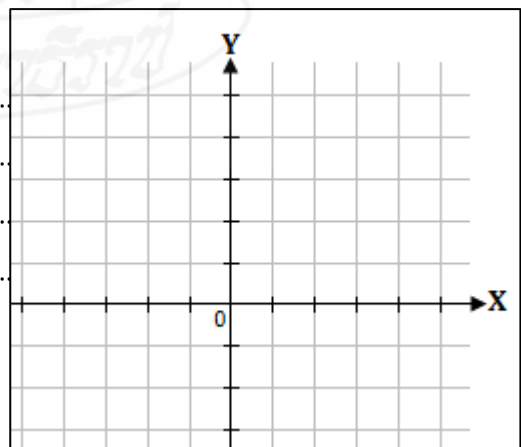
$$3) (x - 2)^2 = 5(y + 2)$$

.....

.....

.....

.....



2. จงหารูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่  $(-1, 5)$  และจุดโฟกัสอยู่ที่  $(2, 5)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงหารูปแบบทั่วไปของสมการพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่  $(-2, 1)$  และสมการไคเรกตริกซ์คือ  $y = 3$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

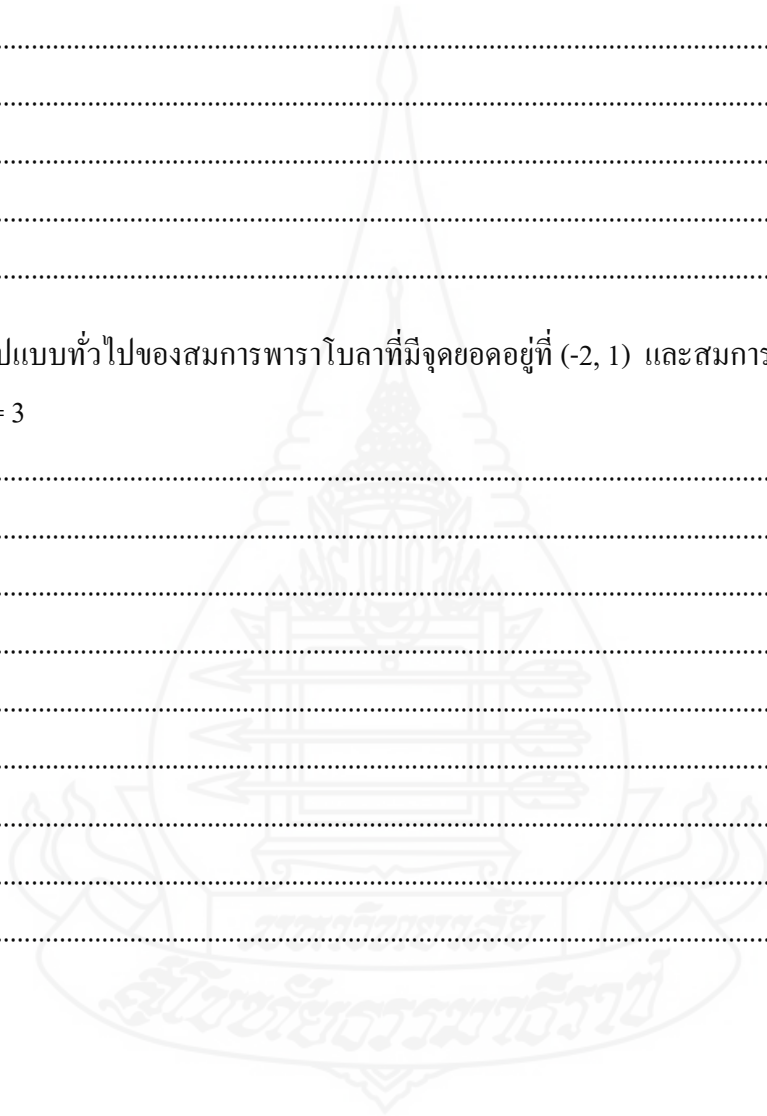
.....

.....

.....

.....

.....



**ภาคผนวก ง**

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องวงกลมและพาราโบลา





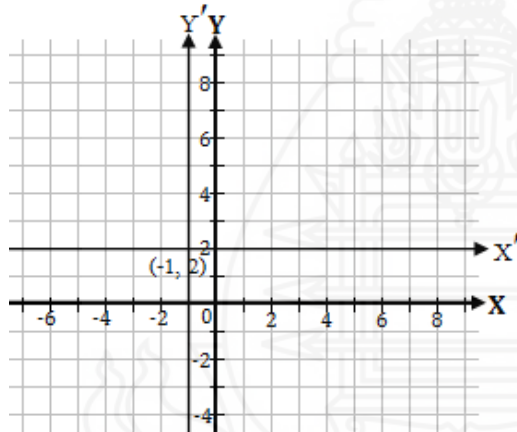
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลมและพาราโบลา  
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เวลาในการทำข้อสอบ 50 นาที

\*\*\*\*\*

- คำชี้แจง
- ข้อสอบเป็นข้อสอบแบบปรนัยจำนวน 30 ข้อ 30 คะแนน
  - ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย  $\times$  ในคำตอบที่ถูกต้องที่สุดลงในกระดาษคำตอบ

- การเลื่อนแกนทางขนานจากจุดกำเนิด  $O(0,0)$  ไปยังจุด  $O'(2,3)$  มีความหมายอย่างไร
  - เลื่อนจากแกน  $x$  ขึ้นข้างบน 3 หน่วย และจากแกน  $y$  ไปทางขวามือ 2 หน่วย
  - เลื่อนจากแกน  $x$  ขึ้นข้างบน 3 หน่วย และจากแกน  $y$  ไปทางซ้ายมือ 2 หน่วย
  - เลื่อนจากแกน  $x$  ลงข้างล่าง 3 หน่วย และจากแกน  $y$  ไปทางขวามือ 2 หน่วย
  - เลื่อนจากแกน  $x$  ลงข้างล่าง 3 หน่วย และจากแกน  $y$  ไปทางซ้ายมือ 2 หน่วย

- จากภาพแสดงการเลื่อนแกนทางขนานไปโดยใช้จุด  $(-1, 2)$  เป็นจุดกำเนิดใหม่ แล้วพิกัดของจุด  $(4, 5)$  บนแกนใหม่คือข้อใด

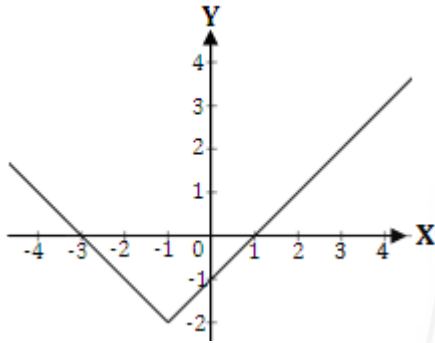


- $(-5, 3)$
  - $(-3, -5)$
  - $(3, 3)$
  - $(5, 3)$
- กำหนด  $(-1, -4)$  เป็นจุดกำเนิดใหม่ที่เกิดจากการเลื่อนแกนขนาน ถ้าจุด  $P$  มีพิกัดบนแกนใหม่เป็น  $(-2, 3)$  แล้วพิกัดของจุด  $P$  บนแกนเดิมคือข้อใด
    - $(-1, 7)$
    - $(-1, -7)$
    - $(-3, -1)$
    - $(-3, 1)$
  - จุด  $P$  และจุด  $Q$  มีพิกัด  $(0, 5)$  และ  $(-5, 3)$  ตามลำดับ ถ้าเลื่อนแกนขนาน โดยให้จุดกำเนิดอยู่ที่จุด  $(-2, 4)$  แล้วพิกัดของจุด  $P'$  และ  $Q'$  เมื่อเทียบกับแกนใหม่ตรงกับข้อใด ตามลำดับ
    - $(2, 1)$  และ  $(-3, 1)$
    - $(2, 1)$  และ  $(-3, -1)$
    - $(-2, 1)$  และ  $(-3, 1)$
    - $(-2, 1)$  และ  $(-3, -1)$

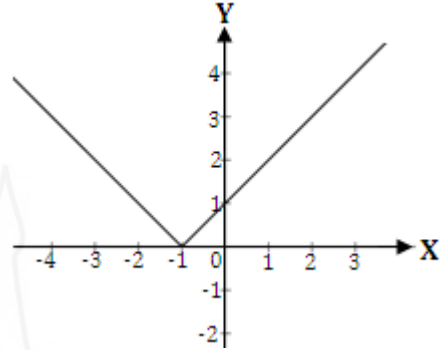


5. ข้อใดเป็นกราฟของสมการ  $y = |x + 1| - 2$

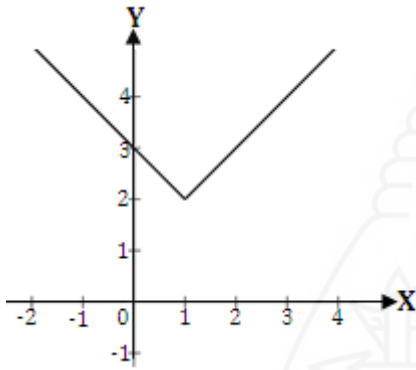
ก.



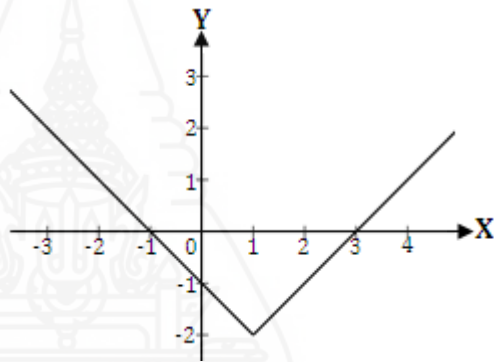
ข.



ค.



ง.



6. กำหนดให้การเลื่อนแกนทางขนานโดยให้จุดกำเนิดใหม่ไปอยู่ที่  $(h, k)$  กราฟของสมการ  $y = |x - 2| + 4$  จะมีจุดกำเนิดใหม่อยู่ที่จุดใด

ก.  $(2, -4)$

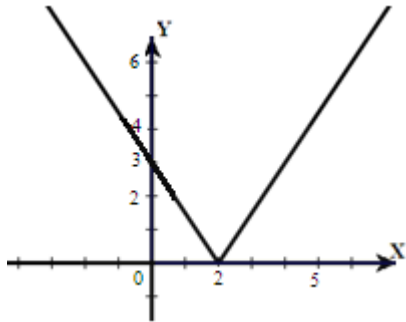
ข.  $(2, 0)$

ค.  $(2, 4)$

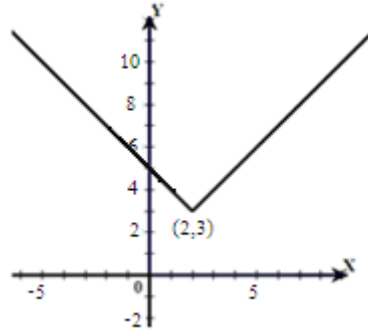
ง.  $(-2, -4)$

7. ข้อใดเป็นกราฟของสมการ  $y = (x-2)^2 + 3$

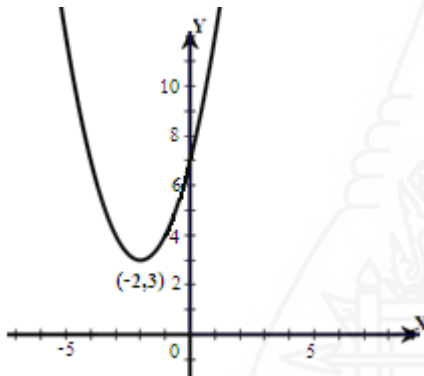
ก.



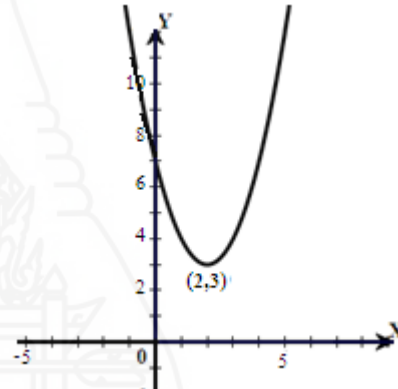
ข.



ค.



ง.

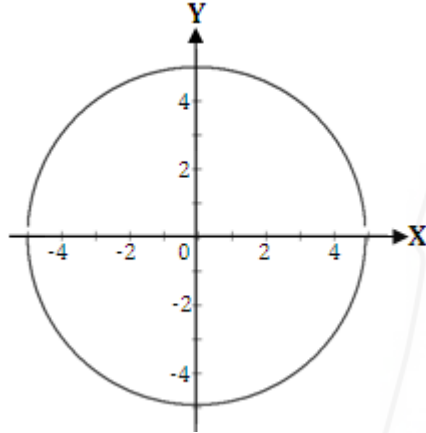


8. ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถึงนิยามของวงกลมได้ถูกต้อง

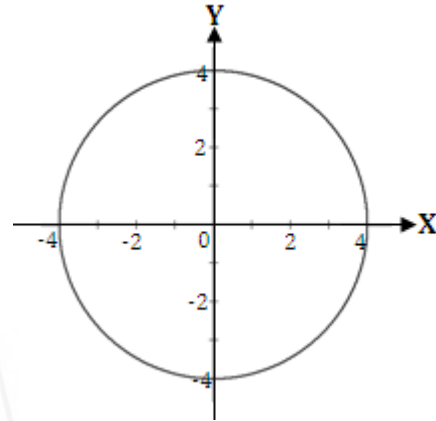
- ก. วงกลม คือ เซตของจุดทุกจุดบนระนาบซึ่งอยู่ห่างจากเส้นคงที่เป็นระยะทางเท่ากัน
- ข. วงกลม คือ เซตของจุดทุกจุดบนระนาบซึ่งอยู่ห่างจากจุดคงที่เป็นระยะทางเท่ากันเสมอ
- ค. วงกลม คือ จำนวนจุดบนระนาบซึ่งอยู่ห่างจากเส้นคงที่เป็นระยะทางเท่ากันเสมอ
- ง. วงกลม คือ จำนวนจุดบนระนาบซึ่งอยู่ห่างจากจุดคงที่เป็นระยะทางเท่ากันเสมอ

9. สมการ  $x^2 + y^2 - 4 = 0$  เขียนกราฟได้ตรงกับข้อใด

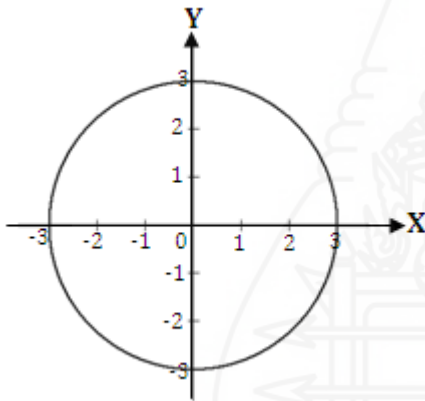
ก.



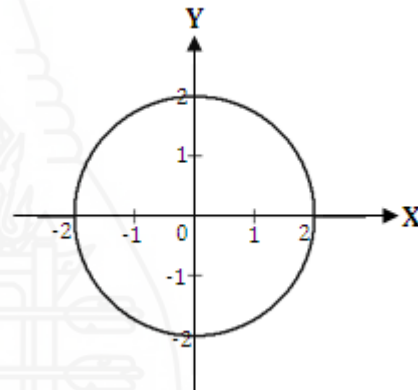
ข.



ค.



ง.



10. กำหนดให้  $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$  รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม คือข้อใด

ก.  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 5^2$       ข.  $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 5^2$

ค.  $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 25^2$       ง.  $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 25^2$

11. ข้อใดคือพิกัดจุดศูนย์กลางและความยาวรัศมีของวงกลมจากสมการ  $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$

ก. จุดศูนย์กลางคือ  $(-1, -1)$  และรัศมียาว 2 หน่วย

ข. จุดศูนย์กลางคือ  $(-1, -1)$  และรัศมียาว 1 หน่วย

ค. จุดศูนย์กลางคือ  $(1, 1)$  และรัศมียาว 2 หน่วย

ง. จุดศูนย์กลางคือ  $(1, 1)$  และรัศมียาว 1 หน่วย

12. สมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(-3, 0)$  และรัศมียาว  $\sqrt{5}$  หน่วย คือข้อใด

ก.  $x^2 + y^2 - 6x - 5 = 0$

ข.  $x^2 + y^2 + 6x + 14 = 0$

ค.  $x^2 + y^2 - 6x + 4 = 0$

ง.  $x^2 + y^2 + 6x + 4 = 0$

13. สมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(-4, 7)$  และวงกลมสัมผัสกับแกน X คือข้อใด

ก.  $x^2 + y^2 + 8x - 14y - 16 = 0$

ข.  $x^2 + y^2 - 8x + 14y + 49 = 0$

ค.  $x^2 + y^2 + 4x - 7y + 49 = 0$

ง.  $x^2 + y^2 + 8x - 14y + 16 = 0$

14. ข้อใดกล่าวถูกต้อง

ก. สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(-2, 3)$  รัศมี 3 หน่วยคือ  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 3^2$

ข. สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(2, -3)$  รัศมี 5 หน่วยคือ  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 5^2$

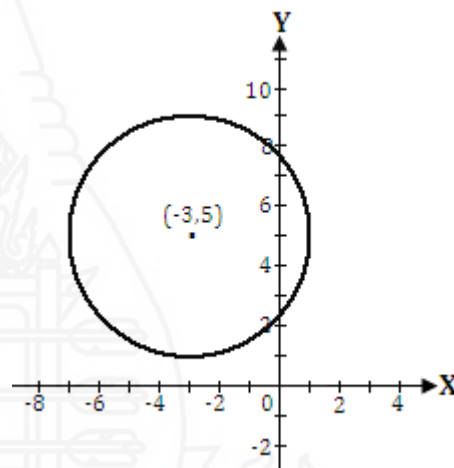
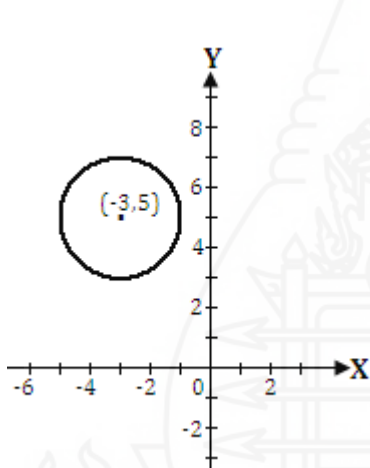
ค. สมการวงกลม  $x^2 + y^2 - 2x - 8 = 0$  มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(0, 1)$

ง. สมการวงกลม  $x^2 + y^2 - 2x - 8 = 0$  รัศมียาว 9 หน่วย

15. สมการ  $2x^2 + 2y^2 + 12x - 20y + 60 = 0$  เขียนกราฟได้ตรงกับข้อใด

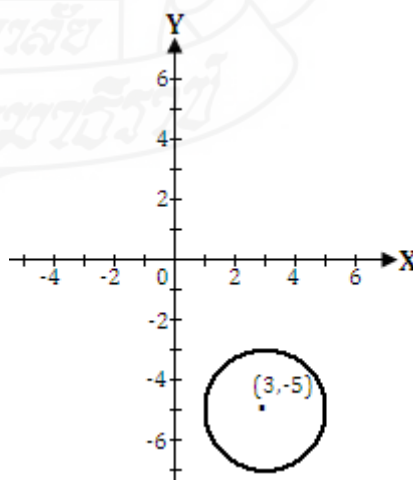
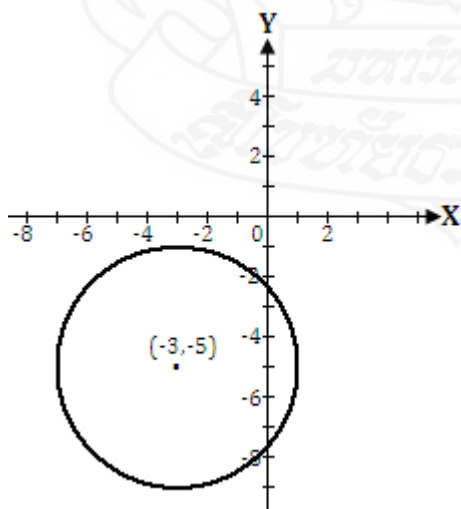
ก.

ข.



ค.

ง.





ก.  $y = 7$

ข.  $y = -7$

ค.  $x = 7$

ง.  $x = -7$

23. สมการพาราโบลาที่มี  $x = 6$  เป็นเส้นไดเรกทริกซ์ มี  $(-6, 0)$  เป็นโฟกัสคือข้อใด

ก.  $y^2 = 24x$

ข.  $x^2 = -24y$

ค.  $x^2 = 24y$

ง.  $y^2 = -24x$

24. สมการของกราฟพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่  $(0, 3)$  และโฟกัสอยู่ที่  $(0, -1)$  คือข้อใด

ก.  $y^2 + 16x - 48 = 0$

ข.  $y^2 + 16x + 48 = 0$

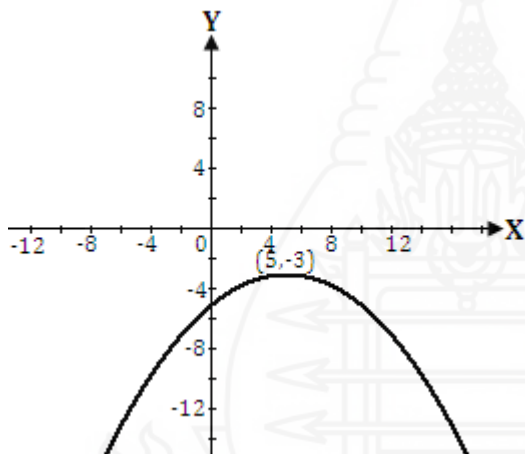
ค.  $x^2 + 16y - 48 = 0$

ง.  $x^2 + 16y + 48 = 0$

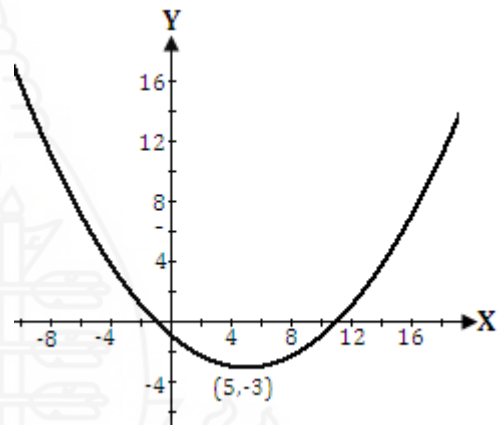
25. สมการ  $(x - 5)^2 + 12(y + 3) = 0$  สามารถเขียนกราฟได้ตรงกับข้อใด

ก.

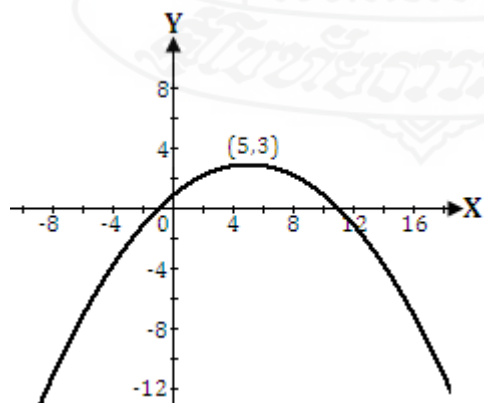
ข.



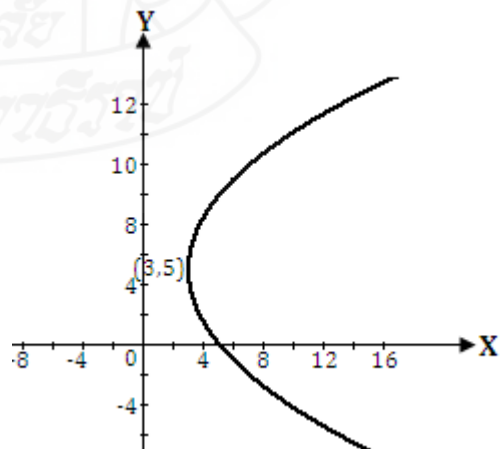
ก.



ข.



ก.

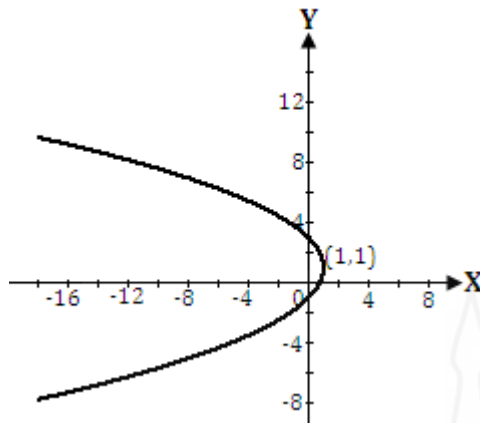


ข.

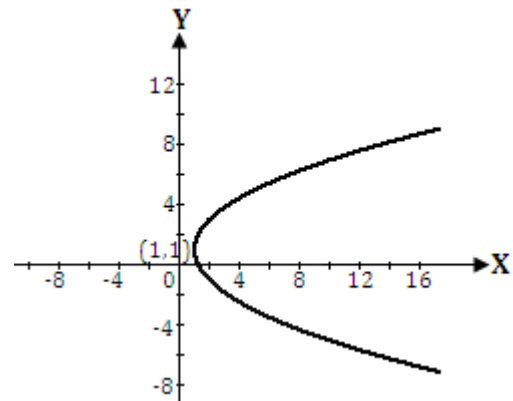
26. สมการ  $y^2 - 2y - 4x + 5 = 0$  สามารถเขียนกราฟได้ตรงกับข้อใด

ก.

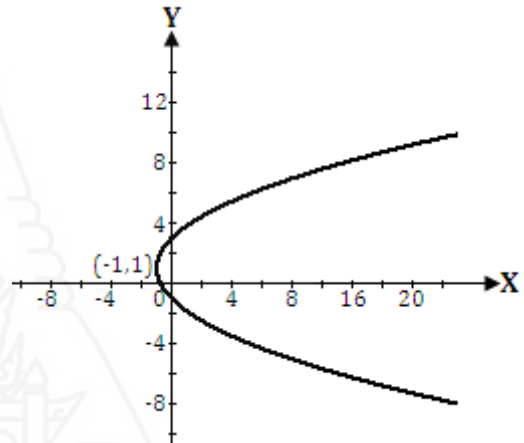
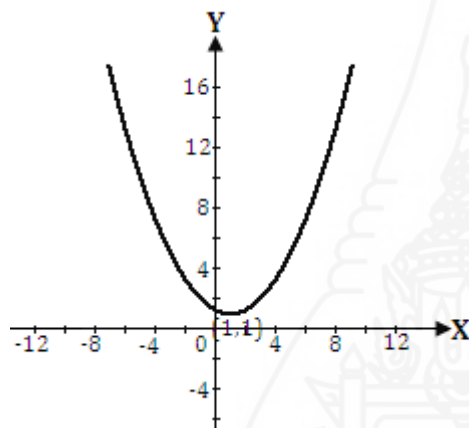
ข.



ค.



ง.



27. พาราโบลาที่มีสมการเป็น  $y^2 - 4y - 6x + 10 = 0$  มีความยาวเลตัสเรกตัมกี่หน่วย

ก. 2 หน่วย

ข. 4 หน่วย

ค. 6 หน่วย

ง. 8 หน่วย

28. จากสมการพาราโบลา  $y^2 - 2y - 20x + 61 = 0$  ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. จุดยอดอยู่ที่จุด (1, 3)

ข. จุดโฟกัสอยู่ที่จุด (8, 1)

ค. แกนพาราโบลานานกับแกน X

ง. เส้นตรงไดเรกตริกซ์ คือ  $x = -2$ 

29. ข้อใดเป็นสมการพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลม  $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$  และมีจุดโฟกัสอยู่ที่ (-2, 2)

ก.  $x^2 - 4x + 20y - 56 = 0$

ข.  $x^2 + 4x + 20y - 56 = 0$

ค.  $x^2 + 4x - 20y - 56 = 0$

ง.  $x^2 + 4x - 20y + 56 = 0$

30. กำหนดให้จานดาวเทียมเป็นเส้นโค้งพาราโบลา มีตัวสะท้อนสัญญาณอยู่สูงจากจุดวกกับของจานเท่ากับ 3 ฟุต จงหาความกว้างของจานดาวเทียมที่จุดซึ่งอยู่ในระนาบเดียวกับตัวสะท้อนสัญญาณ เมื่อกำหนดให้จานดาวเทียมมีจุดยอด  $(0, 0)$  เท่ากับข้อใด

ก. 12 ฟุต

ข. 13 ฟุต

ค. 14 ฟุต

ง. 15 ฟุต

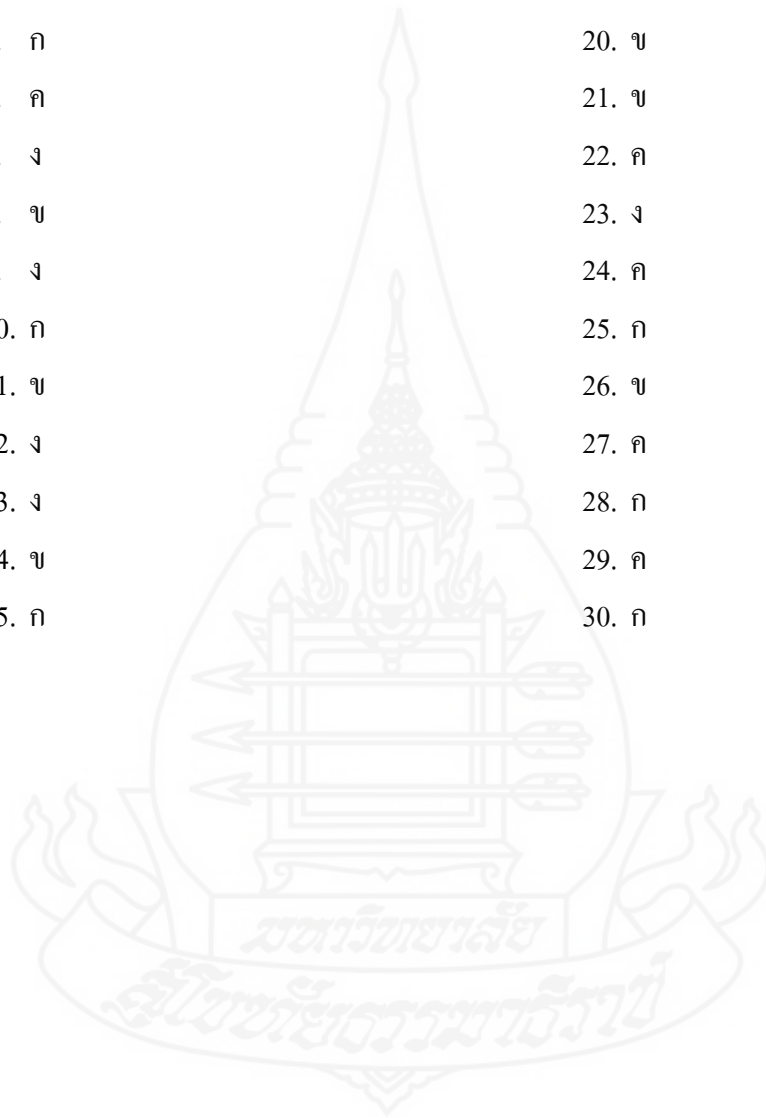


เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

เรื่อง วงกลมและพาราโบลา



- |       |       |
|-------|-------|
| 1. ก  | 16. ข |
| 2. ง  | 17. ข |
| 3. ค  | 18. ค |
| 4. ข  | 19. ง |
| 5. ก  | 20. ข |
| 6. ค  | 21. ข |
| 7. ง  | 22. ค |
| 8. ข  | 23. ง |
| 9. ง  | 24. ค |
| 10. ก | 25. ก |
| 11. ข | 26. ข |
| 12. ง | 27. ค |
| 13. ง | 28. ก |
| 14. ข | 29. ค |
| 15. ก | 30. ก |



## ประวัติผู้ศึกษา

ชื่อ	นางสาวสุชีรา สุภพิมลวรรณ
วัน เดือน ปีเกิด	31 ธันวาคม 2530
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดระยอง
ประวัติการศึกษา	วิทยาศาสตร์บัณฑิต (วทบ.) วิชาเอก คณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ พ.ศ. 2552 ประกาศนียบัตรบัณฑิต (ป.บัณฑิต) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ พ.ศ. 2554
สถานที่ทำงาน	โรงเรียนระยองวิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดระยอง
ตำแหน่ง	ครู

