

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ
โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี
กรุงเทพมหานคร

นางสุพิชฌาย์ วัฒนคุณสรณ์

การศึกษาค้นคว้าอิสระนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต
แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
พ.ศ. 2552

**The Effects of Mathematics Learning Activities with the Use of Geometric
Sketchpad Program in the Topic of Trigonometric Ratios on Learning
Achievement of Mathayom Suksa III Students at
Surasakmontri School in Bangkok Metropolis**

Mrs. Supitcha Wattanadanusorn

An Independent Study Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for
the Degree of Master of Education in Curriculum and Instruction

School of Educational Studies

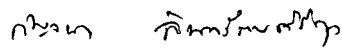
Sukhothai Thammathirat Open University

2009

หัวข้อการศึกษาคั่นคว่ำอิสระ ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วน
ตรีโกณมิติโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตที่มีต่อผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี
กรุงเทพมหานคร

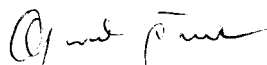
ชื่อและนามสกุล นางสาวสุพิชฌาย์ วัฒนคุณสรณ์
แขนงวิชา หลักสูตรและการสอน
สาขาวิชา ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร. กัญจนา ลินทร์ตนศิริกุล

คณะกรรมการสอบการศึกษาคั่นคว่ำอิสระได้ให้ความเห็นชอบการศึกษาคั่นคว่ำอิสระ
ฉบับนี้แล้ว



ประธานกรรมการ

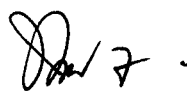
(รองศาสตราจารย์ ดร. กัญจนา ลินทร์ตนศิริกุล)



กรรมการ

(รองศาสตราจารย์อุษาวดี จันทรสนธิ)

คณะกรรมการบัณฑิตศึกษา ประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์ อนุมัติให้รับการศึกษา
คั่นคว่ำอิสระฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต
แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช



(รองศาสตราจารย์ ดร. ทวีศักดิ์ จินดานุรักษ์)

ประธานกรรมการประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์

วันที่ 12 เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2553

ชื่อการศึกษา คั่นคว่าอิสระ ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี กรุงเทพมหานคร
ผู้ศึกษา นางสุพิชฌาย์ วัฒนคุณสรณ์ **ปริญญา** ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (หลักสูตรและการสอน)
อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร. กัญจนา ถินทรัพย์ศิริกุล **ปีการศึกษา** 2552

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี กรุงเทพมหานคร จำนวน 2 ห้องเรียน มีนักเรียน 90 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ การทดสอบค่าที

ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คำสำคัญ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต อัตราส่วนตรีโกณมิติ มัธยมศึกษา

กิตติกรรมประกาศ

การศึกษาค้นคว้าอิสระนี้ผู้วิจัยได้รับความอนุเคราะห์อย่างยิ่งจากรองศาสตราจารย์ ดร. กัญญา ลินทร์ตันศิริกุล ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำและติดตามการทำการค้นคว้าอิสระ อย่างใกล้ชิด เสมอมา นับตั้งแต่เริ่มต้นจนสำเร็จเรียบร้อยอย่างสมบูรณ์ ผู้วิจัยรู้สึกขอบคุณและซาบซึ้งในความกรุณาของท่าน และขอขอบพระคุณท่านเป็นอย่างยิ่ง

ขอขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร. ปรีชา เนาว์เย็นผล ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำในการสร้างสื่อการเรียนรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ตั้งแต่เริ่มต้นจนสำเร็จเรียบร้อย และให้คำแนะนำในเทคนิคการสร้างรูปต่างๆ ให้มีความสมบูรณ์และถูกต้อง และขอขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ อุษาวดี จันทรสุนธิ กรรมการสอบการศึกษาค้นคว้าอิสระ ที่กรุณาให้ข้อเสนอแนะซึ่งทำให้การศึกษาค้นคว้าอิสระมีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณครูพรจันทร์ ล่องสกุล ครูอุทัย ธวัชสิน และครูสุวรรณา อินทร์ฉาย ที่ได้กรุณาเป็นผู้ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

นอกจากนี้ผู้วิจัยยังได้รับการสนับสนุนกำลังใจจาก คุณเฉลิมพงษ์ วัฒนคุณสรณ์ นางสาววิรัชพัชร คีติกาชุดิสรณ์ แพทย์หญิงพิมพ์นิภา วัฒนคุณสรณ์ เป็นอย่างดี ซึ่งผู้วิจัยถือว่ามีค่าเป็นอย่างยิ่ง และขอน้อมรำลึกพระคุณของบิดา มารดา ญาติพี่น้อง และเพื่อนทุกคน โดยเฉพาะเรืออากาศเอกหญิง พัชรภรณ์ ภูวรกิจ ที่ได้มีส่วนช่วยเหลือให้การศึกษาค้นคว้าอิสระฉบับนี้สำเร็จด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ที่จะได้รับจากการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยขอมอบให้ผู้สนใจการศึกษา
ทั้งหมด

สุพิชฌาย์ วัฒนคุณสรณ์

ตุลาคม 2552

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
กิตติกรรมประกาศ	จ
สารบัญตาราง	ซ
บทที่ 1 บทนำ	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์การวิจัย	4
สมมติฐานการวิจัย	5
ขอบเขตการวิจัย	5
นิยามศัพท์	6
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	6
บทที่ 2 วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง	7
โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต	7
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์	14
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต	17
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	21
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	21
เครื่องมือการวิจัย	21
การเก็บรวบรวมข้อมูล	24
การวิเคราะห์ข้อมูล	24
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	25
บทที่ 5 สรุปการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	27
สรุปการวิจัย	27
อภิปรายผล	28
ข้อเสนอแนะ	31
บรรณานุกรม	32

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
ภาคผนวก	36
ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือ	37
ข แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ	39
ค แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์	116
ประวัติผู้ศึกษา	134

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 3.1	
แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	22
ตารางที่ 4.1	
ผลการศึกษาวิเคราะห์สถิติเบื้องต้นของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี ก่อนเรียนและหลังเรียน	25
ตารางที่ 4.2	
ผลเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของกลุ่มตัวอย่างก่อนและหลังการจัดกิจกรรม การเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต	26

บทที่ 1

บทนำ

1. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผลเป็นระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์วางแผนตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม (กรมวิชาการ 2545: 1) ในปัจจุบันสังคมเปลี่ยนแปลงไปอย่างรวดเร็วตามความเจริญของเทคโนโลยี คณิตศาสตร์นับเป็นเครื่องมือสำคัญในการสร้างและเรียนรู้เทคโนโลยี คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ฝึกทักษะกระบวนการคิด ฝึกแก้ปัญหาช่วยพัฒนาศักยภาพของ แต่ละบุคคลให้เป็นคนที่มีสมรรถนะช่วยเสริมสร้างความคิดสร้างสรรค์ มีระบบระเบียบในการคิด มีการวางแผนในการทำงาน เป็นวิชาที่สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน มีผลการวิจัยชี้ชัดว่าความรู้และทักษะที่ผู้เรียนพัฒนา เมื่อเรียนรู้คณิตศาสตร์และการประยุกต์สามารถถ่ายโยงไปสู่การแก้ปัญหาในสาระอื่น ๆ ของหลักสูตร (สิริพร ทิพย์คง 2543: 15)

ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์จะช่วยพัฒนาเสริมสร้างเยาวชนให้เป็นผู้ที่รู้จักคิด วิเคราะห์ สังเกต มีความคิดเป็นลำดับขั้นตอน มีระเบียบวินัย มีเหตุผลสามารถคิดคำนวณ กะประมาณ ได้อย่างสมเหตุสมผล และคณิตศาสตร์ยังเป็นศาสตร์ ที่จะช่วยพัฒนาผู้เรียนให้มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Power) กล่าวคือ เป็นผู้ที่มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ มีความสามารถในการแก้ปัญหา มีความสามารถในการอุปนัยและนิรนัยสถานการณ์หรือปัญหาต่าง ๆ มีความสามารถในการคาดเดา เชื่อมโยงและใช้เหตุผล ตลอดจนวิสัยทัศน์ และมีแววคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (ปานทอง กลุณาสิริ 2546: 65-68; กรรณิการ์ ผาสุก 2549: 2)

การจัดการเรียนการสอนในปัจจุบัน ครูคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่คงสอนเนื้อหาที่เป็นกฎ สูตรและหลักการทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจำนวนมาก เพื่อให้จำเนื้อหาเหล่านั้นให้ได้ (สุนทรีย์ วงสนาม 2550: 1 อ้างถึงใน ไผ่ตริ อินทร์ประสิทธิ์ 2546) กล่าวว่าการสอนคณิตศาสตร์ที่เทียบได้กับการบอกคณิตศาสตร์เป็นการปิดกั้นไม่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ อย่างแท้จริง เมื่อผู้เรียนเรียนโดยใช้การท่องจำ สังพจน์ กฎ สูตร นิยาม และตัวอย่างที่ครูอธิบายถึงที่มา การแก้โจทย์ปัญหา ผู้เรียนจะสามารถทำได้ถ้าหาก โจทย์ปัญหาที่พบคล้ายหรือเหมือนกับตัวอย่างที่

ครูสอน แต่ถ้าปัญหาที่พบ แตกต่างจากที่ครูสอน พบว่าผู้เรียน ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่าคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่มีเนื้อหาเป็นนามธรรม ทำให้ยากที่จะทำความเข้าใจ อีกทั้งเนื้อหาของคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันอย่างต่อเนื่อง ทำให้นักเรียนที่ไม่เข้าใจตั้งแต่ต้นแล้วเพื่อไม่เอยากเรียนคณิตศาสตร์ จนขาดแรงจูงใจในการเรียนคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งมีเนื้อหาส่วนใหญ่เป็นนามธรรม ผู้เรียนที่มีพื้นฐานความรู้แตกต่างกัน จะประสบปัญหาในการเรียน และสภาพห้องเรียนแต่ละห้องมีผู้เรียนจำนวนมากแบบละความสามารถ นอกจากครูดูแลไม่ทั่วถึงแล้ว การสอนในเรื่องนี้ครูต้องทบทวนความรู้พื้นฐานของผู้เรียนก่อนที่จะเชื่อมโยงความรู้ไปสู่เนื้อหาใหม่ เนื้อเรื่องส่วนใหญ่เป็นเรขาคณิต จึงต้องมีการวาดรูปคำนวณค่า ซึ่งภาพที่ได้เป็นภาพคงที่ เมื่อจะสอนรูปอื่น ๆ ต้องวาดใหม่ ทำให้เสียเวลาในการจัดการเรียนการสอนในแต่ละครั้ง หากผู้เรียนที่มีความแตกต่างกันนี้ มีบางคน ที่เข้าใจในบทเรียนช้า การอธิบายในครั้งที่สอง ครูต้องเริ่มดำเนินการตั้งแต่เริ่มต้น นั่นคือ วาดรูปสร้างภาพ และคำนวณค่า นอกจากนี้ เนื้อหาส่วนใหญ่มีกฎ สูตร และหลักการต่าง ๆ ที่นักเรียนต้องจำเข้าใจ เมื่อนำไปใช้ได้ถูกต้องจะต้องเกิดจากการฝึกฝน จนเกิดความชำนาญ และเกิดทักษะในการคำนวณ สามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ และเข้าใจในความรู้ที่ได้รับเป็นอย่างดี อย่างไรก็ตาม นักเรียนบางคนที่มีพื้นฐานการเรียนไม่ดี ขาดความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานตั้งแต่เริ่มต้น เมื่อมาเรียนเรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ทำให้ไม่สามารถเข้าใจในบทเรียนได้ เกิดความเบื่อหน่ายและมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ การสอนให้ได้ผลดีนั้นควรจะต้องเริ่มที่การจัดชั้นเรียนให้สอดคล้องกับผู้เรียน โดยอาศัยรูปแบบการสอน วิธีการสอน เทคนิคการสอน และเทคโนโลยีซึ่งมีอยู่หลากหลายเข้ามาช่วยให้กระบวนการสอนเกิดประสิทธิภาพสูงสุด การพัฒนาสื่อและวิธีการสอนจึงเป็นสิ่งสำคัญที่จำเป็นในการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้สอดคล้องกับความต้องการและความเปลี่ยนแปลงของผู้เรียนและสังคม การนำเทคโนโลยีใหม่ ๆ ที่ทันสมัยมาใช้ในการถ่ายทอดความรู้จากผู้สอนไปสู่ผู้เรียน เป็นการสนับสนุนผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้ และพัฒนาการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพและเกิดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนได้ดี

ปัจจุบันเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์มีความผูกพันกับสังคมและชีวิตของมนุษย์อย่างมากมาย ทั้งด้านความคิด พฤติกรรม ด้านธุรกิจและด้านการศึกษา สามารถนำเอาคอมพิวเตอร์มาใช้ในการออกแบบและพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนหรือ CAI (Computer Assisted Instruction) ในสถาบัน การศึกษา ทำให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ บรรลุตามจุดมุ่งหมายของการจัดกิจกรรม การเรียนการสอน เนื้อหาวิชาต่าง ๆ ทำให้มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับเครื่องคอมพิวเตอร์ ซึ่งในบทเรียนจะมีทั้งตัวอักษร ภาพกราฟิก ภาพนิ่ง ภาพเคลื่อนไหวและเสียงประกอบ ทำให้ผู้เรียนสนุกสนานไปกับบทเรียน และบทเรียนจะให้ข้อมูลป้อนกลับ เพื่อเสริมแรงแก่ผู้เรียน เป็น การส่งเสริมการศึกษา

รายบุคคล ผู้เรียนที่เรียนซ้ำสามารถทำความเข้าใจบทเรียนนั้นจนกว่าจะเข้าใจ ผู้ที่เรียนได้เร็วสามารถเรียนต่อไปโดยไม่ต้องเสียเวลารอผู้เรียนซ้ำ เป็นการให้ความเสมอภาคใน การเรียน เป็นกระบวนการแก้ปัญหาความแตกต่างระหว่างบุคคลได้เป็นอย่างดี (กรรณิการ์ ผาสุก. 2549:3)

โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่มีลักษณะเป็นพลวัต (Dynamic) ที่เหมาะสำหรับใช้เป็นเครื่องมือช่วยในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน โดยเฉพาะเนื้อหาทางเรขาคณิต โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตออกแบบเพื่อช่วยผู้เรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยผ่านกระบวนการสังเกต การสร้างรูป (Representations) เรขาคณิตที่เป็นพลวัต การเปลี่ยนแปลงที่มีลักษณะเป็นพลวัตมี 3 รูปแบบ รูปแบบแรกเป็นการเปลี่ยนแปลงตำแหน่ง ขนาด รูปร่าง และรูปทรงเรขาคณิต ทำให้ผู้เรียนสามารถสังเกตเห็นความ สัมพันธ์ต่าง ๆ ที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงได้ รูปแบบที่สองเป็นการเปลี่ยนแปลงที่แสดงลำดับขั้นตอนการสร้างตั้งแต่ต้นจนถึงขั้นสุดท้าย รูปแบบที่สามเป็นการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ นักเรียนสามารถสังเกตผลกระทบที่เกิดจากการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ที่มีต่อรูปทรงทางคณิตศาสตร์ การมองเห็นภาพ (Visualization) การเปลี่ยนแปลง จะช่วยให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์ เช่นเดียวกับการพัฒนาทักษะ การให้เหตุผลซึ่งมีความจำเป็นมากในการศึกษาเกี่ยวกับคุณสมบัติของเรขาคณิตแบบยูคลิด (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 2548; กัญมณี กาสิชา 2550: 1)

จากการศึกษาเอกสารของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งอเมริกา (NCTM, 1989: 112-115) ได้กล่าวไว้ว่าโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสามารถเข้ามามีส่วนช่วยในการสนับสนุนการเรียนการสอนของครู และยังสามารถทำให้ผู้เรียนเข้าใจใน การเชื่อมโยงเนื้อหาหาได้ง่ายยิ่งขึ้น โดยมีการอ้างถึงประโยชน์ของโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตคือ ผู้เรียนสามารถมองเห็นคณิตศาสตร์ในอีกรูปแบบหนึ่ง ซึ่งสื่ออื่นไม่สามารถกระทำได้ คือสามารถมองเห็นเป็นภาพเคลื่อนไหว และสามารถเปลี่ยนคณิตศาสตร์จากรูปธรรมเป็นนามธรรมได้ ทำให้ผู้เรียนสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ต่าง ๆ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเป็นระบบซอฟต์แวร์ที่ใช้ สำหรับสร้างสำรวจและวิเคราะห์สิ่งต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์หลายด้าน ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาเรียนคณิตศาสตร์ โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองและยังช่วยเสริมสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์เป็นการเรียน โดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นโปรแกรมที่สามารถอธิบายเนื้อหาเรขาคณิตที่เป็นนามธรรมให้ผู้เรียนเข้าใจได้ง่ายและรวดเร็ว เกิดจินตนาการ และทำความเข้าใจกับเนื้อหาได้เป็นอย่างดี ทำให้คณิตศาสตร์ไม่เป็นเรื่องน่าเบื่อสำหรับผู้เรียนตั้งแต่เริ่ม โดยใช้ภาพเคลื่อนไหว (Animation) อธิบายสร้างความเข้าใจที่กระจ่าง ผู้เรียนสามารถเห็นถึงความเปลี่ยนได้อย่างเป็นรูปธรรม แทนที่จะมาท่องจำหรือท่องสูตร และ โปรแกรมดังกล่าวสามารถทำให้เด็กหาคำตอบได้ด้วยตัวของเขาเอง

โดยการลงมือปฏิบัติจริง โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นโปรแกรมทางการศึกษา ที่มีคุณค่าสำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในสาระการเรียนรู้เรขาคณิต ทักษะพื้นฐานในการสร้างรูปเรขาคณิต คือการใช้วงเวียนและไม้บรรทัด ส่วนในชั้นเรียนพีชคณิตในการเขียนกราฟแสดงแทนฟังก์ชันที่เป็นการเขียนด้วยมือ ซึ่งไม่ว่าจะเป็นการสร้างรูปเรขาคณิตหรือการเขียนกราฟโดยทั่วไปจะใช้เวลา และรูปที่ได้มีลักษณะคงที่ (Static) ไม่สามารถปรับเปลี่ยนรูปทรงหรือค่าพารามิเตอร์ได้ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตมีฟังก์ชันเมนูที่ช่วยในการสร้างรูปเรขาคณิต หรือฟังก์ชันที่เกี่ยวข้องกับการแสดงแทนฟังก์ชันในรูปภาพ ตาราง หรือแผนภาพ ความสามารถของโปรแกรม ยังเปลี่ยนสถานะของรูปทรงเรขาคณิตหรือกราฟมาเป็นรูปที่สามารถจัดกระทำได้ โดยทำได้แค่เพียงคลิกเมาส์ของเครื่อง เช่น การเปลี่ยนรูปเรขาคณิต โดยที่สมบัติบางอย่างไม่เปลี่ยนแปลง นอกจากนี้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตยังมีฟังก์ชันที่สร้างภาพเคลื่อนไหว (Animation) ซึ่งทำให้ผู้เรียนได้ศึกษาและสังเกตพฤติกรรมของรูปทรงเรขาคณิตหรือกราฟ ทั้งนี้เพื่อให้ได้ข้อสรุปหรือมโนคติทางคณิตศาสตร์ (Hsieh, 1993) ได้ทำการศึกษาผลกระทบของการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตที่มีต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ตลอดจนบทบาทของโปรแกรม เรขาคณิตพลวัตหรือเทคโนโลยีอื่น ๆ ก็ไม่ใช่แค่สารสนเทศ ซึ่งไม่สามารถใช้แทนครูผู้สอนได้ ครูจะต้องมีบทบาทสำคัญในการที่จะเลือกใช้หรือสร้างสถานการณ์ปัญหาหรือกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อให้การใช้เทคโนโลยีอย่างมีประสิทธิภาพ และเกิดประโยชน์สูงสุด (เรณูวัฒน์ พงษ์อุทธา 2550: 3-4)

สุนทรีย์ วงสนาม (2550: 17-18 อ้างถึงใน สุชาวดี เอี่ยมอรพรรณ 2547) ได้กล่าวสนับสนุนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตว่า การสอนเรขาคณิตโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตนี้ นักเรียนจะเกิดความสุขและมีความเข้าใจในบทเรียนมากขึ้น นักเรียนสนใจ และสามารถทำแบบฝึกหัดด้วยตนเองได้มากขึ้น ตอบคำถามได้ดี ตลอดจนจดจำทฤษฎีบทได้แม่นยำและจำได้นานกว่าที่เรียน โดยไม่ใช่สื่อการสอน

จากเหตุผลดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะนำโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนหรือไม่

2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

3. สมมุติฐานการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสูงกว่าก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4. ขอบเขตการวิจัย

4.1 ประชากร คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี กรุงเทพมหานคร จำนวน 15 ห้องเรียน และมีนักเรียน 716 คน แต่ละห้องเรียนจัดนักเรียนแบบคละความสามารถ

4.2 ตัวแปรที่ศึกษา ประกอบด้วย

4.2.1 ตัวแปรต้น ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

4.2.2 ตัวแปรตาม ได้แก่ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

4.3 เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษา

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาเป็นเรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งมีหัวข้อดังนี้ ทบทวนรูปสามเหลี่ยมคล้าย อัตราส่วนตรีโกณมิติ ส่วนกลับของอัตราส่วนตรีโกณมิติ อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° , 60° การหาระยะทางความสูงและการนำไปใช้

4.4 ระยะเวลาในการวิจัยครั้งนี้ ผู้ศึกษาใช้เวลาในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 8 ชั่วโมง

5. นิยามศัพท์

5.1 โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต หมายถึง โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยที่โปรแกรมนี้สามารถสร้างรูปเรขาคณิต รูปภาพต่าง ๆ ที่มีการเคลื่อนไหวภาพ หมุนภาพ ยืดและหดได้ตามต้องการ มีแถบรูปแบบตัวอักษร โดยกำหนดขนาดรูปร่างและสีต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ในการเปลี่ยนขนาดตัวอักษร มีชุดคำสั่ง กด่องเครื่องมือ เพื่อใช้ในการวาดจุด วงกลม เส้นตรง และสร้างข้อความ มีเมนูแสดงผล พร้อมกับการเลือกซ่อนหรือแสดงวัตถุเพื่อเน้นความสนใจไปยังจุดสำคัญของเนื้อหา ทำให้ผู้เรียนสำรวจเนื้อหา พัฒนาความคิดเกี่ยวกับ

วิชาคณิตศาสตร์ในหัวข้อต่าง ๆ นอกจากนี้ ยังเป็นสื่อที่ช่วยสร้างบรรยากาศของการเรียนที่ส่งเสริมให้มีการนำเสนอ ความคิดรวบยอด ตั้งข้อความคาดการณ์ต่าง ๆ ได้

5.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต หมายถึง การจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่ผู้วิจัยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นสื่อประกอบในการอธิบายเนื้อหาสาระของครู โดยการนำภาพเคลื่อนไหว แสดงถึงสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้าย และนำสมบัติของโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตมาใช้ในการหาความสัมพันธ์ของอัตราส่วน วัตขนาดของมุม วัตความยาวด้าน คำนวณค่าอย่างรวดเร็วในการหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ ระยะทาง และความสูง ซึ่งผู้เรียน ได้ค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ในการจัดการเรียนการสอน สามารถตั้งข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ และมีความรู้ความเข้าใจในบทเรียนมากขึ้น

5.3 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

6. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

6.1 ทำให้ได้แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

6.2 ทำให้ได้แนวทางการพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ประกอบการเรียนการสอนในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น

บทที่ 2

วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัย ได้ศึกษาวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

1. โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต (The Geometer's Sketchpad: GSP)

1.1 แนวคิดของโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548: 1 - 4) ได้ตระหนักในความสำคัญของการใช้เทคโนโลยีช่วยในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น มีเจตคติที่ดีในการเรียนรู้ เรียนรู้อย่างมีความหมาย และเกิดการพัฒนาทักษะด้านเทคโนโลยีสารสนเทศ และสามารถนำไปใช้ในการเรียนรู้ตลอดชีวิต ซึ่งเป็นไปตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 จึงได้ศึกษาและพิจารณาโปรแกรมต่าง ๆ และเห็นว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นโปรแกรมหนึ่งที่ครูสามารถเรียนรู้ได้ไม่ยากนัก และเกิดแนวคิดในการนำไปบูรณาการกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (Constructivist Approach) และยังช่วยเสริมสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับพีชคณิต ทรีโกณมิติ แคลคูลัส เป็นการเรียนรู้โดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ (Learner - Centered Learning) ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต จะเอื้อต่อการสร้างข้อคาดการณ์ โดยให้ผู้เรียนฝึกทำเองบนเครื่องคอมพิวเตอร์ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และยังเป็นโปรแกรมที่สามารถอธิบายเนื้อหาทางเรขาคณิตที่เป็นนามธรรมให้ผู้เรียนเข้าใจได้ง่ายและรวดเร็วเกินจินตนาการและทำความเข้าใจกับเนื้อหาได้อย่างเข้าใจ ทำให้คณิตศาสตร์ไม่กลายเป็นเรื่องน่าเบื่อสำหรับผู้เรียน ตั้งแต่เริ่มเปิดตำรา โดยใช้ภาพเคลื่อนไหว (Animation) อธิบายสร้างความเข้าใจที่กระจำ นักเรียนสามารถมองเห็นได้อย่างเป็นรูปธรรม ฝึกปฏิบัติได้ด้วยตนเองเพราะเรียนรู้ง่าย

ครูสามารถใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเป็นเครื่องช่วยกระตุ้นการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ทันสมัย
 แหวกแนวไปจากเดิม เพราะแทนที่จะสอนให้เด็ก จำสูตรโดยปราศจากความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง ทว่า
 ด้วยศักยภาพของ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต จะกระตุ้นให้ผู้เรียนค้นคว้า พิสูจน์ เพื่อค้นหาคำตอบ
 ด้วยตนเอง จากการลงมือปฏิบัติจริง (<http://thaigsp.ipst.ac.th>)

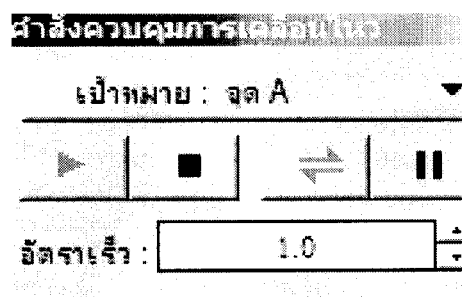
1.2 ความสามารถของโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต


โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็น โปรแกรมที่สร้างขึ้นเพื่อนำไปใช้ในการสร้างสรรค์
 การสำรวจ และการวิเคราะห์เนื้อหาต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์
 โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง เนื่องจากเวลาใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ผู้ใช้สามารถสร้าง
 ตัวแบบคณิตศาสตร์ที่ทำให้เกิดการเคลื่อนไหวเชิงเรขาคณิต สามารถทำปฏิกิริยาโต้ตอบได้ และ
 นำมาใช้ในการสำรวจเบื้องต้นเกี่ยวกับรูปทรงเรขาคณิต และจำนวน รวมถึงเนื้อหาที่ซับซ้อนของ
 คณิตศาสตร์ ทำให้ผู้เรียนสำรวจเนื้อหา และพัฒนาความคิดเกี่ยวกับหัวข้อต่าง ๆ เช่น เรขาคณิต
 พีชคณิต ตรีโกณมิติ แคลคูลัส และเนื้อหาอื่น ๆ นอกจากนี้ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นสื่อ
 คณิตศาสตร์ที่ช่วยสร้างบรรยากาศของการเรียนที่ส่งเสริมให้มีการนำเสนอความคิดรวบยอด
 ทางคณิตศาสตร์ มีการซักถามและโต้ตอบ ช่วยทำให้นักเรียนตั้งข้อคำถาม ความคาดหมาย เวลาเรียน
 ในห้องปฏิบัติการหรือช่วงเวลาที่มีการนำเสนอหน้าชั้นเรียน เพื่อเสนอผลงานคณิตศาสตร์ที่มี
 ภาพเคลื่อนไหว จะทำให้การรายงาน และการเผยแพร่เป็นไปอย่างถูกต้องชัดเจน และมีคุณภาพ




เครื่องมือและคำสั่งทุกคำสั่งที่อยู่ใน โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต มีคุณสมบัติ
 ที่เฉพาะเจาะจงของหน้าที่ของโปรแกรมดังนี้

1.2.1 ส่วนประกอบ (Element) นอกจากหน้าต่างหลักของโปรแกรมเรขาคณิต
 พลวัตแล้ว ยังมี dialog หรือ palettes ที่สามารถใช้ในการดำเนินงานดังนี้

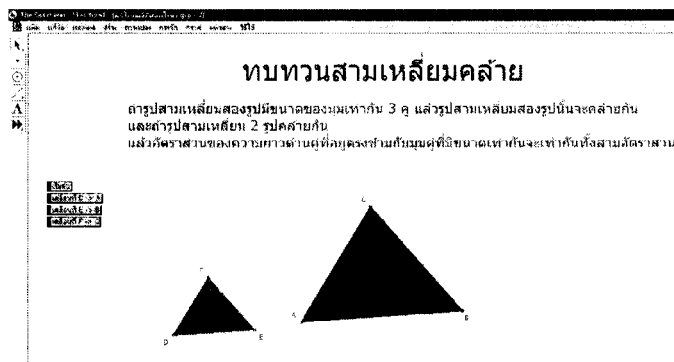
1) ปุ่มคำสั่งควบคุมการเคลื่อนไหวภาพ



 **เคลื่อนไหว** : คลิกที่ปุ่มนี้เพื่อเริ่มการเคลื่อนไหวของเป้าหมาย ซึ่งจะมีผลเท่ากับการใช้
 คำสั่ง เคลื่อนไหวจากเมนูแสดงผล

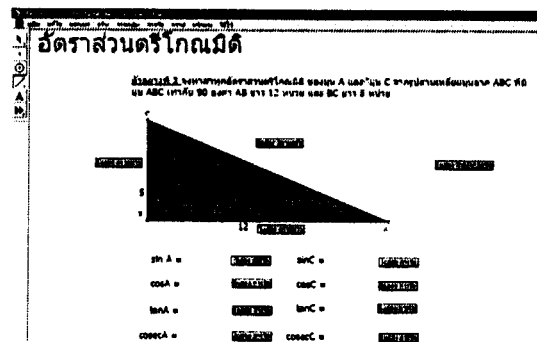
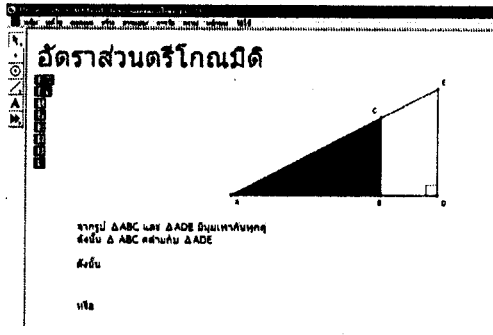
- 
หยุดการเคลื่อนไหว : คลิกที่ปุ่มนี้เพื่อหยุดการเคลื่อนไหวของอ็อบเจกต์เป้าหมาย ซึ่งจะมีผลเท่ากับการใช้คำสั่งหยุดการเคลื่อนไหวจากเมนูแสดงผล
- 
กลับทิศทาง : คลิกที่ปุ่มนี้เพื่อกลับทิศทางการเคลื่อนไหวของอ็อบเจกต์เป้าหมาย ปุ่มนี้จะสามารถใช้ได้เมื่ออ็อบเจกต์เป้าหมายกำลังเคลื่อนที่ในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง (ไม่ได้เป็นการเคลื่อนที่อย่างสุ่ม)
- 
หยุดการเคลื่อนไหวทั้งหมด : คลิกที่ปุ่มนี้เพื่อหยุดการเคลื่อนไหวทั้งหมด คำสั่งนี้จะแตกต่างจากคำสั่งอื่น ในคำสั่งควบคุมการเคลื่อนไหว เนื่องจากมันจะมีผลกระทบต่ออ็อบเจกต์ที่เคลื่อนที่ทั้งหมด ไม่ใช่เพียงแค่เป้าหมาย

ปุ่มคำสั่งช่วยควบคุมการเคลื่อนไหววัตถุประสงค์ที่ต้องการสามารถสำรวจตัวแปรสร้างภาพต่าง ๆ ได้อย่างรวดเร็ว ทำให้ค้นพบและตรวจสอบคุณสมบัติต่าง ๆ ทางเรขาคณิตแสดงและนำเสนอการค้นพบได้อย่างน่าสนใจ และมีประสิทธิภาพมากกว่าการนำเสนอที่ไม่มีการเคลื่อนไหว นอกจากนี้ปุ่มคำสั่งควบคุมการเคลื่อนไหวสามารถสั่งให้หยุดการเคลื่อนไหว / ทวนทิศทางการเคลื่อนไหว ควบคุมความเร็วและทิศทาง ผู้วิจัยได้นำคำสั่งนี้ใช้ในการทบทวนความรู้เรื่องสามเหลี่ยมคล้าย โดยใช้การเคลื่อนรูปร่างสามเหลี่ยมเพื่อแสดงการเท่ากันของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมดังตัวอย่างต่อไปนี้



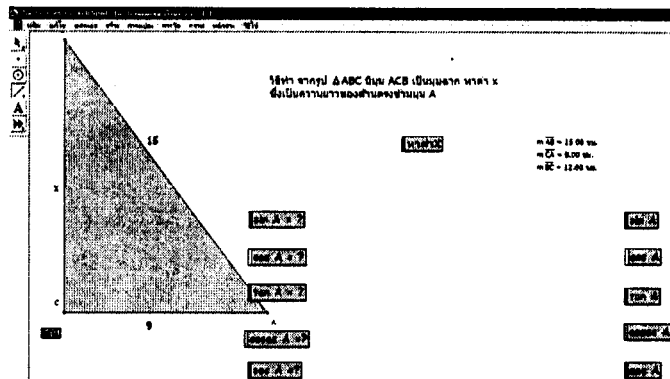
2) ปุ่มคำนวณช่วยในการสร้างและคำนวณ ค่าต่างจากตัวเลขตัวปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ ฟังก์ชัน การวัด และค่าอื่น ๆ

การคำนวณเหล่านี้ สามารถนำไปใช้ในการกำหนดระยะทาง มุม สเกลเพื่อการลงจุด และเพื่อการหาค่าของการคำนวณ และฟังก์ชันอื่น ๆ ผู้วิจัยได้ใช้ปุ่มคำนวณในการหาค่าอัตราส่วนของความยาวของด้าน ความยาวของด้านที่เหลือ เพื่อเตรียมความพร้อมในการเรียนเรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติต่อไป ดังตัวอย่าง



3) แถบรูปแบบตัวอักษร

โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสามารถใช้แถบรูปแบบตัวอักษร ในการกำหนดรูปแบบ ขนาด สีไต้ล และสีของป้าย ข้อความ การวัด และตัวอักษรอื่น ๆ สามารถใช้แถบรูปแบบตัวอักษรเป็นการใส่ค่าสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อีกด้วย นอกจากนี้สามารถเปลี่ยนรูปแบบอักษร ขนาด สีไต้ล สีของป้าย และข้อความหรือจะใช้ใส่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

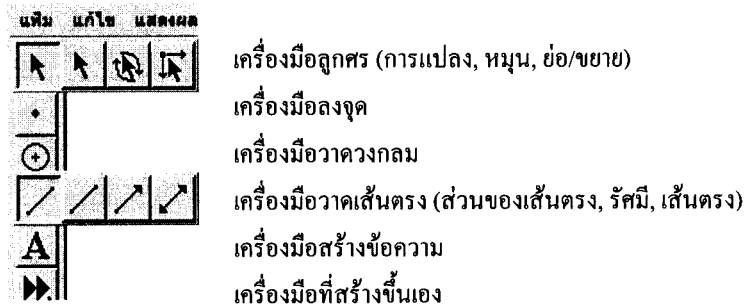


4) ชุดคำสั่ง

หน้าต่างชุดคำสั่งจะเป็นส่วนที่แสดงถึงรายละเอียด การสร้างทางคณิตศาสตร์ โดยการใช้เครื่องมือสร้างเอง โดยสามารถใช้หน้าต่างชุดคำสั่งในการเรียกดูข้อกำหนดของอ็อบเจกต์ต่าง ๆ ในแต่ละเครื่องมือที่สร้าง หรืออาจใช้ในการสำรวจวิธีการสร้างเครื่องมือตั้งแต่เริ่มต้น ในหน้าต่างแสดงชุดคำสั่ง สามารถเขียนอธิบายหรืออ่านข้อความที่ผู้สร้างได้หมายเหตุเอาไว้ หรืออาจจะเปลี่ยนคุณสมบัติเช่น สี หรือขนาดของเส้นที่เครื่องมือที่สร้างขึ้น นอกจากนี้ มีคำอธิบายเครื่องมือจะปรากฏตรงส่วนบนสุดของหน้าต่างชุดคำสั่ง ซึ่งจะอธิบายเกี่ยวกับวัตถุประสงค์หรือลักษณะเฉพาะต่าง ๆ ของเครื่องมือที่สร้างขึ้น สามารถปรับขนาดหน้าต่าง และเปลี่ยนแปลงคำอธิบายภาพได้ และในชุดคำสั่งจะมีรายการอ็อบเจกต์ การใช้เครื่องมือสร้างเองกับหน้าต่างแสดงชุดคำสั่ง การใช้หน้าต่างแสดงชุดคำสั่งทีละขั้นตอน และการเลือกสี

1.2.2 กล่องเครื่องมือ

เมื่อเปิด โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต กล่องเครื่องมือจะอยู่ทางด้านซ้ายมือของ หน้าต่างจอ เครื่องมือมีทั้งหมด 6 อย่างด้วยกันคือ



1) เครื่องมือลูกศร



เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการเลือกหรือลากอ็อบเจกต์ บนหน้าต่างจอ เครื่องมือลูกศรมีให้เลือกใช้ 3 อย่างคือ เครื่องมือลูกศรที่ใช้ลากให้อ็อบเจกต์ เคลื่อนที่แบบเลื่อนขนาน เครื่องมือลูกศรที่ใช้ลากให้อ็อบเจกต์ให้มีขนาดเล็กลงหรือขยาย อ็อบเจกต์ ให้มีขนาดใหญ่ขึ้น

2) เครื่องมือลงจุด



ใช้เครื่องมือลงจุดเพื่อวาดหรือสร้างจุดอิสระ จุดบนทางเดิน และ จุดที่เกิดจากการตัดกัน คลิกไปบนที่ว่างของแบบร่างเพื่อสร้างจุดอิสระ

3) เครื่องมือวาดวงกลม



ใช้เครื่องมือวงเวียนเพื่อสร้างวงกลมที่กำหนดโดยจุดสองจุด คือ จุดศูนย์กลางและจุดอีกหนึ่งจุดซึ่งอยู่บนเส้นรอบวง จุดที่สองนี้บางครั้งเรียกว่า radius point ทั้งนี้ เพราะจุดนี้เป็นจุดที่กำหนดรัศมีของวงกลม

4) เครื่องมือวาดเส้นในแนวตรง



ใช้เครื่องมือเส้นตรงเพื่อสร้างอ็อบเจกต์ตรง เช่น ส่วน ของเส้นตรง รัศมี และเส้นตรง แต่ละอ็อบเจกต์ตรงจะถูกสร้างโดยเครื่องมือใดเครื่องมือหนึ่งซึ่ง กำหนดโดยจุดสองจุด



ใช้เครื่องมือส่วนของเส้นตรงเพื่อสร้างส่วนของเส้นตรงระหว่าง จุดปลายสองจุด



ใช้เครื่องมือรังสีเพื่อสร้างรังสีจากจุดปลายจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง



ใช้เครื่องมือเส้นตรงเพื่อสร้างเส้นตรงผ่านจุดสองจุด

5) เครื่องมือสร้างข้อความ



ใช้เครื่องมือสร้างข้อความเพื่อแสดงการดำเนินการที่หลากหลาย

เป็นตัวอักษร และอ็อบเจกต์อื่น ๆ ซึ่งแสดงผลเป็นข้อความ

ใช้เครื่องมือสร้างข้อความเพื่อสร้าง แสดง ซ่อน และแก้ไขตัวอักษร เพื่อสร้าง และแก้ไขคำอธิบายภาพ เพื่อเปลี่ยนการแสดงผลข้อความเกี่ยวกับการวัด การคำนวณ และพารามิเตอร์

6) เครื่องมือที่สร้างขึ้นเอง



ใช้ไอคอนนี้ในการกำหนด การเรียกใช้และการจัดการเกี่ยวกับ

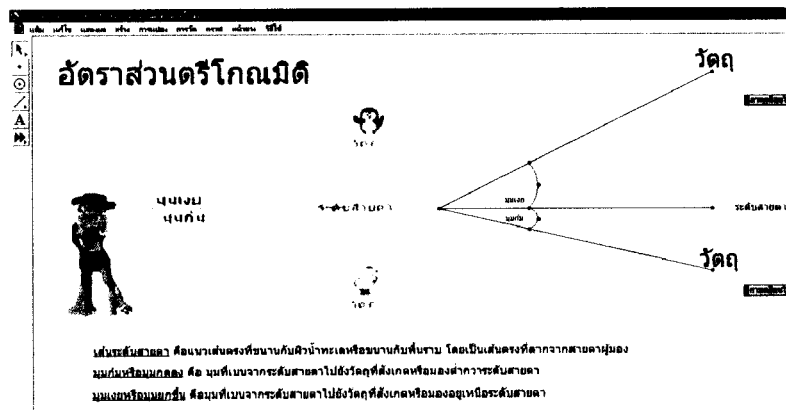
เครื่องมือที่สร้างขึ้นเอง

1.2.3 เมนูแสดงผล

เมนูแสดงผลมีคำสั่งเกี่ยวกับการควบคุมภาพที่ปรากฏของอ็อบเจกต์ในแบบร่างและเครื่องมือที่ใช้ ด้วยคำสั่งเหล่านี้ สามารถทำให้แบบร่างมีความสวยงามมากยิ่งขึ้น และยังช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการสื่อสารเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง การใช้ขนาดของเส้นและสีเส้นที่เหมาะสมพร้อมกับการเลือกซ่อน/แสดงวัตถุเพื่อเน้นความสนใจไปยังจุดสำคัญของแบบร่าง การทำรูปแบบป้ายที่เหมาะสมก็จะทำให้ผู้ใช้สามารถเข้าใจวัตถุประสงค์ของแบบร่างได้ดียิ่งขึ้น นอกจากนี้ การสร้างรอยการเคลื่อนที่ก็จะช่วยสร้างการเห็นภาพแบบพลวัตในหลักหัวข้อทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมอีกด้วย

1.2.4 ส่วนอ้างอิงเมนู ประกอบด้วย เมนูเพิ่ม เมนูแก้ไข เมนูสร้าง เมนูการวัด

เมนูกราฟ เมนูรายการคำสั่ง และเมนูการแปลง เพื่อช่วยให้การทำงานมีประสิทธิภาพมากขึ้น



1.3 การใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กรรณิการ์ ผาสุก (2549: 41) ได้กล่าวถึงการนำโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตหรือโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังนี้

โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นโปรแกรมที่สร้างขึ้นเพื่อนำไปใช้ในการสร้างสรรค์ การสำรวจและการวิเคราะห์เนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังเป็นเทคโนโลยีที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์ โดยการสร้างองค์ความรู้ หรือความคิดรวบยอดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง เนื่องจากเวลาใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ผู้ใช้สามารถสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์ (Mathematics Model) ที่ทำให้เกิดการเคลื่อนไหวเชิงเรขาคณิต และผู้ใช้สามารถมีปฏิสัมพันธ์โต้ตอบกับโปรแกรมได้ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต สามารถนำมาใช้ในการสำรวจเบื้องต้นเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติ จำนวนและการดำเนินการ กราฟของสมการชนิดต่าง ๆ ตลอดจนถึงการแสดงการเคลื่อนไหวของรูปเรขาคณิต เพื่อการสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน ให้สามารถเข้าใจได้ง่ายและรวดเร็วยิ่งขึ้น ถ้าผู้ใช้เป็นนักเรียน โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต จะช่วยทำให้ผู้เรียนสำรวจเนื้อหาและพัฒนาความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาสาระต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ได้หลายสาระ เช่น เรขาคณิต พีชคณิต ตรีโกณมิติ แคลคูลัสและเนื้อหาอื่น ๆ สำหรับครูผู้สอน โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นสื่อที่ช่วยสร้างบรรยากาศของการเรียนที่ส่งเสริมให้มีการนำเสนอความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีการซักถามและโต้ตอบ และช่วยทำให้นักเรียนตั้งข้อความคาดเดาเหตุการณ์ และหาข้อสรุปในเวลาเรียนในห้องปฏิบัติการ หรือช่วงเวลาที่มีการนำเสนอหน้าห้องเรียนได้ สำหรับผู้ใช้ที่เป็นนักวิจัยทางคณิตศาสตร์หรือนักคณิตศาสตร์ศึกษา จะพบว่าการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต จะช่วยตอบคำถามที่เกี่ยวกับการทดลอง เช่น ถ้า...แล้ว โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตจะช่วยพิสูจน์สมบัติต่าง ๆ ทางเรขาคณิต นอกจากนี้ยังสามารถสร้างการค้นพบสิ่งใหม่ ๆ ได้อย่างไม่สิ้นสุด (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ม.ป.ป.: 1 - 4)

โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นซอฟต์แวร์ที่เป็นพลวัต ที่ช่วยทำให้ผู้เรียนมีโอกาสสำรวจและค้นพบแนวคิดต่าง ๆ ในวิชาเรขาคณิต พีชคณิต แคลคูลัส ตลอดจนถึงการหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน และการหาปริพันธ์ การใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ทำให้การสอนคณิตศาสตร์ เช่น การแปลง การเลื่อนขนาน การหมุนและการสะท้อน ภาคตัดกรวย เวกเตอร์ แคลคูลัส และฟังก์ชันตรีโกณมิติเป็นไปอย่างถูกต้อง ชัดเจน และง่ายต่อความเข้าใจ ทำให้ผู้เรียนเกิดทักษะในการนึกภาพในสมอง (Visualize Skills) เกิดทักษะการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Modeling) ทำให้มีทักษะการคาดเดา (Conjectures) ที่สามารถนำไปสู่การพิสูจน์

จากที่กล่าวข้างต้น ผู้วิจัยมีความเห็นว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นสื่อที่สำคัญ ในการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ ทำให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการสร้าง องค์ความรู้ด้วยตนเอง ทำให้มีความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง นอกจากนี้ยังทำให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักถึงคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ อย่างแท้จริง สามารถพัฒนาศักยภาพของผู้เรียน ได้ถึงขั้นสูงสุด

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

พฤติกรรมที่พึงประสงค์ในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งอ้างอิงจากประมวลสาระชุด วิชาสารัตถะ และวิถีวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช ดังนี้

วิลสัน (Wilson, 1971: 643) กล่าวว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นผลของการ เรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ประเมินพฤติกรรมด้านสติปัญญาในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ออกมาเป็นระดับ ความสามารถ

วิลสัน (Wilson, 1971: 643 - 696) ได้นำเอาการจำแนกจุดประสงค์ทางการศึกษาของ เบนจามิน เอส บลูม และคณะ (Benjamin S. Bloom and Other) มาแบ่งพฤติกรรมในการเรียน การสอนคณิตศาสตร์ทางด้านพุทพิสัย (Cognitive Domain) ออกเป็น 4 ระดับ ได้ดังนี้

2.1 ความรู้ความจำด้านการคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็น พฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำ แบ่งออกเป็น 3 ชั้น ดังนี้

2.1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็น ความสามารถที่จะระลึกข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่นักเรียนเคยได้รับจากการเรียนการสอนมาแล้ว คำถาม ที่วัดความสามารถในระดับนี้จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริงตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมา เป็นระยะเวลาอันแล้วด้วย

2.1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับคำศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์ และนิยามต่าง ๆ ได้ โดยคำถามจะถามโดยตรงหรือโดย อ้อมก็ได้ แต่ไม่ต้องอาศัยการคำนวณ

2.1.3 ความสามารถในการทำตามขั้นตอน (Ability to Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถการใช้ข้อเท็จจริง หรือนิยาม หรือกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้ว มาคำนวณ ตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ ต้องเป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2.2 ความเข้าใจ (Comprehension) ความเข้าใจพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนกว่า แบ่งเป็น 6 ชั้น

2.2.1 ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Knowledge of Concepts) ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนทัศน์เป็นนามธรรมซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนทัศน์นั้น โดยใช้คำพูดของตัวเอง หรือเลือกความหมายกำหนดให้ ซึ่งเขียนในรูปแบบหรือยกตัวอย่างใหม่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียน มิฉะนั้นจะเป็นการวัดความจำ

2.2.2 ความรู้เกี่ยวกับหลักการ กฎ และข้อสรุปทั่วไป (Knowledge of Principles, Rules and Generalization) พฤติกรรมในขั้นนี้เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการกฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ไปสัมพันธ์กับปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหาได้ ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนไม่เคยพบมาก่อน อาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.2.3 ความรู้เกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมในขั้นนี้เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนองค์ประกอบของปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Elements From One Mode to Another) พฤติกรรมในขั้นนี้เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นหรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการ ซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงขั้นตอน (Algorithms) ในการแก้ปัญหาหลังจากแปลแล้ว อาจกล่าวได้ว่า เป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.2.5 ความสามารถติดตามแนวเหตุผล (Ability to Follow a Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่วไป

2.2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้ อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่น ๆ โดยนักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหา ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความตัวเลข ข้อมูลทางสถิติหรือกราฟ

2.3 การนำไปใช้ (Application) การนำไปใช้เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน หรือคล้ายกับแบบฝึกหัด นักเรียนสามารถ

เลือกกระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้โดยไม่ยาก พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งเป็น 4 ชั้น ได้แก่

2.3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหา จนได้คำตอบออกมา

2.3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) ความสามารถในการเปรียบเทียบ เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหานั้น อาจต้องใช้วิธีการคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างเหตุผล

2.3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ (Ability to Analyze Data) พฤติกรรมในขั้นนี้ เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดไว้ ซึ่งต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง พิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวช่วยในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสออยู่หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วน ๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

2.3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบแผน ลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns, Isomorphisms, and Symmetries) พฤติกรรมในขั้นนี้ เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่องตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล การระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาให้พบ

2.4 การวิเคราะห์ (Analysis) พฤติกรรมในขั้นนี้เป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของสมรรถภาพทางพุทธิพิสัยในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งรวมพฤติกรรมส่วนใหญ่ที่บรรยายไว้ในขั้นวิเคราะห์ การสังเคราะห์ หรือการประเมินของบลูม (Bloom) และรวมถึงสิ่งที่เรียกว่า “การ ค้นคว้าอย่างอิสระ (Open Search)” ด้วย และพฤติกรรมในระดับนี้ประกอบด้วย การแก้ปัญหาที่ไม่เคยแก้มาก่อน ประสบการณ์เกี่ยวกับการค้นพบและพฤติกรรมสร้างสรรค์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ พฤติกรรมระดับนี้แตกต่างจากพฤติกรรมในระดับการนำไปใช้หรือระดับความเข้าใจ ตรงที่พฤติกรรมในระดับนี้ ประกอบด้วยระดับของการถ่ายโยงไปยังบริบทที่ไม่เคยปรากฏมาก่อน การตอบข้อทดสอบในระดับนี้ต้องอาศัยพฤติกรรมการเรียนรู้ด้วยตนเอง (Heuristic Behavior) เป็นอย่างมาก วัตถุประสงค์การเรียนการสอนคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับการวิเคราะห์ซึ่งแบ่งได้เป็น 5 ชั้น ดังนี้

2.4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Nonroutine Problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีแบบฝึกหัดหรือตัวอย่างนักเรียนไม่เคยเห็นมาก่อน ต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ ผสมผสานกับความเข้าใจในมโนทัศน์นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

2.4.2 ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) พฤติกรรมในขั้นนี้เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดมาให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา แทนการเพียงแต่นำความสัมพันธ์เดิมที่จำได้มาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

2.4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) พฤติกรรมในขั้นนี้เป็นความสามารถในการสร้างภาษา เพื่อยืนยันข้อความทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัยนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วมาพิสูจน์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

2.4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) พฤติกรรมในขั้นนี้เป็นความสามารถที่ควบคู่กับความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ อาจเป็นพฤติกรรมที่มีความซับซ้อนน้อยกว่าพฤติกรรมในการสร้างข้อพิสูจน์ พฤติกรรมในขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนสามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดบ้าง

2.4.5 ความสามารถในการสร้างและทดสอบความถูกต้องของข้อสรุปนัยทั่วไป (Ability to Formulate and Validate Generalizations) พฤติกรรมในขั้นนี้เป็นความสามารถในการค้นพบสูตร หรือกระบวนการแก้ปัญหา และพิสูจน์ว่าใช้กรณีทั่วไปได้

3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

จากความสามารถของ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต จึงทำให้มีงานวิจัยต่าง ๆ เกี่ยวกับ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ดังนี้

3.1 งานวิจัยในต่างประเทศ

เลสเตอร์ (Lester, 1996: 2343 - A) ได้ศึกษาวิจัยผลของการใช้ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ที่มีผลสัมฤทธิ์ต่อการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย รัฐแคลิฟอร์เนีย ประเทศสหรัฐอเมริกา ค.ศ.1996 โดยที่ให้กลุ่มทดลองที่ใช้ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนตามปกติ ผลการวิจัยดังกล่าวพบว่าค่าเฉลี่ยของผลการสอบหลังเรียนเกี่ยวกับความรู้

ทางเรขาคณิตและการสร้างของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 ค่าเฉลี่ยของผลการสอบหลังเรียนเกี่ยวกับการตั้งชื่อคาบเดาทางเรขาคณิตของกลุ่มทดลอง สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

โยเซฟ (Yousef, 1997: 1637 - A) ได้ศึกษาผลการใช้ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต มีผลต่อเจตคติของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่ลงทะเบียนเรียนวิชาเรขาคณิตเบื้องต้นที่โรงเรียนเซาท์เวสเทิน รัฐ โอไฮโอ ประเทศสหรัฐอเมริกา ค.ศ.1996 - 1997 โดยที่กลุ่มทดลองเรียนด้วยโปรแกรม โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนด้วยวิธีปกติ ผลการวิจัยพบว่ากลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาเรขาคณิตสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

กาลินโด (Galindo, 1998: 76 - 82) ได้ศึกษาผลการสร้างรูปเรขาคณิตสำรวจความสัมพันธ์รูปเหล่านั้น ตั้งชื่อคาบเดา สมบัติต่าง ๆ และทดสอบข้อคาบเดานั้น ๆ เป็นการเรียนรู้ที่มีเหตุผลและมีความหมาย โดยนักเรียนสามารถเชื่อมโยงระหว่างการสร้างรูปโดยใช้โปรแกรม โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ทำให้นักเรียนเข้าใจเรขาคณิตได้อย่างลึกซึ้ง ไม่ใช่เชื่อการพิสูจน์แบบดั้งเดิม

ชินกาลิส (Shingalis, 1998: 162 - 165) ได้ศึกษาการนำโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตมาใช้เพิ่มพูนความรู้เพื่อการหาคำตอบ โดยผู้เรียนสามารถที่จะสืบเสาะสรุปผลการคาดเดาได้รวดเร็วกว่าการใช้กระดาษและดินสอ ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนมีทักษะและเข้าใจในการแก้ปัญหา

3.2 งานวิจัยในประเทศ

อำนาจ เชื้อบ่อคา (2547: 26 - 27) ได้ศึกษาผลของการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการศึกษาครั้งนี้มีจุดมุ่งหมาย เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลาหลังจากได้รับการสอนโดยโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต สูงกว่าก่อน ได้รับการสอนด้วยโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

กฤษมณี กาสีชา (2550: 27 - 30) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และได้วิเคราะห์ความเข้าใจของนักเรียนที่แสดงออกจากการปฏิบัติการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เรื่องวงกลม พบว่านักเรียนมีความเข้าใจ 3 ระดับ คือ 1) ความเข้าใจเกี่ยวกับวงกลมระดับการจัดกระทำ ความเข้าใจระดับนี้ นักเรียนสามารถใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ตามคำสั่ง เช่น เลือจุดหรือพิกัด วาดรูปวงกลม ทหาระยะระหว่างจุด 2) ความเข้าใจเกี่ยวกับวงกลมระดับกระบวนการ ความเข้าใจระดับนี้ นักเรียนมาสารดสังเกตการณ์เปลี่ยนแปลงจากสถานการณ์ที่ครูเตรียมใน โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตที่ใช้

ประกอบในกิจกรรมการเรียนการสอน 3) ความเข้าใจเกี่ยวกับวงกลมระดับ โครงสร้าง ความเข้าใจระดับนี้ เช่น นักเรียนสามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่างค่าของ h , k และ r ในรูปของสมการรูปมาตรฐานของวงกลมและค่าของ D , E และ F ในรูปของสมการทั่วไปของวงกลม เป็น $F = h^2 + k^2 - r^2$

สุภัทรา เกติมงคล (2550: 33 - 40) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ซึ่งมีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมบัติของวงกลม ระหว่างกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตกับกลุ่มควบคุมที่เรียน โดยไม่ใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต นอกจากนี้ได้ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มทดลอง หลังจากเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่เรียน โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมบัติของวงกลมไม่แตกต่างที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนักเรียนมีความพึงพอใจในการเรียนอยู่ในระดับปานกลาง

เรณูวัฒน์ พงษ์อุทธา (2550: 28 - 30) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลา เจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการจัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเป็นสื่อกับการจัดกิจกรรมตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมด้วยการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเป็นสื่อมีเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมตามปกติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลา ที่เรียนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตในต่างประเทศและในประเทศ จำนวน 8 เรื่อง มีผู้ที่สนใจศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการจัดการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต จำนวน 2 เรื่อง ซึ่งส่วนใหญ่พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนการสอน โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสูงกว่าก่อนเรียน ถึงแม้ว่าจะมีงานวิจัยบางเล่มที่กล่าวว่าค่าเฉลี่ยของผลการสอบหลังเรียนในด้านความรู้ของผู้เรียนไม่แตกต่างกัน แต่สิ่งที่ค้นพบคือ ผู้เรียนที่เรียนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต มีผลการสอบหลังเรียนเกี่ยวกับการตั้งข้อาคเดาสูงกว่า ซึ่งการศึกษาครั้งนี้มีงานวิจัยอีก 2 เล่ม ที่ศึกษาเกี่ยวกับการตั้งข้อาคเดาและพบว่าผู้เรียนสามารถที่จะสืบเสาะ สรุปผลการคาดเดาได้รวดเร็วกว่าการจัดการเรียนโดยปกติ ซึ่งส่งผลให้นักเรียนมีทักษะในการเรียน การแก้ปัญหา และเข้าใจ

ในบทเรียนได้อย่างลึกซึ้ง ส่วนงานวิจัยที่ผู้วิจัยได้ศึกษาอีก 3 เล่ม เป็นการศึกษาเจตคติของวิชาที่เรียนหลังได้รับการสอน พบว่า เรียนที่เรียนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตมีเจตคติวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียน

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการวิจัยดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การวิเคราะห์ข้อมูล

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1 ประชากร คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี กรุงเทพมหานคร จำนวน 15 ห้องเรียน และมีนักเรียน 716 คน แต่ละห้องเรียนจัดนักเรียนแบบความสามารถ

1.2 กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี กรุงเทพมหานคร จำนวน 2 ห้องเรียนมีนักเรียนจำนวน 90 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

2.1 เครื่องมือการวิจัย ประกอบด้วย

2.1.1 แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2.1.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

2.2 ขั้นตอนการสร้างเครื่องมือการวิจัย มีดังนี้

2.2.1 แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1) ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิชาวิทยาศาสตร์และ

เทคโนโลยี (สสวท.) หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียน สุรศักดิ์มนตรี พุทธศักราช 2547 และเอกสารต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาบทเรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

- 2) ศึกษาหลักการทฤษฎี เทคนิควิธีและเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้
- 3) วิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้เพื่อกำหนดโครงสร้างของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ
- 4) เขียนแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 8 แผน มีรายละเอียดดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 3.1 แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ลำดับที่	แผนการจัดการเรียนรู้	จำนวน (ชั่วโมง)
1	ทบทวนสามเหลี่ยมคล้าย ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของค่า sine	1
2	อัตราส่วนตรีโกณมิติของค่า cosine และค่า tangent	1
3	อัตราส่วนตรีโกณมิติของค่า sine ค่า cosine และค่า tangent (ต่อ)	1
4	ส่วนกลับของอัตราส่วนตรีโกณมิติ	1
5	อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° และ 60°	1
6	อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° และ 60° (ต่อ)	1
7	การหาระยะทางความสูงและการนำไปใช้	1
8	การหาระยะทางความสูงและการนำไปใช้ (ต่อ)	1

5) นำแผนการจัดการเรียนรู้ เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของเนื้อหา เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข

6) นำแผนการจัดการเรียนรู้ เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ ดังรายชื่อในภาคผนวก ก เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข

2.2.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

1) ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากเอกสารและตำราทางวิชาการต่างๆ

- 2) วิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ
- 3) สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ เป็นแบบทดสอบ 2 ฉบับ ที่มีลักษณะคู่ขนานกัน
- 4) นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบ ความถูกต้องและความเหมาะสมของเนื้อหา
- 5) ปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามข้อเสนอแนะ ของอาจารย์ที่ปรึกษา และนำแบบทดสอบให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ และด้านวัดผล การศึกษา จำนวน 3 ท่าน (ดังรายชื่อในภาคผนวก ก) ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา โดยการหาค่า ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบแต่ละข้อ กับจุดประสงค์ (Index of Item Objective Congruence: IOC) โดยใช้เกณฑ์ประเมิน ดังนี้
 - + 1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบวัดตรงจุดประสงค์และระดับพฤติกรรม
 - 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบวัดตรงจุดประสงค์และระดับพฤติกรรม
 - 1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบวัดไม่ตรงจุดประสงค์และระดับพฤติกรรม
- 6) นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้ง 2 ฉบับ ที่ได้รับการตรวจ จากผู้เชี่ยวชาญคำนวณค่า IOC พบว่า ค่า IOC ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้ง 2 ฉบับ มีค่า 1.00
- 7) นำแบบทดสอบที่ผ่านการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญแล้ว ไปทดลองใช้ กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 47 คน เพื่อหาค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยง โดยใช้สูตรครุเดอร์ ริชาร์ดสันที่ 20 (KR-20) พบว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน มีค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.15 - 0.91 ค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.00 - 0.85 และมีค่าความเที่ยง 0.86 แบบทดสอบหลังเรียนมีค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.43 - 0.96 ค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง -0.08 - 0.85 และมีค่าความเที่ยง 0.89
- 8) ผู้วิจัยได้นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้ง 2 ฉบับ ที่มีค่าความยาก ไม่อยู่ในช่วง 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนกต่ำกว่า 0.20 ไปปรับปรุงข้อคำถามและตัวเลือกให้ เหมาะสม
- 9) นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้ง 2 ฉบับ ไปทดลองใช้กับ นักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 86 คน เพื่อหาค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยง โดยใช้สูตรครุเดอร์ ริชาร์ดสัน (KR-20) พบว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนมีค่า ความยากอยู่ระหว่าง 0.14-0.79 ค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง -0.17 - 0.87 และมีค่าความเที่ยง 0.87 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนมีค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.31 - 0.78 ค่าอำนาจ จำแนกอยู่ระหว่าง 0.00 - 0.91 และค่าความเที่ยง 0.93

10) ผู้วิจัยได้นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้ง 2 ฉบับ ที่มีค่าความยากไม่อยู่ในช่วง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนกต่ำกว่า 0.20 ไปปรับปรุงข้อคำถามอีกครั้ง

11) นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้ง 2 ฉบับ ไปทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 177 คน เพื่อหาค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยง โดยใช้สูตรคูเดอร์ ริชาร์ดสันที่ 20 (KR-20) พบว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน มีค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.27 - 0.78 ค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.21 - 0.87 และมีค่าความเที่ยง 0.88 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนมีค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.34 - 0.75 ค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.28 - 0.85 และมีค่าความเที่ยง 0.91

12) จัดทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้ง 2 ฉบับ ให้เป็นฉบับสมบูรณ์ เพื่อนำไปใช้เป็นแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

3.1 ทดสอบความรู้ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ เป็นเวลา 1 ชั่วโมง แล้วบันทึกผลการสอบเป็นคะแนนก่อนเรียน

3.2 สอนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ตามแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยได้จัดทำขึ้นจำนวน 8 แผน เป็นเวลา 8 ชั่วโมง โดยจัดการเรียนการสอนวันละ 2 ชั่วโมง เป็นเวลา 4 วัน

3.3 ทดสอบวัดความรู้ของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ เป็นเวลา 1 ชั่วโมง และบันทึกผลการสอบเป็นคะแนนหลังเรียน

3.4 นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ โดยใช้วิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐานการวิจัย

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

4.1 หาค่าสถิติเบื้องต้น ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คะแนนต่ำสุด คะแนนสูงสุด ความเบ้ และความโด่ง

4.2 ทดสอบสมมติฐานการวิจัย ที่กล่าวว่า นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนด้วยสถิติทดสอบที

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่องผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี กรุงเทพมหานคร ได้รับผลการวิเคราะห์ดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์สถิติเบื้องต้นของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
ของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน

ตารางที่ 4.1 ผลการศึกษาระดับสถิติเบื้องต้นของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี ก่อนเรียนและหลังเรียน

กลุ่ม	n	\bar{X}	S	ค่าต่ำสุด	ค่าสูงสุด	ความเบ้	ความโด่ง
ก่อนเรียน	90	10.12	3.51	3	22	0.60	4.37
หลังเรียน	90	16.36	6.88	6	30	0.02	1.80

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากตารางที่ 4.1 พบว่า คะแนนเฉลี่ยของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนเท่ากับ 10.12 คะแนน หลังเรียนเท่ากับ 16.36 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนเท่ากับ 3.51 คะแนน หลังเรียนเท่ากับ 6.88 คะแนน ค่าต่ำสุดของคะแนนแบบทดสอบก่อนเรียนเท่ากับ 3 คะแนน หลังเรียนเท่ากับ 6 คะแนน ค่าสูงสุดของคะแนนของแบบทดสอบก่อนเรียนเท่ากับ 22 คะแนน หลังเรียนเท่ากับ 30 คะแนน ความเบ้ของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนมีค่าเท่ากับ 0.60 หลังเรียนมีค่าเท่ากับ 0.02 และความโด่งของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน มีค่าเท่ากับ 4.37 หลังเรียนมีค่าเท่ากับ 1.80 นั่นคือ ความโด่งของคะแนนก่อนเรียนสูงกว่าหลังเรียน ความเบ้ก่อนเรียนสูงกว่าหลังเรียน ความโด่งก่อนเรียนสูงกว่าหลังเรียน แสดงว่าคะแนนของนักเรียนและกลุ่มอยู่ใกล้ ๆ ค่าเฉลี่ยซึ่งมีค่าเท่ากับ 10.12 คะแนน ส่วนความโด่งของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนมีค่า 1.80 ซึ่งค่าของความโด่งน้อยลง แสดงว่า

การแจกแจงของคะแนนก่อนข้างเบนเกือบสมมาตร แสดงว่า คะแนนสอบของนักเรียนมีการกระจายออกจากค่าเฉลี่ยมากกว่าก่อนเรียน

2. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของกลุ่มตัวอย่างก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 ผลเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของกลุ่มตัวอย่างก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

กลุ่ม	n	\bar{X}	S	\bar{d}	S_d	t
ก่อนเรียน	90	10.12	3.51			
หลังเรียน	90	16.35	6.88	6.23	6.34	9.33*

*p < .05

จากตารางที่ 4.2 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

บทที่ 5

สรุปการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่องผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี กรุงเทพมหานคร ผู้วิจัยขอกล่าวถึงสรุปการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะดังนี้

1. สรุปการวิจัย

1.1 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

1.2 สมมติฐานการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสูงกว่าก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.3 วิธีการดำเนินการวิจัย

1.3.1 กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี กรุงเทพมหานคร จำนวน 2 ห้องเรียน มีนักเรียน 90 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม

1.3.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ

1.3.3 การเก็บรวบรวมข้อมูล

- 1) ทดสอบกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน
- 2) สอนกลุ่มตัวอย่างตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต
- 3) ทดสอบกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน

1.3.4 การวิเคราะห์ข้อมูล

- 1) หาค่าสถิติเบื้องต้น ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คะแนนต่ำสุด คะแนนสูงสุด ความเบ้ และความโค้ง
- 2) ทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่กล่าวว่า นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนด้วย สถิติทดสอบที่

1.3.5 ผลการวิจัย

- 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 10.12 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.50 คะแนน คะแนนต่ำสุด 3 คะแนน คะแนนสูงสุด 22 คะแนน ความเบ้เท่ากับ 0.60 และความโค้งเท่ากับ 4.37 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 16.36 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 6.88 คะแนน คะแนนต่ำสุด 6 คะแนน คะแนนสูงสุด 30 ความเบ้เท่ากับ 0.02 และความโค้งเท่ากับ 1.80
- 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. อภิปรายผล

จากการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้เนื่องจาก

- 1) กิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยจัดขึ้นตามแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเป็นเครื่องมือประกอบการเรียนทำให้ผู้เรียนสามารถมองเห็นภาพที่เป็นภาพเคลื่อนไหว (Animation) ทำการสำรวจ สร้าง และสังเกตความแตกต่างของเนื้อหาในการเรียนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติจากนามธรรม ให้สามารถมองเห็นได้อย่างเป็นรูปธรรม สร้างความเข้าใจที่กระจ่าง ช่วยกระตุ้นผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ทันสมัย ผู้เรียนสามารถทำซ้ำ คำนวณค่าได้อย่างรวดเร็ว โดยไม่ต้องเสียเวลาในการวาดรูปหรือคำนวณค่าเอง ผู้เรียนสามารถวัดมุมหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ หาระยะทางความสูง หาข้อคาดการณ์ และสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนให้เข้าใจได้รวดเร็วขึ้น นอกจากนี้ยังช่วยสร้างบรรยากาศของการเรียนที่ส่งเสริมให้มีการนำเสนอความคิดรวบยอด ผู้เรียนมีโอกาสซักถาม มีปฏิสัมพันธ์กับครูพร้อมๆ กับการเรียน การนำเสนองานความคิดรวบยอด ผู้เรียนมีโอกาสซักถาม มีปฏิสัมพันธ์กับครูพร้อมๆ กับการเรียน การนำเสนองานความคิดรวบยอด ผู้เรียนมีโอกาสซักถาม มีปฏิสัมพันธ์กับครูพร้อมๆ กับการเรียน คำตอบอย่างรวดเร็ว ผู้เรียนส่วนใหญ่พัฒนาความรู้จากเดิมได้มากขึ้น ตอบคำถามในบทเรียนได้

อย่างถูกต้องมากขึ้น รู้สึกสนุกสนานไม่เครียด เมื่อได้ทำใบกิจกรรมที่ผู้วิจัยจัดขึ้น เพื่อเสริมความรู้ที่ผู้วิจัยได้ทำการสอน ทำให้เข้าใจเนื้อหาอย่างลุ่มลึก ซึ่งสอดคล้องกับบุญพล จันทรพล (2551: 79) อ้างถึงใน ออซูเบล (Ausubel. <http://ednel.kku.ac.th/>) ได้ให้ความหมายการเรียนรู้ที่มีความหมาย (Meaningful learning) ว่าเป็นการเรียนรู้ที่ผู้เรียน ได้รับมาจากการที่ผู้สอนอธิบายสิ่งที่จะต้องเรียนรู้ให้ทราบ และผู้เรียนรับฟังด้วยความเข้าใจ โดยผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งที่เรียนรู้กับโครงสร้างทางปัญญาที่ได้เก็บไว้ในความทรงจำ และจะสามารถนำมาใช้ในอนาคต เมื่อนักเรียนเรียนจบแต่ละใบกิจกรรม ผู้วิจัยจะเป็นผู้ตรวจคำตอบแล้วส่งคืนกลับไปให้ผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนทราบคำตอบและวิธีการทำที่ถูกต้อง สอดคล้องกับอำนาจ เชื้อบ่อคำ (2547: 26 - 27) ได้ศึกษาผลการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีจุดมุ่งหมาย เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการเรียน โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลาสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ถึงแม้ว่าคะแนนของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าครั้งหนึ่งของคะแนนเต็มเล็กน้อย นั่นคือ มีค่าเท่ากับ 16.36 คะแนน จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตที่ครูนำมาใช้ในช่วงเวลาสั้น ทำให้นักเรียนมีเวลาฝึกฝนน้อย ประกอบกับเนื้อหาที่เป็นนามธรรม การหาความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติในแต่ละค่านักเรียนต้องจำสูตรให้ได้ และนำไปใช้ในการทำแบบทดสอบ ซึ่งการมีเวลาจำกัด ทำให้นักเรียนได้เรียนเข้าใจ แต่ไม่สามารถนำความรู้มาใช้ได้อย่างเต็มที่ อีกทั้งจำนวนข้อในแบบทดสอบกับเวลาที่ใช้ในการสอบไม่สอดคล้องกัน ทำให้นักเรียนทำข้อสอบไม่ทัน จึงทำให้ผลการสอบที่ปรากฏมีคะแนนเฉลี่ยไม่สูงนัก แต่เมื่อพิจารณาความเบ้และความโด่งของแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน ซึ่งทำให้ทราบว่าความโด่งของคะแนนสอบหลังเรียนมีค่าน้อยลง แสดงว่าผู้เรียนมีความรู้และเข้าใจในเนื้อหาสามารถทำแบบทดสอบได้คะแนนสูงขึ้น การแจกแจงของคะแนนค่อนข้างแบนเกือบสมมาตร แสดงว่า คะแนนสอบของนักเรียนหลังเรียนมีการกระจายออกจากค่าเฉลี่ยมากกว่าก่อนเรียน

2) โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเป็นโปรแกรมที่ง่ายต่อการใช้งานสามารถสร้างรูปได้อย่างรวดเร็ว การสร้างภาพเคลื่อนไหวที่มีสีสันสวยงาม ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้น เกิดความสนใจอยากเรียนรู้ ซึ่งกฤษณี กาศิษา. (2550: 27 - 30) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต นักเรียนมีความเข้าใจในระดับต่าง ๆ มากขึ้น สามารถเข้าใจเรขาคณิตใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตในระดับกระบวนการ โครงสร้าง เขียนความสัมพันธ์ และสรุปความสัมพันธ์ ความสามารถของโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตด้านต่าง ๆ ทำให้เข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่องต่าง ๆ ได้ง่ายขึ้น เช่น การแปลง การเลื่อนขนาน การหมุน การสะท้อน ภาคตัดกรวย

อัตราส่วนตรีโกณมิติ ทำให้ผู้เรียนเกิดทักษะในการนึกภาพในสมอง (Visualize Skills) เกิดทักษะการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Modeling) ทำให้มีทักษะการคาดเดาที่สามารถนำไปสู่การพิสูจน์ เข้าใจเนื้อหาได้ง่าย และมีความคงทนในการจำดีกว่าการเรียนทั่วไป ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนสูงขึ้น สังเกตได้จากการจัดการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นในขั้นตอนของการทบทวนความรู้เรื่องสามเหลี่ยมคล้าย ผู้วิจัยไม่ต้องเสียเวลาในการวาดรูป และวัดขนาดของมุมเพื่อการพิสูจน์ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสามารถเคลื่อนไหวให้ผู้เรียนได้เห็นถึงการเท่ากันของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปได้อย่างรวดเร็ว และช่วยบอกขนาดของมุมทั้งสอง เมื่อผู้วิจัยได้เปลี่ยนรูปร่างของรูปสามเหลี่ยม ขนาดของมุมจะเปลี่ยนไปตามรูปแบบที่สร้างขึ้น นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ของสิ่งที่ได้มองเห็น และเมื่อผู้วิจัยได้กล่าวถึงการหาความสัมพันธ์ของอัตราส่วนแต่ละคู่ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต สามารถสำรวจค่าตัวเลขของอัตราส่วนที่สมนัยแต่ละคู่ ช่วยเพิ่มความจำให้ผู้เรียนมากขึ้น ทำให้ผู้วิจัยสอนความรู้ใหม่ให้กับผู้เรียนได้อย่างรวดเร็ว ถึงแม้ว่าจะมีผู้เรียนบางคนเรียนช้า การทบทวนหรือการอธิบายซ้ำไม่ได้ ทำให้เสียเวลาในการจัดการเรียนการสอน สามารถทำได้อย่างรวดเร็ว และจัดการเรียนการสอนได้ครบตามแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์ที่ดี มีการซักถาม ตอบคำถามได้อย่างรวดเร็ว ผู้วิจัยได้ตรวจสอบความรู้ของผู้เรียนได้ทุกคน โดยไม่เสียเวลามากนัก นอกจากนี้การสอบวัดความรู้หลังเรียนกับจำนวนข้อสอบไม่สอดคล้องกัน จึงอาจเป็นสาเหตุอีกประการหนึ่งที่ทำให้ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบหลังเรียนสูงกว่าครั้งหนึ่งไม่มากนัก แต่การจัดการเรียนการสอน โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสร้างความเข้าใจให้กับผู้เรียนเป็นส่วนใหญ่ สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดในใบกิจกรรมหลังจากการจัดการเรียนการสอน ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจในเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติเป็นอย่างดี จากการสอบถามนักเรียนบางคน พบว่า ก่อนที่จะเริ่มเรียนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งเป็นเรื่องที่ไม่เคยเรียนมาก่อน มีความรู้สึกกังวลใจ และต้องย้ายสถานที่เรียน ทำให้มีความกังวลใจมากขึ้น เนื่องจากผู้เรียนชินกับการเรียนการสอนโดยปกติ ซึ่งครูเป็นผู้บอก แต่เมื่อได้เริ่มเรียน จะมีความรู้สึกที่ดีขึ้น เข้าใจในบทเรียนมากขึ้นกว่าการเรียนปกติ นักเรียนที่เรียนต่างกัน ไม่ต้องเสียเวลารอเพื่อน ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาผู้เรียนที่มีความแตกต่างระหว่างบุคคลได้เป็นอย่างดี

3. ข้อเสนอแนะ

3.1 ข้อเสนอแนะในการนำผลวิจัยไปใช้

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นเครื่องมือประกอบการสอน ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังนี้

3.1.1 ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครูผู้สอนควรเตรียมตัวให้พร้อมในการจัดการเรียนรู้ด้วยการค้นคว้าหาความรู้เกี่ยวกับ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ฝึกสร้างรูป และฝึกทำตามคำสั่งให้ครบทุกคำสั่ง ในการดำเนินการจัดการเรียนการสอน ครูผู้สอนต้องมีความคล่องแคล่วในการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอย่างแม่นยำ และรวดเร็ว เพื่อให้การดำเนินการจัดกิจกรรมเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ

3.1.2 ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้ ครูผู้สอนต้องคำนึงถึงระยะเวลาในการจัดการเรียนการสอน เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ในเนื้อหา และทำกิจกรรมต่าง ๆ ที่เหมาะสม ไม่มากเกินไปหรือน้อยเกินไป เพื่อให้ผู้เรียนได้เข้าใจเนื้อหาและทักษะต่าง ๆ มากขึ้น

3.1.3 ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ครูผู้สอนต้องคำนึงว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเป็นเพียงเทคโนโลยีที่เป็นส่วนหนึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ไม่สามารถที่จะแทนครูได้ ดังนั้นครูผู้สอนยังคงมีบทบาทเป็นผู้แนะนำ แก้ปัญหาให้กับนักเรียนในระหว่างดำเนินการกิจกรรม

3.2 ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

3.2.1 ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการนำโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตไปใช้สอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับเนื้อหาเชิงเรขาคณิตหรือพีชคณิตในเรื่องอื่น ๆ เช่น การแปลง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ความคล้าย พื้นที่ผิวและปริมาตร เวกเตอร์ และการสร้างกราฟของฟังก์ชันต่าง ๆ

3.2.2 ควรทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบระหว่างการสอนคณิตศาสตร์ในเนื้อหาต่าง ๆ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตกับกิจกรรมการสอนแบบปกติ

3.2.3 ควรทำการวิจัยโดยนำโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตไปศึกษากับตัวแปรอื่น ๆ เช่น เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กฤษฎี กาสิชา (2550) “การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องวงกลม โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad” วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น
- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (2545) คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ หลักสูตร การศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 กรุงเทพมหานคร องค์การรับส่งสินค้าและ วัสดุภัณฑ์
- กรรณิการ์ ผาสุข (2549) “การเปรียบเทียบผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างการเรียนด้วยบทเรียน คอมพิวเตอร์กับการเรียนประกอบโปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP)” วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาเทคโนโลยีการศึกษา บัณฑิต วิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
- กองวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนเตรียมทหาร (2552) การใช้โปรแกรม *The geometer’s sketchpad (GPS)* เบื้องต้น กรุงเทพมหานคร สถาบันป้องกันประเทศ กองบัญชาการกองทัพไทย
- บุญพล จันทรพอย (2551) “ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติโดยโปรแกรม C.A.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4” วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- ปานทอง กุลนาถศิริ (2549) การจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 ค้นคืนวันที่ 5 ธันวาคม 2549 จาก http://www.ipst.ac.th/pri_math/article/article3.html
- ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ (2546) การปฏิรูปกระบวนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียน โดยเน้นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ขอนแก่น ขอนแก่นการพิมพ์
- เรณูวัฒน์ พงษ์อุทธา (2550) “การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา เจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการจัดการกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad เป็นสื่อกับการจัดกิจกรรมตามปกติ” วิทยานิพนธ์ปริญญา การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยการศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย มหาสารคาม

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (2548) *คู่มืออ้างอิง The Geometer's Sketchpad ซอฟต์แวร์สำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต* กรุงเทพมหานคร สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
- สุนทรีย์ สวางค์นาม (2550) “การพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นตรงโดยใช้ The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้” วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น
- สภัทรา เกิดมงคล (2550) “กิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3” วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- สิริพร ทิพย์คง (2545) *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์* กรุงเทพมหานคร พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.)
- สุชาวดี เอี่ยมอรพรรณ (2547) *การจัดการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP ในประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์* กรุงเทพมหานคร บพิธการพิมพ์.
- อนันต์ จันทรภักดิ์ (2537) *การวัดผล และประเมินผลการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์* นนทบุรี สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช
- อำนาจ เชื้อบ่อคา (2547) “ผลของการใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3” วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Ausubel, David P. (1968). *Educational Psychology: A Cognitive View*. New York: Holt Rinehart and Winston Inc.
- NCTM. (1989). “Curriculum and Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics.” In *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. pp. 643 - 685. Ed. By Benjamin S. Bloom. New York: McGraw-Hill.
- Hsich, C. (1993). “Learning about Linear Functions in Dynamic visual computer Environments.” A Dissertation Submitted to the Graduate Faculty of The University of Georgia in partial Fulfillment of the Requirements of the Degree Doctor of Philosophy, Athens Georgia.

- Wilson, James W. (1997). *Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics, Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. New York: McGraw-Hill Book Company.
- Lester, Margaret Lynn. (1996, December). "The Effects of The Geometer's Sketchpad Software on Achievement of Geometric Knowledge of High School Geometry Students." *Dissertation Abstracts International*. 57, 6:2343-A.
- Yousef, Adil Eltayeb. (1997, November). "The Effects of The Geometer's Sketchpad on The Attitude Toward Geometry of High School Students." *Dissertation Abstracts International*. 58, 5: 1631 - A.
- Galindo, Enrique. (1998, January). "Assessing Justification and Proof in Geometry Classes Taught Using Dynamic Software." *The Mathematics Teacher*. 91, 1:76 - 82.
- Shigalis, Thomas W. (1998, February). "Finding Buried Treasure An Application of The Geometer's Sketchpad." *The Mathematics Teacher*. 90, 2: 162 - 165.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบความสอดคล้องด้านเนื้อหาในแผนการจัดการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียนจำนวน 2 ฉบับ ที่มีลักษณะถ่วงน้ำหนัก

1. นางสาวพรจันทร์ ล่องสกุล
ครูชำนาญการพิเศษ
โรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. นายอุทัย ธีวชิสิน
ครูชำนาญการ
โรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
3. นางสาวรณมา อินทร์ฉาย
ครูชำนาญการ
โรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ภาคผนวก ข

แผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

จำนวน 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

คำว่าตรีโกณมิติ ตรงกับคำภาษาอังกฤษ Trigonometry หมายถึง การวัดรูปสามเหลี่ยม ได้มีการนำความรู้วิชาตรีโกณมิติไปใช้ในการหาระยะทาง มุม และทิศทางที่ยากแก่การวัด โดยตรง เช่น การหาความสูงของต้นไม้ อาคาร การหาความกว้างของแม่น้ำ เป็นต้น

อัตราส่วนตรีโกณมิติ เป็นความสัมพันธ์ของด้านแต่ละคู่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งประกอบด้วยอัตราส่วนตรีโกณมิติ 3 อัตราส่วนดังนี้

$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}$$

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

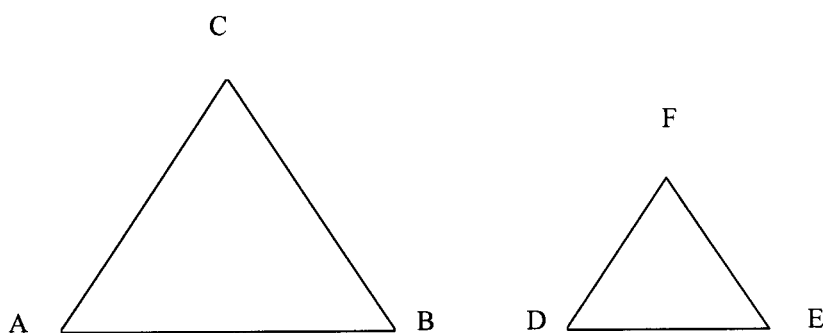
1. บอกความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้
2. หาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้ได้

สาระการเรียนรู้

รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันก็ต่อเมื่อรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมี

1. ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ ทุกคู่
2. อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

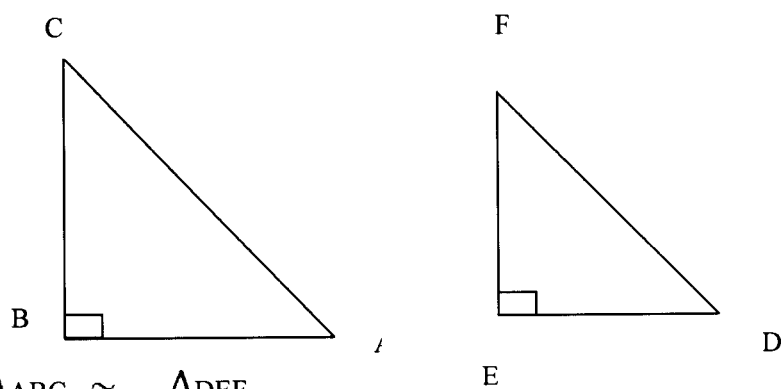


จากรูป กำหนดให้ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

ดังนั้น $\hat{A} = \hat{D}$, $\hat{B} = \hat{E}$ และ $\hat{C} = \hat{F}$

และ $\frac{AC}{DF} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนอัตราส่วนของความยาวด้านคู่ที่สมนัยจากรูปสามเหลี่ยมคล้ายที่กำหนดให้



จากรูป $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

$\hat{A} = \hat{D}$, $\hat{C} = \hat{F}$ และ $\hat{B} = \hat{E}$

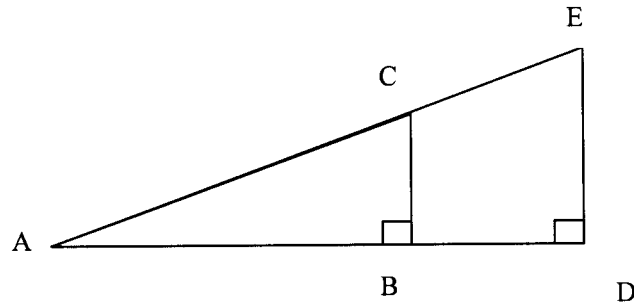
ดังนั้น $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

ถ้า $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ แล้ว $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$

ถ้า $\frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ แล้ว $\frac{BC}{AC} = \frac{EF}{DF}$

ถ้า $\frac{AC}{DF} = \frac{AB}{DE}$ แล้ว $\frac{AC}{AB} = \frac{DF}{DE}$

3. จงเขียนอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัย จากรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้
กำหนดให้ $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ มุม ABC และมุม ADE เป็นมุมฉาก



จากรูป $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

ดังนั้น $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$

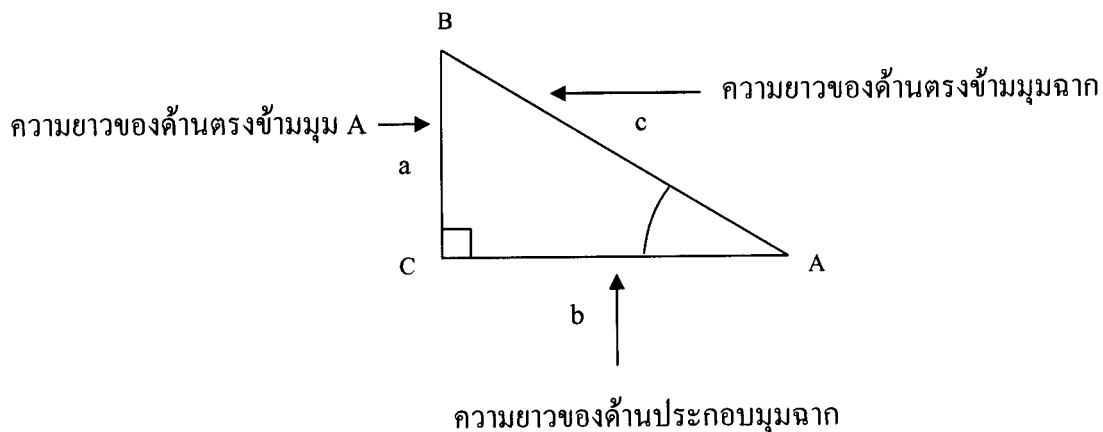
ถ้า $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ แล้ว $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$

ถ้า $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$ แล้ว $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DE}$

ถ้า $\frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$ แล้ว $\frac{AC}{BC} = \frac{AE}{DE}$

อัตราส่วนตรีโกณมิติ

จากหลักการของรูปสามเหลี่ยมคล้าย ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ ถ้ามีมุมเท่ากัน 3 มุม
มุมต่อมุม ย่อมทำให้อัตราส่วนของด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมที่เท่ากันมีค่าเท่ากันเสมอ จากรูป ,
 $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , $\angle C = 90^\circ$

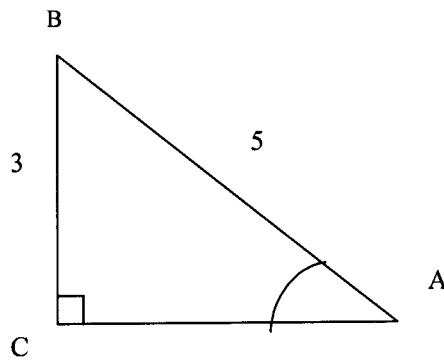


ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ยี่มุมแหลมมุมหนึ่งเป็นมุมหลัก อัตราส่วนตรีโกณมิติ มีดังต่อไปนี้

$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$\begin{aligned} \text{จากรูป } \sin A &= \frac{a}{b} \\ \sin B &= \frac{b}{c} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1 จากรูป ; $\triangle ABC$ เป็นรูป \triangle มุมฉาก , $\widehat{ACB} = 90^\circ$ (ตัวเลขที่กำกับแทนความยาวของด้าน)



จงหา $\sin A$ และ $\sin B$

วิธีทำ จากรูป $\triangle ABC$, $\widehat{ACB} = 90^\circ$

AB แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

BC แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุม A

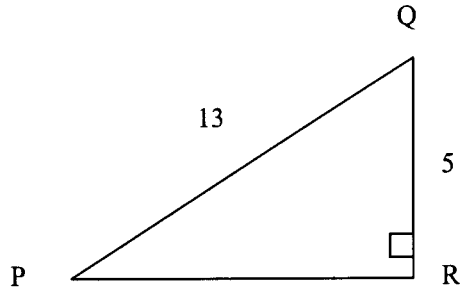
AC แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุม B

$$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5}$$

$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5}$$

ตัวอย่างที่ 2 จากรูป ; ΔPQR เป็นรูป Δ มุมฉาก , $\angle PRQ = 90^\circ$ (ตัวเลขที่กำกับแทนความยาวของด้าน)

จงหา $\sin P$ และ $\sin Q$



วิธีทำ จากรูป ΔPQR , $\angle PRQ = 90^\circ$

PQ แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

QR แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุม P

PR แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุม Q

$$\sin P = \frac{QR}{PQ} = \frac{5}{13}$$

$$\sin Q = \frac{PR}{PQ} = \frac{12}{13}$$

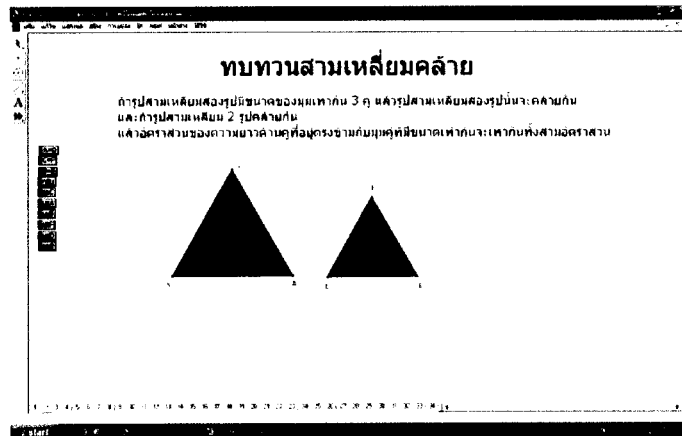
กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูสนทนาเกี่ยวกับเรื่องทั่วไปของโรงเรียน เช่น อาคาร สถานที่ ต้นไม้ใหญ่ๆ เสาธงของโรงเรียน เงามองเสาธง เงามองอาคาร เงามองต้นไม้ ฯลฯ ให้นักเรียนวาดภาพของอาคารกับเงาของอาคาร เสาธงกับเงา และต้นไม้กับเงาของต้นไม้ ครูใช้คำถามดังนี้

- ตัวอย่างคำถาม - เงามองต้นไม้เกี่ยวข้องกับความสูงของต้นไม้อย่างไร
- มีวิธีใดในการหาความสูง

ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนหาคำตอบ ซึ่งได้แนวคิดที่หลากหลาย และได้เสนอแนวทางในการหาคำตอบ โดยการใช้ความรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งเป็นเรื่องของการหาความยาวของด้าน เมื่อกำหนดความยาวของด้านและมุมให้

2. ครูทบทวนความรู้เดิม เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมคล้าย โดยเปิดโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตรูปที่ 1



ให้นักเรียนตอบคำถามเกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายโดยช่วยกันอภิปราย ซึ่งสรุปความได้ว่า

“รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันก็ต่อเมื่อมุมที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมเท่ากันทุกคู่”

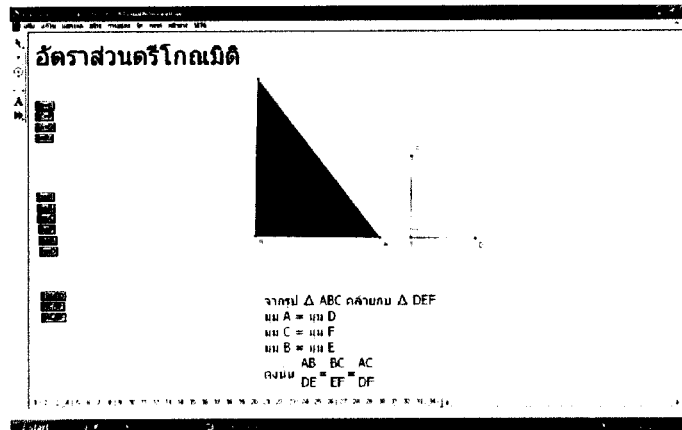
ครูใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต วัดขนาดของมุมที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปแต่ละคู่ หลังจากนั้นใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตเคลื่อนรูปให้จุด D เคลื่อนไปทับจุด A และเคลื่อนต่อไปทั้ง 3 มุม เพื่อแสดงการเท่ากันของมุมทั้ง 3 คู่

3. ครูใช้คำถามดังนี้ “เมื่อเราทราบว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันแล้วนักเรียนบอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายได้หรือไม่” ให้ช่วยกันอภิปรายและครูรวบรวมคำตอบของนักเรียนและให้นักเรียนเขียนสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายนั่นคือ “อัตราส่วนของความยาวด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากัน”

4. ให้นักเรียนช่วยกันแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันและครูใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต วัดความยาวและอัตราส่วนของด้านของรูปสามเหลี่ยมที่สมนัยแต่ละคู่ เพื่อเป็นการยืนยันการเท่ากันของอัตราส่วนทั้ง 3 คู่

5. ให้นักเรียนตอบคำถาม จากตัวอย่างที่ 1 และบอกอัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมที่สมนัยกันทั้ง 3 คู่

6. ครูใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต แสดงค่าการเท่ากัน ของมุมและอัตราส่วนในแต่ละคู่



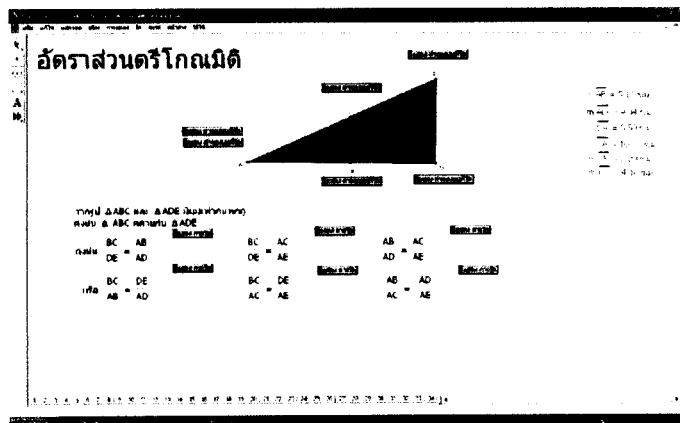
7. ให้นักเรียนนำอัตราส่วนแต่ละคู่มาหาความสัมพันธ์ เช่น

$$\text{ถ้า } \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} \text{ แล้ว } \frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$$

และให้หาความสัมพันธ์ของอัตราส่วนคู่อื่นๆ ทุกคู่

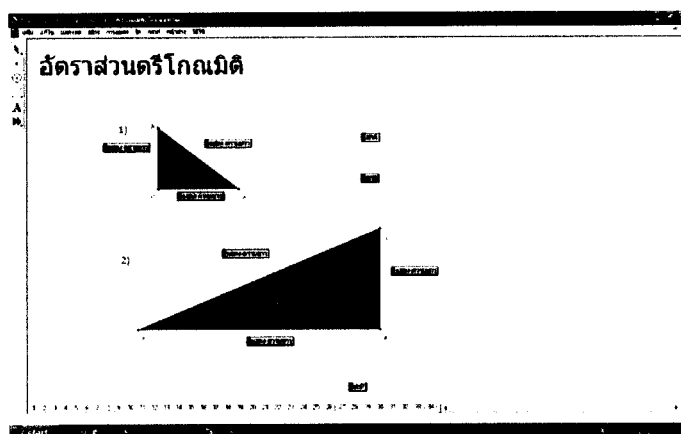
8. ครูใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต แสดงการเท่ากันของอัตราส่วนที่หาได้แต่ละคู่ เพื่อเป็นการยืนยันคำตอบและเมื่อครูเปลี่ยนขนาดของรูปให้เล็กลงหรือเพิ่มขึ้น ค่าอัตราส่วนจะเปลี่ยนแปลงไปตามรูป

9. ให้นักเรียนตอบคำถามจากตัวอย่างที่ 2 หาความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติและครูใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต แสดงค่าการเท่ากันของอัตราส่วนแต่ละคู่



10. ครูเชื่อมโยงความรู้ เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เข้าสู่ เรื่องของอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้ภาพแสดงส่วนต่างๆ เช่น ด้านตรงข้ามมุม ด้านประชิดมุม และด้านตรงข้ามมุมฉาก พร้อมบอกนิยามค่าไซน์

11. ครูใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต แสดงค่าไซน์ (sine) ของมุม A หรือ $\sin A$ ดังนี้



ให้นักเรียนบอกค่า $\sin A$ เมื่อนักเรียนตอบครูใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต โดยคลิกที่ด้านตรงข้ามมุม A และด้านตรงข้ามมุมฉาก เพื่อวัดอัตราส่วน หลังจากนั้นจึงไปคลิกที่ปุ่ม $\sin A$ เพื่อยืนยันคำตอบของนักเรียนและครูให้นักเรียนตอบค่าไซน์ของมุมอื่น ๆ และทำเช่นเดียวกัน

12. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปทบทวน ดังนี้

รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันก็ต่อเมื่อรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้น มีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ ทุกคู่ และอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

ไซน์ (sine) ของมุม A หรือ $\sin A$ หมายถึง ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A หารด้วยความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

$$\text{ดังนั้น } \sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

สื่อการเรียนรู้

1. สื่อจากโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต
2. ใบกิจกรรมที่ 1

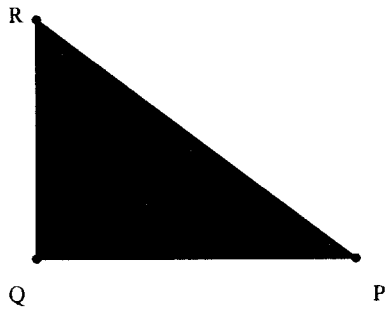
การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตความสนใจ
2. สังเกตการตอบคำถามและการอภิปรายร่วมกัน
3. สังเกตการทำกิจกรรมที่ได้รับร่วมกัน

ใบกิจกรรมที่ 1

จงเติมคำตอบในช่องว่างให้ถูกต้อง

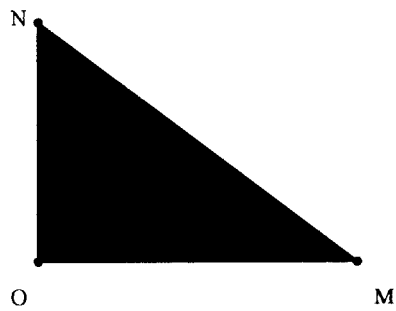
1. จากรูป $\triangle PQR$, $\widehat{PQR} = 90^\circ$



$$\sin P = \dots\dots\dots$$

$$\sin R = \dots\dots\dots$$

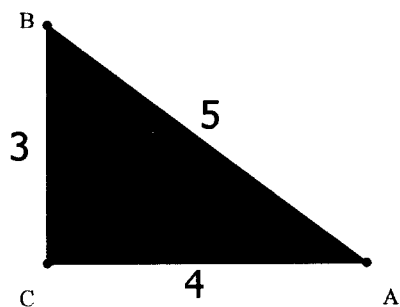
- จากรูป $\triangle MON$, $\widehat{MON} = 90^\circ$



$$\sin M = \dots\dots\dots$$

$$\sin N = \dots\dots\dots$$

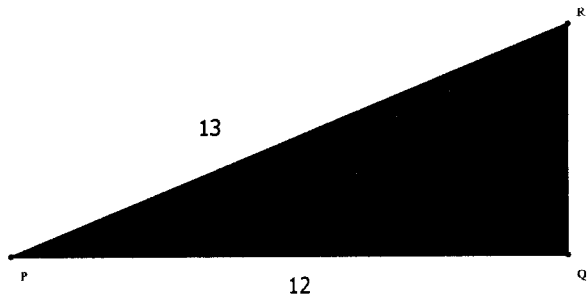
2. จากรูป $\triangle ABC$, $\widehat{ACB} = 90^\circ$ (ตัวเลขที่กำกับแทนความยาวของด้าน)



$$\sin A = \dots\dots\dots$$

$$\sin B = \dots\dots\dots$$

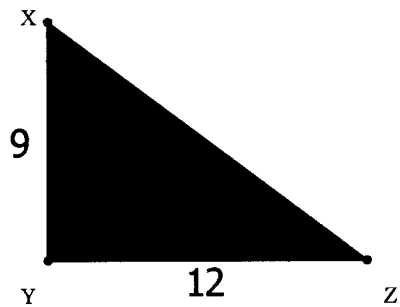
จากรูป ΔPQC , $\widehat{PQR} = 90^\circ$ (ตัวเลขที่กำกับแทนความยาวด้าน)



$\sin P = \dots\dots\dots$

$\sin R = \dots\dots\dots$

3. จากรูป ΔXYZ , $\widehat{XYZ} = 90^\circ$ ถ้า XY ยาว 9 หน่วย , YZ ยาว 12 หน่วย



3.1) จงหา XZ,

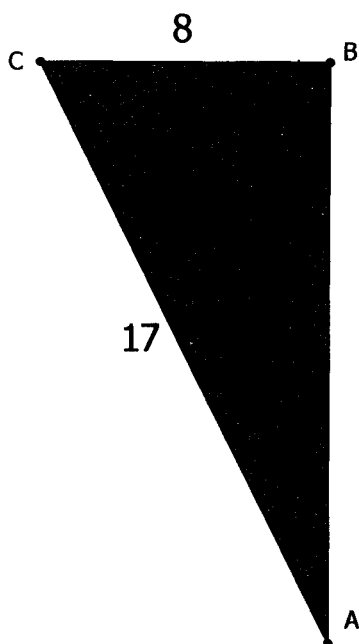
.....

.....

3.2) $\sin X = \dots\dots\dots$

$\sin Z = \dots\dots\dots$

4. จากรูป ΔABC , $\widehat{ABC} = 90^\circ$, ถ้า BC ยาว 8 หน่วย AC ยาว 17 หน่วย



4.1) จงหา AB,

.....

.....

4.2) $\sin A = \dots\dots\dots$

$\sin C = \dots\dots\dots$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

จำนวน 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

คำว่าตรีโกณมิติ ตรงกับคำภาษาอังกฤษ Trigonometry หมายถึง การวัดรูปสามเหลี่ยม ได้มีการนำความรู้วิชาตรีโกณมิติไปใช้ในการหาระยะทาง มุม และทิศทางที่ยากแก่การวัด โดยตรง เช่น การหาความสูงของต้นไม้ อาคาร การหาความกว้างของแม่น้ำ เป็นต้น

อัตราส่วนตรีโกณมิติ เป็นความสัมพันธ์ของด้านแต่ละคู่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งประกอบด้วยอัตราส่วนตรีโกณมิติ 3 อัตราส่วนดังนี้

$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

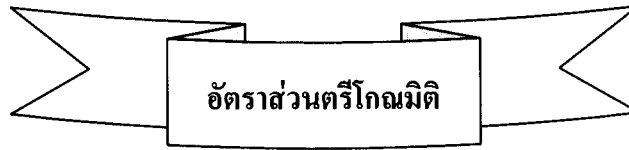
$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}$$

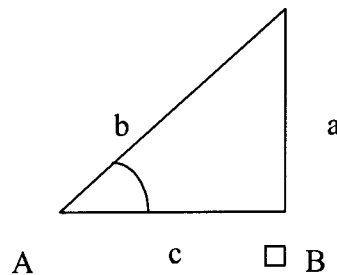
จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้
2. หาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้ได้

สาระการเรียนรู้



อัตราส่วนตรีโกณมิติ (Trigonometry) คือ อัตราส่วนของความยาวของด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก



จากรูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีมุม B เป็นมุมฉาก และมุม A เป็นมุมหลัก โดยอัตราส่วนของความยาวของด้านทั้งสาม มีชื่อเรียกดังนี้

$\frac{a}{c}$	เรียกว่า	ไซน์ (sine) ของมุม A นิยมเขียน sinA
$\frac{b}{c}$	เรียกว่า	โคไซน์ (cosine) ของมุม A นิยมเขียน cosA
$\frac{a}{b}$	เรียกว่า	แทนเจนต์ (tangent) ของมุม A นิยมเขียน tanA

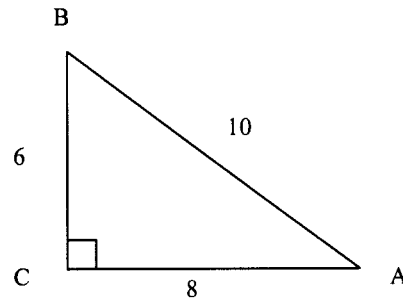
สามารถสรุปบทนิยามของไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ เฉพาะกรณีที่ A เป็นมุมแหลมได้ดังนี้

ไซน์ของมุม A คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

โคไซน์ของมุม A คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

แทนเจนต์ของมุม A คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$

ตัวอย่างที่ 1 จากรูป ; $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม ACB เป็นมุมฉาก
(ตัวเลขที่กำกับแทนความยาวของด้าน) จงหา $\cos A$ และ $\cos B$



วิธีทำ จากรูป $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$

AB แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

AC แทนความยาวของด้านประชิดมุม A

BC แทนความยาวของด้านประชิดมุม B

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} \quad \cos B = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม B}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

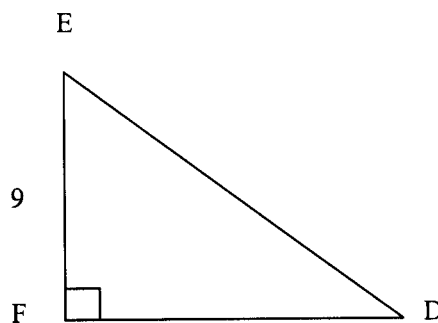
$$\cos A = \frac{AC}{AB} \quad \cos B = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos A = \frac{8}{10} = 0.8 \quad \cos B = \frac{6}{10} = 0.6$$

ตัวอย่างที่ 2 จากรูป ; $\triangle DEF$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม DFE เป็นมุมฉาก

DF ยาว 12 หน่วย , EF ยาว 9 หน่วย

จงหา $\cos D$ และ $\cos E$



วิธีทำ จากรูป $\triangle DEF$, $\angle DFE = 90^\circ$

DF แทนความยาวของด้านประชิดมุม D

ยาว 12 หน่วย

EF แทนความยาวของด้านประชิดมุม E

หา DE , ใช้ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

$$\begin{aligned} DE^2 &= 9^2 + 12^2 \\ &= 81 + 144 \\ &= 225 \end{aligned}$$

$$DE = 15$$

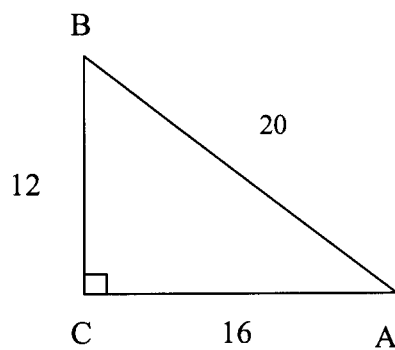
$$\text{ดังนั้น } \cos D = \frac{DF}{DE} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 0.8$$

$$\cos E = \frac{EF}{DE} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} = 0.6$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาค่าแทนเจนต์ (tangent) ของมุม A หรือ $\tan A$

จากรูป \triangle สองรูปต่อไปนี้ (ให้ตัวเลขที่กำกับแทนความยาวของด้าน)

3.1) รูป $\triangle ABC$ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม ACB เป็นมุมฉาก



วิธีทำ จากรูป $\triangle ABC$, มุม ACB เป็นมุมฉาก

AC แทนความยาวของด้านประชิดมุม A

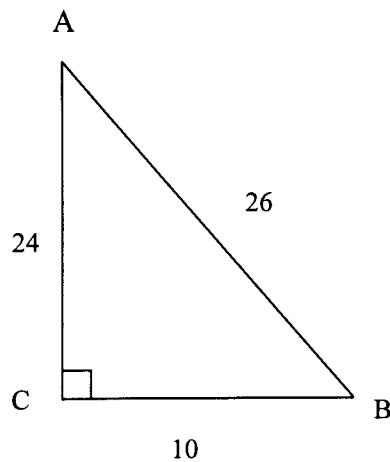
BC แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุม A

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}$$

$$\tan A = \frac{BC}{AC}$$

$$\tan A = \frac{16}{12} = \frac{4}{3} = 1.33$$

3.2) รูป $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม ACB เป็นมุมฉาก



วิธีทำ จากรูป $\triangle ABC$, $\widehat{ACB} = 90^\circ$

$$\tan A = \frac{BC}{AC}$$

$$\tan A = \frac{10}{24} = 0.42$$

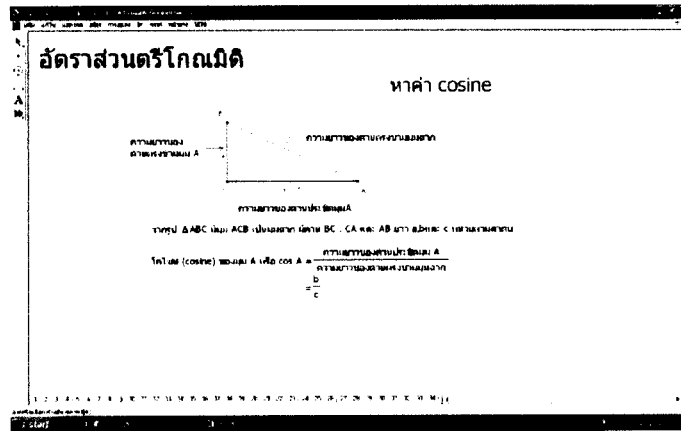
$$\tan A = \frac{AC}{BC}$$

$$\tan A = \frac{16}{12} = \frac{4}{3} = 1.33$$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

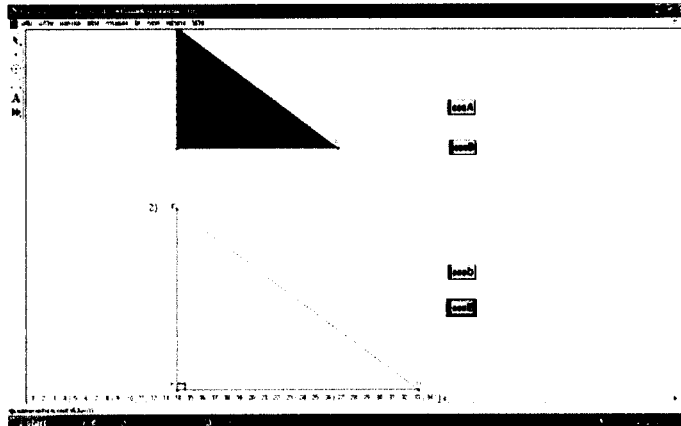
1. ครูสนทนาเกี่ยวกับเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ได้เรียนในคาบที่แล้ว และให้นักเรียนร่วมกันตอบคำถาม ในใบกิจกรรมที่ 2.1 และครูใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต ทบทวนค่า sine ของมุมต่างๆ

2. ให้นักเรียนพิจารณาค่า cosine ของมุมจากโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตและตอบคำถามพร้อมกัน

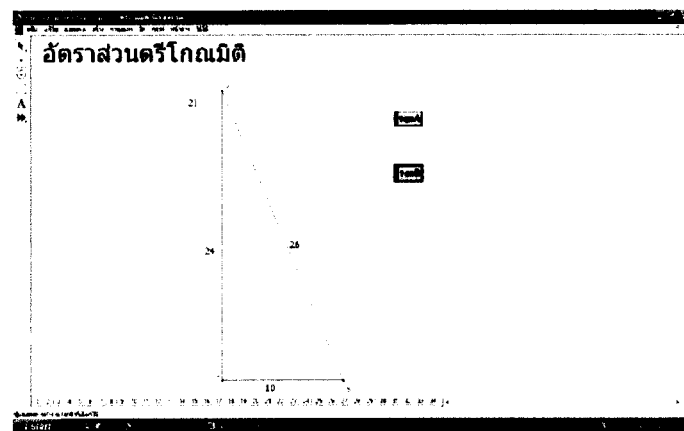
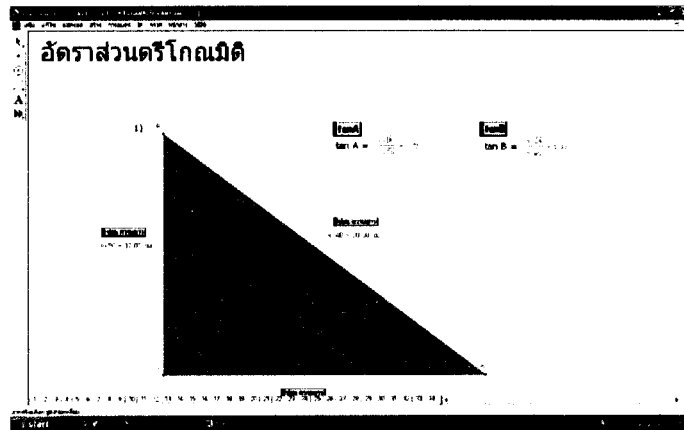


3. ครูอธิบายค่า cosine ของมุมโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตและใช้คำถามให้นักเรียนตอบพร้อม แสดงค่าที่ถูกต้อง นอกจากนี้ครูได้แสดงการวัดความยาวด้านและแสดงค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของ cosine ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดความยาวด้านมาให้ จากตัวอย่างที่ 1 และ 2

ในขณะที่นักเรียนตอบครูจะใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตคลิกที่ด้านแต่ละคู่ พร้อมวัดอัตราส่วนเมื่อทราบค่าอัตราส่วนแล้วจึงคลิกที่ปุ่มเฉลยคำตอบ เพื่อยืนยันคำตอบที่นักเรียนตอบมาได้ถูกต้อง



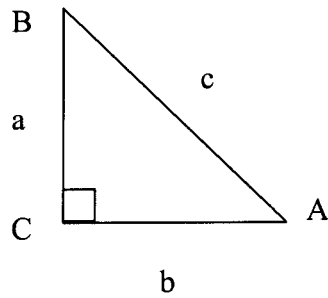
4. ให้นักเรียนพิจารณาค่า tangent จากโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตและตอบคำถามจากตัวอย่างที่ 3 โดยครูแสดงการวัดความยาวด้านต่างๆ พร้อมค่าอัตราส่วนของความยาวด้านที่เป็นค่า tangent ของมุม



5. ครูอธิบายการหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติทั้ง 3 ค่า โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต และใช้คำถามให้นักเรียนตรวจสอบความเข้าใจ และแก่นักเรียนที่ตอบผิด โดยให้คิดย้อนทวนใหม่เกี่ยวกับนิยามของค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติแต่ละค่าเป็นอย่างไร แล้วให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบ โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนตอบได้ถูกต้อง

6. ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 2.2 และให้นักเรียนตอบเป็นรายบุคคล พร้อมใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต เฉลยคำตอบ

7. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียน ดั่งนี้บทเรียน ดังนี้



จากรูป $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, a, b และ c แทนความยาวของด้านทั้งหมด

$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{a}{c}$$

$$\sin A = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}}$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{b}{c}$$

$$\cos A = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \frac{a}{b}$$

$$\tan A = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}}$$

สื่อการเรียนรู้

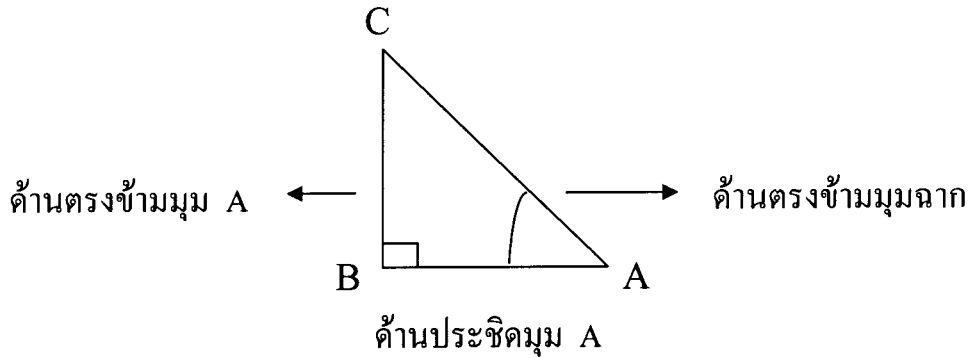
1. สื่อจากโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต
2. ใบกิจกรรมที่ 2.1 และ 2.2

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตความสนใจ
2. สังเกตการตอบคำถามและการอภิปรายร่วมกัน
3. สังเกตการทำกิจกรรมที่ได้รับร่วมกัน

ใบกิจกรรมที่ 2.1

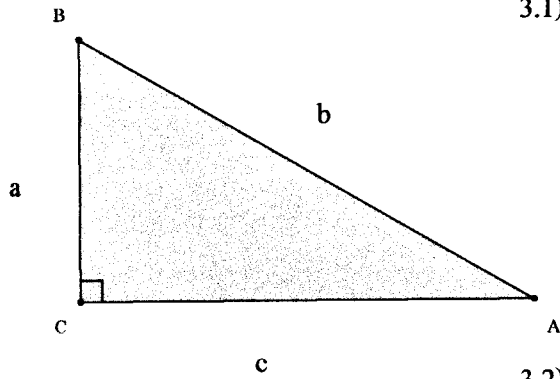
ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้องตามตัวอย่าง



1.		<p>a เรียกว่า ด้าน.....</p> <p>b เรียกว่า ด้าน.....</p> <p>c เรียกว่า ด้าน.....</p>
2.		<p>a เรียกว่า ด้าน.....</p> <p>b เรียกว่า ด้าน.....</p> <p>c เรียกว่า ด้าน.....</p>
3.		<p>a เรียกว่า ด้าน.....</p> <p>b เรียกว่า ด้าน.....</p> <p>c เรียกว่า ด้าน.....</p>

ใบกิจกรรมที่ 2.2

1. จากรูป $\triangle ABC$ เป็นรูป \triangle มุมฉาก , $\widehat{ACB} = 90^\circ$ (ความยาวของด้านคือตัวอักษรที่กำกับ)



3.1) จงหา $\sin A = \dots\dots\dots$

$\cos A = \dots\dots\dots$

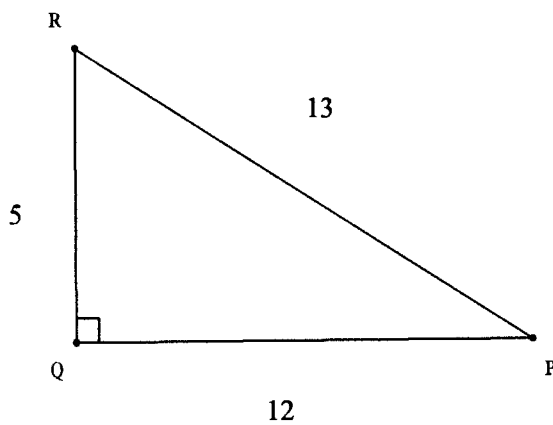
$\tan A = \dots\dots\dots$

3.2) $\sin B = \dots\dots\dots$

$\cos B = \dots\dots\dots$

$\tan B = \dots\dots\dots$

2. จากรูป $\triangle PQR$ เป็นรูป \triangle มุมฉาก , $\widehat{PQR} = 90^\circ$



2.1) จงหา $\sin P = \dots\dots\dots$

$\cos P = \dots\dots\dots$

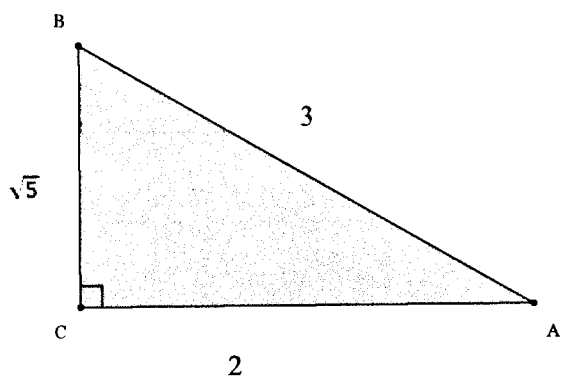
$\tan P = \dots\dots\dots$

2.2) จงหา $\sin R = \dots\dots\dots$

$\cos R = \dots\dots\dots$

$\tan R = \dots\dots\dots$

3. จงหารูป $\triangle ABC$ เป็นรูป \triangle มุมฉาก , $\widehat{ACB} = 90^\circ$



3.1) จงหา $\sin A = \dots\dots$

$\cos A = \dots\dots$

$\tan A = \dots\dots$

3.2) จงหา $\sin B = \dots\dots$

$\cos B = \dots\dots$

$\tan B = \dots\dots$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

จำนวน 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

อัตราส่วนตรีโกณมิติเป็นความสัมพันธ์ของแต่ละคู่ของสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งประกอบด้วยอัตราส่วนตรีโกณมิติ 3 อัตราส่วน ดังนี้

$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

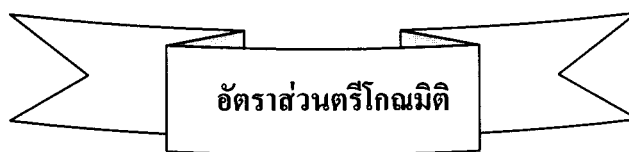
$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}$$

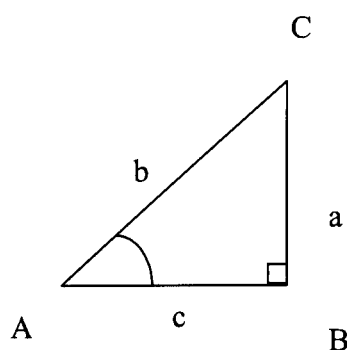
จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้
2. หาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้ได้

สาระการเรียนรู้



อัตราส่วนตรีโกณมิติ (Trigonometry) คือ อัตราส่วนของความยาวของด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก



จากรูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีมุม B เป็นมุมฉาก และมุม A เป็นมุมหลัก โดยอัตราส่วนของความยาวของด้านทั้งสาม มีชื่อเรียกดังนี้

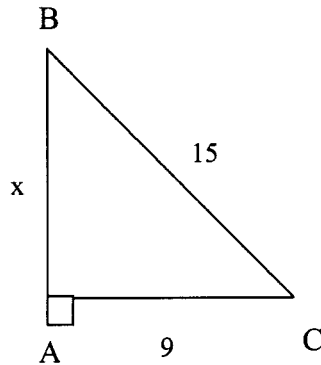
$\frac{a}{c}$	เรียกว่า	ไซน์ (sine) ของมุม A นิยมเขียน $\sin A$
$\frac{b}{c}$	เรียกว่า	โคไซน์ (cosine) ของมุม A นิยมเขียน $\cos A$
$\frac{a}{b}$	เรียกว่า	แทนเจนต์ (tangent) ของมุม A นิยมเขียน $\tan A$

สามารถสรุปนิยามของไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ เฉพาะกรณีที่ A เป็นมุมแหลมได้ดังนี้

ไซน์ของมุม A คือ	$\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$
โคไซน์ของมุม A คือ	$\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$
แทนเจนต์ของมุม A คือ	$\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่า $\sin A$, $\cos A$ และ $\tan A$ จากรูป Δ มุมฉากต่อไปนี้
(ตัวเลขที่ปรากฏแทนความยาวของด้าน)

1.1 จากรูป ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม ACB เป็นมุมฉาก



วิธีทำ จากรูป ; ΔABC เป็นรูป Δ มุมฉาก , $ACB = 90^\circ$

หาความยาวของด้าน BC

$$BC^2 = AB^2 - AC^2$$

$$X^2 = 15^2 - 9^2$$

$$= 225 - 81$$

$$= 144$$

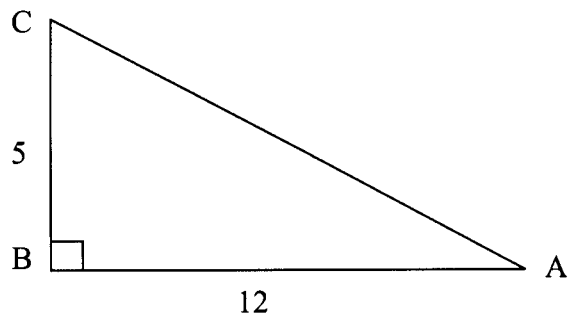
$$X = \sqrt{144} = 12$$

$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{12}{15}$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{9}{15}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \frac{12}{9}$$

1.2 จากรูป, $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก, มุม A เป็นมุมฉาก



วิธีทำ จากรูป ; $\triangle ABC$ เป็นรูป \triangle มุมฉาก, มุม A เป็นมุมฉาก

$$\begin{aligned} \text{หา } AC, \quad AC^2 &= 5^2 + 12^2 \\ &= 25 + 144 \\ &= 169 \end{aligned}$$

$$AC = 13$$

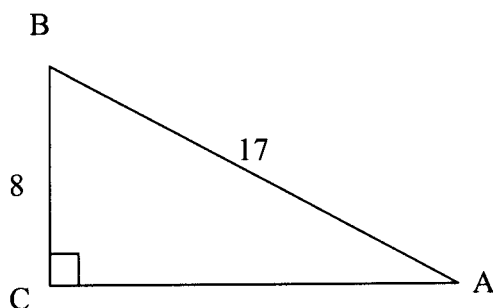
$$\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{13}$$

$$\cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{12}{13}$$

$$\tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{12}$$

ตัวอย่างที่ 2 ถ้า $17 \sin A = 8$ แล้ว จงหา $\cos A$, $\sin B$ และ $\tan B$ จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากโดย

กำหนดให้ $\angle C = 90^\circ$



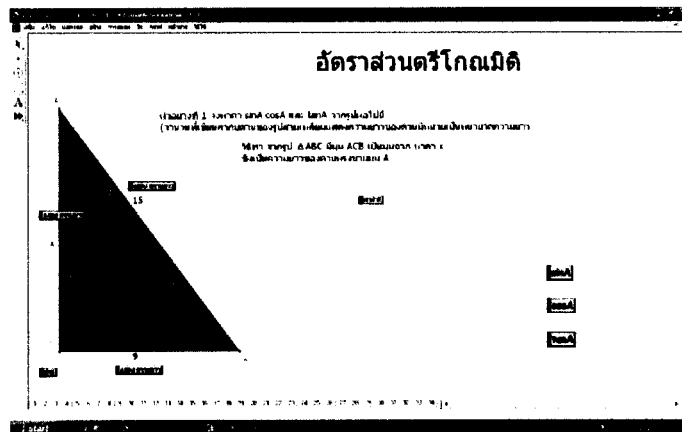
วิธีทำ ถ้า $17 \sin A = 8$

$$\sin A = \frac{8}{17} = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

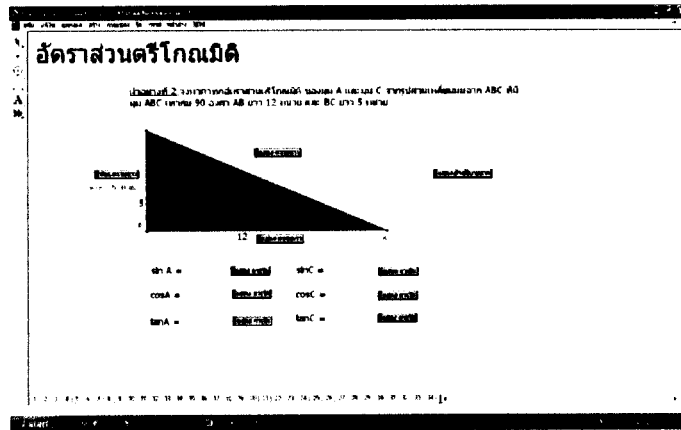
$$\begin{aligned}
 \text{หา } AC, \quad AC^2 &= AB^2 - BC^2 & \text{ดังนั้น } \sin A &= \frac{AC}{AB} = \frac{15}{17} \\
 &= 17^2 - 8^2 & \cos A &= \frac{AC}{AB} = \frac{15}{17} \\
 &= 289 - 64 = 225 & \tan A &= \frac{AC}{BC} = \frac{15}{8} \\
 AC &= 15
 \end{aligned}$$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

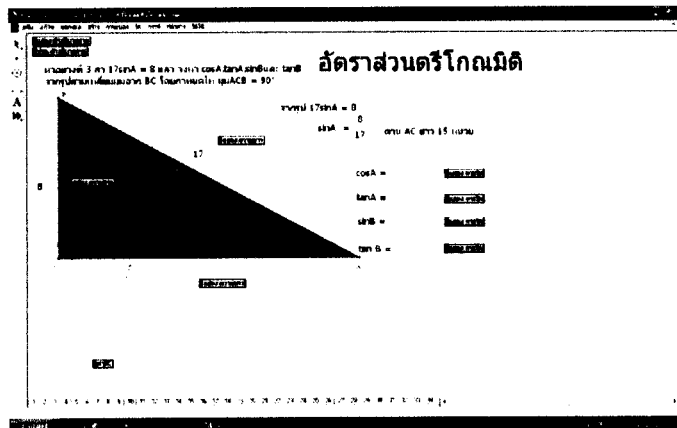
1. ครูทบทวนความรู้เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยให้ทำใบกิจกรรมที่ 3 ข้อ 1 โดยให้นักเรียนหาคำตอบและร่วมกันเฉลยคำตอบและใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตยืนยันคำตอบและตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนโดยสุ่มเป็นรายคนให้ตอบค่าต่าง ๆ ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ



2. ให้นักเรียนตอบคำถาม จากตัวอย่างที่ 1.2 โดยครูใช้คำถามให้นักเรียนใช้ความคิดและวิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ถาม เพื่อหาส่วนที่ยังขาดอยู่ โดยให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย และหลังจากการอภิปรายร่วมกันนักเรียนได้ข้อสรุปในการหาคำตอบคือ a การหาความยาวของด้านที่เหลือ โดยใช้ทฤษฎีบทของพีทาโกรัสและครูใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตในการหาความยาวของด้านที่เหลือและยืนยันคำตอบด้วยการวัดความยาวของด้านที่เหลือ และให้นักเรียนช่วยกันบอกค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ ค่าอื่นๆ ให้ครบทุกค่า

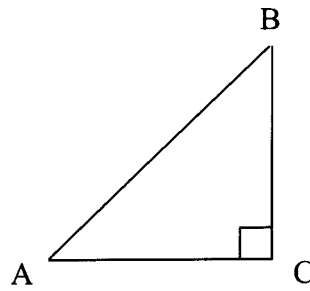


3. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 2 เมื่อกำหนดอัตราส่วนตรีโกณมิติ ค่าใดค่าหนึ่งให้และให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์ในสิ่งที่โจทย์กำหนดและเชื่อมโยงกับนิยามของอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ได้เรียนมาเพื่อสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและหาความยาวของด้านที่เหลือ ครูใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตในการวัดความยาวด้านที่เหลือเพื่อยืนยันคำตอบที่หาได้ พร้อมกับให้นักเรียนช่วยกันบอกค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติและค่าอื่นๆ ให้ครบทุกค่า



4. ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 3.2 และครูสุ่มนักเรียนออกมา แสดงวิธีทำหน้าชั้นเรียนโดยเพื่อนและครูช่วยตรวจสอบความถูกต้อง

5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียน ดังนี้



จากรูป $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, a, b และ c แทนความยาวของด้านทั้งหมด

$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{BC}{AB}$$

$$\sin A = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}}$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\cos A = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \frac{BC}{AC}$$

$$\tan A = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}}$$

สื่อการเรียนรู้

1. สื่อจากโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต
2. ใบกิจกรรมที่ 3.1 และ 3.2

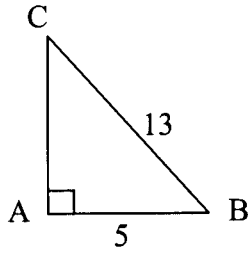
การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตความสนใจ
2. สังเกตการตอบคำถามและการอภิปรายร่วมกัน
3. สังเกตการทำกิจกรรมที่ได้รับร่วมกัน

ใบกิจกรรมที่ 3.1

ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างแต่ละข้อให้ถูกต้องสมบูรณ์

ข้อที่	โจทย์	คำตอบ
1	จากรูปที่กำหนดให้ จงหา 1.1 $\sin B$ 1.2 $\tan B$ 1.3 $\cos B$ 1.4 $\operatorname{cosec} C$ 1.5 $\tan C$	



2. ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก และ $13 \sin B = 12$ จงหาค่าของ

2.1) $\cos A + \sin B$

.....

.....

.....

2.2) $\sin A + \tan B$

.....

.....

.....

2.3) $\sec A + \operatorname{cosec} A$

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

จำนวน 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

อัตราส่วนตรีโกณมิติ เป็นความสัมพันธ์ของด้านแต่ละคู่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งประกอบด้วยอัตราส่วนตรีโกณมิติ 6 อัตราส่วน ดังนี้

$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}$$

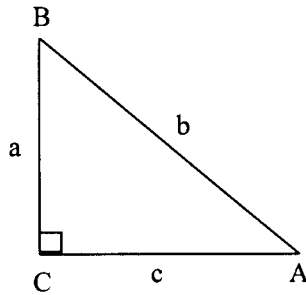
$$\sec A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}$$

$$\cot A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}$$

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้
2. หาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้ได้

สาระการเรียนรู้



จากรูป ; $\triangle ABC$ เป็นรูป \triangle มุมฉาก , $\widehat{ACB} = 90^\circ$

โดย BC , CA และ AB ยาว a , b และ c หน่วยตามลำดับ

โคเซแคนท์ (cosecant) ของมุม A หรือ cosecA

$$\begin{aligned} \text{cosecA} &= \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}} \\ \text{cosecA} &= \frac{AB}{BC} = \frac{b}{a} \end{aligned}$$

เซแคนท์ (secant) ของมุม A หรือ secA

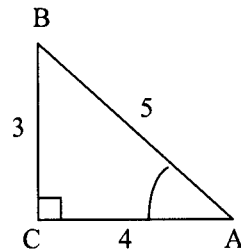
$$\begin{aligned} \text{secA} &= \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}} \\ \text{secA} &= \frac{AB}{AC} = \frac{b}{c} \end{aligned}$$

โคแทนเจนต์ (cotangent) ของมุม A หรือ cotA

$$\begin{aligned} \text{cotA} &= \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}} \\ \text{cotA} &= \frac{AC}{BC} = \frac{c}{a} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1

1.1) กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม A เป็นมุมฉาก



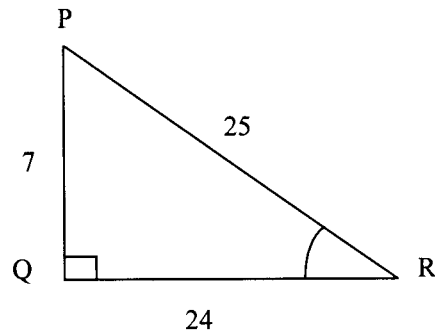
วิธีทำ

$$\sin A = \frac{3}{5}, \quad \operatorname{cosec} A = \frac{5}{3}$$

$$\cos A = \frac{4}{5}, \quad \sec A = \frac{5}{4}$$

$$\tan A = \frac{3}{4}, \quad \cot A = \frac{4}{3}$$

1.2) กำหนดให้ $\triangle PQR$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม P เป็นมุมฉาก
จงหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติทุกค่า (ตัวเลขที่กำกับแทนความยาวของด้าน)



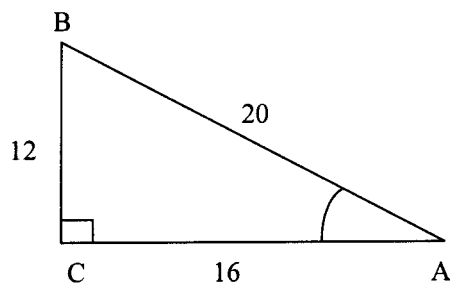
วิธีทำ

$$\sin R = \frac{7}{25}, \quad \operatorname{cosec} R = \frac{25}{7}$$

$$\cos R = \frac{24}{25}, \quad \sec R = \frac{25}{24}$$

$$\tan R = \frac{7}{24}, \quad \cot R = \frac{24}{7}$$

1.3) กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก, มุม A เป็นมุมฉาก
จงหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติทุกค่า (ตัวเลขที่กำกับแทนความยาวของด้าน)



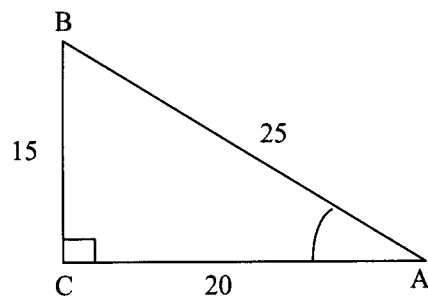
วิธีทำ

$$\sin A = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}, \quad \operatorname{cosec} A = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$$

$$\cos A = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}, \quad \sec A = \frac{20}{16} = \frac{5}{4}$$

$$\tan A = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}, \quad \cot A = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$

1.4) กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก, มุม A เป็นมุมฉาก
จงหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติทุกค่า (ตัวเลขที่กำกับแทนความยาวของด้าน)



วิธีทำ

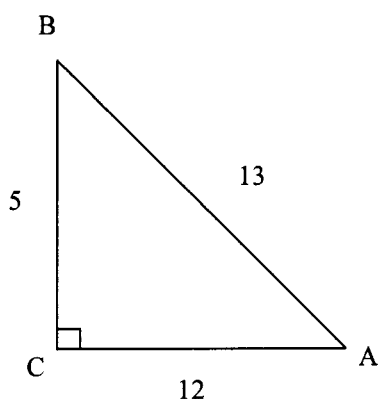
$$\sin A = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}, \quad \operatorname{cosec} A = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$$

$$\cos A = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}, \quad \sec A = \frac{25}{20} = \frac{5}{4}$$

$$\tan A = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}, \quad \cot A = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

ค่าของ \sin , \cos , \tan สัมพันธ์กันอย่างไร กับค่าของ cosec , \sec และ \cot

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC โดยมีมุม C เป็นมุมฉาก จงเติมช่องว่างให้สมบูรณ์



$$\begin{array}{ll} \sin A = \frac{5}{13} & \operatorname{cosec} A = \frac{13}{5} \\ \cos A = \frac{12}{13} & \sec A = \frac{13}{12} \\ \tan A = \frac{5}{12} & \cot A = \frac{12}{5} \\ \sin B = \frac{12}{13} & \operatorname{cosec} B = \frac{13}{12} \\ \cos B = \frac{5}{13} & \sec B = \frac{13}{5} \\ \tan B = \frac{12}{5} & \cot B = \frac{5}{12} \end{array}$$

นักเรียนสามารถเขียนความสัมพันธ์ของค่า \sin กับ cosec , \cos กับ \sec และ \tan กับ \cot ได้ว่าอย่างไร

$$\sin A \cdot \operatorname{cosec} A = 1, \quad \cos A \cdot \sec A = 1, \quad \tan A \cdot \cot A = 1$$

จะได้รับความสัมพันธ์ระหว่าง sine กับ cosecant, cosine กับ secant และ tangent กับ cotangent ดังนี้

1. โคเซแคนต์ของมุม A แทนด้วย $\operatorname{cosecant} A$ หรือเขียนย่อว่า $\operatorname{cosec} A$ หรือ $\operatorname{cosec} A$

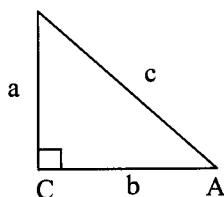
คือ ส่วนกลับของ $\sin A$ เมื่อ $\sin A \neq 0$ นั่นคือ $\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A}, \sin A \neq 0$

2. เซแคนต์ของมุม A แทนด้วย $\operatorname{secant} A$ หรือเขียนย่อว่า $\sec A$ คือ ส่วนกลับของ $\cos A$ เมื่อ

$\cos A \neq 0$ นั่นคือ $\sec A = \frac{1}{\cos A}, \cos A \neq 0$

3. โคแทนเจนต์ของมุม A แทนด้วย $\operatorname{tangent} A$ หรือเขียนย่อว่า $\cot A$ คือ ส่วนกลับของ

$\tan A$ เมื่อ $\tan A \neq 0$ นั่นคือ $\cot A = \frac{1}{\tan A}, \tan A \neq 0$



จากรูป

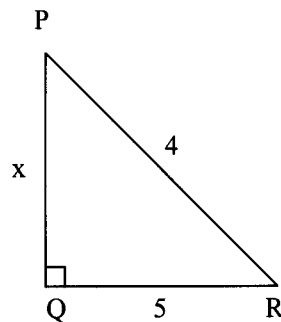
$$\operatorname{cosec} A = \frac{c}{a}$$

$$\sec A = \frac{c}{b}$$

$$\cot A = \frac{b}{a}$$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม PQR เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มุม PQR เป็นมุมฉากให้

$$\sin P = \frac{4}{5} \text{ จงหา } \tan P, \cot R, \sec P \text{ และ } \operatorname{cosec} R$$



จากรูป $\sin P = \frac{4}{5} = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } P}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } Q}$

หา PQ หรือ x

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } PQ^2 &= 5^2 - 4^2 \\ &= 25 - 16 \\ &= 9 \end{aligned}$$

$$PQ = \sqrt{9} = 3$$

ดังนั้น $\tan P = \frac{4}{3}$

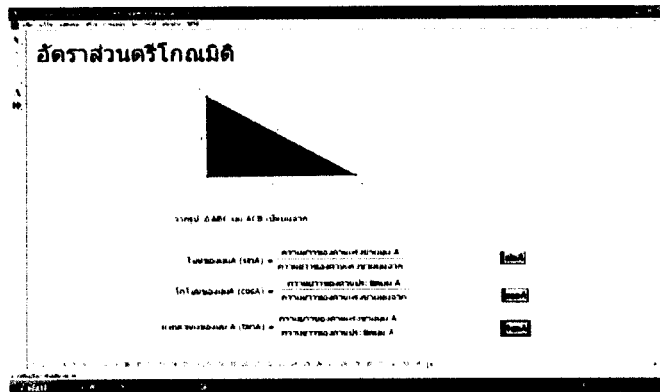
$$\sec P = \frac{5}{3}$$

$$\cot R = \frac{4}{3}$$

$$\operatorname{cosec} R = \frac{5}{3}$$

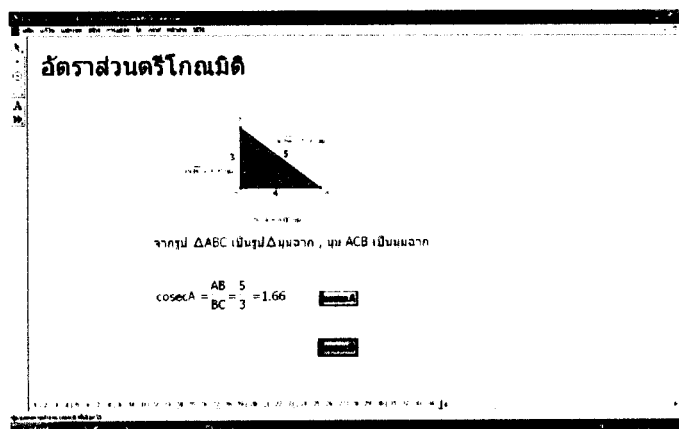
กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูสนทนากลุ่มนักเรียนเกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ได้เรียนในคาบที่แล้ว โดยให้ตอบคำถามค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติทุกค่าและส้อมให้นักเรียนตอบคำถาม ครูใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตยืนยันคำตอบของนักเรียน

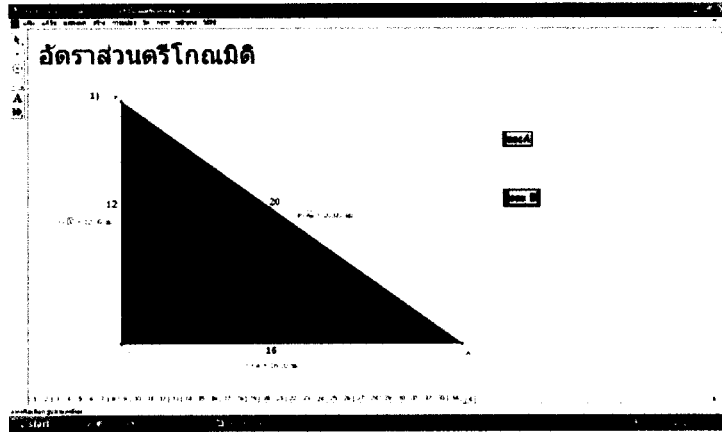


2. ให้นักเรียนพิจารณาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติแต่ละค่า พร้อมกับส่วนกลับของอัตราส่วนตรีโกณมิติแต่ละค่า ช่วยกันหาความสัมพันธ์ของค่า sine กับ cosecant , ค่า cosine กับ secant และค่า tangent กับ cotangent ครูใช้คำถามและใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตอธิบายซ้ำ เพื่อให้ นักเรียนเข้าใจมากขึ้น

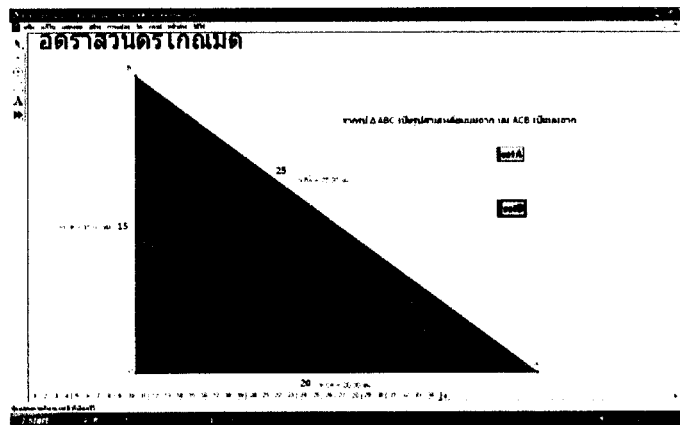
3. ครูใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตแสดงการวัดความยาวของด้านต่างๆ ตามที่โจทย์กำหนดและให้นักเรียนบอกค่าโคเซแคนท์ของมุมต่างๆ และยืนยันคำตอบโดยคลิกปุ่ม cosecA และ cosecB



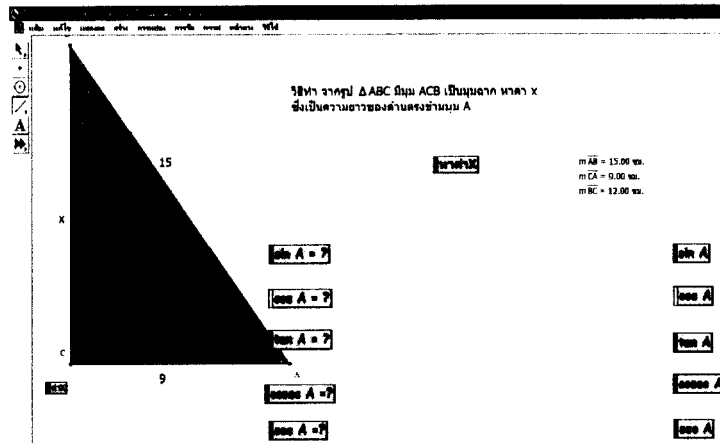
4. ครูใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตวัดความยาวของด้านตามที่โจทย์กำหนด และให้นักเรียนตอบค่าเซแคนต์ของมุมต่างๆ ในขณะที่นักเรียนตอบครูจะคลิกที่ความยาวของด้านแต่ละด้านเพื่อวัดอัตราส่วนและคลิกที่ปุ่ม $\sec A$ หรือ $\sec B$ เพื่อยืนยันคำตอบ



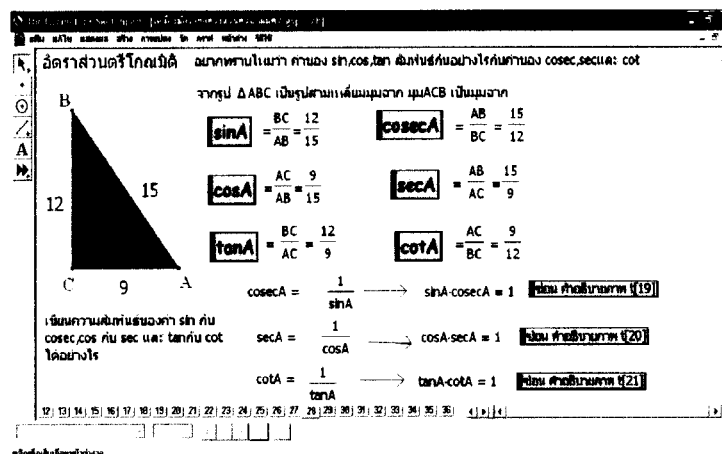
5. ครูใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตวัดความยาวของด้านตามที่โจทย์กำหนดไว้และให้นักเรียนตอบค่าโคแทนเจนต์ของมุมต่างๆ ในขณะที่นักเรียนตอบครูวัดอัตราส่วนแต่ละคู่และคลิกที่ปุ่ม $\cot A$ และ $\cot B$ เพื่อยืนยันคำตอบ



6. ครูใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต แสดงการหาความสัมพันธ์ในมิติต่างๆ ของอัตราส่วนตรีโกณมิติและใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์คำถามว่า โจทย์ให้หาอะไรและมีสิ่งใดที่ต้องการทำเป็นอันดับแรก เมื่อนักเรียนหาได้ครูคลิกที่ปุ่มหาค่า x เพื่อเฉลยคำตอบ หลังจากนั้นครูวัดความยาวของด้านเพื่อยืนยันคำตอบของนักเรียน เมื่อได้ความยาวของด้านทั้ง 3 ด้านแล้ว ครูสุ่มให้นักเรียนตอบค่าต่างๆ เป็นรายคน โดยให้ตอบคนละคู่ เช่น ค่า $\sin A$ และ ค่า $\operatorname{cosec} A$

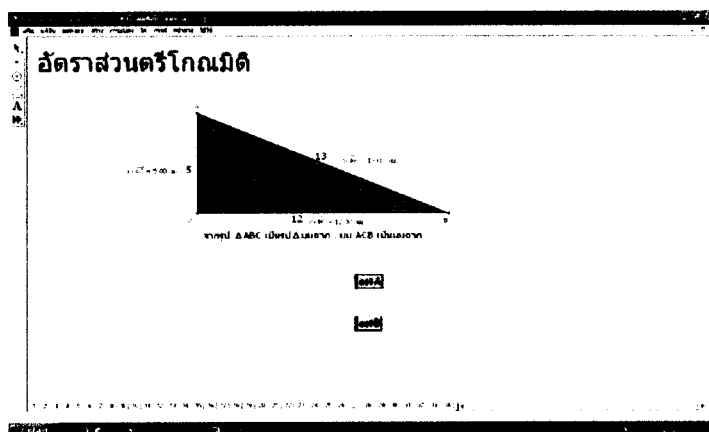


7. ให้นักเรียนช่วยกันอภิปราย ความสัมพันธ์ของค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติและส่วนกลับของอัตราส่วนตรีโกณมิติทั้ง 6 ค่า และครูใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต ตรวจสอบความเข้าใจต่างๆ แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ของแต่ละคู่



เช่น ครูถามค่า $\sin A$ และค่า $\operatorname{cosec} A$ ให้นักเรียนนำค่า $\sin A \cdot \operatorname{cosec} A$ และหาคำตอบนอกจากนี้ ครูให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติคู่อื่นๆ

8. ให้นักเรียนตรวจสอบความเข้าใจด้วยการตอบคำถามจากตัวอย่างที่ 2 และ 3 โดยครูใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต วัดแสดงค่าความยาวด้านที่เหลือและให้นักเรียนตอบคำถามค่าต่างๆ ของอัตราส่วนตรีโกณมิติและเฉลยคำตอบทันที



9. ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 4 ในเอกสารประกอบการเรียน
10. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียน ดังนี้

ความสัมพันธ์ของค่า \sin กับ cosec , \cos กับ \sec และ \tan กับ \cot ดังนี้

$$\sin A \cdot \operatorname{cosec} A = 1$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A}$$

$$\cos A \cdot \sec A = 1$$

$$\sec A = \frac{1}{\cos A}$$

$$\tan A \cdot \cot A = 1$$

$$\cot A = \frac{1}{\tan A}$$

สื่อการเรียนรู้

1. สื่อจากโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต
2. ใบกิจกรรมที่ 5.1 , 5.2

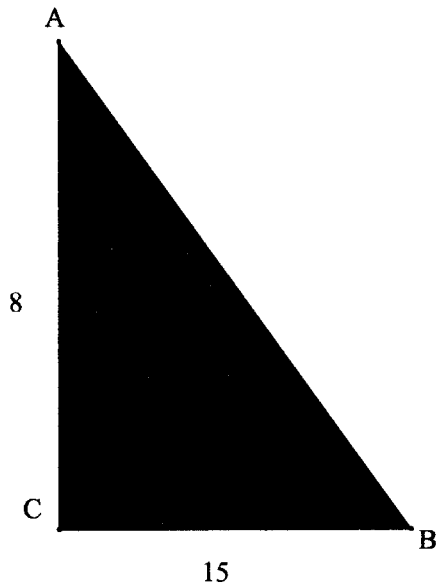
การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตความสนใจ
2. สังเกตการมีส่วนร่วมและการอภิปรายร่วมกัน
3. สังเกตการกระทำกิจกรรมที่ได้รับร่วมกัน

ใบกิจกรรมที่ 4

จงเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

1. จากรูป $\triangle ABC$ เป็นรูป \triangle มุมฉาก , $\widehat{ACB} = 90^\circ$ ให้ AC ยาว 8 หน่วย , BC ยาว 15 หน่วย จงหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติทุกค่าของมุม A



หา AB ,

.....

.....

.....

1.1) $\sin A = \dots\dots$, $\operatorname{cosec} A = \dots\dots$

$\cos A = \dots\dots$, $\sec A = \dots\dots$

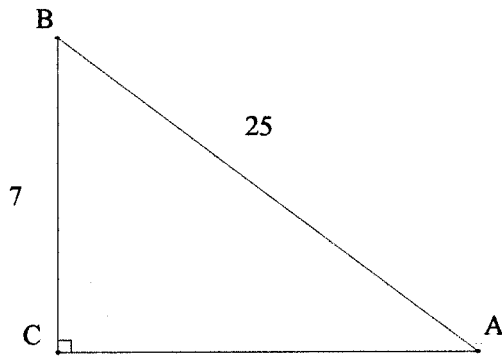
$\tan A = \dots\dots$, $\cot A = \dots\dots$

1.2) $\sin A \cdot \operatorname{cosec} A = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$\cos A \cdot \sec A = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$\tan A \cdot \cot A = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

2. จากรูป $\triangle ABC$ เป็นรูป \triangle มุมฉาก , $\angle C = 90^\circ$ ให้ AB ยาว 25 หน่วย ,
 BC ยาว 7 หน่วย จงหา $\sin A$, $\operatorname{cosec} B$, $\cos B$, $\cot A$, $\sec B$ และ $\operatorname{cosec} A$



หา AC ,

.....

.....

.....

2.1) $\sin A = \dots\dots$ $\operatorname{cosec} B = \dots\dots$
 $\cos B = \dots\dots$ $\cot B = \dots\dots$
 $\sec B = \dots\dots$ $\operatorname{cosec} A = \dots\dots$

2.2) $\sin A \cdot \operatorname{cosec} A = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 $\sin B \cdot \operatorname{cosec} B = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 $\cos A \cdot \sec A = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 $\cos B \cdot \sec B = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 $\tan A \cdot \cot A = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 $\tan B \cdot \cot B = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
จำนวน 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

การหาค่า $\sin A$, $\cos A$ และ $\tan A$ เมื่อ A มีขนาด 30° , 45° และ 60° อาจใช้วัดความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมหรือความรู้เกี่ยวกับวิชาเรขาคณิตและค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่มีขนาดระหว่าง 0° และ 90° สามารถเปิดหาค่าได้จากตาราง

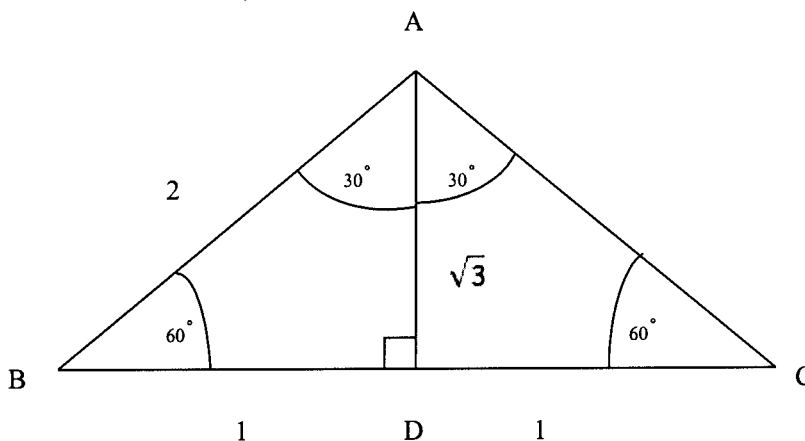
จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° และ 60° และนำไปใช้ได้
2. หาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่างๆ จากตารางได้

สาระการเรียนรู้

การหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° และ 60°

พิจารณารูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ABC ที่มีด้านแต่ละด้านยาวด้านละ 2 หน่วย \overline{AD} เป็นเส้นตรงที่ลากตั้งฉาก BC และแบ่งครึ่งมุม BAC



จากรูป มุม ABC เท่ากับ 60° องศา AD แบ่งครึ่งมุม BAC และตั้งฉากกับ $BC = DC = 1$ หน่วย

$$\begin{aligned}
 \text{หา } AD, \quad AD^2 &= 2^2 - 1^2 \\
 &= 4 - 1 \\
 &= 3 \\
 AD &= \sqrt{3} \text{ หน่วย}
 \end{aligned}$$

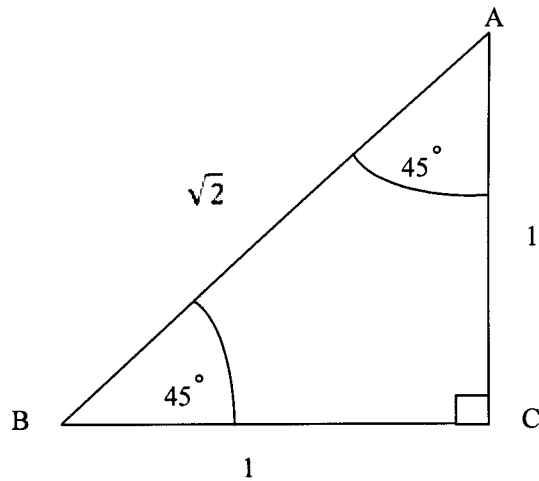
$$\begin{aligned}\sin 30^\circ &= \frac{1}{2} \\ \cos 30^\circ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \tan 30^\circ &= \frac{1}{\sqrt{3}}\end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned}\sin 60^\circ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos 60^\circ &= \frac{1}{2} \\ \tan 60^\circ &= \sqrt{3}\end{aligned}$$

การหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 45°

ให้พิจารณาสองเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่ว ABC ที่มี มุม ABC เป็นมุมฉาก จาก $AC = BC = 1$ หน่วย



$$\begin{aligned}\text{ทศ } AB^2 &= 1^2 + 1^2 \\ &= 1 + 1 \\ &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}AB &= \sqrt{2} \text{ หน่วย} \\ &\approx 1.414\end{aligned}$$

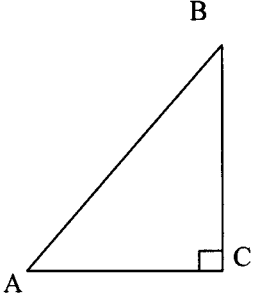
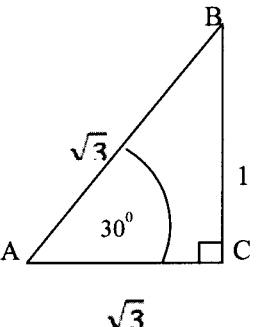
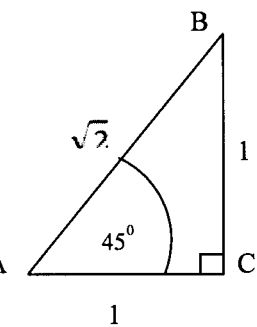
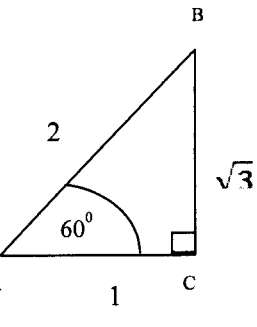
$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 45^\circ = 1$$

อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° และ 60°

ในสมัยกรีกโบราณ ทอเลมี (Ptolemy : ประมาณปี ค.ศ. 200) ได้สร้างตารางอัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีค่าคงตัวไว้ ดังนี้

	มุม	ไซน์	โคไซน์	แทนเจนต์
	A	$\frac{BC}{AB}$	$\frac{AC}{AB}$	$\frac{BC}{AC}$
	30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
	45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
	60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าของ $2\sin 30^\circ \cos 30^\circ \tan 30^\circ$

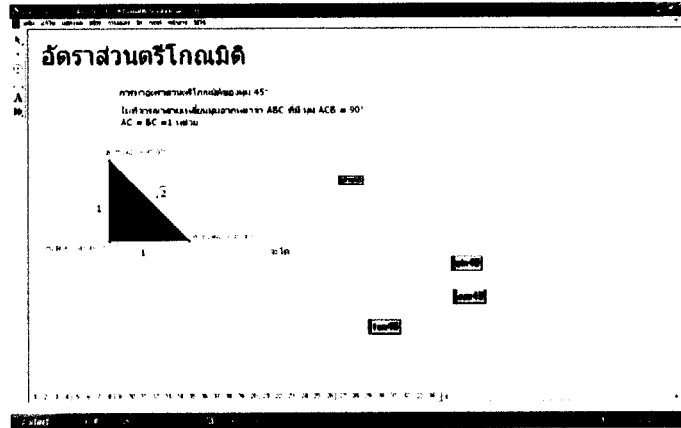
$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } 2\sin 30^\circ \cos 30^\circ \tan 30^\circ &= 2\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \\ &= 1 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าของ x จากสมการ $x \sin 30^\circ \cos 60^\circ = 6$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } x \sin 30^\circ \cos 60^\circ &= 6 \\ x \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) &= 6 \\ \frac{1}{4}x &= 6 \\ \text{นำ 4 คูณทั้งสองข้าง} \\ x &= 24 \end{aligned}$$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับการหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่างๆ โดยให้นักเรียนร่วมกันตอบคำถามค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติทุกค่า
2. ครูอธิบายการหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° และ 60° โดยเริ่มตั้งแต่การสร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าและหาความยาวของด้านที่เหลือ เมื่อได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมที่เหลือ กางมุมละ 30° และ 60° ตามลำดับพร้อมกับหาความยาวด้าน แล้วครูให้นักเรียนตอบค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° และ 60° ทุกค่า และใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตยืนยันคำตอบ
3. ครูอธิบายการหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 45° โดยให้นักเรียนช่วยกันคิดว่าทำอย่างไร จึงสามารถหาค่ามุม 45° จากรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีมุมยอดเป็นมุมฉากและให้นักเรียนช่วยกันหาความยาวของด้านแต่ละด้าน และครูใช้การถาม – ตอบ ให้นักเรียนบอกค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 45° ดังนี้



4. ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 5.1 และครูสุ่มให้นักเรียนตอบเพื่อเฉลยคำตอบ

ใบกิจกรรมที่ 5.1				
จงเติมคำตอบในตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติต่อไปนี้				
	A	sinA	cosA	tanA
	30°			
	45°			
	60°			

5. ครูอธิบายการหาคำตอบจากตัวอย่างที่ 1 และใช้การถาม – ตอบ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าของ $2\sin 30^\circ \cos 30^\circ \tan 30^\circ$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 2\sin 30^\circ \cos 30^\circ \tan 30^\circ &= 2\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \\ &= 1 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

6. ให้นักเรียนช่วยกันบอกวิธีคิดหาคำตอบจากตัวอย่างที่ 2 โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนตอบและหาคำตอบ หลังจากนั้นจึงสุ่มนักเรียนให้มาเฉลยคำตอบหน้าชั้นเรียน

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าของ x จากสมการ $x \sin 30^\circ \cos 60^\circ = 6$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} x \sin 30^\circ \cos 60^\circ &= 6 \\ x \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) &= 6 \\ \frac{1}{4} x &= 6 \\ \text{นำ 4 คูณทั้งสองข้าง} \\ x &= 24 \end{aligned}$$

7. ให้นักเรียนจับคู่ทำใบกิจกรรมที่ 5.1 ช่วยกันคิดหาคำตอบ โดยแลกเปลี่ยนความรู้และช่วยเพื่อนที่คิดตามไม่ทันให้เข้าใจในบทเรียน ครูสังเกตการทำงานและช่วยเหลือนักเรียนบางคน โดยใช้คำถามกระตุ้นและแนะนำให้นักเรียนคิดได้ถูกต้อง

8. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียน ดังนี้

การหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติสามารถเขียนเป็นตารางได้ ดังนี้

มุม	30°	45°	60°
ค่า			
Sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

สื่อการเรียนรู้

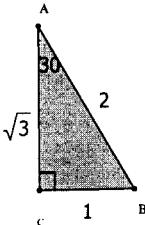
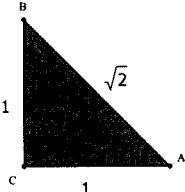
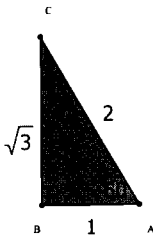
1. สื่อจากโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต
2. ใบกิจกรรมที่ 5.1 , 5.2

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตความสนใจ
2. สังเกตการตอบคำถามและการอภิปรายร่วมกัน
3. สังเกตการทำกิจกรรมที่ได้รับร่วมกัน

ใบกิจกรรมที่ 5.1

จงเติมคำตอบในตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติต่อไปนี้

	A	sinA	cosA	tanA
	30°			
	45°			
	60°			

ใบกิจกรรมที่ 5.2

1) จงเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

1. $3\operatorname{cosec} 30^\circ = \dots\dots\dots$

2. $\sec 45^\circ = \dots\dots\dots$

3. $\cot 60^\circ = \dots\dots\dots$

4. $2\sec 60^\circ = \dots\dots\dots$

5. $\operatorname{cosec} 45^\circ = \dots\dots\dots$

6. $3\cot 30^\circ = \dots\dots\dots$

2) จงหาค่าของ

1. $\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

2. $(\cos 30^\circ)^2 + (\sin 60^\circ)^2 \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

3. $\tan 45^\circ \cdot \operatorname{cosec} 30^\circ \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

4. $\sec^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ - \tan^2 45^\circ \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

5. $\sec^2 60^\circ + 4\operatorname{cosec} 60^\circ \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
จำนวน 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

การหาค่า $\sin A$ $\cos A$ และ $\tan A$ เมื่อ A มีขนาด 30° , 45° และ 60° อาจใช้วัดความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมหรือความรู้เกี่ยวกับวิชาเรขาคณิตและค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่มีขนาดระหว่าง 0° และ 90° สามารถเปิดหาค่าได้จากตาราง

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° และ 60° และนำไปใช้ได้
2. หาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่างๆ จากตารางได้

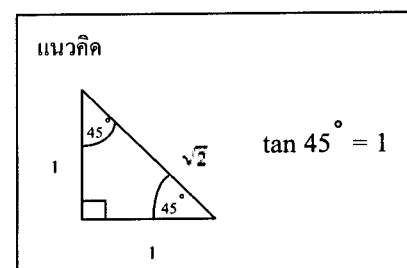
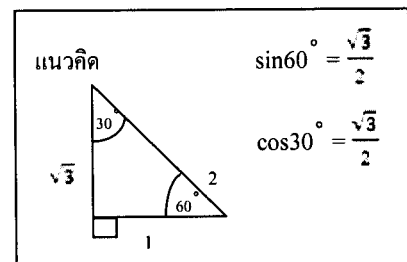
สาระการเรียนรู้

การหาค่า $\sin A$ $\cos A$ และ $\tan A$ เมื่อ A มีขนาด 30° , 45° และ 60° อาจใช้วัดความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมหรือความรู้เกี่ยวกับวิชาเรขาคณิตและค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่มีขนาดระหว่าง 0° และ 90°

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าของ $\sin 60^\circ - \cos 30^\circ + \tan 45^\circ$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} + 1$$

$$= 1$$



ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าของ $3 \tan 45^\circ - \sin^2 60^\circ - \frac{1}{2} \cot^2 30^\circ + \frac{1}{8} \cos^2 45^\circ$

วิธีทำ $3 \tan 45^\circ - \sin^2 60^\circ - \frac{1}{2} \cot^2 30^\circ + \frac{1}{8} \cos^2 45^\circ$

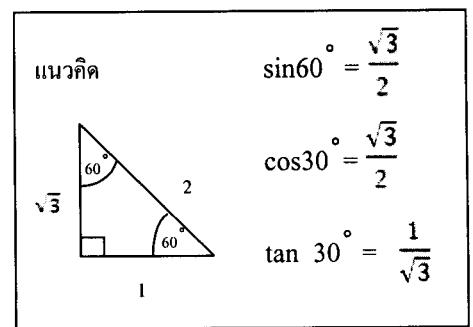
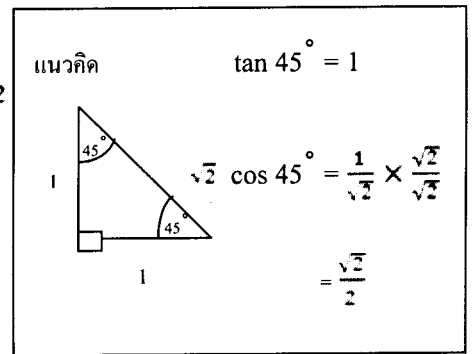
$$= 3(1) - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}(\sqrt{3})^2 + \frac{1}{8}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$= 3 - \frac{3}{4} - \frac{3}{2} + \frac{1}{8}\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$$

$$= 3 - \frac{3}{4} - \frac{3}{2} + \frac{1}{16}$$

$$= \frac{48-12-24+1}{16}$$

$$= \frac{13}{16}$$



กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° และ 60° โดยการให้นักเรียนตอบคำถามในใบกิจกรรมที่ 6.1 และเฉลยคำตอบพร้อมกัน

ใบกิจกรรมที่ 6.1				
จงเติมข้อมูลในตารางที่กำหนดให้ต่อไปนี้				
	มุม	ไซน์	โคไซน์	แทนเจนต์
	A	$\frac{BC}{AB}$	$\frac{AC}{AB}$	$\frac{BC}{AC}$
	30°			
	45°			
	60°			

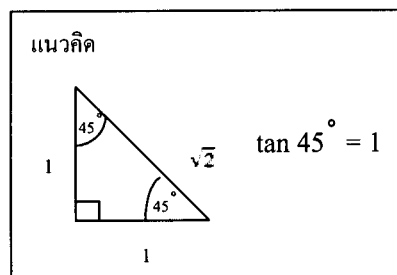
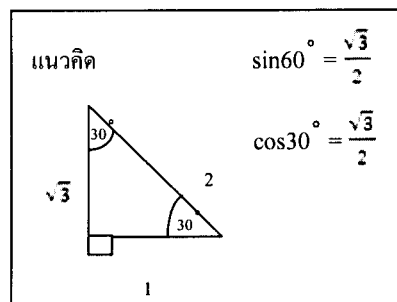
2. ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างที่ 1 ช่วยกันคิดหาคำตอบ โดยคำตอบคำถามและแสดงวิธีหาคำตอบ

คำตอบ

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าของ $\sin 60^\circ - \cos 30^\circ + \tan 45^\circ$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} + 1$$

$$= 1$$



3. ให้นักเรียนช่วยกันตอบคำถามจากโจทย์ตัวอย่างที่ 2 และครูใช้คำถามกระตุ้นให้

นักเรียนหาแนวคิดและหาคำตอบ

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าของ $3 \tan 45^\circ - \sin^2 60^\circ - \frac{1}{2} \cot^2 30^\circ + \frac{1}{8} \cos^2 45^\circ$

วิธีทำ

$$3 \tan 45^\circ - \sin^2 60^\circ - \frac{1}{2} \cot^2 30^\circ + \frac{1}{8} \cos^2 45^\circ$$

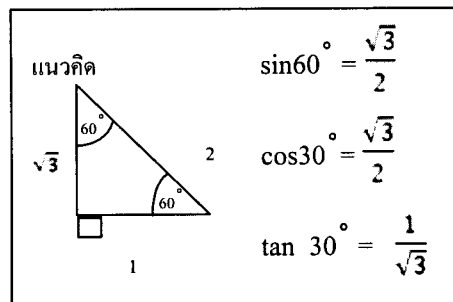
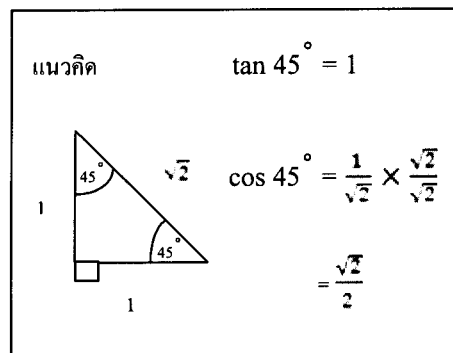
$$= 3(1) - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}(\sqrt{3})^2 + \frac{1}{8}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$= 3 - \frac{3}{4} - \frac{3}{2} + \frac{1}{8}\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$$

$$= 3 - \frac{3}{4} - \frac{3}{2} + \frac{1}{16}$$

$$= \frac{48-12-24+1}{16}$$

$$= \frac{13}{16}$$



4. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มๆ ละ 3 คน ทำใบกิจกรรมที่ 6.2 กลุ่มละ 1 ข้อ ให้นักเรียนช่วยกันคิดหาคำตอบและช่วยเหลือกันในกลุ่มเพื่อให้เข้าใจในบทเรียน
5. ให้นักเรียนส่งตัวแทนออกมาแสดงวิธีทำหน้าชั้นเรียน โดยครูใช้คำถามให้นักเรียนสรุปความคิดได้ถูกต้อง โดยมีเพื่อนและครูช่วยตรวจสอบคำตอบ
6. ครูและนักเรียนสรุปบทเรียน ดังนี้

การหาคำตอบเมื่อกำหนดความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติค่าต่างๆ ให้

- เมื่อกำหนด โจทย์ให้แต่ละข้อ ต้องหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่างๆ แต่ละค่า
- นำค่าที่ได้มาหาความสัมพันธ์ตามที่โจทย์กำหนด
- คำนวณค่าที่หามาได้เป็นคำตอบ

สื่อการเรียนรู้

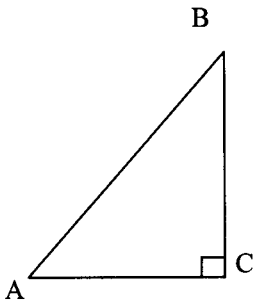
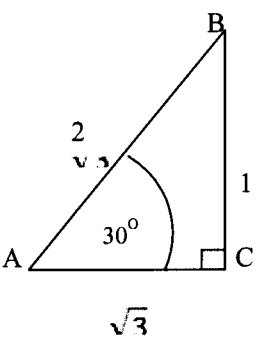
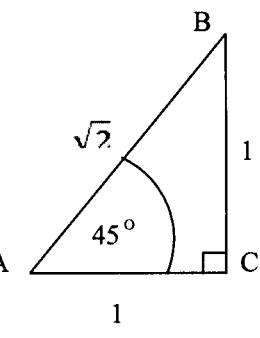
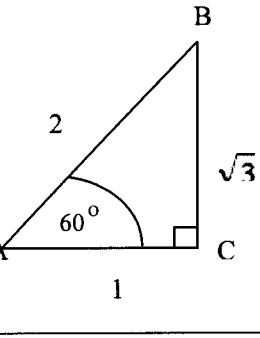
1. สื่อจากโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต
2. ใบกิจกรรมที่ 6.1 , 6.2

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตความสนใจ
2. สังเกตการตอบคำถามและการอภิปรายร่วมกัน
3. สังเกตการทำกิจกรรมที่ได้รับร่วมกัน

ใบกิจกรรมที่ 6.1

จงเติมข้อมูลในตารางที่กำหนดให้ต่อไปนี้

	มุม	ไซน์	โคไซน์	แทนเจนต์
	A	$\frac{BC}{AB}$	$\frac{AC}{AB}$	$\frac{BC}{AC}$
	30°			
	45°			
	60°			

ใบกิจกรรมที่ 6.2

จงหาคำตอบของจำนวนที่กำหนดให้

1)
$$\frac{\cos 30^\circ \cdot \sin 45^\circ \cdot \tan 60^\circ \cdot \operatorname{cosec} 45^\circ}{\sec 45^\circ \cdot \cot 30^\circ}$$

.....

.....

.....

2) $\sin^2 30^\circ + \sec^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ - \tan^2 45^\circ$

.....

.....

.....

3) $\frac{3}{4} \cos^2 45^\circ \tan^2 60^\circ - \frac{1}{2} \operatorname{cosec} 30^\circ \cot^2 60^\circ + \frac{7}{3} \sin^2 60^\circ$

.....

.....

.....

4) $3 \tan^2 30^\circ + \frac{1}{4} \sec 60^\circ - 5 \cot^2 45^\circ - \frac{2}{3} \sin^2 60^\circ$

.....

.....

.....

5)
$$\frac{\tan 60^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \cot 30^\circ \cdot \cot 60^\circ}$$

.....

.....

.....

$$6) \sqrt{\cos^2 30^\circ + \cot^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ}$$

.....

.....

.....

.....

$$7) \text{ ถ้า } 3x \tan 30^\circ \cot 30^\circ = \sin^2 60^\circ \text{ แล้ว } 2x + 3 \text{ มีค่าเท่ากับข้อใด}$$

.....

.....

.....

.....

$$8) \text{ ถ้า } x \tan^2 45^\circ - 2x \sec 60^\circ + \cot^2 30^\circ = 0 \text{ จงหาค่า } 3x - 1$$

.....

.....

.....

.....

$$9) \text{ ถ้า } 2 \sin 30^\circ + \frac{x}{3} \tan 45^\circ - \frac{x}{2} \sec 60^\circ = 6 \text{ แล้ว } \frac{x}{7} \text{ มีค่าเท่าไร}$$

.....

.....

.....

.....

$$10) \frac{\cos^2 60^\circ + \tan^2 45^\circ}{\operatorname{cosec}^2 45^\circ - \sin 30^\circ}$$

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

จำนวน 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

อัตราส่วนตรีโกณมิติมีประโยชน์ในการหาระยะทาง ความยาว และความสูงของสิ่งต่างๆ โดยทราบค่ามุมใดมุมหนึ่งและความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก สามารถหาความยาวของด้านที่เหลือได้

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของมุมก้มและมุมเงยได้
2. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการหาระยะทางและความสูงได้

สาระการเรียนรู้

การประยุกต์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

อัตราส่วนตรีโกณมิติมีประโยชน์ในการหา ความยาว ความสูง และระยะทางของสิ่งต่างๆ โดยทราบค่ามุมใดมุมหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ก็สามารถหาด้านที่เหลือได้

มุมก้มและมุมเงย

มุมเงย
มุมก้ม

ระดับสายตา



เส้นระดับสายตา คือ แนวเส้นตรงที่ขนานกับผิวน้ำทะเลหรือขนานกับพื้นราบ โดยเป็นเส้นตรงที่ลากจากสายตาผู้มอง

มุมก้มหรือมุมกดลง (angle of depletion) คือ มุมที่เบนจากระดับสายตาไปยังวัตถุที่สังเกตเห็นหรือมองต่ำกว่าระดับสายตา

มุมเงยหรือมุมยกขึ้น (angle of elevation) คือ มุมที่เบนจากระดับสายตาไปยังวัตถุที่สังเกตเห็นหรือมองอยู่เหนือระดับสายตา

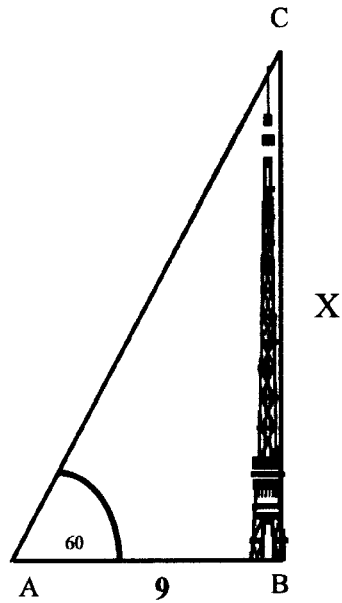
หลักการทำโจทย์

ในการคำนวณหาระยะทางและความสูง จะพิจารณาในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีหลักดังนี้

- วาดรูป
- กำหนดสิ่งต่างๆ ตามที่โจทย์ให้รายละเอียด
- สร้างสมการจาก

$$\text{อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม} = \frac{\text{ความยาวด้านที่ต้องการหาค่า}}{\text{ความยาวด้านที่ทราบค่า}}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาความสูงของหอไอเฟลจำลอง จากรูปที่กำหนดให้



วิธีทำ $\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}$

$$\tan 60^\circ = \frac{x}{9}$$

$$\sqrt{3} = \frac{x}{9}$$

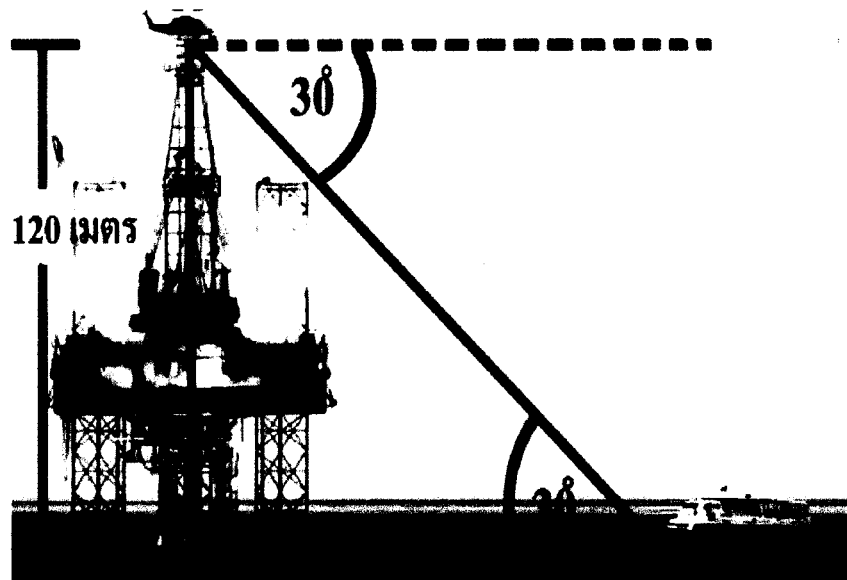
$$x = 9\sqrt{3}$$

$$x = 9 \times 1.732$$

$$\approx 15.59$$

ดังนั้น หอไอเฟลมีความสูง ประมาณ 15.59 เมตร

ตัวอย่างที่ 2 หลังจากการพบกอกของเสียดลายน้ำมันดิบถูกคลื่นซัดขึ้นมาบนชายหาดในบริเวณแหลมสมิหราและหมู่บ้านชาวประมง ในอำเภอสตงพระ จังหวัดสงขลา จึงได้ใช้เฮลิคอปเตอร์บินสำรวจทะเลอ่าวไทยบริเวณแท่นขุดเจาะน้ำมันของบริษัท นิวคอสโตรอล โดยให้เรือเล็กเก็บตัวอย่างน้ำบริเวณแท่นขุดเจาะน้ำมันและใช้วิทยุสื่อสารติดต่อไปยังเรือกลางทะเลให้แล่นเข้ามายังตำแหน่งที่กำหนด(ดังรูป) ถ้ามุมที่แนวสายตาทำระดับกับเส้นระดับสายตา มีขนาด 30° อยากทราบว่าเรืออยู่ห่างจากแท่นขุดเจาะน้ำมันกี่เมตร ถ้าผู้สังเกตการณ์อยู่บนเฮลิคอปเตอร์และบินอยู่เหนือแท่นขุดเจาะน้ำมันวัดระยะที่เฮลิคอปเตอร์อยู่สูงจากพื้นน้ำ 120 เมตร



จากรูป, $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มุม A เป็นมุมฉาก
ระยะทางจากผิวน้ำถึงผู้สังเกตการณ์เท่ากับ 120 เมตร

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \tan 30^\circ &= \frac{AB}{BC} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} &= \frac{120}{BC} \\ BC &= 120\sqrt{3} \\ &= 120 \times 1.732 \\ &= 207.84 \end{aligned}$$

ดังนั้น เรืออยู่ห่างจากแท่นขุดเจาะน้ำมัน 207.84 เมตร

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูสนทนาเกี่ยวกับกิจกรรมการเข้าแถวเคารพธงชาติในตอนเช้า ให้นักเรียนวาดรูปอย่างคร่าวๆ และให้ช่วยกันสร้าง โจทย์เพื่อหาขนาดของมุม ความยาวของเชือกหรือความสูงของเสาธง โดยให้ช่วยกันอภิปราย

- ครูใช้คำถามเพื่อเชื่อมโยงการหาความยาวด้านจากรูปที่วาด มาใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยให้นักเรียนช่วยกันตอบและรวบรวมความคิด พร้อมทั้งลำดับขั้นตอนการหาคำตอบจากโจทย์ปัญหา

- ให้นักเรียนเขียนขั้นตอนการหาคำตอบจาก โจทย์ปัญหาและใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต ช่วยสรุปความรู้ที่จะนำไปใช้ในการหาคำตอบ

2. ให้นักเรียนพิจารณามุมก้มและมุมเงยจาก โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต ให้นักเรียนสังเกตวัตถุที่ต้องการหาแต่ละชนิด โดยครุคลิกที่ปุ่มเคลื่อนไหวแต่ละปุ่ม วัตถุที่อยู่ในภาพจะเคลื่อนตามพร้อมขนาดของมุมจะเปลี่ยนไป

อัตราส่วนตรีโกณมิติ

มุมเงย
มุมก้ม

ระดับสายตา

วัตถุ

วัตถุ

เส้นระดับสายตา คือแนวเส้นตรงที่ขนานกับผิวน้ำทะเลหรือขนานกับพื้นราบ โดยเป็นเส้นตรงที่ลากจากสายตาผู้มอง มุมก้มหรือมุมเงย คือ มุมที่เบนจากระดับสายตาไปยังวัตถุที่สังเกตหรือองศาการวัดสายตา มุมเงยหรือมุมก้ม คือมุมที่เบนจากระดับสายตาไปยังวัตถุที่สังเกตหรือองศาของระดับสายตา

ครุคลิกที่ปุ่มการเคลื่อนไหวแสดงมุมก้มและมุมเงย เมื่อวัตถุอยู่ในที่ต่างๆ

อัตราส่วนตรีโกณมิติ

มุมเงย
มุมก้ม

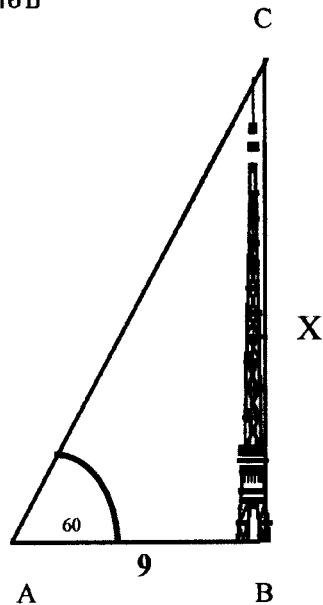
ระดับสายตา

วัตถุ

วัตถุ

เส้นระดับสายตา คือแนวเส้นตรงที่ขนานกับผิวน้ำทะเลหรือขนานกับพื้นราบ โดยเป็นเส้นตรงที่ลากจากสายตาผู้มอง มุมก้มหรือมุมเงย คือ มุมที่เบนจากระดับสายตาไปยังวัตถุที่สังเกตหรือองศาการวัดสายตา มุมเงยหรือมุมก้ม คือมุมที่เบนจากระดับสายตาไปยังวัตถุที่สังเกตหรือองศาของระดับสายตา

3. ให้นักเรียนพิจารณาหาคำตอบจากตัวอย่างที่ 1 ซึ่งเป็นภาพจำลองหอไอเฟล ให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์เกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ถาม พร้อมทั้งบอกค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ควรนำมาใช้ในการหาคำตอบ



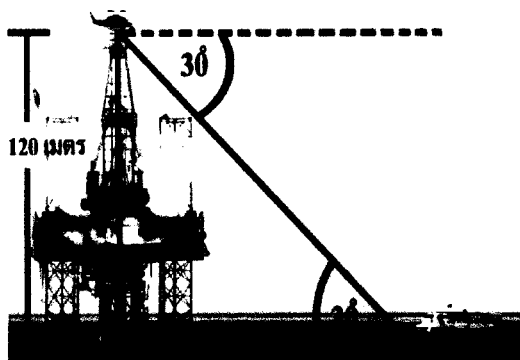
4. ให้นักเรียนจับคู่ทำใบกิจกรรมที่ 7.1 ซึ่งเป็นการสำรวจสภาพน้ำโดยผู้สังเกตการณ์อยู่บนเฮลิคอปเตอร์และวัดความสูงจากระดับน้ำทะเลได้ 120 เมตร จะมองเห็นเรือเล็กที่เก็บตัวอย่างน้ำ และใช้วิทยุสื่อสารติดต่อกันเพื่อให้เก็บได้ตรงตามที่ต้องการ

- นักเรียนวิเคราะห์โจทย์โดยบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ถามและคิดหาวิธีหาคำตอบ

คำตอบ

- นักเรียนหาอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เหมาะสมมาใช้ในการหาคำตอบ
- แสดงวิธีทำในใบกิจกรรม

5. ครูเฉลยคำตอบโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต โดยเลือกรูปซึ่งทำให้ขนาดของมุมเปลี่ยนแปลงและคลิกปุ่มแสดงวิธีทำให้น่าสนใจที่ละขั้นตอน เพื่อจะได้เข้าใจในบทเรียนมากขึ้น



6. ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 7.2 จำนวน 3 ข้อ โดยคิดหาคำตอบและแสดงวิธีทำให้ครบถ้วน
ครูสุ่มให้นักเรียนออกมาเฉลยคำตอบหน้าชั้นเรียน

7. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียน

หลักการทำโจทย์

ในการคำนวณหาระยะทางและความสูง จะพิจารณาในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีหลักดังนี้

- วาดรูป
- กำหนดสิ่งต่างๆ ตามที่โจทย์ให้รายละเอียด
- สร้างสมการจาก

$$\text{อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม} = \frac{\text{ความยาวด้านที่ตรงข้ามมุม}}{\text{ความยาวด้านที่ติดมุม}}$$

สื่อการเรียนรู้

1. สื่อจากโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต
2. ใบกิจกรรมที่ 7.1 , 7.2

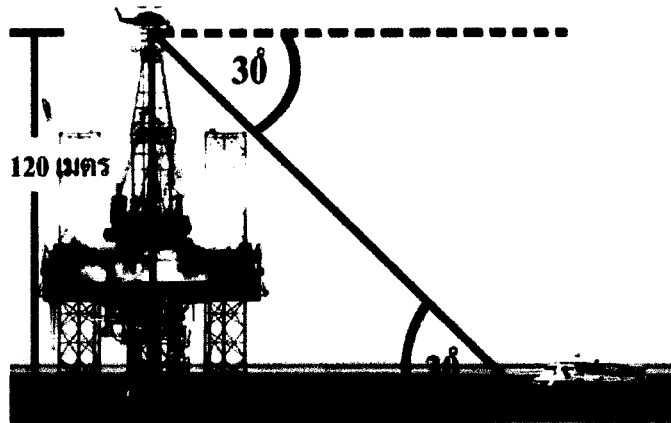
การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตความสนใจ
2. สังเกตการตอบคำถามและการอภิปรายร่วมกัน
3. สังเกตการทำกิจกรรมที่ได้รับร่วมกัน

ใบกิจกรรมที่ 7.1

สำรวจสภาพน้ำ

หลังจากการพบกากของเสียคล้ายน้ำมันดิบถูกคลื่นซัดขึ้นมาบนชายหาดในบริเวณแหลมสมิหราและหมู่บ้านชาวประมง ในอำเภอสติงพระ จังหวัดสงขลา จึงได้ใช้เฮลิคอปเตอร์บินสำรวจทะเลอ่าวไทยบริเวณแท่นขุดเจาะน้ำมันของบริษัท นิวคอสโตรอล โดยให้เรือเล็กเก็บตัวอย่างน้ำบริเวณแท่นขุดเจาะน้ำมันและใช้วิทยุสื่อสารติดต่อไปยังเรือกลางทะเลให้แล่นเข้ามายังตำแหน่งที่กำหนด(ดังรูป) ถ้ามุมที่แนวสายตาทำระดับกับเส้นระดับสายตา มีขนาด 30° อยากทราบว่าเรืออยู่ห่างจากแท่นขุดเจาะน้ำมันกี่เมตร ถ้าผู้สังเกตการณ์อยู่บนเฮลิคอปเตอร์และบินอยู่เหนือแท่นขุดเจาะน้ำมันวัดระยะที่เฮลิคอปเตอร์อยู่สูงจากพื้นน้ำ 120 เมตร



วิธีคิดหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

แสดงวิธีทำ

.....

.....

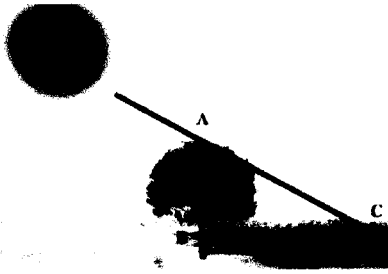
.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 7.2

การหาระยะทางและความสูงโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ

1. ต้นไม้ทอดเงายาว 15 เมตร ถ้ามุมเงยที่ปลายเงาของต้นไม้ไปยังยอดต้นไม้เท่ากับ 60 องศา จงหาว่าต้นไม้สูงกี่เมตร



.....

.....

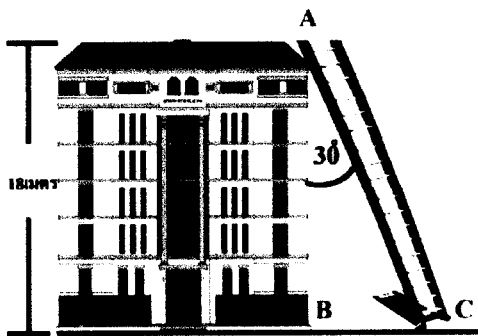
.....

.....

.....

.....

2. บ้านไคอันหนึ่งวางพาดกำแพงและทำมุม 30 องศา กับกำแพง ถ้ากำแพงสูง 18 ฟุต บ้านไคยาวกี่ฟุต



.....

.....

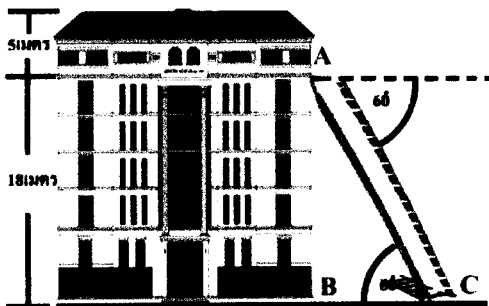
.....

.....

.....

.....

3. จากข้อ 2 ถ้าวางปลายบ้านไคอยู่ต่ำกว่ากำแพงตามรูป จงหาว่ากำแพงสูงกี่ฟุตจากกำแพงมากกว่าหรือน้อยกว่าคำตอบในข้อ 2 เท่าใด



.....

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

จำนวน 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

อัตราส่วนตรีโกณมิติมีประโยชน์ในการหาระยะทาง ความยาว และความสูงของสิ่งต่างๆ ทรายค่ามุมใดมุมหนึ่งและความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก สามารถหาความยาวของด้านที่เหลือได้

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

3. บอกความหมายของมุมก้มและมุมเงยได้
4. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการหาระยะทางและความสูงได้

สาระการเรียนรู้

การประยุกต์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

อัตราส่วนตรีโกณมิติมีประโยชน์ในการหา ความยาว ความสูง และระยะทางของสิ่งต่างๆ โดยทรายค่ามุมใดมุมหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ก็สามารถหาด้านที่เหลือได้

หลักการทำโจทย์

ในการคำนวณหาระยะทางและความสูง จะพิจารณาในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีหลักดังนี้

- วาดรูป
- กำหนดสิ่งต่างๆ ตามที่โจทย์ให้รายละเอียด
- สร้างสมการจาก

$$\text{อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม} = \frac{\text{ความยาวด้านที่ตรงกันข้าม}}{\text{ความยาวด้านที่ติดกัน}}$$

ตัวอย่างที่ 1 เพื่อเป็นการส่งเสริมการท่องเที่ยวในวันวาเลนไทน์ มีการจัดงานแต่งซึ่งเรียกว่า วิวาท์เหาะ โดยคู่บ่าวสาวปีนหน้าผาขึ้นไปบนหน้าผาขึ้นไป บนหน้าผา 30 เมตร โดยใช้ลวดสลิง และโคคหอกจากหน้าผามาตามลวดสลิงเพื่อมาจคทะเบียนสมรสด้านล่าง(จุด C) เมื่อคู่บ่าวสาวขึ้นไป บนหน้าผามองลงมาด้านล่างเห็น โต้ะที่การจคทะเบียนสมรสเป็นมุม 30 องศา จงหาระยะทางที่ คู่บ่าวสาวโคคหน้าผาลงมาเป็นกี่เมตร



วิธีทำ จากจุด A ผู้สังเกตการณ์มองลงเป็นมุมก้ม 30°

หา AC , จาก $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและมุม ABC เป็นมุมฉาก

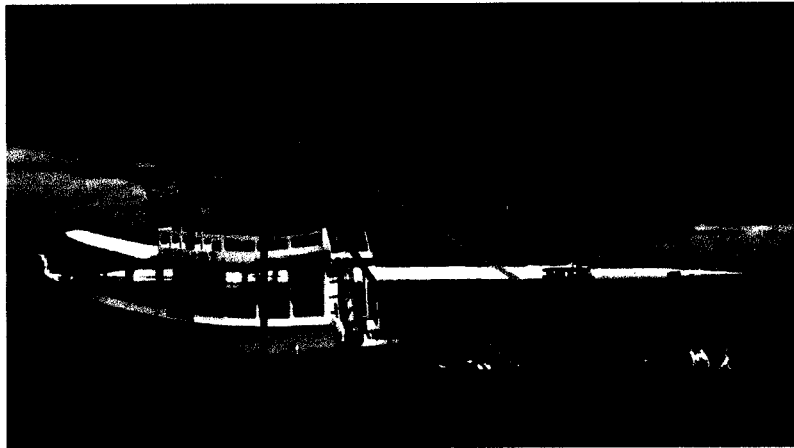
$$\sin 30^\circ = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{30}{AC}$$

$$AC = 60 \text{ เมตร}$$

ดังนั้น ระยะที่คู่บ่าวสาวโคคหน้าผาลงมาเป็น 60 เมตร

ตัวอย่างที่ 2 การท่องเที่ยวทางน้ำในบริเวณหมู่เกาะปันหยี มักจะมีเรือแคนูพายเล่นโดยนักท่องเที่ยว เพื่อความปลอดภัยของนักท่องเที่ยวเจ้าของเรือมักจะใช้กล้องส่องทางไกลสำรวจเรือแคนูที่นักท่องเที่ยวพายออกไป หากเกิดอุบัติเหตุจะได้ช่วยเหลือได้ทันเวลาที่ และในครั้งนี้เจ้าของเรือที่อยู่บนเรือใหญ่ ณ จุดที่ทำการสำรวจสูงกว่าพื้นน้ำ 36 หลา มองเห็นเรือแคนูสองลำทำมุมก้ม 30 องศา และ 60 องศา ตามลำดับ อยากทราบว่าเรือแคนูสองลำอยู่ห่างกันกี่หลา



วิธีทำ จากรูป , $\triangle ABC$ และรูป $\triangle ABD$, มุม ABD เป็นมุมฉาก

$$\begin{aligned} \text{หา } BC , \quad \tan 60^\circ &= \frac{AB}{BC} \\ \sqrt{3} &= \frac{36}{BC} \\ BC &= \frac{36}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{36\sqrt{3}}{3} \\ &= 12\sqrt{3} \text{ หลา} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{หา } BD , \quad \tan 30^\circ &= \frac{AB}{BD} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} &= \frac{36}{BD} \\ BD &= 36\sqrt{3} \text{ หลา} \\ CD &= BD - BC \\ &= 36\sqrt{3} - 12\sqrt{3} \\ &= 24\sqrt{3} \end{aligned}$$

ดังนั้น เรือสองลำอยู่ห่างกัน $24\sqrt{3}$ หลา

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ให้นักเรียนช่วยกันอภิปรายวิธีการหาคำตอบจากโจทย์ปัญหา โดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ และครูใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตนำเสนอเป็นขั้นตอน

หลักการทำโจทย์

ในการคำนวณหาระยะทางและความสูง จะพิจารณาในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีหลักดังนี้

- วาดรูป
- กำหนดสิ่งต่างๆ ตามที่โจทย์ให้รายละเอียด
- สร้างสมการจาก

$$\text{อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม} = \frac{\text{ความยาวด้านที่ตรงข้ามมุม}}{\text{ความยาวด้านที่ติดมุม}}$$

2. ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 8.1 (วิวัฒนาการได้ระยะทางเท่าไร)
 - วิเคราะห์โจทย์เกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ถาม
 - หาอัตราส่วนตรีโกณมิติเหมาะสมมาช่วยในการหาคำตอบ
 - แสดงวิธีทำในใบกิจกรรม
3. ครูใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตแสดงภาพ เลื่อนภาพ วัดขนาดมุมและเฉลยคำตอบ



4. ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 8.2 (ห้องที่เขี้ยวอ่าวพังงา) โดยครูใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต อธิบายลักษณะของโจทย์และใช้คำถามให้นักเรียนตอบ เพื่อเป็นแนวทางในการคิดหาคำตอบ ก่อนที่จะให้แสดงวิธีทำ



5. ครูใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตเฉลยคำตอบ
6. ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 8.3
7. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียน ดังนี้

หลักการทำโจทย์

ในการคำนวณหาระยะทางและความสูง จะพิจารณาในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีหลักดังนี้

- วาดรูป
- กำหนดสิ่งต่างๆ ตามที่โจทย์ให้รายละเอียด
- สร้างสมการจาก

$$\text{อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม} = \frac{\text{ความยาวด้านที่ตรงข้ามมุม}}{\text{ความยาวด้านที่ประกอบมุม}}$$

สื่อการเรียนรู้

1. สื่อจากโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต
2. ใบกิจกรรมที่ 8

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตความสนใจ
2. สังเกตการตอบคำถามและการอภิปรายร่วมกัน
3. สังเกตการทำกิจกรรมที่ได้รับร่วมกัน

ใบกิจกรรมที่ 8.1

วิวัฒนาการได้ระยะทางเท่าไร

เพื่อเป็นการส่งเสริมการท่องเที่ยวในวันวาเลนไทน์ มีการจัดงานแต่งซึ่งเรียกว่า วิวัฒนาการ โดยคู่บ่าวสาวปีนหน้าผาขึ้นไปบนหน้าผาขึ้นไป บนหน้าผา 30 เมตร โดยใช้ลวดสลิงและโคคหอกจากหน้าผามาตามลวดสลิงเพื่อมาจดทะเบียนสมรสด้านล่าง(จุด C) เมื่อคู่บ่าวสาวขึ้นไปบนหน้าผามองลงมาด้านล่างเห็นโต๊ะที่การจดทะเบียนสมรสเป็นมุม 30 องศา จงหาระยะทางที่คู่บ่าวสาวโคคหน้าผาลงมาเป็นกี่เมตร



วิธีคิด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ท่องเที่ยวอ่าวพังงา

การท่องเที่ยวทางน้ำในบริเวณหมู่เกาะปันหยี มักจะมีเรือแคนูพายเล่น โดยนักท่องเที่ยว เพื่อความปลอดภัยของนักท่องเที่ยวเจ้าของเรือมักจะใช้กล้องส่องทางไกลสำรวจเรือแคนูที่นักท่องเที่ยวพายออกไป หากเกิดอุบัติเหตุจะได้ช่วยเหลือ ได้ทัน่วงที และในครั้งนี้เจ้าของเรือที่อยู่บนเรือใหญ่ ณ จุดที่ทำการสำรวจสูงกว่าพื้นน้ำ 36 หลา มองเห็นเรือแคนูสองลำทำมุมก้ม 30 องศา และ 60 องศา ตามลำดับ อยากทราบว่าเรือแคนูสองลำอยู่ห่างกันกี่หลา



วิธีคิด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1) ชายคนหนึ่งยืนอยู่บนหน้าผาริมทะเลซึ่งสูงจากระดับน้ำทะเล 90 เมตร มองเห็นเรือลำหนึ่งเป็นมุมกับ 45° จงหาว่าเรือลำนี้อยู่ห่างจากหน้าผากี่เมตร

.....

.....

.....

2) จากหน้าผาริมทะเลซึ่งสูงจากระดับน้ำทะเล 150 ฟุต มองเห็นเรือสองลำเป็นมุมกับ 30° และ 60° ตามลำดับเรือสองลำอยู่ห่างกันกี่ฟุต

.....

.....

.....

3) นาย ก อยู่ทางทิศเหนือของเจดีย์แห่งหนึ่ง วัดมุมเงยของเจดีย์ได้ 45° นาย ข ยืนอยู่ทางทิศใต้ วัดมุมเงยของเจดีย์ได้ 30° ถ้าเจดีย์สูง 100 เมตร นาย ก และ นาย ข ยืนห่างกันกี่เมตร

.....

.....

.....

4) จากยอดตึกซึ่งสูง 96 ฟุต ชายผู้หนึ่งมองลงมาเห็นต้นไม้สองต้นเป็นมุมกับ 30° และ 60° ตามลำดับต้นไม้สองต้นอยู่ห่างกันกี่ฟุต

.....

.....

.....

5) เสิลคอปเตอร์ลำหนึ่งขึ้นตรงดิ่งจากที่ราบแห่งหนึ่งพอขึ้นไปได้ระยะหนึ่งก็ปัดันมองลงมาเห็นบ้านหลังหนึ่งเป็นมุมกับ 30 องศา เมื่อขึ้นตรงดิ่งไปอีก 100 เมตร ก็ปัดันก็มมองเห็นบ้านหลังเดิมเป็นมุม 60 องศา จงหาเสลคอปเตอร์ขึ้นสูงกี่เมตรเมื่อมองเห็นบ้านครั้งแรก

.....

.....

.....

ภาคผนวก ค

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน-หลังเรียน

แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1) ข้อใดถูกต้อง

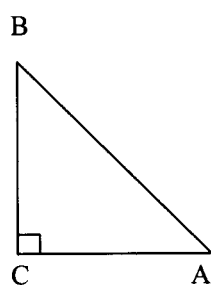
$$1. \sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$2. \sec A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}$$

$$3. \tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}$$

$$4. \cot A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

2) จากรูป, $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก, มุม ACB เป็นมุมฉาก ข้อใดถูกต้อง



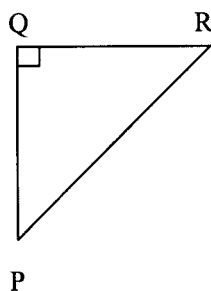
$$1. \sin A = \frac{BC}{AB}$$

$$2. \operatorname{cosec} A = \frac{BC}{AC}$$

$$3. \tan B = \frac{AC}{AB}$$

$$4. \cos A = \frac{BC}{AC}$$

3) จากรูป, $\triangle PQR$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก, มุม PQR เป็นมุมฉาก ข้อใดถูกต้อง



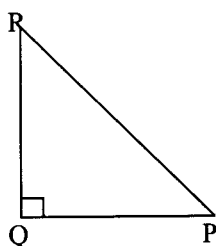
$$1. \sin P = \frac{QR}{PQ}$$

$$2. \cos R = \frac{QR}{PR}$$

$$3. \cos P = \frac{PQ}{QR}$$

$$4. \sec R = \frac{PR}{PQ}$$

4) จากรูป, $\triangle PQR$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก, มุม PQR เป็นมุมฉาก ค่าของ $\operatorname{cosec} R$ มีค่าตรงกับข้อใด



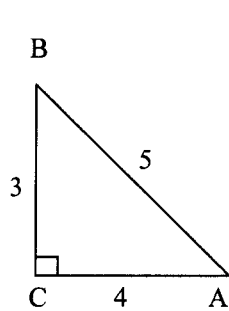
$$1. \frac{PQ}{PR}$$

$$2. \frac{RQ}{PR}$$

$$3. \frac{PR}{PQ}$$

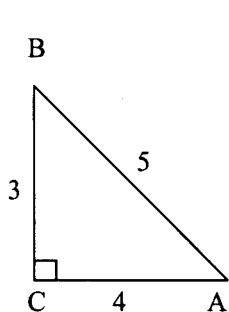
$$4. \frac{PR}{RQ}$$

5) กำหนดให้รูป $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม ACB เป็นมุมฉาก (ตัวเลขที่กำกับแทนความยาวของด้าน) ค่าของ $\tan A$ ตรงกับข้อใด



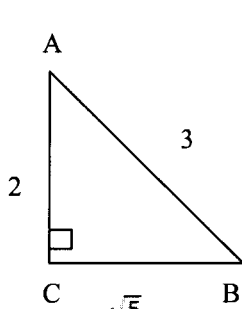
1. $\frac{3}{4}$
2. $\frac{3}{5}$
3. $\frac{4}{3}$
4. $\frac{4}{5}$

6) กำหนดให้รูป $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม ACB เป็นมุมฉาก (ตัวเลขที่กำกับแทนความยาวของด้าน) ค่าของ $\sin A + \cos B$ ตรงกับข้อใด



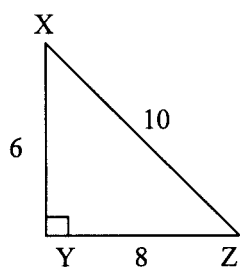
1. $\frac{8}{5}$
2. $\frac{7}{5}$
3. $\frac{6}{5}$
4. 1

7) กำหนดให้รูป $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม ACB เป็นมุมฉาก (ตัวเลขที่กำกับแทนความยาวของด้าน) ค่าของ $5 \tan B$ ตรงกับข้อใด



1. $\sqrt{5}$
2. $2\sqrt{5}$
3. $\frac{\sqrt{2}}{5}$
4. $5\sqrt{2}$

8) กำหนดให้รูป $\triangle XYZ$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม XYZ เป็นมุมฉาก XY ยาว 6 หน่วย , YZ ยาว 8 หน่วย และ XZ ยาว 10 หน่วย ค่าของ $\tan X \cdot \cot X$ ตรงกับข้อใด



1. $\frac{8}{5}$
2. $\frac{7}{5}$
3. $\frac{6}{5}$
4. 1

9) กำหนดให้ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม ACB เป็นมุมฉาก ถ้า $\tan A = \frac{5}{12}$ แล้ว $\cos A$

มีค่าตรงกับข้อใด

1. $\frac{5}{3}$
2. $\frac{12}{13}$
3. $\frac{13}{5}$
4. $\frac{13}{12}$

10) กำหนดให้ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม ACB เป็นมุมฉาก ถ้า $2\sin A = 1$ แล้ว $\cot A$

มีค่าตรงกับข้อใด

1. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
2. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
3. $\sqrt{3}$
4. 1

11) กำหนดให้ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม ACB เป็นมุมฉาก ถ้า $\cos A = 0.8$ แล้ว

$\sin A$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. 0.52
2. 0.56
3. 0.60
4. 0.75

12) กำหนดให้ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม ACB เป็นมุมฉาก ถ้า $\tan A = 0.75$ จงหา

$\sin A \cdot \operatorname{cosec} A$

1. $\frac{1}{2}$
2. 1
3. 2
4. 3

13) กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม ACB เป็นมุมฉาก ถ้า $5\sin A = 4$ แล้ว $\tan A + \sec A$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $\frac{1}{2}$
2. $\frac{1}{3}$
3. 1
4. 3

14) กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม ACB เป็นมุมฉาก ถ้า $15\sec A = 17$ แล้ว $\operatorname{cosec} A$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $\frac{8}{15}$
2. $\frac{8}{17}$
3. $\frac{17}{8}$
4. $\frac{15}{8}$

15) กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม ACB เป็นมุมฉาก ถ้า $13\cos A = 12$ จงหา $\sec^2 A - \tan^2 A$

1. $\frac{1}{2}$
2. 1
3. $\frac{3}{2}$
4. 2

16) กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม ACB เป็นมุมฉาก ถ้า $\sin A = \frac{3}{5}$ จงหา

$$\frac{\tan A}{1 - \tan^2 A}$$

1. $\frac{5}{12}$
2. $\frac{7}{12}$
3. $\frac{12}{5}$
4. $\frac{12}{7}$

17) $\cos 30^\circ$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. $\frac{1}{2}$

3. 1

4. $\sqrt{3}$

18) $\cos 60^\circ$ มีค่าตรงกับอัตราส่วนตรีโกณมิติข้อใด

1. $\sin 60^\circ$

2. $\sin 30^\circ$

3. $\operatorname{cosec} 30^\circ$

4. $\sec 30^\circ$

19) ถ้า $\sin A = \cos A$ แล้ว $\operatorname{cosec} A$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. 1

2. $\sqrt{2}$

3. 2

4. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

20) ข้อใดถูกต้อง

1. $\sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ = \tan 45^\circ$

2. $\sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ = 1$

3. $\tan 60^\circ = \frac{\sin 30^\circ}{\cos 60^\circ}$

4. $\sin^2 60^\circ - \cos^2 30^\circ = \tan^2 30^\circ$

21) ค่าของ $\tan^2 60^\circ - \tan^2 30^\circ$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $\frac{2}{3}$

2. $\frac{5}{3}$

3. $\frac{8}{3}$

4. 3

22) ค่าของ $2\operatorname{cosec}^2 45^\circ - 3\tan^2 30^\circ$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. 4
2. $\frac{4}{3}$
3. 1
4. 0

23) ค่า x จากสมการ $x\sin 30^\circ \cos 60^\circ = 4$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. 4
2. 8
3. 16
4. 20

24) ถ้า $x\sin^2 45^\circ = \operatorname{cosec} 30^\circ$ แล้ว x มีค่าตรงกับข้อใด

1. 1
2. 2
3. 4
4. 5

25) ต้นไม้ต้นหนึ่งทอดเงายาว 12 เมตร แนวของเส้นตรงที่ลากผ่านจุดปลายของเงาต้นไม้และยอดต้นไม้ทำมุม 30° กับเงาของต้นไม้ ความสูงของต้นไม้เท่ากับข้อใด

1. 4 เมตร
2. $4\sqrt{3}$ เมตร
3. 5 เมตร
4. $5\sqrt{3}$ เมตร

26) บันไดยาว 6 เมตร วางพาดกำแพง ปลายบันไดจรดขอบกำแพงพอดี และทำมุม 60° กับกำแพง ความสูงจากพื้นดินถึงปลายบันไดยาวกี่เมตร

1. 3
2. 3.5
3. 4
4. 4.5

- 27) เงามองเสาต้นหนึ่งซึ่งสูง 6 ฟุตยาวเท่ากับ $2\sqrt{3}$ ฟุตมุมเงยของดวงอาทิตย์เป็นกี่องศา
1. 15°
 2. 30°
 3. 45°
 4. 60°
- 28) พอล่ายืนห่างจากตึกหลังหนึ่ง 80 เมตร เขามองเห็นยอดตึกเป็นมุมเงย 60° ตึกที่พอล่ามองเห็นมีความสูงกี่เมตร
1. 60
 2. $75\sqrt{3}$
 3. $80\sqrt{3}$
 4. 90
- 29) จอยและเป็ลอยู่คนละข้างของตึกหลังหนึ่งในแนวเดียวกันทั้งสองคนวัดมุมเงยของตึกได้ 45° และ 60° ตามลำดับ ถ้าตึกหลังนี้สูง 20 เมตร จอยและเป็ลอยู่ห่างกันกี่เมตร
1. 50.46
 2. 54.64
 3. 60.46
 4. 64.64
- 30) ชายคนหนึ่งยืนอยู่บนหน้าผาซึ่งสูง 90 เมตร มองเห็นเรือสองลำในทะเลเป็นมุมก้ม 30 องศา และ 60 องศา ตามลำดับ เรือสองลำอยู่ห่างกันกี่เมตร
1. 60
 2. $60\sqrt{3}$
 3. 80
 4. $80\sqrt{3}$

เฉลยแบบทดสอบทดสอบก่อนเรียน

1.	3	16.	4
2.	1	17.	1
3.	3	18.	2
4.	3	19.	2
5.	1	20.	1
6.	3	21.	3
7.	2	22.	4
8.	4	23.	3
9.	2	24.	3
10.	3	25.	2
11.	3	26.	1
12.	2	27.	4
13.	4	28.	3
14.	3	29.	2
15.	2	30.	2

แบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1) กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก, มุม A เป็นมุมฉาก ข้อใดถูกต้อง

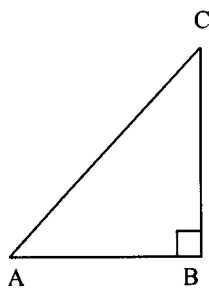
$$1. \cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}$$

$$2. \tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}$$

$$3. \sec A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$4. \sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

2) จากรูป $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก, มุม A เป็นมุมฉาก ข้อใดถูกต้อง



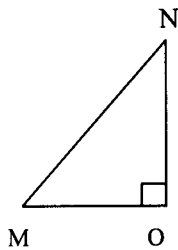
$$1. \sin B = \frac{BC}{AB}$$

$$2. \tan A = \frac{BC}{AC}$$

$$3. \cos A = \frac{AB}{AC}$$

$$4. \operatorname{cosec} B = \frac{AB}{BC}$$

3) จากรูป $\triangle MNO$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก, มุม M เป็นมุมฉาก จงหา $\cot N$



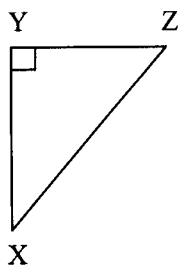
$$1. \frac{NO}{MO}$$

$$2. \frac{NO}{MN}$$

$$3. \frac{NO}{MO}$$

$$4. \frac{MO}{MN}$$

4) จากรูป $\triangle XYZ$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก, มุม X เป็นมุมฉาก ข้อใดถูกต้อง



$$1. \sin X = \frac{YZ}{XZ}$$

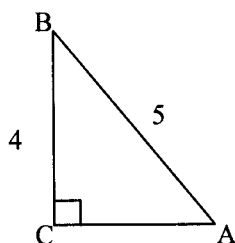
$$2. \sin Z = \frac{YZ}{XZ}$$

$$3. \cos X = \frac{YZ}{XZ}$$

$$4. \cos X = \frac{XZ}{YZ}$$

5) กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม ACB เป็นมุมฉาก (ตัวเลขที่กำกับแทนความยาวของด้าน)

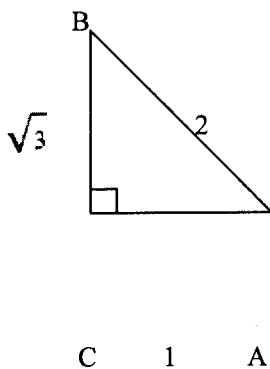
ค่าของ $\cos A$ ตรงกับข้อใด



1. 0.6
2. 0.8
3. 1.66
4. 1.25

6) กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม ACB เป็นมุมฉาก (ตัวเลขที่กำกับแทนความยาวของด้าน)

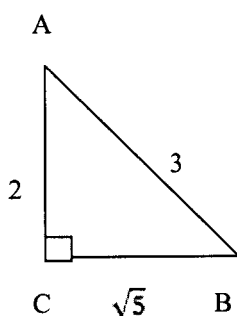
ค่าของ $\cos A + \sin B$ ตรงกับข้อใด



1. $\frac{1}{4}$
2. $\frac{1}{2}$
3. 1
4. $\frac{3}{2}$

7) กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม ACB เป็นมุมฉาก (ตัวเลขที่กำกับแทนความยาวของด้าน)

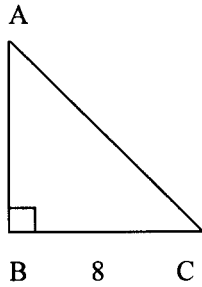
ค่าของ $2\tan A$ ตรงกับข้อใด



1. $\sqrt{5}$
2. $2\sqrt{5}$
3. $\frac{\sqrt{2}}{5}$
4. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

8) กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม ACB เป็นมุมฉาก (ตัวเลขที่กำกับแทนความยาวของด้าน)

ค่าของ $\sin A \cdot \operatorname{cosec} A$ ตรงกับข้อใด



1. $\frac{3}{4}$
2. 1
3. $\frac{9}{16}$
4. $\frac{15}{16}$

9) กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม ABC เป็นมุมฉาก ถ้า $\sin A = \frac{24}{25}$ แล้ว

$\cos A$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $\frac{7}{25}$
2. $\frac{7}{24}$
3. $\frac{25}{7}$
4. $\frac{24}{7}$

10) กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม ABC เป็นมุมฉาก ถ้า $3\sec A = 5$ แล้ว

$\sin A$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $\frac{3}{4}$
2. $\frac{4}{5}$
3. $\frac{5}{3}$
4. $\frac{5}{4}$

11) กำหนดให้ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม A เป็นมุมฉาก ถ้า $\tan A = 0.75$ แล้ว $\operatorname{cosec} A$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $\frac{3}{5}$
2. $\frac{4}{5}$
3. $\frac{5}{3}$
4. $\frac{5}{4}$

12) กำหนดให้ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม A เป็นมุมฉาก ถ้า $5\sin A = 4$ จงหา $\sin A \cdot \operatorname{cosec} A$

1. $\frac{3}{5}$
2. $\frac{4}{5}$
3. 1
4. $\frac{12}{5}$

13) กำหนดให้ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม A เป็นมุมฉาก ถ้า $13\sin A = 12$ จงหา $\tan A + \sec A$

1. 1
2. 2
3. 3
4. 5

14) กำหนดให้ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม A เป็นมุมฉาก ถ้า $\sec A = \frac{17}{15}$ แล้ว

$\cot A$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $\frac{8}{15}$
2. $\frac{15}{8}$
3. $\frac{15}{17}$
4. $\frac{17}{15}$

15) กำหนดให้ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม A เป็นมุมฉาก ถ้า $2\sin A = \sqrt{3}$

จงหา $\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A$

1. $\frac{1}{2}$
2. 1
3. $\frac{3}{2}$
4. 2

16) กำหนดให้ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , มุม A เป็นมุมฉาก ถ้า $\cos A = \frac{4}{5}$

จงหา $\frac{\sin^2 A}{1 - \sin^2 A}$

1. $\frac{3}{4}$
2. $\frac{4}{9}$
3. $\frac{16}{9}$
4. $\frac{16}{25}$

17) $\tan 30^\circ$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $\sqrt{3}$
2. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
3. $\frac{1}{\sqrt{3}}$
4. 1

18) $\sin 30^\circ$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $\sin 60^\circ$
2. $\cos 60^\circ$
3. $\operatorname{cosec} 30^\circ$
4. $\sec 30^\circ$

19) ถ้า $\sin A - \cos A = 0$ แล้ว $3\tan A$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. 0
2. 1
3. 2
4. 3

20) ข้อใดถูกต้อง

1. $\sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ = 1$
2. $\sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ = \tan^2 45^\circ$
3. $\cot 60^\circ = \frac{\sin 30^\circ}{\cos 60^\circ}$
4. $\sin^2 60^\circ - \cos^2 30^\circ = \tan^2 30^\circ$

21) $\sin^2 60^\circ - \sin^2 30^\circ$ มีค่าเท่าใด

1. $\frac{3}{4}$
2. $\frac{1}{4}$
3. $\frac{1}{2}$
4. 1

22) $\sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ - \tan^2 45^\circ$ มีค่าเท่าใด

1. $\frac{3}{4}$
2. $\frac{1}{4}$
3. $\frac{1}{2}$
4. 1

23) ถ้า X จากสมการ $3X\tan^2 60^\circ + \sin^2 60^\circ = 3$ มีค่าเท่าใด

1. $\frac{1}{3}$
2. $\frac{1}{4}$
3. $\frac{4}{6}$
4. 3

- 24) ถ้า $X \sin^2 45^\circ + \tan^2 45^\circ = \operatorname{cosec} 30^\circ$ แล้ว X มีค่าเท่าใด
1. $\frac{1}{4}$
 2. $\frac{1}{2}$
 3. 1
 4. 2
- 25) อาคารหลังหนึ่งสูง 27 เมตร จากจุดๆหนึ่งมีผู้สังเกตการณ์ที่อยู่บนพื้นดินมองเห็นหลังคาของอาคารหลังนี้เป็นมุมเงย 60° ผู้สังเกตการณ์อยู่ห่างจากอาคารกี่เมตร
1. $27\sqrt{3}$
 2. $9\sqrt{3}$
 3. 27
 4. 9
- 26) เสาของเสาต้นหนึ่งยาว $2\sqrt{3}$ เมตร ถ้าเสาต้นนี้สูง 2 เมตร ดังนั้นมุมที่เกิดจากเส้นที่ลากผ่านยอดเสากับปลายเสาเป็นกึ่งศา
1. 30°
 2. 45°
 3. 60°
 4. 90°
- 27) ณ จุดๆหนึ่งบนคาบฟ้าของอาคารหลังหนึ่ง จอมมองเห็นรถคันหนึ่งเป็นมุมก้ม 30° ถ้าอาคารหลังนี้สูง 30 เมตร จอมอยู่ห่างจากรถเป็นระยะทางกี่เมตร
1. 30
 2. $30\sqrt{3}$
 3. 60
 4. $60\sqrt{3}$

28) บันไดอันหนึ่งยาว 12 เมตร พาดบนกำแพงหลังหนึ่งปลายบันไดพาดบนขอบกำแพงพอดี ถ้ามุมที่ปลายบันไดทำกับกำแพง 30° ระยะจากเชิงบันไดถึงกำแพงยาวกี่เมตร

1. 6
2. $6\sqrt{3}$
3. 12
4. $12\sqrt{3}$

29) จากยอดเสากระโดงเรือผู้สังเกตการณ์มองลงมาเป็นมุมก้ม 45° มองเห็นเรือลำหนึ่ง ถ้าเสากระโดงเรือสูง 20 เมตร เรืออยู่ห่างจากผู้สังเกตการณ์กี่เมตร

1. $20\sqrt{3}$
2. $20\sqrt{2}$
3. 20
4. $10\sqrt{3}$

30) ชายคนหนึ่งยืนอยู่บนหน้าผาที่สูงจากระดับน้ำทะเล 150 เมตร มองเห็นเรือ 2 ลำ เป็นมุมก้ม 30° และ 60° ตามลำดับ เรือ 2 ลำ อยู่ห่างกันกี่เมตร

1. 100
2. $100\sqrt{3}$
3. 50
4. $50\sqrt{3}$

เฉลยแบบทดสอบทดสอบหลังเรียน

1. 3	16. 3
2. 2	17. 3
3. 1	18. 2
4. 1	19. 4
5. 1	20. 2
6. 3	21. 3
7. 1	22. 4
8. 2	23. 2
9. 1	24. 4
10. 2	25. 2
11. 3	26. 1
12. 1	27. 3
13. 4	28. 1
14. 2	29. 3
15. 2	30. 2

ประวัติผู้ศึกษา

ชื่อ	นางสุพิชฌาย์ วัฒนคุณสรณ์
วัน เดือน ปี เกิด	19 มีนาคม 2500
ภูมิลำเนา	จังหวัดสมุทรสงคราม
ประวัติการศึกษา	มัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนนารีวัฒนา จังหวัดสมุทรสงคราม มัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนศรีอยุธยา จังหวัดกรุงเทพมหานคร ปริญญาตรี วิทยาลัยครูสวนสุนันทา
สถานที่ทำงาน	โรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี จังหวัดกรุงเทพมหานคร
ตำแหน่ง	ครูชำนาญการพิเศษ