

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เรื่อง อัตราส่วน  
ตรีโกณมิติ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวาวีวิทยาคม จังหวัดเชียงราย

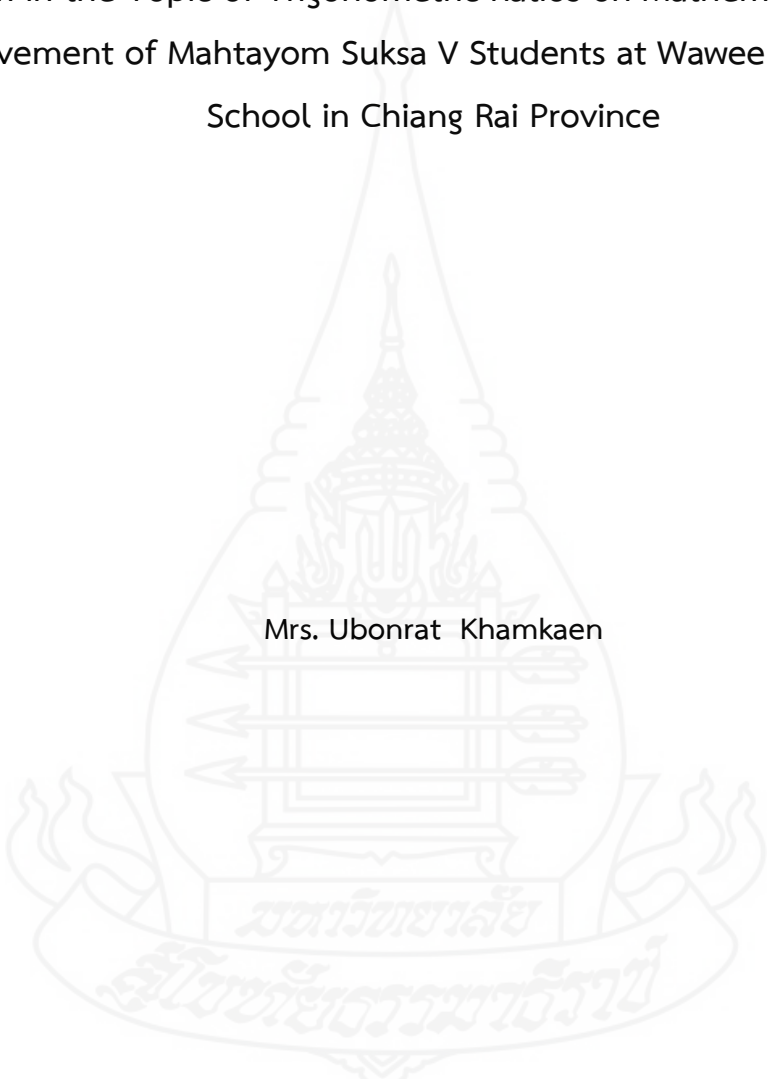
นางอุบลรัตน์ คำแก่น

การศึกษาค้นคว้าอิสระนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต  
แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

พ.ศ. 2561

The Effects of Learning Activities Using the Geometer's Sketchpad  
Program in the Topic of Trigonometric Ratios on Mathematics Learning  
Achievement of Mahtayom Suksa V Students at Wawee Wittayakom  
School in Chiang Rai Province

Mrs. Ubonrat Khamkaen



An Independent Study Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for  
the Degree of Master of Education in Curriculum and Instruction

School of Educational Studies

Sukhothai Thammathirat Open University

2018

**หัวข้อการศึกษาค้นคว้าอิสระ** ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาวิวิทยาكم จังหวัดเชียงราย

**ชื่อและนามสกุล** นางอุบลรัตน์ คำแก่น

**แขนงวิชา** หลักสูตรและการสอน

**สาขาวิชา** ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

**อาจารย์ที่ปรึกษา** ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.องอาจ ชีมรัมย์

การศึกษาค้นคว้าอิสระนี้ ได้รับความเห็นชอบให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา ตามหลักสูตรระดับปริญญาโท เมื่อวันที่ 16 สิงหาคม 2562

คณะกรรมการสอบการศึกษาค้นคว้าอิสระ

ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.องอาจ ชีมรัมย์)

กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กฤษณะ โสขุม)

(รองศาสตราจารย์ ดร.ทวีวัฒน์ วัฒนกุลเจริญ)

ประธานกรรมการประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์

**ชื่อการศึกษาค้นคว้าอิสระ** ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เรื่อง  
อัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของ  
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาวิวิทยาком จังหวัดเชียงราย  
**ผู้ศึกษา** นางอุบลรัตน์ คำแก่น **รหัสนักศึกษา** 2562100533  
**ปริญญา** ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (หลักสูตรและการสอน)  
**อาจารย์ที่ปรึกษา** ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.องอาจ ชิมรัมย์ **ปีการศึกษา** 2561

### บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง  
อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาวิวิทยาком จังหวัดเชียงราย  
ระหว่างก่อนและหลังเรียน โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาวิวิทยาком จังหวัดเชียงราย  
ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 29 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม  
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ (1) แผนการจัดการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ  
โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต (2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง  
อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลได้แก่ ค่าร้อยละ  
ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที

ผลการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วน  
ตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาวิวิทยาком  
จังหวัดเชียงรายหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระดับ .05

**คำสำคัญ** การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
คณิตศาสตร์ มัธยมศึกษา

**Independent Study title:** The Effects of Learning Activities Using the Geometer's Sketchpad Program in the Topic of Trigonometric Ratios on Mathematics Learning Achievement of Mahtayom Suksa V Students at Wawee Wittayakom School in Chiang Rai Province

**Author:** Mrs. Ubonrat Khamkaen; **ID:** 2562100533

**Degree:** Master of Education (Curriculum and Instruction);

**Independent Study advisor:** Dr.ongart Sumrum, Assistant professor;

**Academic year:** 2018

### Abstract

The objectives of this research were compare mathematics learning achievement in the topic of Trigonometric Ratios of Mathayom Suksa V students Waweewittayakom School in Chaingrai Province before and after partaking in learning activities with the use of the geometer's sketchpad program (GSP)

The sample of this study consisted of 29 Mathayom Suksa V students an intact classroom of Waweewittayakom School in Chaingrai Province during the first semester of the 2015 academic year. Obtained by cluster sampling. The employed research instrument were learning management plans in the Mathematics Learning Area on the topic of Trigonometric Ratios for learning activities with the use of the geometer's sketchpad program (GSP), and a learning achievement test. Statistics employed for data analysis were percentage mean standard deviation and t-test by SPSS Program.

Research findings were that the post-learning mathematics learning achievement in the topic of Trigonometric Ratios with the use of the geometer's sketchpad program (GSP) of Mathayom Suksa V students Waweewittayakom School in Chaingrai Province was significantly higher than their pre-learning counterpart achievement at the .05 level

**Keywords:** Organizing learning activities using dynamic geometry program, Mathematics learning achievement, Secondary education

## กิตติกรรมประกาศ

การค้นคว้าอิสระฉบับนี้ สำเร็จลงได้ด้วยดีเพราะผู้ศึกษาได้รับความเมตตากรุณาจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.องอาจ ชีมรัมย์ สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช ที่ให้ความช่วยเหลือ ให้คำแนะนำ ตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องในการจัดทำวิจัย ติดตามการศึกษาค้นคว้า ด้วยความเอาใจใส่เป็นอย่างดียิ่ง นับตั้งแต่เริ่มต้นจนสำเร็จเรียบร้อยสมบูรณ์ ผู้ศึกษาขอกราบ ขอบพระคุณท่านเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ คุณครูเย็นตา อมตวณิชกุล ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสารภีพิทยาคม จังหวัดเชียงใหม่ อาจารย์สุภาพร พองจันทร์ตา อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่ จังหวัดเชียงใหม่ และ คุณครูอำพน คำเขียว ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนดอนศิลาผางามวิทยาคม จังหวัดเชียงราย ที่ให้ความกรุณาตรวจสอบเครื่องมือ ให้คำปรึกษาแนะนำ และข้อเสนอแนะต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้

ขอขอบพระคุณ ผู้บริหาร คณะครูโรงเรียนวารีวิทยาคมทุกท่านที่ให้ความสนใจ ให้การสนับสนุน และขอขอบใจนักเรียนทุกคนที่ให้ความร่วมมือในการทดลองเป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อคุณแม่ ผู้ให้ชีวิตให้ความรัก ให้การสนับสนุนและคอยเป็นกำลังใจให้ด้วยดีตลอดมา

ผู้ศึกษาขออุทิศกุศลและประโยชน์ที่พึงมีจากการศึกษาครั้งนี้ให้กับผู้มีพระคุณทุกท่าน รวมทั้งผู้ที่สนใจศึกษาทุก ๆ ท่าน

อุบลรัตน์ คำแก่น  
มิถุนายน 2562

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย .....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .....	จ
กิตติกรรมประกาศ .....	ฉ
สารบัญตาราง .....	ณ
บทที่ 1 บทนำ .....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา .....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย .....	3
สมมติฐานการวิจัย .....	3
ขอบเขตการวิจัย .....	3
นิยามศัพท์ .....	4
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ .....	5
บทที่ 2 วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง .....	6
โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต .....	6
หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ .....	11
การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต .....	13
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ .....	16
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	19
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย .....	24
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง .....	24
รูปแบบการวิจัย .....	24
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย .....	25
การเก็บรวบรวมข้อมูล .....	29
การวิเคราะห์ข้อมูล .....	29
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล .....	30
ตอนที่ 1 การศึกษาวิเคราะห์สถิติเบื้องต้นของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาวิวิทยาคม จังหวัดเชียงราย ก่อนและหลังเรียน .....	30

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
ตอนที่ 2 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วน ตรีโกณมิติของกลุ่มตัวอย่างก่อนและหลังเรียน โดยใช้โปรแกรมเรขา คณิตพลวัต .....	31
บทที่ 5 สรุปการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ .....	33
สรุปการวิจัย .....	33
อภิปรายผล .....	35
ข้อเสนอแนะ .....	37
บรรณานุกรม .....	38
ภาคผนวก .....	42
ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือ.....	43
ข ตัวอย่างสื่อโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต.....	45
ค แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ.....	64
ง ตารางค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	76
จ ตารางแสดงค่าความยากง่าย และอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียน.....	78
ฉ ตารางคะแนนการทดสอบก่อนและหลังเรียนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.....	80
ประวัติผู้ศึกษา .....	82



สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 3.1 แสดงข้อมูลแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ .....	26
ตารางที่ 3.2 แสดงการวิเคราะห์สาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้เพื่อกำหนดจำนวน แบบทดสอบ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ .....	27
ตารางที่ 3.3 แสดงการออกแบบการสร้างแบบทดสอบ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ .....	28
ตารางที่ 4.1 ผลการศึกษาวิเคราะห์สถิติเบื้องต้นของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาวิวิทยาком จังหวัดเชียงราย ก่อนและหลังเรียน .....	31
ตารางที่ 4.2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วน ตรีโกณมิติของกลุ่มตัวอย่างก่อนและหลังเรียน โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ...	32



# บทที่ 1

## บทนำ

### 1. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นสิ่งสร้างสรรค์จิตใจ คณิตศาสตร์ไม่ใช่หมายความว่าเพียงตัวเลข การคำนวณ แต่ยังมีหมายถึงวิชาที่เกี่ยวกับการคิด การพิสูจน์อย่างมีเหตุผล เป็นภาษาหนึ่งที่มีการกำหนดสัญลักษณ์ที่รัดกุม สื่อความหมายได้ถูกต้อง มีโครงสร้างที่รวมความรู้ มีการศึกษาอย่างมีแบบแผน และเป็นศิลปะอย่างหนึ่งที่มีระเบียบ มีความกลมกลืนที่เกิดขึ้นภายใน ซึ่งทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ มีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผนสามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยให้มนุษย์เป็นผู้รู้จักคิดวิเคราะห์ มีความคิดที่เป็นระบบมีขั้นตอน มีเหตุผล ช่วยให้เป็นผู้ที่สามารถคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ แก้ปัญหา ให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล สามารถเชื่อมโยงสิ่งต่าง ๆ ได้อย่างสร้างสรรค์

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ส่วนใหญ่เป็นการสอนเนื้อหาที่เป็นกฎและหลักการทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการทำแบบฝึกทักษะจำนวนมากหลังจากการเรียนรู้ของแต่ละเนื้อหาแล้ว เพื่อให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการทำโจทย์ที่หลากหลาย ได้จดจำเนื้อหาที่เรียนให้ได้ (สุนทรีย์ วงศานาม, 2550, น.1 อ้างถึงใน สุพิชฌาย์ วัฒนนุสรณ์ 2552) กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์ที่เทียบได้กับการบอกคณิตศาสตร์เป็นการปิดกั้นไม่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้อย่างแท้จริง เมื่อผู้เรียนได้เรียนโดยการท่องจำ สัจพจน์ กฎ สูตร นิยามและตัวอย่างที่ครูอธิบายที่มา การแก้โจทย์ปัญหา ผู้เรียนจะสามารถทำได้ หากโจทย์ปัญหาที่พบคล้ายหรือเหมือนกับตัวอย่างที่ครูสอน แต่ถ้าปัญหาที่พบแตกต่างจากที่ ครูสอน พบว่า ผู้เรียนไม่สามารถแก้โจทย์ได้ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเนื้อหาเป็นนามธรรม ทำให้ยากที่จะทำความเข้าใจ อีกทั้งเนื้อหาของคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันอย่างต่อเนื่อง ทำให้นักเรียนที่ไม่เข้าใจตั้งแต่ต้นแล้วเบื่อ ไม่อยากเรียนคณิตศาสตร์ จนขาดแรงจูงใจในการเรียนคณิตศาสตร์

นารี วงศ์สิโรจน์กุล (2549,online) กล่าวว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตทำให้ครูและนักเรียนมีเวลาในการเรียนการสอนมากขึ้น เพราะไม่ต้องเสียเวลานานในการสร้างรูปเรขาคณิตจำนวนมากเพื่อพิสูจน์ทฤษฎีต่าง ๆ อีกทั้งยังทบทวนได้ง่ายและบ่อยขึ้น การสอนด้วยโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ยังทำให้นักเรียนเรียนได้สนุก เข้าใจได้เร็ว และน่าตื่นเต้น นอกจากนั้นการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต สร้างสื่อการจัดการเรียนรู้และแบบฝึกทักษะ ยังสามารถทำได้อย่างรวดเร็วและ

แน่นอนว่าใช้โปรแกรมไมโครซอฟท์ออฟฟิศอื่น ๆ สามารถนำเสนอภาพเคลื่อนไหว มาใช้อธิบายเนื้อหาที่ยากๆ ให้นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจง่ายขึ้น และโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตยังเน้นให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติด้วยตัวเองได้ นอกจากนี้ยังสามารถนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การสอนวิชาอื่น ๆ อย่างไม่มีข้อจำกัด และนอกจากนี้ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2554, น.13-56) ได้กล่าวว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสามารถใช้สำรวจทางคณิตศาสตร์ สามารถใช้สร้างตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง ให้นักเรียนสำรวจ สังเกตและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อสร้างข้อสรุป ช่วยแก้ปัญหา นำเสนอข้อมูลทางคณิตศาสตร์

จากการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่5 โรงเรียนวาวีวิทยาคม อำเภอแม่สรวย จังหวัดเชียงราย ในปีการศึกษา 2556 และ ปีการศึกษา 2557 ที่ผ่านมา พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนอยู่ในเกณฑ์ต่ำ โดยเฉพาะหน่วยการเรียนรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งพบว่าจำนวนนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์มากถึงร้อยละ 57.14 และ 46.99 ในปีการศึกษา 2556 และ 2557 ตามลำดับ ทั้งนี้เนื่องจากอัตราส่วนตรีโกณมิติ มีเนื้อหาที่เป็นนามธรรม โดยเฉพาะสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เป็นนามธรรม บางครั้งครูต้องใช้คำถามและอธิบายประกอบเหตุผล การที่จะสอนได้ดีจะต้องเลือกกลวิธีการสอนให้สอดคล้องกับเนื้อหา (ศาสตราจารย์กิตติคุณ ยุพิน พิพิธกุล, 2551, น.40) ประกอบกับการจัดการเรียนการสอนของครูที่ผ่านมาใช้การบรรยายเป็นส่วนใหญ่ทำให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย ไม่มีแรงจูงใจในการเรียน ทำให้นักเรียนไม่เข้าใจเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติและการจัดการเรียนการสอนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ผ่านมา ครูใช้วิธีการบรรยายประกอบการวาดรูปบนกระดาน และหากต้องการทบทวนเพื่อเชื่อมโยงเข้าสู่เนื้อหาใหม่ ครูต้องวาดรูปซ้ำอีกหลายรอบ ทำให้ใช้เวลาค่อนข้างมาก

จากสภาพปัญหาดังกล่าว ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะปรับปรุงการเรียนการสอนเรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยการนำสื่อการสอนจากโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตมาใช้สอนเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าวข้างต้น ให้นักเรียนเกิดความสนใจ ปรับเปลี่ยนกิจกรรมการเรียนการสอน ได้ใช้สื่อเทคโนโลยีในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจในเนื้อหาเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมากขึ้น โดยผู้วิจัยสนใจที่จะทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนการสอนเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวาวีวิทยาคม จังหวัดเชียงราย

## 2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวาวีวิทยาคม จังหวัดเชียงราย ระหว่างก่อนและหลังเรียน โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

## 3. สมมติฐานการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ หลังจากจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสูงกว่าก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

## 4. ขอบเขตการวิจัย

### 4.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

**4.1.1 ประชากร** คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวาวีวิทยาคม จังหวัดเชียงราย

**4.1.2 กลุ่มตัวอย่าง** คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 29 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม

### 4.2 ตัวแปรที่ศึกษา

**4.2.1 ตัวแปรอิสระ** ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

**4.2.2 ตัวแปรตาม** ได้แก่ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

### 4.3 เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษา

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาเป็นเรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งมีหัวข้อดังนี้

4.3.1 ทบทวนรูปสามเหลี่ยมคล้าย

4.3.2 ทบทวนเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส

4.3.3 ความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

4.3.4 อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$

4.3.5 อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $0^\circ$  ถึง  $90^\circ$  จากตาราง

4.3.6 การประยุกต์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

4.3.7 การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา

4.4 ระยะเวลาในการวิจัยครั้งนี้ ผู้ศึกษาใช้เวลาในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 12 ชั่วโมง ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558

## 5. นิยามศัพท์

5.1 โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต หมายถึง โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในการเรียน การสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยที่โปรแกรมนี้สามารถสร้างรูปเรขาคณิต รูปกราฟต่าง ๆ ที่มีการเคลื่อนไหวภาพ หมุนภาพ ยืดและหดได้ตามต้องการ มีแถบรูปแบบตัวอักษรโดยกำหนดขนาด รูปร่างและสีต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ในการเปลี่ยนขนาดตัวอักษร มีชุดคำสั่ง กล่องเครื่องมือ เพื่อใช้ในการวาดจุด วงกลม เส้นตรงและสร้างข้อความ มีเมนูแสดงผล พร้อมกับการเลือกซ่อนหรือแสดงวัตถุเพื่อนั้น ความสนใจไปยังจุดสำคัญของเนื้อหา ทำให้ผู้เรียนสำรวจเนื้อหา พัฒนาความคิดเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติในหัวข้อต่าง ๆ นอกจากนี้ยังเป็นสื่อสร้างความเข้าใจและช่วยสร้างบรรยากาศของการเรียนรู้ด้วย

5.2 การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมพลวัต หมายถึง การจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่ผู้วิจัยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเป็นสื่อประกอบการอธิบายเนื้อหาในแต่ละเรื่อง โดยการนำภาพเคลื่อนไหว แสดงสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้าย หาความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^{\circ}$ ,  $45^{\circ}$ ,  $60^{\circ}$  อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $0^{\circ}$  ถึง  $90^{\circ}$  จากตาราง การประยุกต์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ และการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจในบทเรียนได้ดียิ่งขึ้น

5.3 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ผลของการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตพิจารณาจากคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติก่อนและหลังการจัดการกิจกรรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

## 6. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

6.1 ได้ตัวอย่างการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

6.2 ได้สื่อการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

6.3 ได้แนวทางการพัฒนาแผนการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ประกอบการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์สำหรับเนื้อหาอื่น ๆ



## บทที่ 2

### วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต
  - 1.1 ความเป็นมาของโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต
  - 1.2 ความสามารถของโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต
  - 1.3 ความสำคัญของโปรแกรม GSP
2. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
3. การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต
4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### 1. โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

##### 1.1 ความเป็นมาของโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

เป็นเวลานานนับปีมาแล้ว ที่การวาดและการนิยามภาพ เป็นสิ่งที่สำคัญมากในวิชาคณิตศาสตร์ ทักษะเบื้องต้นที่สอนในวิชาเรขาคณิตคือ การใช้วงเวียน และสันตรงในเรื่องการสร้าง ส่วนในวิชาพีชคณิต มีการเขียนกราฟของฟังก์ชัน แต่การใช้กระดาษและดินสอสร้างงานยังคงต้องใช้ ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งพบว่ามีอุปสรรคที่สำคัญ 2 ข้อ คือ ข้อที่หนึ่ง การสร้างแต่ละ ครั้งต้องใช้เวลา และเมื่อสร้างเสร็จแล้วรูปที่ได้ก็ไม่มีเคลื่อนไหว จากอุปสรรคข้อแรก การใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตจะช่วยแก้ปัญหาเรื่องเวลาได้ด้วยการใช้คำสั่งต่าง ๆ ซึ่งจะแสดงผลให้อย่างรวดเร็วกว่าการสร้างบนกระดาษนอกจากนี้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ยังช่วยให้เราสามารถสร้างและสำรวจได้หลากหลายวิธี ตั้งแต่อย่างง่ายไปจนถึงซับซ้อนขึ้นในเวลาอันจำกัด อุปสรรคข้อที่สองของการสร้างรูปด้วยกระดาษและดินสอ คือ รูปจะนิ่งอยู่กับที่ การเขียนกราฟต่าง ๆ ของสมการนั้น หากใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตช่วยในการสร้าง สามารถทำให้เคลื่อนไหวได้รูปที่สามารถบีบให้มีขนาดเล็กลงหรือยืดขยายได้ ซึ่งเป็นการเปลี่ยนแปลงที่ยังคงรักษาสมบัติทางคณิตศาสตร์ไว้เช่นเดิม ทำให้สำรวจผลที่เป็นไปได้หลายๆ กรณีตามเงื่อนไขของการสร้างได้

นารี วงศ์สิโรจน์กุล (2549 : online) กล่าวว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต พัฒนาขึ้นโดยบริษัท คีเคอร์คิวล์ม เพลส ตั้งแต่ปีค.ศ. 1991 และพัฒนาขึ้นเรื่อย ๆ จนถึง เวอร์ชัน 4.06 โรงเรียนต่าง ๆ ใน สหรัฐอเมริกาใช้โปรแกรมนี้สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมากที่สุด และในหลายประเทศทั่วโลก ได้ใช้ โปรแกรมนี้อย่างแพร่หลายในส่วนของประเทศไทยนั้นได้ลงนามในพิธีครองลิขสิทธิ์การใช้ซอฟต์แวร์ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เวอร์ชัน 4.06 เมื่อกลางเดือนธันวาคม ณ.โรงแรมควีนส์ปาร์คจากเอกสาร ที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

ความเป็นมาของโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ซึ่งอ้างใน ประมวลสาระชุดวิชา สาระดละ และ วิทยวิธีทางคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2554, น.13-55) ดังนี้

โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต (Dynamic geometry program) เป็นซอฟต์แวร์ที่ใช้ สำหรับสร้าง สำหรับและวิเคราะห์สิ่งต่างๆ ที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ในหลายด้าน ช่วยส่งเสริม แนวคิดด้านเรขาคณิต จำนวนและการดำเนินการ พีชคณิต ตรรกศาสตร์ แคลคูลัสและเรื่องอื่น ๆ ผู้สอน สามารถใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสร้างมโนทัศน์ อธิบายหลักการและสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ กระตุ้นให้นักเรียนสำรวจ ค้นหาคำตอบใหม่ๆ สร้างข้อความคาดการณ์ ช่วยในการหาคำตอบของ ปัญหา และการนำเสนองานทางคณิตศาสตร์ให้น่าสนใจ พัฒนาขึ้นเมื่อ ค.ศ. 1991 เป็นโครงการของ มูลนิธิวิทยาศาสตร์แห่งชาติของประเทศสหรัฐอเมริกา ซึ่งสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้ตระหนักถึงความสำคัญของการใช้เทคโนโลยีช่วยในการจัดการเรียนการสอน คณิตศาสตร์เพื่อยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนและให้มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ จึงได้จัดซื้อลิขสิทธิ์โปรแกรมโปรแกรม GSP พร้อมทั้งแปลโปรแกรมและคู่มือการใช้เป็นภาษาไทย เรียกว่า The Geometer's Sketchpad version 4.06 th เพื่อให้ครูสามารถใช้โปรแกรมในการสอน และนักเรียนสามารถใช้ในการเรียนรู้ได้ง่ายและสะดวกขึ้น

สมจิตร์ นิรมิตนุรักษ์ (2557) ได้กล่าวเกี่ยวกับความเป็นมาของโปรแกรมเรขาคณิต พลวัตไว้ว่า โปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นโปรแกรมคณิตศาสตร์ที่ผลิตจากประเทศ สหรัฐอเมริกา เป็นโปรแกรมที่มีประสิทธิภาพโปรแกรมหนึ่ง สามารถนำไปใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ได้ หลายวิชา เช่น วิชาเรขาคณิต พีชคณิต ตรรกศาสตร์ และแคลคูลัสโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นสื่อ เทคโนโลยีที่ช่วยให้ผู้เรียน มีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง และเป็นการ เรียนโดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นสื่อที่ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะของการ นึกภาพ ทักษะของกระบวนการแก้ปัญหา นอกจากนี้ การใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ในการเรียน การสอนคณิตศาสตร์เป็นการบูรณาการสาระที่เกี่ยวข้องกับความรู้คณิตศาสตร์ และทักษะด้าน เทคโนโลยีเข้าด้วยกันทำให้ผู้เรียนมีโอกาสพัฒนาพหุปัญญาอันได้แก่ ปัญญาทางภาษา ด้าน ตรรกศาสตร์ ด้านมิติสัมพันธ์ และด้านศิลปะ ด้วยเหตุผลดังกล่าว โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต จึงได้รับ รางวัลยอดเยี่ยมหลายรางวัล



จากการศึกษาเกี่ยวกับความเป็นมาของโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต พบว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเป็นโปรแกรมที่ผลิตจากประเทศสหรัฐอเมริกา เป็นโปรแกรมที่ใช้สำหรับการสร้างสำรวจและวิเคราะห์สิ่งต่างๆ ที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ในหลายด้าน เพื่ออำนวยความสะดวกในการดำเนินการต่างๆ ทางเรขาคณิตพีชคณิต ตรีโกณมิติ และแคลคูลัสโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นสื่อเทคโนโลยีที่ช่วยให้ผู้เรียน มีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง โดยโปรแกรมได้มีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อทันต่อยุคสมัยในปัจจุบัน

## 1.2 ความสามารถของโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548, น.2 - 4) กล่าวว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นโปรแกรมอเนกประสงค์ ขอบเขตของการใช้ขึ้นอยู่กับจินตนาการของผู้ใช้ตัวอย่างที่สามารถทำได้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

1. การสำรวจและการสอนทฤษฎีบททางเรขาคณิตในหนังสือเรขาคณิตมักเพิ่มไปด้วยทฤษฎีบท สัจพจน์บทแรก บทตั้ง และบทนิยาม ซึ่งมีหลากหลายอย่างที่ยากที่การเข้าใจ หรือแม้จะเข้าใจก็ไม่ลึกซึ้ง วิธีที่จะให้เข้าใจทฤษฎีบทที่ยากๆ หรือวิธีการสอนเรื่องยากในชั้นเรียน คือการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต สร้างแบบจำลองต่างๆ

2. การนำเสนอในชั้นเรียน แบบร่างที่นำเสนอเป็นเอกสารของโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ที่ได้ออกแบบไว้สำหรับการนำเสนอไปยังภาพกราฟิกที่สวยงาม เคลื่อนไหวได้ มีปุ่มแสดงการทำงานต่างๆ และมีเนื้อหาได้หลายหน้า ครูสามารถใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ให้เป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้การสอนมีประสิทธิภาพ ถึงแม้ว่าจะไม่สามารถสอนในห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ได้ทุกวัน แต่ก็สามารถนำมาสาธิตในห้องเรียนที่มีคอมพิวเตอร์เพียงเครื่องเดียวพร้อมเครื่องฉายภาพแอลซีดีได้นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถงานที่สร้างในแบบร่างมาเสนอในชั้นเรียน หรือทำรายงานตลอดจนทำแฟ้มผลงานต่างๆ ได้

3. การศึกษารูปต่างๆ จากหนังสือเรียนเมื่อเราชำนาญในการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต แล้วจะพบว่าในการสร้างรูปต่างๆ บนจอคอมพิวเตอร์จะใช้เวลาน้อยกว่าการสร้างด้วยมือ นอกจากนั้นในการสร้างรูปด้วยโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ยังได้เปรียบตรงที่สามารถทำให้รูปนั้นเคลื่อนไหวได้ และสำรวจการเปลี่ยนแปลงได้ ดังนั้นควรพิจารณาใช้ ในการสร้างและศึกษารูปในหนังสือเรียนและในการทำการบ้าน

4. ใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ในรายวิชาต่างๆ ของคณิตศาสตร์โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นเครื่องมือที่จำเป็นอย่างยิ่งในรายวิชาต่างๆ ของคณิตศาสตร์ไม่ว่าจะเป็นนักเรียนหรือครูเช่นในพีชคณิต สามารถใช้สำรวจความชันและสมการของเส้นตรง สำรวจสมบัติพาราโบลา และหัวข้ออื่น ๆ ที่สำคัญอีกหลายหัวข้อ ในวิชาพีชคณิตและแคลคูลัสพื้นฐาน ทั้งนักเรียนและครูสามารถสำรวจการเคลื่อนไหวของวงค์ของฟังก์ชันด้วยการใช้คำสั่งต่างๆ จากเมนูกราฟ ใช้กับวิชา

ตรีโกณมิติในวิชาแคลคูลัส ใช้สำรวจอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ด้วยการสร้างเส้นสัมผัสเส้นโค้งและใช้คำสั่งอนุพันธ์ หรือ สำรวจปริพันธ์โดยการสร้างพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง นอกจากนี้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ยังสามารถใช้ประโยชน์ในวิชา เรขาคณิตนอกแบบยูคลิดหรือหัวข้อต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ชั้นสูง

5. การสร้างแฟร็กทัล แฟร็กทัลเป็นรูปเรขาคณิตที่สวยงามสะดุดตาซึ่งพบเห็นได้ในธรรมชาติ และเป็นรากฐานที่สำคัญของโปรแกรมคอมพิวเตอร์กราฟิกหลายๆ โปรแกรม แฟร็กทัลเป็นรูปเรขาคณิตที่คล้ายกับตัวเอง มันจะดูเหมือนกันไม่ว่าจะขยายในมุมมองใดๆ การสร้างแฟร็กทัลเริ่มจากการสร้างรูปร่างๆ แล้วทำซ้ำรูปเดิมแต่ให้มีขนาดเล็กกลงๆ การใช้คำสั่งทำซ้ำของโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ช่วยให้สามารถสร้างแฟร็กทัลนี้ หรือการสร้างแบบอื่นๆ ที่ใช้กระบวนการทำซ้ำได้

6. การวาดภาพที่ได้สัดส่วนเหมือนจริงและรูปศิลปะทางเรขาคณิตแบบต่าง ๆ หากต้องทำบัตรอวยพร หรือต้องการออกแบบพื้นหลังบนเว็บเพจ ให้ได้ภาพที่สวยงามไม่ซ้ำแบบใครสามารถใช้เครื่องมือในเมนูการแปลงของโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ร่วมกับเครื่องมือจากเมนูแสดงผลและจากที่อ่าน ๆ ก็จะช่วยให้เราสร้างภาพได้อย่างวิจิตรงดงาม ตื่นตาตื่นใจ

วัชรสันต์ อินธิสาร ได้กล่าวอ้างในศุภพร ตรีโพชนต์ศักดิ์ (2556) ความสามารถของโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ดังนี้

1. ความสามารถในการให้คำจำกัดความในเรื่อง กราฟ และความแตกต่างของเครื่องมือที่สมบูรณ์แบบ ซึ่งพัฒนาให้ใช้ได้กับวิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรขาคณิต ตรีโกณมิติ พีชคณิต และแคลคูลัส อีกทั้งสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในวิชาวิทยาศาสตร์ ศิลปะ และวิชาอื่น ๆ

3. รูปแบบการเคลื่อนที่ทำให้มีความยืดหยุ่นและง่ายต่อการใช้งาน

4. สามารถใช้งานได้หลากหลายด้วยเครื่องมือลักษณะพิเศษเฉพาะ และสร้างแฟ้มเอกสารทางอิเล็กทรอนิกส์ การนำเสนอ การออกแบบกิจกรรม การแบ่ง/ผสาน และแก้ไขในเรื่องการคำนวณ สามารถดัดแปลงให้ใช้งานได้ง่าย

5. การใช้ในการคำนวณและฟังก์ชันต่าง ๆ ง่ายต่อการดัดแปลงรูป

6. สามารถบูรณาการไปสู่กิจกรรมทางเรขาคณิตบนเว็บ ได้

7. สามารถใช้ได้ทั้งระบบปฏิบัติการของวินโดวส์และแมคอินทอช

8. สามารถสร้างรูปที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น

9. เพิ่มกราฟฟิกให้มีสีสันของวัตถุ ตัวอักษร และพื้นหลังที่น่าประทับใจ

10. ใช้เพิ่มสื่อในมิติพิเศษในมุมมองที่มากขึ้น ทำให้ง่ายต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนทั้งในระดับเริ่มต้นและระดับสูง

11. สามารถเลือกวัตถุได้ง่ายและมากขึ้น

12. สร้างรูปเพื่อศึกษาทฤษฎีของยูคลิดและนอกระบบยูคลิด โดยใช้เมนูคำสั่ง เครื่องมือ การวาดภาพในกล่องเครื่องมือ และคำสั่งในเมนูการสร้าง

13. ปรับเปลี่ยนรูปโดยใช้คำสั่งในการแปลงทางเรขาคณิต ในการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน การย่อขยาย และทำซ้ำ เพื่อกำหนด คำนวณ และบอกปริมาณต่าง ๆ

14. ป้อนข้อมูลผลการวิเคราะห์ทางเรขาคณิต เพื่อให้แสดงในรูปการสร้างกราฟในระบบแกนมุมฉากหรือระบบโพลาร์

15. คำนวณและแสดงอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่าง ๆ ทั้งในรูปของกราฟและสัญลักษณ์

16. สร้างภาพเคลื่อนไหวเพื่อแสดงกราฟของฟังก์ชันไซน์และสำรวจเอกลักษณ์ตรีโกณมิติ

เสรี สุขโยธิน (2555, น.13) ได้กล่าวว่า GSP สามารถนำไปใช้ประกอบการเรียนการสอนได้หลากหลายทางเรขาคณิต เช่น เส้นตรงและมุม การสร้างความเท่ากันทุกประการ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เส้นขนาน ความคล้าย วงกลม นอกจากนั้นยังสามารถนำไปใช้ในเรื่องของตรีโกณมิติ เวกเตอร์ เรขาคณิตวิเคราะห์ ฟิสิกส์ การเขียนแบบ ตลอดจนสามารถนำไปประยุกต์สร้างงานศิลปะต่างๆ ได้

จากการศึกษาเกี่ยวกับความสามารถของโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต สามารถสรุปได้ว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต สามารถนำเสนอภาพกราฟิกที่สวยงาม เคลื่อนไหวได้ มีความยืดหยุ่น และง่ายต่อการใช้งาน บูรณาการสู่กิจกรรมเรขาคณิตต่างๆ สร้างรูปหรือแบบจำลองโดยใช้เวลาน้อยกว่าใช้สร้างด้วยมือ สำรวจการเปลี่ยนแปลง สร้างกราฟ สมการเส้นตรง พาราโบลา ง่ายต่อการตัดแปลงรูป คำนวณและฟังก์ชันต่างๆ สามารถสร้างแฟร็กทัลหรือแบบอื่นๆ ที่ใช้กระบวนการทำซ้ำได้ วาดภาพให้ได้สัดส่วนเหมือนจริงครูสามารถใช้เป็นเครื่องมือช่วยในการสอนได้ โดยสามารถใช้ได้ทั้งระบบปฏิบัติการของวินโดวส์และแมคอินทอช

### 1.3 ความสำคัญของโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

ณัฐรีพร ประมาณ (2556) ได้กล่าวไว้ว่า ความสำคัญของโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตมีดังนี้

1. ใช้สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีปฏิสัมพันธ์ได้หลากหลายตั้งแต่การค้นหาในระดับพื้นฐานซึ่งเกี่ยวกับรูปร่างและจำนวนไปจนถึงภาพวาดขั้นสูงที่มีความซับซ้อน และเคลื่อนไหวได้

2. ช่วยเสริมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับพีชคณิต ตรีโกณมิติ แคลคูลัสและเรื่องอื่นๆ

3. สามารถอธิบายหลักการคณิตศาสตร์ การตอบปัญหา และกระตุ้นให้นักเรียนสร้างข้อคาดการณ์ โดยฝึกทำเองบนเครื่องคอมพิวเตอร์

4. สร้างภาพทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนสำหรับใช้ในการทำรายงาน หรือในงานที่ได้รับมอบหมาย

เรณูวัฒน์ พงษ์อุทธา (2550, น.35) กล่าวว่าโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต มีความสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับเรขาคณิต ทรีโกณมิติ พีชคณิตแคลคูลัส และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในวิชาวิทยาศาสตร์เกี่ยวกับกลศาสตร์ และวิชาศิลปะ
2. การนำเสนอเป็นรูปแบบการเคลื่อนที่ที่ทำให้กระตุ้นให้นักเรียนมีความสนใจและตื่นตัว และสามารถทำความเข้าใจหรือหาคำตอบได้ด้วยตนเองจากการสำรวจกิจกรรมต่าง ๆ
3. สามารถสร้างงานได้หลากหลายรูปแบบตามจินตนาการของผู้ใช้ การนำเสนอด้วยกราฟิกสวยงาม เพิ่มสีสันการนำเสนอด้วยสีพาราเมตริก และการออกแบบกิจกรรมได้ง่ายต่อการใช้งาน
4. มีฟังก์ชันคำนวณและฟังก์ชันต่าง ๆ สำหรับการสอนคณิตศาสตร์ง่ายต่อการประยุกต์หรือดัดแปลงเพื่อประกอบการสอน
5. ผู้ใช้สามารถบูรณาการไปสู่กิจกรรมทางเรขาคณิตบนเว็บ ได้
6. สามารถสร้างรูปที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ง่าย

จากการศึกษา ความสำคัญของโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต สามารถสรุปได้ว่าโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต มีความสำคัญในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มีฟังก์ชันคำนวณและฟังก์ชันต่างๆ สำหรับการสอนคณิตศาสตร์ สร้างหรือประยุกต์รูปที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ง่าย เสริมสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับเรขาคณิต ทรีโกณมิติ พีชคณิต แคลคูลัส ทำให้รู้จักการคิดวิเคราะห์ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปได้ ช่วยอธิบายหลักการทางคณิตศาสตร์ ตอบปัญหาเกี่ยวกับการคำนวณทางคณิตศาสตร์ได้อย่างง่ายดาย สามารถสร้างงานที่ซับซ้อนได้อย่างหลากหลาย

## 2. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2551, น.47) ได้กล่าวถึงสาระการเรียนรู้ มาตรฐานและตัวชี้วัด หลักสูตรคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 6 สาระ ดังนี้

**สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ:** ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

**สาระที่ 2 การวัด:** ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ

**สาระที่ 3 เรขาคณิต:** รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนิยามภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation)

**สาระที่ 4 พีชคณิต:** แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

**สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น:** การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่างๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

**สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์:** การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

### สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6

#### สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

##### สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

- มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง
- มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหา
- มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา
- มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

##### สาระที่ 2 การวัด

- มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด
- มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

##### สาระที่ 3 เรขาคณิต

- มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
- มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึ่งภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

#### สาระที่ 4 พีชคณิต

- มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน
- มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

#### สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

- มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล
- มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล
- มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

#### สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

- มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

### 3. การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2554, น.13-56 ถึง น.13-83) ได้กล่าวถึงการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตในการสำรวจทางคณิตศาสตร์ในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์สามารถใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสร้างตัวอย่างหลายๆตัวอย่าง ให้นักเรียนสำรวจ สังเกตและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อสร้างข้อสรุปแบบอุปนัยนำไปสู่การให้เหตุผลแบบนิรนัย ตัวอย่างเช่น

1.1 การสำรวจทางเลขคณิต ซึ่งอาจเป็นการแสดงให้เห็นถึงความเชื่อมต่อของการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย

## 1.2 การสำรวจทางเรขาคณิต ได้แก่

1.2.1 การสำรวจทฤษฎีเซต เป็นการวางรูปเรขาคณิตที่เท่ากันทุกประการเรียงต่อกันบนระนาบโดยไม่มีช่องว่าง

1.2.2 การสำรวจขนาดของมุมในรูปวงกลม ใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต สร้างรูปวงกลมและเส้นผ่านศูนย์กลาง สร้างมุมที่ครึ่งวงกลมที่สามารถเลื่อนตำแหน่งของจุดยอดมุมที่อยู่บนเส้นรอบวงได้ วัดขนาดของมุมในครึ่งวงกลมและสร้างข้อความคาดการณ์

1.2.3 การสำรวจเพื่อหาข้อเท็จจริงต่างๆ เช่น การสำรวจอัตราส่วนของความยาวของเส้นทแยงมุมกับความยาวด้านด้านหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส อัตราส่วนของความยาวเส้นรอบวงต่อความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของรูปวงกลม การสำรวจพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม เมื่อเปลี่ยนฐานและส่วนสูง

## 2. การใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตในการแก้ปัญหาและการนำเสนอปัญหา

โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสามารถนำมาสร้างตัวแบบแทนปัญหาบางปัญหา ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา และช่วยให้เห็นแนวทางในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ยังสามารถนำโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตมาใช้สร้างปัญหาขึ้นใหม่ และทดลองแก้ปัญหาก่อนที่จะนำเสนอปัญหา

2.1 การแก้ปัญหา ปัญหาทางคณิตศาสตร์บางปัญหาสามารถสร้างแบบจำลองแทนปัญหาโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ซึ่งช่วยให้มีความเข้าใจปัญหาแจ่มชัดขึ้น สามารถวางแผนแก้ปัญหาได้ในแนวทางที่ถูกต้อง นอกจากนี้การหาคำตอบของปัญหาบางปัญหา การใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต จะช่วยให้หาคำตอบของปัญหาได้สะดวกและรวดเร็วขึ้น เช่น ปัญหามันรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ปัญหาการมันรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ปัญหาเก้าอี้คอกเลี้ยงกระต่าย ปัญหาสร้างท่าเรือ ปัญหาพื้นที่ของรูปวงกลม และปัญหาล้อมรั้วให้ได้พื้นที่มากที่สุด เป็นต้น

2.2 การสร้างปัญหา ผู้สร้างปัญหาหรือครูสามารถสร้างจากการสำรวจ สังเกต และค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต แล้วนำมาสร้างปัญหา และทดลองหาคำตอบก่อนได้ เมื่อได้ปัญหาแล้วก็สามารถนำเสนอปัญหาที่น่าสนใจ เช่น ปัญหาหาตำแหน่งของบ่อน้ำ ปัญหาความสัมพันธ์ของพื้นที่ของรูปเรขาคณิตในรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ปัญหาส่วนแบ่งของคอร์ตของรูปวงกลม และการใช้กราฟที่เหมาะสมกับสิ่งรอบตัว เป็นต้น

3. การใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตในการนำเสนอและสร้างกิจกรรม โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสามารถนำมาใช้ในการนำเสนองานทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจและสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

3.1 การนำเสนอ การนำเสนองานทางคณิตศาสตร์สามารถใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ในการนำเสนออย่างเป็นลำดับขั้นตอน ช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจแนวคิดและสมบัติต่าง ๆ

ทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังสามารถใช้ศักยภาพของโปรแกรมในการตกแต่งเพิ่มเติม ใช้ภาพเคลื่อนไหวสร้างความน่าสนใจในการนำเสนองานกับนักเรียนหรือผู้ชมทั่ว ๆ ไปได้ เช่น

3.1.1 การนำเสนอกราฟ โปรแกรม GSP มีความสามารถในการนำเสนอกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ โดยใช้คำสั่งในเมนูกราฟ ครูสามารถนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมให้นักเรียนสำรวจความสัมพันธ์ของกราฟกับพารามิเตอร์ หรือสัมประสิทธิ์ของตัวแปรได้ เช่น การสำรวจกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น ในรูป  $f(x) = ax + b$  เมื่อ  $a, b$  เป็นค่าคงตัว ที่  $a \neq 0$

- 1) การแสดงค่าเฉลี่ย
- 2) การเปรียบเทียบเศษส่วน
- 3) การนำเสนอเศษส่วนที่เท่ากัน
- 4) การแสดงจำนวนนับที่เป็นตัวประกอบของจำนวนนับที่กำหนดให้
- 5) การแสดงการแยกตัวประกอบ
- 6) การแสดงจำนวนเต็มบวกและจำนวนเต็มลบ
- 7) พหุนาม

3.2 การสร้างกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ ซึ่งโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสามารถสร้างภาพเคลื่อนไหวและเปลี่ยนแปลงได้ สามารถนำมาใช้ในการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ได้อย่างน่าสนใจ กระตุ้นให้นักเรียนสนใจได้ จึงนำมาสู่การสร้างเกมหรือกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ เช่น

3.2.1 เกมแยกประเภท ใช้สมบัติการเคลื่อนย้ายข้อความหรือรูปต่างๆ รวมทั้งสามารถเพิ่มเติมได้ขณะนำเสนอมาสร้างเกมง่ายๆ ได้

3.2.2 การแข่งขันคิดเลขเร็ว สร้างกิจกรรมให้โปรแกรมสุ่มเลขโดดมาจำนวนหนึ่ง แล้วให้นักเรียนใช้เลขโดดทั้งหมดนั้นกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับระดับชั้นของนักเรียน เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ตามที่โปรแกรมสุ่มได้

3.2.3 เกมปลาตายปลาเป็น เป็นเกมฝึกทักษะการบวกจำนวนเต็ม

กิมวัจน์ ธรรมใจ (2548, น.1-2) (อ้างใน ประจวบ ศรีภิลลา, 2554) ได้กล่าวว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นสื่อการสอนที่ใหม่ล่าสุดในวงการคณิตศาสตร์ศึกษาของไทย ซึ่งในขณะที่กว่า 60 ประเทศทั่วโลกใช้โปรแกรมดังกล่าวกันมานานแล้ว โดยมีการแปลงโปรแกรมเป็นภาษาต่างๆมากมาย ซึ่งโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ได้รับการแปลงเป็นภาษาไทยเช่นกัน สำหรับประเทศไทยนั้น สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้เล็งเห็นถึงศักยภาพของโปรแกรมนี้อาจได้ทำการซื้อลิขสิทธิ์และนำมาแปลงเป็นเวอร์ชันภาษาไทย เพื่อความสะดวกในซ้การใช้งานสำหรับผู้เรียนและผู้สอน

วัชรสันต์ อินธิสาร (2547, น. 67) (อ้างใน ประจวบ ศรีภิลลา, 2554) ได้จัดกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์โดยให้นักเรียนใช้โปรแกรม GSP โดยมีขั้นตอนดังนี้



1. ชี้นำ เป็นขั้นที่ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนโดยให้ไฟล์สำเร็จรูปและสรุปเนื้อหาคาบที่ผ่านมา
2. ชี้นำสอนนักเรียนเรียนเนื้อหาใหม่โดยทำกิจกรรมตามใบงานนี้มีขั้นตอนย่อยๆ คือ
  - 2.1 ขั้นการสร้างรูป ให้นักเรียนสร้างรูปโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต
  - 2.2 ขั้นการทดลอง หลังจากนักเรียนสร้างรูปแล้วให้นักเรียนปฏิบัติตามใบงานโดยใช้เครื่องมือในโปรแกรมวัดขนาดหรือความยาว นักเรียนสังเกตวิเคราะห์สิ่งที่ค้นพบ
  - 2.3 ขั้นสรุปข้อค้นพบ นักเรียนนำข้อค้นพบที่ได้มาสรุปหลักการ
3. ขั้นสรุป นักเรียนเปิดไฟล์สำเร็จรูป ซึ่งเป็นข้อสรุปของเนื้อหาหลังการเรียน

อนุชา โคยะทา (2557, online) กล่าวว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นโปรแกรมที่ครูสามารถนำไปใช้เป็นเครื่องมือเพื่อช่วยให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพและน่าสนใจมาก สามารถนำเสนอภาพเคลื่อนไหว มาใช้อธิบาย เนื้อหาที่ยากๆที่เป็นนามธรรม ให้เป็นรูปธรรมนักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจง่าย และโปรแกรมยังเน้นให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติด้วยตัวเองได้ นอกจากนี้ยังสามารถนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาอื่นๆ ได้อย่างไม่มีข้อจำกัด

ดังนั้น โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นโปรแกรมที่ครูผู้สอนสามารถนำไปใช้เป็นเครื่องมือในการจัดการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ให้มีความน่าสนใจ สามารถอธิบายเนื้อหาได้ชัดเจน มีความเป็นรูปธรรม ใช้สำรวจทฤษฎีต่างๆ ได้ เป็นเครื่องมืออำนวยความสะดวกให้กับครูผู้สอน ในการสร้างกราฟ รูปเรขาคณิต รวมถึงสร้างสีสันความน่าสนใจให้กับสื่อการสอนของครู และนอกจากนี้ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตยังเป็นบทเรียนสำเร็จรูปให้นักเรียนได้ศึกษา ลงมือปฏิบัติ ทบทวนด้วยตนเอง ทั้งในเวลาเรียนและการศึกษาหรือทบทวนบทเรียนนอกเวลาเรียนได้

#### 4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

วิลสัน (Wilson 1971:643-696) (อ้างใน วิมล อยู่พิพัฒน์ 2551) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางด้านสติปัญญาในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาไว้เป็น 4 ระดับ ดังนี้

1. ความรู้ความจำและการคิดคำนวณ เป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำสุด แบ่งออกเป็น 3 ชั้น คือ
  - 1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เป็นความสามารถในการระลึกถึงข้อเท็จจริงต่างๆ ที่นักเรียนเคยได้รับจากการเรียนการสอนมาแล้ว

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่างๆ แต่ไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนมาแล้ว นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณแต่ซับซ้อนกว่า แบ่งเป็น 6 ขั้นตอน ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ เป็นนามธรรม ซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้น โดยใช้คำพูดของตนเองเขียนในรูปแบบใหม่หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนมา

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ เป็นความสามารถในการนำหลักการ กฎ ความเข้าใจมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหา

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหา จากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ ซึ่งยังคงความหมายเดิม

2.5 ความสามารถในการคิดตามแนวของเหตุผล เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่วไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทาง โดยให้นักเรียนอ่านหรือตีความโจทย์ปัญหาซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติหรือกราฟ

3. การนำไปใช้ เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย พฤติกรรมในระดับนี้เป็นเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหา ที่คล้ายกับปัญหาที่เคยประสบอยู่ในระหว่างเรียน นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุดเพื่อสรุปและตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล เป็นความสามารถในการตัดสินใจจากข้อมูลที่กำหนดให้ โดยอาศัยการพิจารณาข้อมูลที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้อง จนได้ผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและสมมาตร เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์ ซึ่งต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกัน จากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาให้พบ

4. การวิเคราะห์ เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาใหม่ที่นักเรียนไม่เคยประสบมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์แบบพลิกแพลง แต่ยังคงอยู่ในขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าว ต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวบรวมกับความคิดสร้างสรรค์เพื่อแก้ปัญหา ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นสมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งออกเป็น 5 ชั้น ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่เคยมีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง อาศัยความคิดสร้างสรรค์และความเข้าใจ นิยาม ต่าง ๆ ที่เคยเรียนมา

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ เป็นความสามารถในการสร้างความสัมพันธ์ใหม่เพื่อแก้ปัญหาแทนความสัมพันธ์เดิม

4.3 ความสามารถในการพิสูจน์ เป็นความสามารถในการพิสูจน์โจทย์ปัญหาโดยอาศัยนิยามทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วช่วยในการแก้ปัญหา

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ เป็นการใช้เหตุผลประกอบกับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ และนักเรียนสามารถเข้าใจการพิสูจน์และบอกได้ว่าถูกต้องหรือไม่ ผิดพลาดส่วนใดจากหลักการ หรือนิยามต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

4.5 ความสามารถเกี่ยวกับการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้องของสูตร นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่ โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องเดิมและต้องสมเหตุผลผลด้วย

สมพร เชื้อพันธ์ (2547, น. 53) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถ ความสำเร็จและสมรรถภาพด้านต่าง ๆ ของผู้เรียนที่ได้จากการเรียนรู้อันเป็นผลมาจากการเรียนการสอน การฝึกฝนหรือประสบการณ์ของแต่ละบุคคลซึ่งสามารถวัดได้จากการทดสอบด้วยวิธีการต่างๆ

พิมพ์พันธ์ เตชะคุปต์ และพะเยาว์ ยินดีสุข (2548, น.125) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหมายถึงขนาดของความสำเร็จที่ได้จากกระบวนการเรียนการสอน

ปราณี กองจินดา (2549, น.42) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึงความสามารถหรือผลสำเร็จที่ได้รับจากกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมและประสบการณ์เรียนรู้ทางด้านพุทธิพิสัย จิตพิสัย และทักษะพิสัย และยังได้จำแนกผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ตามลักษณะของวัตถุประสงค์ของการเรียนการสอนที่แตกต่างกัน

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ขนาดของความสำเร็จ ความสามารถทางด้านสติปัญญาในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งเกิดจากการที่นักเรียนได้รับความรู้ ประสบการณ์จากกระบวนการเรียนการสอน เป็นการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม และประสบการณ์เรียนรู้ทางด้านพุทธิพิสัย จิตพิสัยและทักษะพิสัย โดยวัดจากความรู้ความจำการคิด คำนวณ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และพฤติกรรมสูงสุดคือการวิเคราะห์

## 5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 5.1 งานวิจัยในประเทศ

วิมล อยู่พิพัฒนา (2551) ได้ศึกษาผลการใช้บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ สร้างบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนกับหลังได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนด้วยบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงเรื่อง การวัด สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุพิชฌาย์ วัฒนตานุสรณ์ (2552) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี กรุงเทพมหานคร โดยการศึกษาครั้งนี้มีจุดประสงค์เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติก่อนและหลังกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ประจวบ ศรีภิลลา (2554) “ได้ศึกษาผลการใช้โปรแกรม GSP ประกอบการสอน เรื่อง กราฟเบื้องต้น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5” โดยการศึกษาครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP และเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องกราฟเบื้องต้น ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง

กราฟเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง กราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีเกณฑ์เฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 78.10

บรรจง ประสงค์ (2555) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมสำรวจทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเรื่อง เวกเตอร์ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความพึงพอใจต่อการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนศรีสงครามวิทยา จังหวัดเลย โดยการศึกษาครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ 1) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง เวกเตอร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างกลุ่มที่เรียนรู้ด้วยกิจกรรมสำรวจทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และกลุ่มที่เรียนรู้ด้วยกิจกรรมปกติ 2) ศึกษาความพึงพอใจต่อการเรียนรู้ด้วยกิจกรรมสำรวจทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการศึกษาพบว่า 1) คะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ปรับแก้แล้วของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มที่ใช้กิจกรรมสำรวจทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต สูงกว่าคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ปรับแก้แล้วของกลุ่มที่เรียนรู้ด้วยกิจกรรมปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมสำรวจทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตมีความพึงพอใจต่อการเรียนในระดับมาก

ไพรัช วงศ์ศรีตระกูล (2555) ได้ศึกษาการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้ซอฟต์แวร์ The Geometer's Sketchpad (GSP) กับนักเรียนอิสลามวิทยาลัยแห่งประเทศไทย โดยการศึกษาครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ 1) ประสิทธิภาพของสื่อการเรียนรู้ 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน 3) ความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้ซอฟต์แวร์ The Geometer's Sketchpad (GSP) 4) แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง แคลคูลัส ผลการศึกษา พบว่า 1) สื่อการเรียนรู้มีประสิทธิภาพ 77.62/73.20 2) นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ.01 3) นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมเรื่อง แคลคูลัส โดยใช้ซอฟต์แวร์ The Geometer's Sketchpad (GSP) อยู่ในระดับมาก 4) นักเรียนมีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ต่อวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม อยู่ในระดับมาก

ธงชัย พรหมเลิศ (2557) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์และเทคนิคระดมสมองที่ส่งเสริมความสามารถในการคิดขั้นสูงและใช้โปรแกรมสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ โดยการศึกษาครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ 1) เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้

รูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์และเทคนิคระดมสมอง ที่ส่งเสริมความสามารถในการคิดขั้นสูงและใช้โปรแกรมสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 2) เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ให้นักเรียนจำนวนไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 ของนักเรียนทั้งหมดมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป 3) เพื่อศึกษาความสามารถในการคิดขั้นสูง ผลการศึกษาพบว่า 1) การพัฒนา กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์และเทคนิคระดมสมอง ที่ส่งเสริมความสามารถในการคิดขั้นสูง และใช้โปรแกรมสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัตเป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน โดยบูรณาการสอดแทรกความสามารถในการคิดขั้นสูงในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 2) นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 70.75 และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์คิดเป็นร้อยละ 70.97 เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ 3) นักเรียนมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์อย่างสร้างสรรค์และมีวิจารณ์ญาณ รายบุคคลและรายกลุ่ม มีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 73.96 และ 84.38 ตามลำดับ

## 5.2 งานวิจัยในต่างประเทศ

โรฮายซา บินดิรามมิล (Rohaiza, 2015) ได้ศึกษาผลของการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนเทคนิคมาเลเซีย ประเทศมาเลเซีย โดยแบ่งนักเรียนเป็น 2 กลุ่ม ได้แก่กลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง ซึ่งกลุ่มควบคุมได้รับวิธีสอนแบบเดิมในขณะที่กลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติเป็นเวลา 8 สัปดาห์ ผลการวิจัยพบว่าคะแนนเฉลี่ยทั้งสองกลุ่มมีการพัฒนาขึ้นโดยกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ ผลการทดสอบความคงทนของเนื้อหาพบว่าความสามารถในการเก็บข้อมูลความรู้ที่ได้จากกลุ่มทดลองมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญเมื่อเทียบกับกลุ่มควบคุม

ดิมาโกสและซารานิส (G.Dimakos ; N.Zaranis,2010) ได้ศึกษาผลของการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตในการเรียนเรื่องเรขาคณิตของนักเรียนโรงเรียนกรีก ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม ซึ่ง กลุ่มทดลองจะได้ใช้เวลาอย่างน้อยหนึ่งชั่วโมงต่อสัปดาห์ในการใช้คอมพิวเตอร์สำรวจข้อมูล หลังการทดลองพบว่า กลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเรขาคณิตสูงกว่ากลุ่มควบคุมมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ฟาโรห์ (Farouq, 2015) ได้ศึกษาผลการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตของนักเรียนประเทศจอร์แดน เกี่ยวกับความคิดรวบยอดเรื่องเรขาคณิต โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่มคือกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ซึ่งนักเรียนกลุ่มทดลองจะได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสัปดาห์ละ 1 ครั้ง ส่วนนักเรียนกลุ่มควบคุมจะได้รับการจัดการเรียนการสอนปกติ โดย

ทั้งนักเรียนทั้งสองกลุ่มได้รับการทดสอบก่อนและหลังเรียนโดยใช้ข้อสอบชุดเดียวกันพบว่าค่าเฉลี่ยของการทดสอบหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ .01 เมื่อเทียบกับกลุ่มควบคุม

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตทั้งในประเทศและต่างประเทศ จำนวนทั้ง 9 เรื่อง นั้นพบว่า มีวัตถุประสงค์ที่สอดคล้องกัน โดยมีวัตถุประสงค์หลัก คือ 1) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตจำนวน 5 เรื่อง 2) เพื่อเป็นการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 2 กลุ่ม ซึ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม จำนวน 4 เรื่อง สำหรับวัตถุประสงค์รอง คือ 1) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตกับเกณฑ์ที่กำหนดไว้ จำนวน 1 เรื่อง 2) เพื่อสร้างบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต จำนวน 1 เรื่อง 3) เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์และเทคนิคระดมสมองที่ส่งเสริมความสามารถในการคิดขั้นสูงและใช้โปรแกรมสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัตเป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ จำนวน 1 เรื่อง 4) ศึกษาความพึงพอใจต่อการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต จำนวน 2 เรื่อง 5) เพื่อศึกษาความสามารถในการคิดขั้นสูง จำนวน 1 เรื่อง 6) เพื่อศึกษาแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 1 เรื่อง

แผนการจัดการเรียนรู้ในงานวิจัยทั้ง 9 เรื่องนั้น สร้างขึ้นตามหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ซึ่งมีรายละเอียดของเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันไป ดังนี้ งานวิจัยของ วิมล อยู่พิพัฒน์ (2551) ใช้สำหรับเรื่องการวัด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 งานวิจัยของสุพิชฌาย์ วัฒนดอนุสรณ์ (2552) ใช้สำหรับเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 งานวิจัยของประจวบ ศรีภิลลา (2554) ใช้สำหรับเรื่องกราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 งานวิจัยของบรรจง ประสงค์ (2555) ใช้สำหรับเรื่องเวกเตอร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 งานวิจัยของไพรัช วงศ์ศรีตระกูล (2555) ใช้สำหรับเรื่องแคลคูลัส งานวิจัยของธงชัย พรหมเลิศ (2557) ใช้สำหรับเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 งานวิจัยของโรฮายซา บินดิรามมิล (2015) ใช้สำหรับเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ งานวิจัยของดิมาโกสและซารานิส (2010) และฟาโรห์ (2015) ใช้สำหรับเรื่องเรขาคณิต

เครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทั้งแบบปรนัยและอัตนัย นอกจากนี้ งานวิจัยของบรรจง ประสงค์ที่มีแบบสอบถามความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกิจกรรมสำรวจทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตและงานวิจัยของไพรัช วงศ์ศรีตระกูลยังมีแบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตและแบบสอบถามแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ของ

นักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์เป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า ชนิด 5 ระดับ ที่มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.94 งานวิจัยของธงชัย พรหมเลิศ ใช้แบบทดสอบความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ แบบสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนและแบบประเมินทักษะรายบุคคล

แบบแผนการวิจัย ส่วนใหญ่ใช้แบบแผนการวิจัยแบบการทดสอบก่อนและหลังการทดลองแบบกลุ่มเดียว จำนวน 5 เรื่อง ได้แก่ งานวิจัยของ วิมล อยู่พิพัฒน์ (2551) สุพิชฌาย์ วัฒนคุณสรณ์ (2552) ประจวบ ศรีภักลา (2554) ไพรัช วงศ์ศรีตระกูล (2555) ธงชัย พรหมเลิศ (2557) และงานวิจัยจำนวน 4 เรื่อง ที่ใช้แบบแผนการวิจัยแบบการทดลองโดยแบ่งนักเรียนเป็น 2 กลุ่ม โดยแบ่งเป็นกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง ได้แก่ งานวิจัยของ บรรจง ประสงค์ (2555) โรฮายซา บินติรามมิล (2015) ของติมาโกสและซารานิส (2010) และฟาโรห์ (2015) ซึ่งงานวิจัยทั้งหมดมีการวัดผลก่อนและหลังการทดลอง

ผลการวิจัยมีความสอดคล้องกัน ดังนี้ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญ และงานวิจัยที่ใช้การทดลองโดยการแบ่งนักเรียนเป็น 2 กลุ่มนั้นพบว่า กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ไม่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตซึ่งมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ และงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับการสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตพบว่า นักเรียนมีความพึงพอใจในระดับมากและมากที่สุด ซึ่งแสดงว่านักเรียนให้ความสนใจในการจัดการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตมากกว่าการจัดการเรียนการสอนตามปกติ รวมถึงการศึกษาความสามารถในการคิดขั้นสูง พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์อย่างสร้างสรรค์และมีวิจารณญาณในระดับดีสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ซึ่งจะเห็นได้ว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เป็นโปรแกรมที่มีส่วนช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ ให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจ และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น ดังนั้นจึงเป็นแนวทางแก่ผู้ทำการวิจัยสำหรับการจัดทำวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ต่อไป



### บทที่ 3

## วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาวิวิทยาكم จังหวัดเชียงราย ระหว่างก่อนและหลังเรียน โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการในส่วนที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. รูปแบบการวิจัย
3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล

#### 1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1 ประชากร คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาวิวิทยาكم จังหวัดเชียงราย

1.2 กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาวิวิทยาكم จังหวัดเชียงราย ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียนจำนวน 29 คน โดยการสุ่มแบบกลุ่ม

#### 2. รูปแบบการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ เป็นการวิจัยแบบกึ่งทดลอง (quasi – experimental research) ดำเนินการทดลองแบบกลุ่มเดียวสอบก่อนและหลังการทดลอง ตามแบบแผนการทดลอง ดังนี้

สอบก่อนเรียน	ทดลอง	สอบหลังเรียน
T <sub>1</sub>	X	T <sub>2</sub>

ความหมายของสัญลักษณ์

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

$T_1$  แทน การทดสอบก่อนการทดลองจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม  
เรขาคณิตพลวัต (Pre - test)

$T_2$  แทน การทดสอบหลังการทดลองจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม  
เรขาคณิตพลวัต (Post - test)

ตัวแปรของการวิจัย

ตัวแปรอิสระ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

ตัวแปรตาม คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

### 3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

#### 3.1 เครื่องมือการวิจัย ประกอบด้วย

3.1.1 แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต จำนวน 12 แผน

3.1.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วน  
ตรีโกณมิติ จำนวน 20 ข้อ

#### 3.3 การสร้างเครื่องมือการวิจัย

3.2.1 แผนการจัดการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของ  
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

1) ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หลักสูตร  
สถานศึกษาโรงเรียนวชิรวิทยาคม และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาบทเรียน เรื่อง อัตราส่วน  
ตรีโกณมิติ เพื่อกำหนดกรอบแนวคิดในการสร้างสื่อการจัดการเรียนรู้และการกำหนดจุดประสงค์  
การจัดการเรียนรู้

2) ศึกษาหลักการ และเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดทำแผนการ  
จัดการเรียนรู้

3) วิเคราะห์จุดประสงค์และเนื้อหาและสาระการเรียนรู้เพื่อนำไปสู่การ  
กำหนดโครงสร้างของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังนี้

สาระที่ 2 การวัด : ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ  
เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่างๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหา  
เกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของ  
สิ่งที่ต้องการวัด

ค 2.1 ม.4-6/1 ใช้ความรู้เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมในการ คัดคะแนนระยะทางและความสูง

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

ค 2.2 ม.4-6/1 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงโดยใช้ อัตราส่วนตรีโกณมิติ

4) จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ และสื่อการเรียนรู้

(1) สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติจำนวน 12 แผน มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ตารางที่ 3.1 แสดงข้อมูลแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	ชื่อแผนการจัดการเรียนรู้	เวลา
1	ทบทวนสามเหลี่ยมคล้าย	1 ชั่วโมง
2	ทบทวนทฤษฎีบทพีทาโกรัส	1 ชั่วโมง
3	อัตราส่วนตรีโกณมิติของค่าไซน์	1 ชั่วโมง
4	อัตราส่วนตรีโกณมิติของค่าโคไซน์	1 ชั่วโมง
5	อัตราส่วนตรีโกณมิติของค่าแทนเจนต์	1 ชั่วโมง
6	อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$	1 ชั่วโมง
7	ตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ	1 ชั่วโมง
8	การหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก(1)	1 ชั่วโมง
9	การหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก(2)	1 ชั่วโมง
10	การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ (1)	1 ชั่วโมง
11	การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ (2)	1 ชั่วโมง
12	การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ (3)	1 ชั่วโมง

(2) จัดทำสื่อการเรียนรู้เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ จากโปรแกรมเรขาคณิต พลวัต โดยศึกษาศึกษาตัวอย่างสถานการณ์ต่างๆ ในหนังสือเรียนและสื่ออื่นๆ แล้วสร้างสื่อให้ สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้และสามารถฝึกให้ผู้เรียนได้คิด วิเคราะห์ มีความรู้ ที่คงทน และมีกิจกรรมที่หลากหลาย สามารถปรับเปลี่ยนสถานการณ์ได้ตามความเหมาะสม

5) นำแผนการจัดการเรียนรู้และสื่อการเรียนรู้เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อ ตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข

6) นำแผนการจัดการเรียนรู้และสื่อการเรียนรู้เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ ดังรายการ  
ผนวก ก เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข

7) นำแผนการจัดการเรียนรู้และสื่อการเรียนรู้ไปใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่าง

3.2.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วน  
ตรีโกณมิติ

1) ศึกษาความรู้เกี่ยวกับหลักการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการ  
เรียนที่ดีจากเอกสารหรือตำราต่างๆ

2) ศึกษา วิเคราะห์มาตรฐานตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหา เรื่อง  
อัตราส่วนตรีโกณมิติ

3) สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบปรนัย 4 ตัวเลือก  
จำนวน 20 ข้อ โดยจัดทำขึ้นจำนวน 2 ฉบับ มีลักษณะคู่ขนาน โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน คือ ตอบถูก  
ให้ 1 คะแนน ตอบผิดหรือไม่ตอบ ให้ 0 คะแนน

ตารางที่ 3.2 แสดงการวิเคราะห์สาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้เพื่อกำหนดจำนวน  
แบบทดสอบ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนแบบทดสอบ (ข้อ)
หาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของ ไซน์ โคไซน์ได้	หาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของไซน์ โคไซน์ได้	4
การหาความยาวด้านโดยใช้ อัตราส่วนตรีโกณมิติ	บอกความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุม ฉากได้	5
การประยุกต์ของอัตราส่วน ตรีโกณมิติ	แก้ปัญหาโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติได้	11
	รวม	20

ตารางที่ 3.3 แสดงการออกแบบการสอบเรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

จุดประสงค์การเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม						จำนวน แบบทดสอบ (ข้อ)
	ความรู้/ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	วิเคราะห์	สังเคราะห์	ประเมิน ค่า	
หาค่าอัตราส่วน ตรีโกณมิติของไซน์ โคไซน์ได้	-	4	-	-	-	-	4
การหาความยาวด้านโดย ใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ	-	-	5	-	-	-	5
การประยุกต์ของ อัตราส่วนตรีโกณมิติ	-	-	4	7	-	-	11
รวม	-	4	9	7	-	-	20

4) นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมและปรับปรุงแก้ไข

5) นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน (รายชื่อตั้งแนบในภาคผนวก ก) ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบแต่ละข้อกับจุดประสงค์ โดยใช้เกณฑ์ประเมินดังนี้

+1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบวัดตรงจุดประสงค์และระดับพฤติกรรม

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบวัดตรงจุดประสงค์และระดับพฤติกรรม

-1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบวัดไม่ตรงจุดประสงค์และระดับพฤติกรรม

6) นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผ่านการตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาจากผู้เชี่ยวชาญแล้ว มาคำนวณหาค่า IOC พบว่า ค่า IOC ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีค่ามากกว่า 0.5 จำนวน 18 ข้อ และน้อยกว่า 0.5 จำนวน 2 ข้อ

7) นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่มีค่า IOC ไม่ถึง 0.5 จำนวน 2 ข้อ มาปรับปรุงพัฒนา และให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบอีกครั้ง พบว่า ค่า IOC เท่ากับ 0.67

8) นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวาวีวิทยาคม ปีการศึกษา 2558 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน

9) นำคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มาวิเคราะห์ค่าความยาก ( $p$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) และค่าความเที่ยง โดยได้ค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.4 – 0.8 ค่าอำนาจจำแนก อยู่ระหว่าง 0.4 – 0.9 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.899

10) นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพแล้ว ไปพิมพ์เป็นฉบับสมบูรณ์และนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

#### 4. การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง โดยปฏิบัติ ดังนี้

4.1 ชี้แจงให้นักเรียนทราบจุดประสงค์และกระบวนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

4.2 ทำการทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวาวีวิทยาคม จังหวัดเชียงราย จำนวน 29 คน ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 20 ข้อ

4.3 ดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิต-พลวัต ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง กับกลุ่มตัวอย่าง รวมระยะเวลา 12 ชั่วโมง

4.4 ทำการทดสอบหลังเรียน (Post – test) โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน จำนวน 20 ข้อ

4.5 ตรวจสอบให้คะแนนทดสอบแล้วบันทึกไว้

4.6 เปรียบเทียบคะแนนที่ได้ แล้วนำมาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐาน

#### 5. การวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต โดยใช้สูตร  $t$  – test แบบ dependent sample ด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่องผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาวิวิทยาฯ จังหวัดเชียงราย เสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 การศึกษาวิเคราะห์สถิติเบื้องต้นของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาวิวิทยาฯ จังหวัดเชียงราย ก่อนและหลังเรียน

ตอนที่ 2 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของกลุ่มตัวอย่างก่อนและหลังเรียน โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

#### **ตอนที่ 1 การศึกษาวิเคราะห์สถิติเบื้องต้นของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาวิวิทยาฯ จังหวัดเชียงราย ก่อนและหลังเรียน**

จากการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยพิจารณาคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาวิวิทยาฯ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 29 คน พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาวิวิทยาฯ จังหวัดเชียงราย จำนวน 29 คน ก่อนเรียนเท่ากับ 6.31 คะแนน หลังเรียนเท่ากับ 15.52 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนเท่ากับ 2.206 คะแนน หลังเรียนเท่ากับ 2.923 คะแนน ค่าต่ำสุดของคะแนนของแบบทดสอบก่อนเรียนเท่ากับ 2 คะแนน หลังเรียนเท่ากับ 10 คะแนน ค่าสูงสุดของคะแนนของแบบทดสอบก่อนเรียนเท่ากับ 12 คะแนน หลังเรียนเท่ากับ 19 คะแนน ซึ่งมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน 9.21 คะแนน และมีสัมประสิทธิ์การแปรผันหลังเรียนต่ำกว่าก่อนเรียน มีลักษณะการกระจายของคะแนนก่อนเรียนและหลังเรียนเป็นโค้งเบ้ซ้าย โดยคะแนนก่อนและหลังเรียนมีความโค้งน้อย คะแนนมีการกระจายมากปรากฏผลดังตาราง 4.1

ตารางที่ 4.1 ผลการศึกษาวิเคราะห์สถิติเบื้องต้นของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวาวีวิทยาคม จังหวัดเชียงราย ก่อนและหลังเรียน

กลุ่ม	คะแนนเต็ม	ค่าต่ำสุด	ค่าสูงสุด	n	$\bar{x}$	S	CV	ความเบ้	ความโด่ง
ก่อนเรียน	20	2	12	29	6.31	2.206	36.91	-0.853	0.862
หลังเรียน	20	10	19	29	15.52	2.923	18.83	-0.489	-0.889

## ตอนที่ 2 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของกลุ่มตัวอย่างก่อนและหลังเรียน โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

ในการทดสอบสมมติฐานการวิจัย “ประชากรนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสูงกว่าก่อนเรียน” ผลการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ สรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยก่อนและหลังเรียนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเท่ากับ 6.31 และ 15.52 ตามลำดับ แสดงว่าตัวแปรจัดกระทำ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตได้ผลดี

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า คะแนนก่อนและหลังเรียนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตทั้งสองครั้งไม่สัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ( $r=0.074$  ,  $p = 0.703$ ) ขนาดความสัมพันธ์ต่ำเท่ากับ 0.074 ทิศทางบวก ตัวแปรทั้งสองมีความแปรปรวนร่วมกันประมาณ 0.55 % แสดงว่า นักเรียนได้คะแนนก่อนเรียนในการวัดครั้งแรกไม่สามารถอธิบายแนวโน้มการวัดครั้งที่สองได้

ผลการทดสอบสมมติฐานทางสถิติแบบทางเดียวระหว่างคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนและก่อนเรียนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต พบว่า ปฏิเสธสมมติฐานหลักทางสถิติ  $H_0 : \mu_{\text{post}} - \mu_{\text{pre}} \leq 0$  ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ( $t = 14.048$  ,  $df = 28$  ,  $p = .00$ ) จึงสรุปได้ว่า ประชากรนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวาวีวิทยาคม จังหวัดเชียงราย มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ผลต่างค่าเฉลี่ย ได้ช่วงความเชื่อมั่นที่ระดับความเชื่อมั่น 95% เท่ากับ  $7.86 < \mu_{\text{post}} - \mu_{\text{pre}} \leq 10.55$  ดังผลการวิเคราะห์ข้อมูลในตารางที่ 4.2

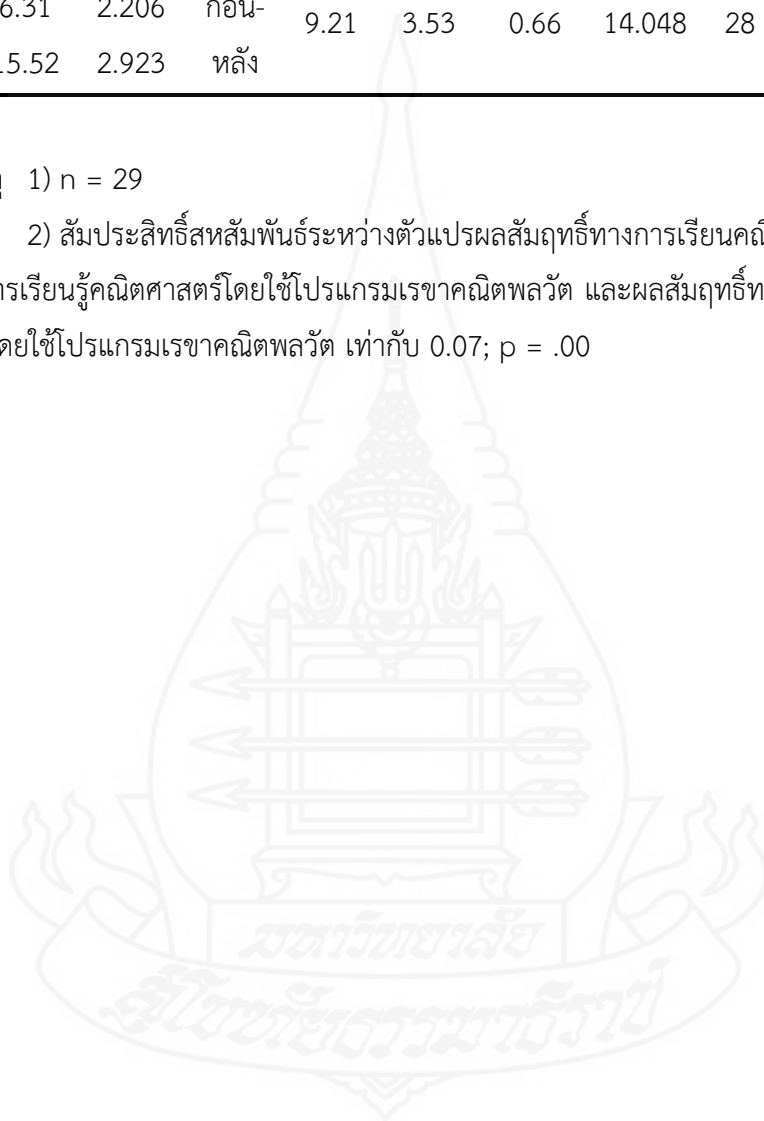


ตารางที่ 4.2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ  
ของคู่ตัวอย่างก่อนและหลังเรียน โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

กลุ่ม	$\bar{X}$	S	Pair	M <sub>Dif</sub>	S <sub>D</sub>	SE <sub>M</sub>	t	df	p	CI of Dif	
										Lower	Uper
ก่อนเรียน	6.31	2.206	ก่อน-	9.21	3.53	0.66	14.048	28	.000	7.86	10.55
หลังเรียน	15.52	2.923	หลัง								

\*หมายเหตุ 1) n = 29

2) สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังเรียนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เท่ากับ 0.07; p = .00



## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

จากการวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาวิวิทยาком จังหวัดเชียงราย ผู้วิจัยขอกล่าวถึงสรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะดังนี้

#### 1. สรุปการวิจัย

##### 1.1 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาวิวิทยาком จังหวัดเชียงราย ระหว่างก่อนและหลังเรียนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

##### 1.2 สมมติฐานการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ หลังจากจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสูงกว่าก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

##### 1.3 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

**1.3.1 ประชากร** ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาวิวิทยาком อำเภอแม่สรวย จังหวัดเชียงราย ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 3 ห้องเรียน จำนวน 84 คน โดยจัดแบบคละความสามารถ

**1.3.2 กลุ่มตัวอย่าง** ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาวิวิทยาком อำเภอแม่สรวย จังหวัดเชียงราย ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 1 ห้องเรียน โดยการสุ่มแบบกลุ่ม จำนวน 29 คน

##### 1.4 ตัวแปรที่ศึกษา

**1.4.1 ตัวแปรอิสระ** ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

**1.4.2 ตัวแปรตาม** ได้แก่ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

## 1.5 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

**1.5.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง** ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

**1.5.2 เครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล** ได้แก่ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 20 ข้อ

## 1.6 แบบแผนการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ เป็นการวิจัยแบบกึ่งทดลอง (quasi – experimental research) ดำเนินการทดลองแบบกลุ่มเดียวสอบก่อนและหลังการทดลอง ตามแบบแผนการทดลอง ดังนี้

สอบก่อนเรียน	ทดลอง	สอบหลังเรียน
T <sub>1</sub>	X	T <sub>2</sub>

ความหมายของสัญลักษณ์

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

T<sub>1</sub> แทน การทดสอบก่อนการทดลองจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต (Pre - test)

T<sub>2</sub> แทน การทดสอบหลังการทดลองจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต (Post - test)

## 1.7 วิธีการดำเนินการวิจัย

**1.7.1 กลุ่มตัวอย่าง** คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 29 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม

**1.7.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย** ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ และ สื่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

### 1.7.3 การเก็บรวบรวมข้อมูล

1) ชี้แจงจุดประสงค์กระบวนการจัดการเรียนรู้และทำการทดสอบก่อนเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 20 ข้อ

2) ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อัตราส่วนตรีโกณมิติโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง กับกลุ่มตัวอย่าง รวมระยะเวลา 12 ชั่วโมง

3) หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ทำการทดสอบหลังเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน โดยจำนวน 20 ข้อ

#### 1.7.4 การวิเคราะห์ข้อมูล

1) หาค่าสถิติเบื้องต้น ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คะแนนต่ำสุด คะแนนสูงสุด

2) ทดสอบสมมติฐานการวิจัยเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังเรียน ด้วยสถิติทดสอบค่าที

#### 1.7.5 ผลการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระดับ .05

## 2. อภิปรายผล

จากการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระดับ .05 เนื่องจาก

2.1 กิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้สื่อจากโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ช่วยให้การจัดการเรียนการสอนมีความง่าย สะดวก รวดเร็ว มีความน่าสนใจ นักเรียนเข้าใจในบทเรียนง่ายขึ้นและช่วยให้ผู้สอนมีความสะดวกรวดเร็วในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน สามารถทบทวนซ้ำได้อย่างรวดเร็ว และมีความหลากหลายในสถานการณ์ที่ต้องการกำหนดให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะเกี่ยวกับเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ สามารถกำหนดสถานการณ์ให้ผู้เรียนได้แตกต่างกันตามความเหมาะสม และยังสามารถสร้างบรรยากาศการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เสนอความคิดเห็น ฝึกคิด ฝึกทำ นำเสนอได้อย่างหลากหลาย มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้สอนและผู้เรียน สามารถตรวจสอบคำตอบได้อย่างรวดเร็ว ซึ่งสอดคล้องกับ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548, น. 2-4) กล่าวว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเป็นโปรแกรมเอนกประสงค์ ขอบเขตของการใช้ขึ้นอยู่กับจินตนาการของผู้ใช้ สามารถใช้ในการสำรวจ การนำเสนอใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ต่างๆ ได้ และสอดคล้องกับ เสรี สุขโยธิน (2555, น. 13 ) กล่าวว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตสามารถนำไปใช้ประกอบการเรียนการสอนได้หลากหลายทางเรขาคณิตและตรีโกณมิติ เวกเตอร์ เรขาคณิตวิเคราะห์ ได้ อีกทั้งสอดคล้องกับอนุชา โคยะทา (2557, online) กล่าวว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเป็นโปรแกรมที่ครูสามารถนำไปใช้เป็นเครื่องมือเพื่อช่วยให้การ

เรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพและน่าสนใจมาก สามารถนำเสนอภาพเคลื่อนไหวมาใช้ อธิบายเนื้อหาที่ยากให้เป็นรูปธรรมนักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจง่ายขึ้น และโปรแกรมยังเน้นให้ผู้เรียน ได้ฝึกปฏิบัติด้วยตนเองได้

2.2 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้วิจัยไม่ต้องต้องเสียเวลาในการวาดรูป สามเหลี่ยมและวัดขนาดของมุม ซึ่งอาศัยโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเพราะสามารถเปลี่ยนความยาว ด้านของรูปสามเหลี่ยมหรือมุมได้ตามต้องการเพื่อกำหนดสถานการณ์ให้นักเรียนได้อย่างหลากหลาย ทำให้ผู้เรียนสามารถเห็นความสัมพันธ์ของอัตราส่วนความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปได้อย่าง ชัดเจน นอกจากนี้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตแล้วยังได้เรียนรู้จากการฝึกปฏิบัติจริง ในการหาความสูงของสิ่งต่างๆ ตามสถานการณ์ ทำให้เกิดการฝึกปฏิบัติและมีความรู้ที่คงทน ซึ่ง สอดคล้องกับ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2554, น.13-56 ถึง 13-83) กล่าวว่า กิจกรรมการเรียนการสอน คณิตศาสตร์สามารถใช้โปรแกรมเรขาคณิตสร้างตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง ให้นักเรียนได้สำรวจ สังเกต ค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อสร้างข้อสรุปแบบอุปนัยนำไปสู่การให้เหตุผลแบบนิรนัย และ สอดคล้องกับผลการวิจัยของ วิมล อยู่พิพัฒน์ (2551), สุพิชญ์ วัฒนคุณสรณ์ (2552), ประจวบ ศรีภิลลา (2554), บรรจง ประสงค์ (2555), ไพรัช วงศ์ศรีตระกูล (2555), ธงชัย พรหมเลิศ (2557) พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยต่างประเทศของ โรฮายซา บินติรามมิล (Rohaiza bintiramli: 2015), ดิมาโกสและซารานิส (Dimakos and Zaranis: 2010), และ ฟาโรห์ (Farouq: 2015) ที่มีการแบ่งนักเรียนเป็น 2 กลุ่มในการวิจัย โดยแบ่งเป็นกลุ่ม ทดลองและกลุ่มควบคุม พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม เรขาคณิตพลวัตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดการเรียนการ สอนปกติอย่างมีนัยสำคัญ

2.3 ผลการใช้กิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรม เรขาคณิตพลวัต นักเรียนส่วนใหญ่ให้ผลตอบรับที่ดี นักเรียนมีความสนุกสนาน ให้ความสนใจในการ กิจกรรมการเรียนการสอนมากกว่าการสอนแบบบรรยาย ทำให้บรรยากาศการเรียนในห้องเรียนมี ความน่าสนใจ ไม่น่าเบื่อ และนักเรียนมีความความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนมากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับ เรณูวัฒน์ พงษ์อุทธา (2550) กล่าวว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตมีความสำคัญต่อการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ มีการนำเสนอเป็นรูปแบบการเคลื่อนที่ทำให้กระตุ้นให้นักเรียนมีความสนใจและตื่นตัว และสามารถทำความเข้าใจหรือหาคำตอบได้ด้วยตนเองจากการสำรวจกิจกรรมต่างๆ

### 3. ข้อเสนอแนะ

#### 3.1 ข้อเสนอแนะในการนำผลวิจัยไปใช้

3.1.1 ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละครั้ง ผู้สอนควรคำนึงถึงระยะเวลาในการจัดการเรียนการสอนให้กระชับและเหมาะสม

3.1.2 กิจกรรมการเรียนรู้แต่ละครั้ง ผู้สอนควรเตรียมตัว เตรียมสื่อให้พร้อม ควรมีความคล่องแคล่วในการจัดกิจกรรมและการใช้สื่อ

3.1.3 ผู้สอนควรตรวจสอบความรู้พื้นฐานของผู้เรียนก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งผู้เรียนมีความรู้ที่แตกต่างกัน เพื่อนำการตรวจสอบความรู้พื้นฐานไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้อย่างเหมาะสม

3.1.4 การใช้สื่อจากโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตในการจัดการเรียนการสอนนั้น ผู้สอนควรคำนึงว่า โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตนั้นเป็นเพียงส่วนหนึ่งในการจัดการเรียนการสอน ไม่สามารถที่จะแทนผู้สอนได้ ดังนั้น ผู้สอนยังคงมีบทบาทเป็นผู้แนะนำในระหว่างการทำกิจกรรมการเรียนการสอน

#### 3.2 ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

3.2.1 การวิจัยในครั้งนี้เป็นการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เท่านั้น ดังนั้นในการวิจัยครั้งต่อไปควรศึกษาเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เมื่อจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเพื่อสอบถามความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรม

3.2.2 การวิจัยในครั้งนี้เป็นการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ เท่านั้น ดังนั้นในการวิจัยครั้งต่อไปควรศึกษาผลการจัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตกับเนื้อหาอื่น ๆ ที่เหมาะสมในรายวิชาคณิตศาสตร์ และบูรณาการกับรายวิชาอื่น ๆ

3.2.3 การวิจัยในครั้งนี้เป็นการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตโดยครูสร้างสื่อการเรียนรู้ใช้ประกอบการจัดการเรียนการสอน ซึ่งให้ตัวแทนนักเรียนเพียงบางส่วนมีส่วนร่วมในการใช้โปรแกรม ดังนั้นการทำวิจัยครั้งต่อไปควรให้นักเรียนเป็นผู้สำรวจ ตรวจสอบ ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองจากโปรแกรมโดยตรงทุกคนเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่อไป

บรรณานุกรม



## บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์  
คุรุสภาลาดพร้าว.
- ธงชัย พรหมเลิศ. (2557). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้  
ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์และเทคนิคระดมสมองที่ส่งเสริมความสามารถในการคิดขั้นสูง  
และใช้โปรแกรมสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้.  
(วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยขอนแก่น, ขอนแก่น.*
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. (2554). *สารัตถะและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์*. นนทบุรี: โรงพิมพ์  
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- นารี วงศ์สิโรจน์กุล. (2549). *การอบรม GSP*. สืบค้นเมื่อ 18 มิถุนายน 2558 จาก  
<https://mgronline.com/science/detail/9490000036014>.
- บรรจง ประสงค์. (2555). *ผลการจัดกิจกรรมสำรวจทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต  
เรื่อง เวกเตอร์ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความพึงพอใจต่อการเรียน  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนศรีสงครามวิทยา จังหวัดเลย*.
- ปราณี กองจินดา. (2549). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และทักษะการ คิด  
เลขในใจของนักเรียนที่ได้รับการสอนตามรูปแบบชิปปาโดยใช้แบบฝึกหัดที่เน้นทักษะการ  
คิดเลขในใจกับนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้คู่มือครู*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหา  
บัณฑิต). มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา, พระนครศรีอยุธยา.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2554). *นวัตกรรมและเทคโนโลยีการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. ใน *ประมวล  
สาระชุดวิชา สารัตถะและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์*. (หน่วยที่ 13, น.13-56). นนทบุรี:  
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช สาขาวิชาศึกษาศาสตร์.
- ประจวบ ศรีภิลลา. (2554). *ผลการใช้โปรแกรม GSP ประกอบการสอน เรื่อง กราฟเบื้องต้น ที่มีต่อ  
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5*. (สารนิพนธ์  
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- พิมพ์พันธ์ เตชะคุปต์. (2548). *การเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง*. กรุงเทพฯ: เดอะ  
มาสเตอร์กรุ๊ป แบนเนจเม้นท์.



- ไพรัช วงศ์ศรีตระกูล. (2555). การจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้ซอฟต์แวร์ The Geometer's Sketchpad (GSP) กับนักเรียนอิสลามวิทยาลัยแห่งประเทศไทย ใน การประชุมทางวิชาการของมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ครั้งที่ 51 วันที่ 5 – 7 กุมภาพันธ์ 2556 อาคารสารนิเทศ 50 ปี และอาคารศูนย์เรียนรวม 3 มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ บางเขน มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- กิมวิจน์ ธรรมใจ. (2548). ผลการใช้โปรแกรม GSP ประกอบการสอนเรื่องกราฟเบื้องต้นที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. (สารนิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- เรณูวัฒน์ พงษ์อุทธา. (2550). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง พาราโบลา เจตคติ ต่อการเรียนวิชา คณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการจัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อกับการจัด กิจกรรมตามปกติ. (วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยมหาสารคาม, มหาสารคาม.
- วัชรสันต์ อินธิสาร. (2547). ผลการใช้โปรแกรม GSP ประกอบการสอนเรื่องกราฟเบื้องต้นที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. (สารนิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- วิมล อยู่พิพัฒน์. (2551). บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (GEOMETER'S SKETCHPAD) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (สารนิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- ศุภพร ตรีไพชยนต์ศักดิ์. (2556). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เรื่อง ความน่าจะเป็นที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเสนา "เสนาประสิทธิ์" จังหวัดพระนครศรีอยุธยา. (วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, นนทบุรี.
- สมจิตร นิมิตนุรักษ์. (2557). ประวัติโปรแกรม GSP. สืบค้นเมื่อ 18 มิถุนายน 2558 จาก [http://km.streesp.ac.th/external\\_newsblog.php?links=227](http://km.streesp.ac.th/external_newsblog.php?links=227).
- สมพร เชื้อพันธ์. (2547). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีการจัดการเรียนการสอนแบบสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองกับการจัดการเรียนการสอนตามปกติ. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต). สถาบันราชภัฏพระนครศรีอยุธยา, พระนครศรีอยุธยา.
- เสรี สุขโยธิน. (2555). GSP โปรแกรมคณิตศาสตร์ที่ต้องเรียนรู้ เล่มที่ 1 ฉบับพื้นฐาน. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์เดอะบุ๊คส์.

- สุพิชฌาย์ วัฒนคุณสรณ์ (2552). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี กรุงเทพมหานคร. (วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, นนทบุรี.
- ศาสตราจารย์กิตติคุณ ยุพิน พิพิธกุล. (2551). *วิธีการให้นักเรียน สรุปความคิดรวบยอด*. วารสารมายแมท 4,1 (กุมภาพันธ์): 40.
- อนุชา โคยะทา. (2557). *คณิตศาสตร์นานาชาติ*. สืบค้นเมื่อ 18 มิถุนายน 2558 จาก <https://sites.google.com/site/porkaermthangkhmitsastrgsp/porkaermthang-khmitsastr-gsp/khwam-pen-ma-khxng-gsp>.
- Dimakos and Zaranis. (2010). “The Influence of The Geometer’s Sketchpad on The Geometry Achievement of Greek School Students” *Dissertation Abstracts International*. 25,113 – 124.
- Farouq Almeqdadi. (2015). *The Effect of Using The Geometer’s Sketchpad (GSP) on Jordanian Student’s Understanding Some Geometrical Concepts* YAarmouk University.
- Nattareeporn praman. (2556). *ความสำคัญของโปรแกรม GSP*. สืบค้นเมื่อ 23 มิถุนายน, 2558, จาก <http://nattareeporn.blogspot.com/p/gsp.html>.
- Rohaiza, Bintiramli. (2015). “The Effectiveness of Using Geometer’s Sketchpad (GSP) in The Teaching and Learning of Mathematics in a Malaysian Technical School” *Dissertation Abstracts International*. Faculty of Science and Mathematics University Pendidikan Sultan Idris.



ภาคผนวก

มหาวิทยาลัย

สกลนครราชภัฏ

ภาคผนวก ก

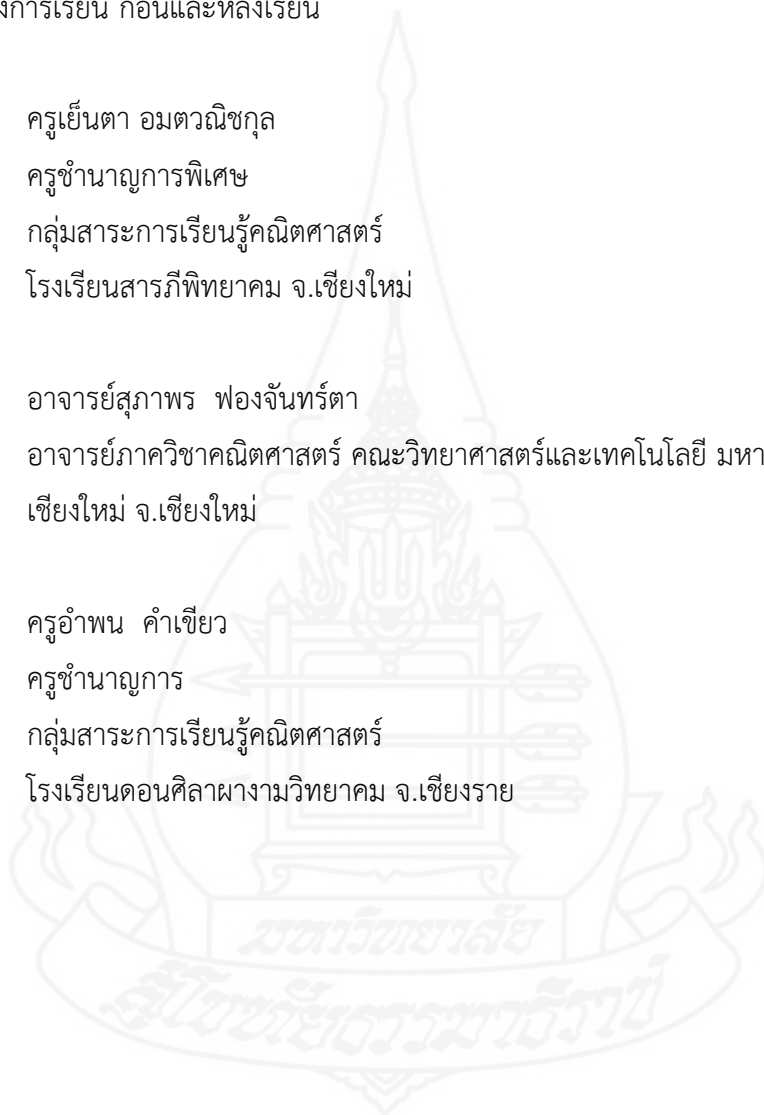
รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือ



## รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบความสอดคล้องด้านเนื้อหาในแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ก่อนและหลังเรียน

1. ครูเย็นตา อมตวณิชกุล  
ครูชำนาญการพิเศษ  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
โรงเรียนสารภีพิทยาคม จ.เชียงใหม่
2. อาจารย์สุภาพร ฟองจันทร์ตา  
อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏ  
เชียงใหม่ จ.เชียงใหม่
3. ครูอำพน คำเขียว  
ครูชำนาญการ  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
โรงเรียนดอนศิลาผางามวิทยาคม จ.เชียงราย






ภาคผนวก ข

ตัวอย่างสื่อโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

The Geometer's Sketchpad - [ชื่อ อัคราส่วนตรีโกณมิติ 4 - 1]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้างาน วัสดุ



## ทบทวนรูปสามเหลี่ยมคล้าย

**บทนิยาม**

รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ สามคู่

**ทฤษฎีบท**

ถ้าอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่ของรูปสามเหลี่ยมสองรูปเป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

**Next**

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | | 4

The Geometer's Sketchpad - [ชื่อ อัคราส่วนตรีโกณมิติ 4 - 2]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้างาน วัสดุ

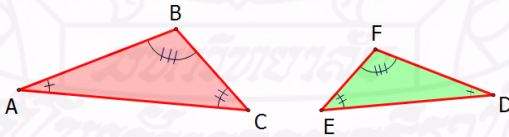
## รูปสามเหลี่ยมคล้าย

รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ สามคู่

**ตัวอย่างที่ 1.**

$m\angle BAC = 26.2^\circ$   
 $m\angle ABC = 110.5^\circ$   
 $m\angle ACB = 43.3^\circ$

**ขนาดของมุม**



**จากรูป** จากรูป  $\triangle ACB$  และ  $\triangle DEF$

**มุมที่มีขนาดเท่ากันคือ**  $\angle BAC = \angle EDF$  และ  $\angle ACB = \angle DEF$  และ  $\angle ABC = \angle DFE$

**ดังนั้น**  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

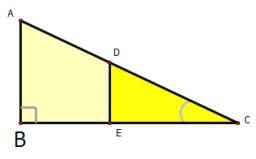
**Back** **Next**

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | | 4

The Geometer's Sketchpad - [ชื่อ อัคราส่วนตรีโกณมิติ 4 - 3]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้างาน วัตถุ

ตัวอย่างที่ 2.



$m\angle BCA = 25.18^\circ$	$m\angle CBA = 90.00^\circ$	$m\angle BAC = 64.82^\circ$
$m\angle ECD = 25.18^\circ$	$m\angle CED = 90.00^\circ$	$m\angle EDC = 64.82^\circ$

**จากรูป** จากรูป  $\triangle ABC$  และ  $\triangle DEC$

**มุมที่มีขนาดเท่ากัน คือ**  $\angle BAC = \angle EDC$  และ  $\angle ACB = \angle DCE$  และ  $\angle ABC = \angle DEC$

**ดังนั้น** ดังนั้น  $\triangle ABC \sim \triangle DEC$

[Back](#) [Next](#)

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | | 4 |

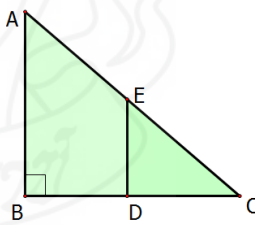
25 สิงหาคม 2562  
5:05:58

The Geometer's Sketchpad - [ชื่อ อัคราส่วนตรีโกณมิติ 4 - 4]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้างาน วัตถุ

**จากทฤษฎีบท**  
ถ้าอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่ของรูปสามเหลี่ยมสองรูปเป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

ตัวอย่างที่ 3.  $AB = 6.00$  ซม.  $DE = 3.15$  ซม.  
 $BC = 7.00$  ซม.  $DC = 3.68$  ซม.  
 $AC = 9.22$  ซม.  $EC = 4.84$  ซม.



จากรูป  $\triangle ABC$  และ  $\triangle EDC$  อัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันคือ

$$\frac{AB}{DE} = \frac{6.00 \text{ ซม.}}{3.15 \text{ ซม.}} = 1.90, \quad \frac{BC}{DC} = \frac{7.00 \text{ ซม.}}{3.68 \text{ ซม.}} = 1.90, \quad \frac{AC}{EC} = \frac{9.22 \text{ ซม.}}{4.84 \text{ ซม.}} = 1.90$$

**ดังนั้น**  $\triangle ABC \sim \triangle EDC$

[Back](#) [Next](#)

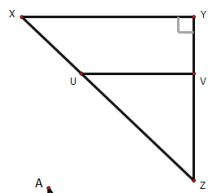
1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | | 4 |



The Geometer's Sketchpad - [ชื่อ ศึกษาศาสตร์โทมัส 4 - 5]

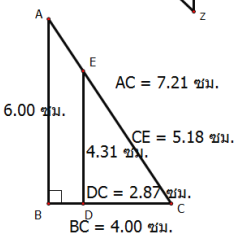
เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้างาน วัตถุ

### แบบฝึกหัด 1 เรื่อง สามเหลี่ยมคล้าย

1. 

จากรูป  $\triangle XYZ$  และ  $\triangle UVZ$

นักเรียนสำรวจรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ ว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมคล้ายหรือไม่ เพราะเหตุใด

2. 

นักเรียนสำรวจรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ ว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมคล้ายหรือไม่ เพราะเหตุใด

[Back](#) [Next](#)

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | | 4 |

Speakers: 22%

The Geometer's Sketchpad - [ชื่อ ศึกษาศาสตร์โทมัส 4 - 6]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้างาน วัตถุ

### ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ความยาวของด้านประกอบมุมฉากยกกำลังสองบวกกันจะเท่ากับด้านตรงข้ามมุมฉากยกกำลังสอง

**วิธีการตรวจสอบ** จากรูปสามเหลี่ยม ACD  $m\angle ACD = 90.00^\circ$

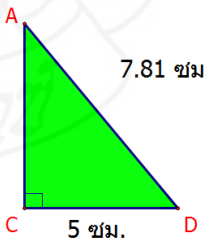
**ด้านประกอบมุมฉากยกกำลังสองบวกกัน**

$$AC^2 + CD^2 = 61.00 \text{ ซม.}^2$$

**ด้านตรงข้ามมุมฉากยกกำลังสอง**

$$AD^2 = 61.00 \text{ ซม.}^2$$

**ดังนั้น**  $AC^2 + CD^2 = AD^2$



[Back](#) [Next](#)

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | | 4 |

The Geometer's Sketchpad - [ชื่อ\_ชื่อส่วนต่อโปรแกรมที่ 4 - 7]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้างาน รีเซ็ต

### ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จากทฤษฎีบท  
ความยาวของด้านประกอบมุมฉากกำลังสองบวกกันจะเท่ากับด้านตรงข้ามมุมฉากกำลังสอง

DC = 5.00 ซม.  
AD = 7.00 ซม.  
AC = 8.60 ซม.

ด้าน AD ยาว 7.00 ซม.  
ด้าน DC ยาว 5.00 ซม.  
ด้าน AC ยาว 8.60 ซม.

จากรูปสามเหลี่ยม ACD จงหาความยาวด้าน AC

วิธีทำ จากทฤษฎีบท จะได้ว่า  $AC^2 = AD^2 + DC^2$

แทนค่า ได้  $AC^2 = (7.00 \text{ ซม.})^2 + (5.00 \text{ ซม.})^2$

ได้  $AC^2 = 49.00 \text{ ซม.}^2 + 25.00 \text{ ซม.}^2$

ดังนั้น  $= 74.00 \text{ ซม.}^2$

AC = 8.60 ซม.

Back Next

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | | 4 |

จำนวนหน้า 2 หน้า ที่เลือกไว้

The Geometer's Sketchpad - [ชื่อ\_ชื่อส่วนต่อโปรแกรมที่ 4 - 8]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้างาน รีเซ็ต

### ความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

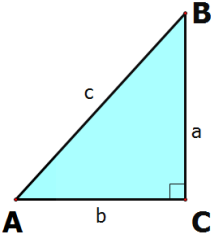
ด้าน AB ยาว c หน่วย  
ด้าน BC ยาว a หน่วย  
ด้าน AC ยาว b หน่วย

Back Next

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | | 4 |

The Geometer's Sketchpad - [ชื่อ-ชื่อตราส่วนตรีโกณมิติ 4 - 9]

ด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



จากรูป  $\overline{AB}$  เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

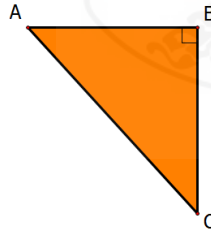
พิจารณา มุม A	พิจารณา มุม B
ด้าน BC คือ ด้านที่อยู่ตรงข้ามมุม A	ด้าน AC คือ ด้านที่อยู่ตรงข้ามมุม B
ด้าน AC คือ ด้านประชิดมุม A	ด้าน BC คือ ด้านประชิดมุม B

[Back](#) [Next](#)

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | | 4

The Geometer's Sketchpad - [ชื่อ-ชื่อตราส่วนตรีโกณมิติ 4 - 10]

ด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



จากรูป  $\overline{AC}$  เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

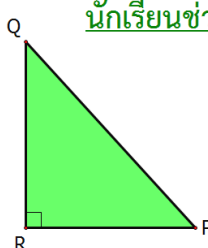
พิจารณา มุม A	พิจารณา มุม C
ด้าน BC คือ ด้านที่อยู่ตรงข้ามมุม A	ด้าน AB คือ ด้านที่อยู่ตรงข้ามมุม C
ด้าน AB คือ ด้านประชิดมุม A	ด้าน BC คือ ด้านประชิดมุม C

[Back](#) [Next](#)

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | | 4

The Geometer's Sketchpad - [ชื่อ\_อัตราส่วนตรีโกณมิติ 4 - 11]

นักเรียนช่วยกันพิจารณาด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



**พิจารณามุม P**

ด้านที่อยู่ตรงข้ามมุม P คือ  $\overline{QR}$

ด้านประชิดมุม P คือ

**พิจารณามุม Q**

ด้านที่อยู่ตรงข้ามมุม Q คือ  $\overline{PR}$

ด้านประชิดมุม Q คือ  $\overline{QR}$

มุมฉาก คือ มุม R

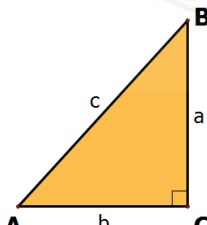
ด้านตรงข้ามมุมฉาก คือ  $\overline{QP}$

Buttons: **Back** **Next**

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 14

The Geometer's Sketchpad - [ชื่อ\_อัตราส่วนตรีโกณมิติ 4 - 12]

ความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ ค่า sine ของมุม



ไซน์ (sine) ของมุม A คือ

อัตราส่วนของความยาวด้านตรงข้ามมุม A ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

หรือ  $\frac{BC}{AB}$  หรือ  $\frac{a}{c}$

ไซน์ (sine) ของมุม B คือ

อัตราส่วนของความยาวด้านตรงข้ามมุม B ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

หรือ  $\frac{AC}{AB}$  หรือ  $\frac{b}{c}$

Buttons: **Back** **Next**

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 14

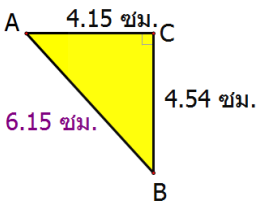
จากเรื่องเลือก ส่วนเรียน

Show desktop

The Geometer's Sketchpad - [ชื่อ-สกุล: ส่วนต่อเครื่องคอมพิวเตอร์ 4 - 13]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล ซ่อน การเปลี่ยนแปลง การวัด การช่วย หน้จออื่น ช่วยเหลือ

**ค่า sine ของมุม**



ไซน์ (sine) ของมุม A คือ  
อัตราส่วนของความยาวด้านตรงข้ามมุม A ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

ดังนั้น  $\sin A = \frac{BC}{AB}$  หรือ  $\frac{4.54}{6.15}$

ไซน์ (sine) ของมุม B คือ  
อัตราส่วนของความยาวด้านตรงข้ามมุม B ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

ดังนั้น  $\sin B = \frac{AC}{AB}$  หรือ  $\frac{4.15}{6.15}$

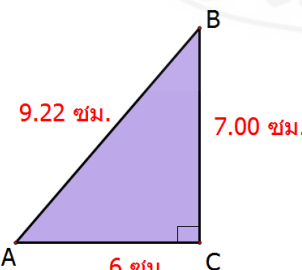
[Back](#) [Next](#)

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35

The Geometer's Sketchpad - [ชื่อ-สกุล: ส่วนต่อเครื่องคอมพิวเตอร์ 4 - 14]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล ซ่อน การเปลี่ยนแปลง การวัด การช่วย หน้จออื่น ช่วยเหลือ

**ค่าของ sine**



ไซน์ (sine) ของมุม A คือ  
อัตราส่วนของความยาวด้านตรงข้ามมุม A ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

ดังนั้น  $\sin A = \frac{7.00 \text{ ซม.}}{9.22 \text{ ซม.}}$

ไซน์ (sine) ของมุม B คือ  
อัตราส่วนของความยาวด้านตรงข้ามมุม B ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

ดังนั้น  $\sin B = \frac{6.00 \text{ ซม.}}{9.22 \text{ ซม.}}$

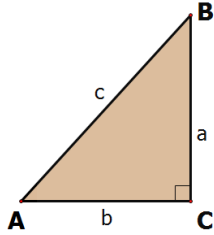
[Back](#) [Next](#)

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35

The Geometer's Sketchpad - [สี่เหลี่ยมด้านขนาน 4 - 15]

ความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ ค่า cosine ของมุม

โคไซน์ (cosine) ของมุม A หรือ  $\cos A$  คือ  
อัตราส่วนของความยาวด้านประชิดมุม A ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก



หรือ  $\frac{b}{c}$

โคไซน์ (cosine) ของมุม B หรือ  $\cos B$  คือ  
อัตราส่วนของความยาวด้านประชิดมุม B ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

หรือ  $\frac{a}{c}$

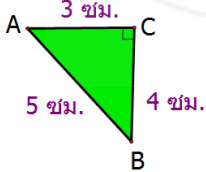
[Back](#) [Next](#)

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | |

The Geometer's Sketchpad - [สี่เหลี่ยมด้านขนาน 4 - 16]

ค่าของ cosine

โคไซน์ (cosine) ของมุม A คือ  
อัตราส่วนของความยาวด้านประชิดมุม A ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก



ดังนั้น  $\cos A = \frac{AC}{AB}$  หรือ  $\frac{3}{5}$

โคไซน์ (cosine) ของมุม B คือ  
อัตราส่วนของความยาวด้านตรงข้ามมุม B ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

ดังนั้น  $\cos B = \frac{BC}{AB}$  หรือ  $\frac{4}{5}$

[Back](#) [Next](#)

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | |

The Geometer's Sketchpad - [สี่เหลี่ยมด้านขนาน 4 - 17]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าแรก รีเซ็ต

**ค่าของ cosine**

โคไซน์ (cosine) ของมุม A คือ  
อัตราส่วนของความยาวด้านประชิดมุม A ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

8.49 ซม.  
6.00 ซม.  
6 ซม.

ดังนั้น  $\cos A = \frac{6.00 \text{ ซม.}}{8.49 \text{ ซม.}}$

โคไซน์ (cosine) ของมุม B คือ  
อัตราส่วนของความยาวด้านประชิดมุม B ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

ดังนั้น  $\cos B = \frac{6.00 \text{ ซม.}}{8.49 \text{ ซม.}}$

**Back** **Next**

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 4

The Geometer's Sketchpad - [สี่เหลี่ยมด้านขนาน 4 - 18]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าแรก รีเซ็ต

**ความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ ค่า tangent ของมุม**

แทนเจนต์ (tangent) ของมุม A คือ  
อัตราส่วนของความยาวด้านตรงข้ามมุม A ต่อความยาวของด้านประชิดมุม A

หรือ  $\tan A = \frac{a}{b}$

แทนเจนต์ (tangent) ของมุม B คือ  
อัตราส่วนของความยาวด้านตรงข้ามมุม B ต่อความยาวของด้านประชิดมุม B

หรือ  $\tan B = \frac{b}{a}$

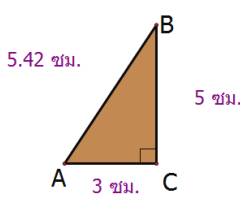
**Back** **Next**

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 4

The Geometer's Sketchpad - [ชื่อ-นามสกุลนักเรียนคณิต 4 - 19]

เมนู: แก้ไข แสดงผล ซ่อน การแปลง การวัด กราฟ หน้าจอ ช่วยเหลือ

**ค่าของ tangent**



แทนเจนต์ (tangent) ของมุม A คือ  
อัตราส่วนของความยาวด้านตรงข้ามมุม A ต่อความยาวของด้านประชิดมุม A

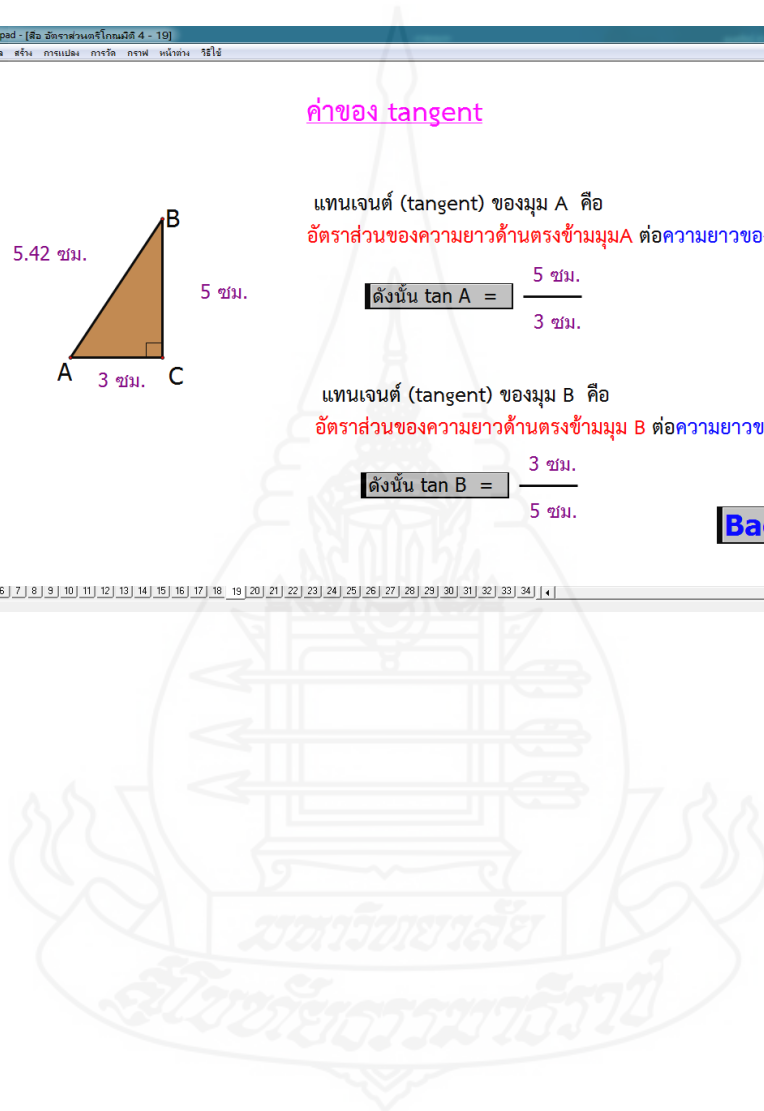
$$\text{ดังนั้น } \tan A = \frac{5 \text{ ซม.}}{3 \text{ ซม.}}$$

แทนเจนต์ (tangent) ของมุม B คือ  
อัตราส่วนของความยาวด้านตรงข้ามมุม B ต่อความยาวของด้านประชิดมุม B

$$\text{ดังนั้น } \tan B = \frac{3 \text{ ซม.}}{5 \text{ ซม.}}$$

[Back](#) [Next](#)

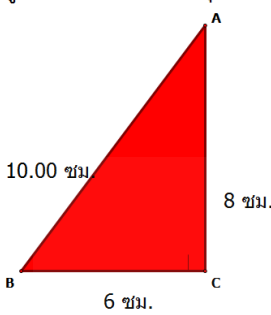
1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35





**สรุปความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ**

จากรูปสามเหลี่ยม ABC ซึ่งมีมุม C เป็นมุมฉาก



พิจารณามุม A

$\sin A = \frac{6 \text{ ซม.}}{10.00 \text{ ซม.}}$

$\cos A = \frac{8 \text{ ซม.}}{10.00 \text{ ซม.}}$

$\tan A = \frac{6 \text{ ซม.}}{8 \text{ ซม.}}$

พิจารณามุม B

$\sin B = \frac{b = 8 \text{ ซม.}}{c = 10.00 \text{ ซม.}}$

$\cos B = \frac{a = 6 \text{ ซม.}}{c = 10.00 \text{ ซม.}}$

$\tan B = \frac{b = 8 \text{ ซม.}}{a = 6 \text{ ซม.}}$

**Back**   **Next**

**รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า**

จากรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ซึ่งจะมีขนาดของมุมทั้งสามมุมเท่ากันและมีความยาวของด้านทั้ง 3 ด้านเท่ากัน โดยแต่ละด้านมีความยาว 2 เซนติเมตร

จากรูปสามเหลี่ยม ABC

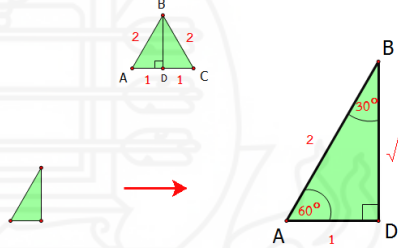
AB = 2.00 ซม.  
AC = 2.00 ซม.  
BC = 2.00 ซม.

$m\angle BDC = 90.00^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยม ABD

$m\angle ABD = 30.00^\circ$   
 $m\angle BAD = 60.00^\circ$   
 $m\angle BDA = 90.00^\circ$

AB = 2.00 ซม.  
AD = 1.00 ซม.  
BD = 1.73 ซม.

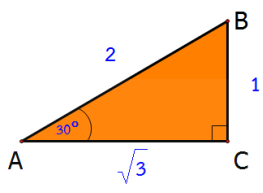


**Back**   **Next**

The Geometer's Sketchpad - [ชื่อ อัตราส่วนตรีโกณมิติ 4 - 22]

อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยม ABC ซึ่งมีมุม C เป็นมุมฉาก และ มุม A มีขนาด  $30^\circ$



$\sin 30 = \frac{1}{2}$   
 $\cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$   
 $\tan 30 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

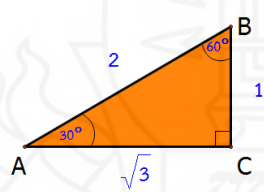
Back Next

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | | < >

The Geometer's Sketchpad - [ชื่อ อัตราส่วนตรีโกณมิติ 4 - 23]

อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $60^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยม ABC ซึ่งมีมุม C เป็นมุมฉาก และ มุม A มีขนาด  $60^\circ$



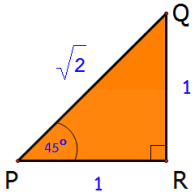
$\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$   
 $\cos 60 = \frac{1}{2}$   
 $\tan 60 = \frac{\sqrt{3}}{1}$  หรือ  $\sqrt{3}$

Back Next

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | | < >

**อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 45°**

จากรูปสามเหลี่ยม PQR ซึ่งมีมุม R เป็นมุมฉาก และ มุม P มีขนาด 45°



**sin 45 =**  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  **หรือ**  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

**cos 45 =**  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  **หรือ**  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

**tan 45 =**  $\frac{1}{1}$  **หรือ** 1

**Back**   **Next**

**ตารางค่าประมาณของ sine cosine tangent ของมุมต่างๆ (0° - 30°)**

มุมองศา	Sin	Cos	Tan	มุมองศา	Sin	Cos	Tan
0	0.00000	1.00000	0.00000	16	0.27564	0.96126	0.28675
1	0.01745	0.99985	0.01746	17	0.29237	0.95630	0.30573
2	0.03490	0.99939	0.03492	18	0.30902	0.95106	0.32492
3	0.05234	0.99863	0.05241	19	0.32557	0.94552	0.34433
4	0.06976	0.99756	0.06993	20	0.34202	0.93969	0.36397
5	0.08716	0.99619	0.08749	21	0.35837	0.93358	0.38386
6	0.10453	0.99452	0.10510	22	0.37461	0.92718	0.40403
7	0.12187	0.99255	0.12278	23	0.39073	0.92050	0.42447
8	0.13917	0.99027	0.14054	24	0.40674	0.91355	0.44523
9	0.15643	0.98769	0.15838	25	0.42262	0.90631	0.46631
10	0.17365	0.98481	0.17633	26	0.43837	0.89879	0.48773
11	0.19081	0.98163	0.19438	27	0.45399	0.89101	0.50953
12	0.20791	0.97815	0.21256	28	0.46947	0.88295	0.53171
13	0.22495	0.97437	0.23087	29	0.48481	0.87462	0.55431
14	0.24192	0.97030	0.24933	30	0.50000	0.86603	0.57735
15	0.25882	0.96593	0.26795				

**Back**   **Next**

The Geometer's Sketchpad - [สี่เหลี่ยมด้านขนาน 4 - 26]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สลับ การแปลง การวัด กรงฟ หน้จออื่น รีเซ็ต

### ค่าประมาณของ sin cosine tangent ของมุมขนาดต่างๆ

<b>sin</b> 31°	ค่าประมาณคือ	0.515
<b>cos</b> 12°	ค่าประมาณคือ	0.978
<b>tan</b> 67°	ค่าประมาณคือ	2.356

**Back** **Next**

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 | 4

Show desktop

The Geometer's Sketchpad - [สี่เหลี่ยมด้านขนาน 4 - 27]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สลับ การแปลง การวัด กรงฟ หน้จออื่น รีเซ็ต

### การหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปสามเหลี่ยม ABC ซึ่งมีมุม C เป็นมุมฉาก

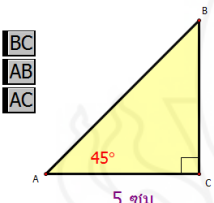
จงหาความยาวของ AB

โจทย์กำหนด **AC ยาว** 5 ซม.  
**มุม A มีขนาด** 45°

วิธีทำ **จะได้ว่า**  $\cos A = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}}$   
**แทนค่า**  $\cos 45^\circ = \frac{5 \text{ ซม.}}{AB}$   
**จะได้**  $AB = \frac{5 \text{ ซม.}}{\cos 45^\circ}$   
**จากตาราง**  $\cos 45^\circ \approx 0.707$

**ดังนั้น** AB ยาวประมาณ 7.07 ซม.

**Back** **Next** **ดังนั้น**



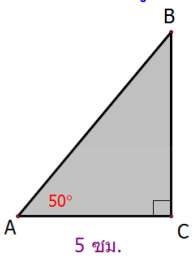
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 | 4

The Geometer's Sketchpad - [สี่เหลี่ยมมุมฉาก 4 - 28]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง ทรานสเฟอ กวาดลัด กราฟ หน้าจอ วิธีใช้

### การหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปสามเหลี่ยม ABC ซึ่งมีมุม C เป็นมุมฉาก



BC  
AB  
AC

จงหาความยาวของ BC

โจทย์กำหนด AC ยาว 5 ซม.  
มุม A มีขนาด 50°

วิธีทำ จะได้ว่า  $\tan A = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}}$   
แทนค่า  $\tan 50^\circ = \frac{BC}{5 \text{ ซม.}}$   
 $\therefore BC = 5 \text{ ซม.} * \tan 50^\circ$   
จากตาราง  $\tan 50^\circ \approx 1.200$

ดังนั้น BC ยาวประมาณ 6.00 ซม.

Back Next

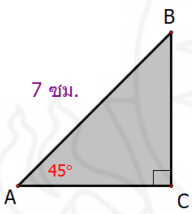
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 | 4

The Geometer's Sketchpad - [สี่เหลี่ยมมุมฉาก 4 - 29]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง ทรานสเฟอ กวาดลัด กราฟ หน้าจอ วิธีใช้

### การหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 2 จากรูปสามเหลี่ยม ABC ซึ่งมีมุม C เป็นมุมฉาก



BC  
AB  
AC

จงหาความยาวของ BC

โจทย์กำหนด AB ยาว 7 ซม.  
มุม A มีขนาด 45°

วิธีทำ จะได้ว่า  $\sin A = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}}$   
แทนค่า  $\sin 45^\circ = \frac{BC}{7 \text{ ซม.}}$   
จะได้  $BC = \sin 45^\circ * 7 \text{ ซม.}$   
จากตาราง  $\sin 45^\circ \approx 0.707$

ดังนั้น BC ยาวประมาณ 5.00 ซม.

Back Next

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 | 4

The Geometer's Sketchpad - [ชื่อ: สัปดาห์ที่ 4 - 30]

เพิ่ม แก้ไข แลสมอล สร้าง การแปลง การวัด กรงฟ หน้ทวน ำใช้

### การหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 3 จากรูปสามเหลี่ยม ABC ซึ่งมีมุม C เป็นมุมฉาก

จงหาความยาวของ BC

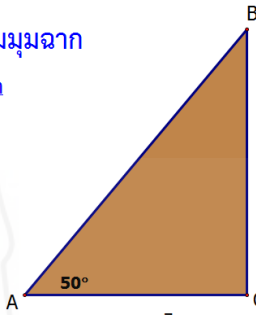
โจทย์กำหนด  มุม A มีขนาด

วิธีทำ   $\tan A = \frac{\text{ข้าง}}{\text{ชิด}}$

$\tan 50^\circ = \frac{BC}{7 \text{ ซม.}}$

$\tan 50^\circ \approx 1.192$

BC ยาวประมาณ 8.64 ซม.



\*\*\* สไลด์นี้สามารถเปลี่ยนขนาดของมุม A ได้ และสามารถซ่อน/แสดงความยาวด้านใด ๆ ของสามเหลี่ยมได้เพื่อปรับเปลี่ยนการหาความยาวด้านโดยใช้ sin cos tan ได้ตามต้องการของครูผู้สอน

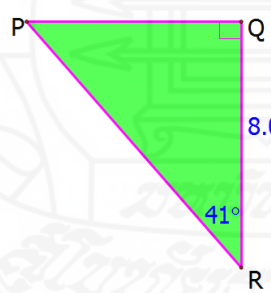
1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | | 4

The Geometer's Sketchpad - [ชื่อ: สัปดาห์ที่ 4 - 31]

เพิ่ม แก้ไข แลสมอล สร้าง การแปลง การวัด กรงฟ หน้ทวน ำใช้

### กิจกรรม การหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จากรูปสามเหลี่ยม PQR ซึ่งมีมุม Q เป็นมุมฉาก



\*\* สไลด์นี้ครูผู้สอนสามารถเปลี่ยนความยาวด้าน QR และ PQ ได้ ซึ่งขนาดของมุมจะปรับตามความยาว และสามารถแสดง/ซ่อนความยาวด้าน PQ QR หรือ PR ได้ เพื่อให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้ sin cos tan ตามต้องการ

จงหาความยาวของด้านที่เหลือ

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | | 4

The Geometer's Sketchpad - [สี่เหลี่ยมด้านขนานเรขาคณิต 4 - 32]

มุมมอง มุมก้ม

### การประยุกต์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

มุมก้ม และมุมเงย เป็นมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตา และแนวเส้นจากตาไปยังวัตถุ

ตาของผู้สังเกต

วัตถุ

วัตถุ

มุมเงย

มุมก้ม

ถ้าวัตถุอยู่สูงกว่าแนวเส้นระดับสายตา

แนวเส้นระดับสายตา

ถ้าวัตถุอยู่ต่ำกว่าแนวเส้นระดับสายตา

Back Next

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 | 4

The Geometer's Sketchpad - [สี่เหลี่ยมด้านขนานเรขาคณิต 4 - 33]

### การประยุกต์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

จากโจทย์ จะได้รูปดังนี้

โจทย์ปัญหา

เด็กชายยืนอยู่ห่างจากต้นไม้เป็นระยะ 10 เมตร เมื่อมองขึ้นไปบนยอดต้นไม้เป็นมุมเงยขนาด  $20^\circ$  อยากทราบว่า ต้นไม้สูงประมาณกี่เมตร โดยไม่คิดความสูงของเด็กชายคนนี้

10 เมตร

x

$20^\circ$

วิธีทำ ให้ต้นไม้สูง x เมตร

จากรูป  $\tan 20^\circ = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}}$

จะได้  $\tan 20^\circ = \frac{x}{10}$

จากตาราง  $\tan 20^\circ \approx 0.364$

แทนค่า  $\tan 20$  องศา  $x \approx (10)(0.364)$

ดังนั้น  $x \approx 3.64$

คำตอบ คือ ต้นไม้สูงประมาณ 3.6 เมตร

10 เมตร

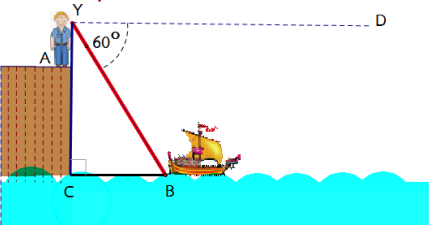
Back Next

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 | 4

The Geometer's Sketchpad - [สี่เหลี่ยมด้านขนาน] 4 - 34

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สลับ การแปลง การวัด กราฟ หน้าแรก วิธีใช้

### การประยุกต์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ



เป้ายืนอยู่ห่างจากหน้าผาแห่งหนึ่ง ซึ่งสูงจากระดับน้ำทะเล 48.30 เมตร เมื่อเขามองลงไปยังเรือลำหนึ่งโดยมุมที่แนวสายตาทำกับแนวเส้นระดับเป็นมุมก้ม มีขนาด 60 องศา ถ้าตาของเป้ายืนสูงจากพื้นของหน้าผา 1.70 เมตร เรือลำนี้อยู่ห่างจากเชิงหน้าผาประมาณกี่เมตร

**มองเรือ** เนื่องจาก  $\overline{YD} \parallel \overline{BC}$

**ดังนั้น**  $\angle DYB = \angle YBC = 60^\circ$

**จะได้**  $\frac{YC}{BC} = \tan 60^\circ$

**YC =**  $YA + AC = 48.30 + 1.70 = 50$

**ดังนั้น**  $\frac{50}{BC} = \sqrt{3}$

**BC =**  $\frac{50}{\sqrt{3}} \approx 28.87$

**คำตอบ คือ** เรืออยู่ห่างจากเชิงหน้าผาประมาณ 28.87 เมตร

**วิธีทำ** ให้ A เป็นตำแหน่งที่เป้ายืน  
 AC เป็นความสูงของหน้าผาจากระดับน้ำทะเล 48.30 ม.  
 YA เป็นความสูงจากพื้นหน้าผาถึงตาของเป้า 1.70 ม.  
 C เป็นจุดที่เชิงหน้าผาที่ระดับน้ำทะเล และ มุม C เป็นมุมฉาก  
 BC เป็นระยะที่เรือ (B) อยู่ห่างจากเชิงหน้าผา  
 มุม DYB มีขนาด 60 องศา

**Back** **หน้าแรก**

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | | 4







**ภาคผนวก ค**

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

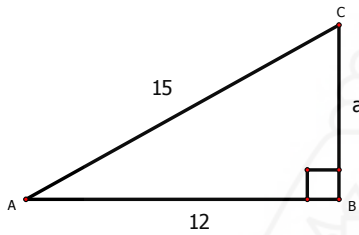
### แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวแล้วกากบาทลงในกระดาษคำตอบที่กำหนดให้

1. กำหนดให้ ABC เป็น  $\Delta$  หนึ่ง มี  $\hat{B}$  เป็นมุมฉาก  $AB=12$  ,  $BC=5$  แล้ว  $\sin A$  และ  $\cos A$  มีค่าเท่าใด

1.  $\frac{5}{13}, \frac{12}{13}$
2.  $\frac{13}{5}, \frac{13}{12}$
3.  $\frac{12}{13}, \frac{5}{13}$
4.  $\frac{13}{12}, \frac{13}{5}$

จากรูป ใช้ตอบคำถามข้อ 2 - 5



2. จากรูป  $\cos A$  มีค่าประมาณเท่ากับข้อใด

1.  $\frac{12}{15}$
2.  $\frac{15}{12}$
3.  $\frac{a}{15}$
4.  $\frac{15}{a}$

3. จากรูป  $\sin C$  มีค่าประมาณเท่ากับเท่าใด

1.  $\frac{12}{15}$
2.  $\frac{15}{12}$
3.  $\frac{a}{15}$

4.  $\frac{15}{a}$

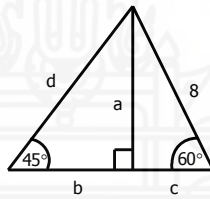
4. จากรูป a มีค่าประมาณเท่าใด

1. 3
2. 6
3. 9
4. 12

5. จากรูป  $\tan c$  มีค่าประมาณเท่าใด

1.  $\frac{12}{15}$
2.  $\frac{15}{12}$
3.  $\frac{3}{4}$
4.  $\frac{4}{3}$

จากรูป ใช้ตอบคำถามข้อ 6 - 7

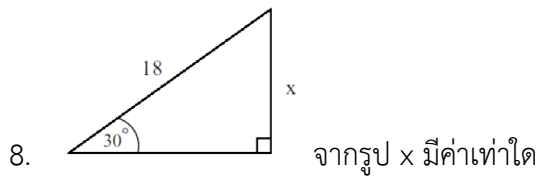


6. จากรูป a มีค่าประมาณเท่าใด

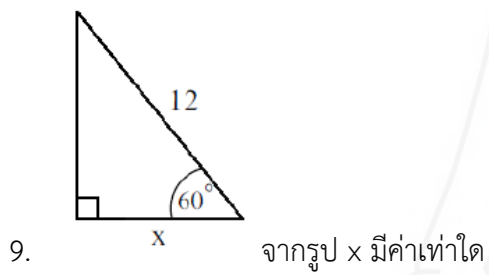
1. 1 หน่วย
2. 4 หน่วย
3. 7 หน่วย
4. 16 หน่วย

7. จากรูป b มีค่าประมาณเท่าใด

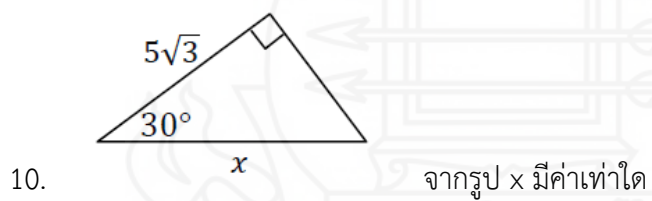
1. 1 หน่วย
2. 4 หน่วย
3. 7 หน่วย
4. 16 หน่วย



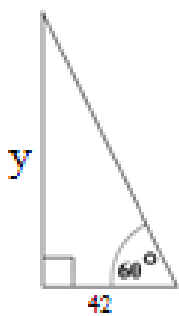
1. 9 หน่วย
2. 16 หน่วย
3. 21 หน่วย
4. 36 หน่วย



1. 6 หน่วย
2. 10 หน่วย
3. 14 หน่วย
4. 24 หน่วย



1. 4 หน่วย
2. 8 หน่วย
3. 10 หน่วย
4. 17 หน่วย



11.

จากรูป  $y$  มีค่าเท่าใด

1. 24 หน่วย
2. 36 หน่วย
3. 49 หน่วย
4. 73 หน่วย

12. พาดบันไดไว้กับกำแพงโดยให้ปลายบันไดตอนบนจดปลายกำแพงพอดี ถ้าบันไดยาว 7 เมตร และบันไดทำมุมกับพื้นดิน 60 องศา จงหาความสูงของกำแพง

1. 6 เมตร
2. 8 เมตร
3. 10 เมตร
4. 12 เมตร

13. เด็กคนหนึ่งต้องการหาความสูงของต้นไม้ต้นหนึ่ง ถ้าขณะที่เขายืนมองยอดต้นไม้ มุมเงยจากระดับสายตาดังกล่าวถึงยอดต้นไม้เท่ากับ 35 องศา เมื่อเขายืนห่างจากต้นไม้ 5 เมตร และความสูงจากระดับพื้นดินถึงระดับสายตาของเขาเป็น 1.3 เมตร จงหาว่าต้นไม้ต้นนี้สูงเท่าใด

$$(\sin 35^\circ = 0.574, \cos 35^\circ = 0.819, \tan 35^\circ = 0.700)$$

1. 3 เมตร
2. 5 เมตร
3. 7 เมตร
4. 9 เมตร

14. นภายืนมองยอดตึกสูง 100 เมตร ด้วยมุมเงย 36 องศา อยากทราบว่านภายืนอยู่ห่างจากตึกนี้ประมาณ กี่เมตร (โดยไม่คิดความสูงของนภาย) ( $\sin 36^\circ = 0.588, \cos 36^\circ = 0.809, \tan 36^\circ = 0.727$ )

1. 124 เมตร
2. 138 เมตร
3. 157 เมตร
4. 170 เมตร

15. เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งยาว 6 เซนติเมตร และทำมุม 55 องศาทางด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยม ความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปนี้ยาวประมาณเท่าใด  
( $\sin 55^\circ=0.819$ ,  $\cos 55^\circ=0.574$ ,  $\tan 55^\circ=1.428$ )
1. 5 เซนติเมตร
  2. 9 เซนติเมตร
  3. 7 เซนติเมตร
  4. 11 เซนติเมตร
16. ต้นไม้ต้นหนึ่งทอดเงายาว 21 เมตร แนวของเส้นตรงที่ลากผ่านจุดปลายของเงาต้นไม้ และยอดต้นไม้ทำมุม 30 องศา กับเงาของต้นไม้ จงหาความสูงของต้นไม้ต้นนี้
1. 7 เมตร
  2.  $7\sqrt{3}$  เมตร
  3. 21 เมตร
  4.  $21\sqrt{3}$  เมตร
17. หนูแดงยืนอยู่บนตึกแห่งหนึ่งที่อยู่สูงจากพื้น 48.3 เมตร เมื่อเขามองลงไปยังรถคันหนึ่งที่จอดอยู่ด้วยมุมก้มขนาด 60 องศา ถ้าตาของหนูแดงสูงจากพื้น 1.5 เมตร รถคันนี้อยู่ห่างจากตึกประมาณกี่เมตร
1. 24 เมตร
  2. 29 เมตร
  3. 43 เมตร
  4. 83 เมตร
18. ก้อยยืนอยู่บนหน้าผาริมทะเล ซึ่งสูงจากระดับน้ำทะเล 95 เมตร เขามองเห็นเรือลำหนึ่งเป็นมุมก้ม 45 องศา จงหาว่าเรืออยู่ห่างจากยอดหน้าผากี่เมตร (โดยไม่คิดความสูงของก้อย)
1. 47.5 เมตร
  2.  $47\sqrt{2}$  เมตร
  3. 95 เมตร
  4.  $95\sqrt{2}$  เมตร
19. นักเรียนคนหนึ่งต้องการหาความสูงของเสาธง ถ้าขณะที่เขามองยอดเสาธง มุมเงยจากระดับสายตาไปยังยอดเสาธงเท่ากับ 45 องศา เมื่อเขายืนห่างจากเสาธง 10 เมตร และความสูงจากพื้นดินถึงระดับสายตาของเขาเป็น 1.52 เมตร จงหาว่าเสาธงสูงจากพื้นดินประมาณเท่าใด
1. 8 เมตร
  2. 10 เมตร

3. 12 เมตร

4. 14 เมตร

20. แก้วมองต้นไม้ต้นหนึ่งซึ่งอยู่ห่างจากบ้าน 35 เมตร ถ้ามุมก้มซึ่งมองไปยังโคนต้นไม้เท่ากับ 18 องศา และมุมเงยซึ่งมองไปยังยอดต้นไม้เท่ากับ 14 องศา จงหาความสูงของต้นไม้ต้นนี้  
( $\sin 14^\circ=0.242$ ,  $\cos 14^\circ=0.970$ ,  $\tan 14^\circ=0.249$  ,  $\sin 18^\circ=0.309$ ,  $\cos 18^\circ=0.951$ ,  $\tan 18^\circ=0.325$  )

1. 8 เมตร

2. 11 เมตร

3. 15 เมตร

4. 20 เมตร



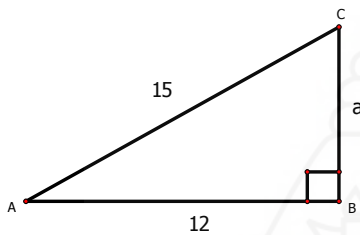
### แบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวแล้วกากบาทลงในกระดาษคำตอบที่กำหนดให้

1. กำหนดให้ ABC เป็น  $\Delta$  หนึ่ง มี  $\hat{B}$  เป็นมุมฉาก  $AB=12$  ,  $BC=5$  แล้ว  $\sin A$  และ  $\cos A$  มีค่าเท่าใด

1.  $\frac{5}{13}, \frac{12}{13}$
2.  $\frac{13}{5}, \frac{13}{12}$
3.  $\frac{12}{13}, \frac{5}{13}$
4.  $\frac{13}{12}, \frac{13}{5}$

จากรูป ใช้ตอบคำถามข้อ 2 - 5



2. จากรูป  $\sin A$  มีค่าประมาณเท่ากับข้อใด

1.  $\frac{12}{15}$
2.  $\frac{15}{12}$
3.  $\frac{a}{15}$
4.  $\frac{15}{a}$

3. จากรูป  $\cos C$  มีค่าประมาณเท่ากับข้อใด

1.  $\frac{12}{15}$
2.  $\frac{15}{12}$
3.  $\frac{a}{15}$
4.  $\frac{15}{a}$



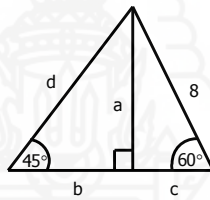
4. จากรูป a มีค่าเท่าใด

1. 3
2. 6
3. 9
4. 12

5. จากรูป  $\tan a$  มีค่าประมาณเท่าใด

1.  $\frac{12}{15}$
2.  $\frac{15}{12}$
3.  $\frac{3}{4}$
4.  $\frac{4}{3}$

จากรูป ใช้ตอบคำถามข้อ 6 - 7

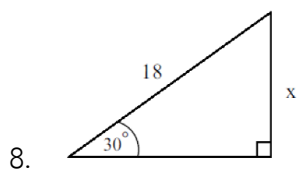


6. จากรูป c มีค่าประมาณเท่าใด

1. 1 หน่วย
2. 4 หน่วย
3. 7 หน่วย
4. 16 หน่วย

7. จากรูป d มีค่าประมาณเท่าใด

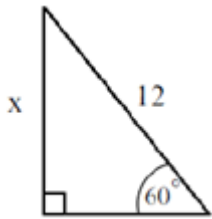
1. 1 หน่วย
2. 4 หน่วย
3. 7 หน่วย
4. 10 หน่วย



8. จากรูป x มีค่าเท่าใด

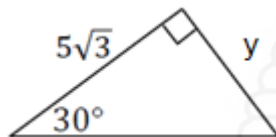
1. 9 หน่วย

2. 16 หน่วย
3. 21 หน่วย
4. 36 หน่วย



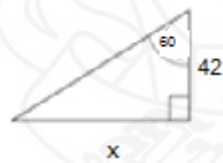
9. จากรูป  $x$  มีค่าเท่าใด

1. 6 หน่วย
2. 10 หน่วย
3. 14 หน่วย
4. 24 หน่วย



10. จากรูป  $y$  มีค่าเท่าใด

1. 5 หน่วย
2. 6 หน่วย
3. 7 หน่วย
4. 8 หน่วย



11. จากรูป  $x$  มีค่าเท่าใด

1. 24 หน่วย
2. 36 หน่วย
3. 49 หน่วย
4. 73 หน่วย

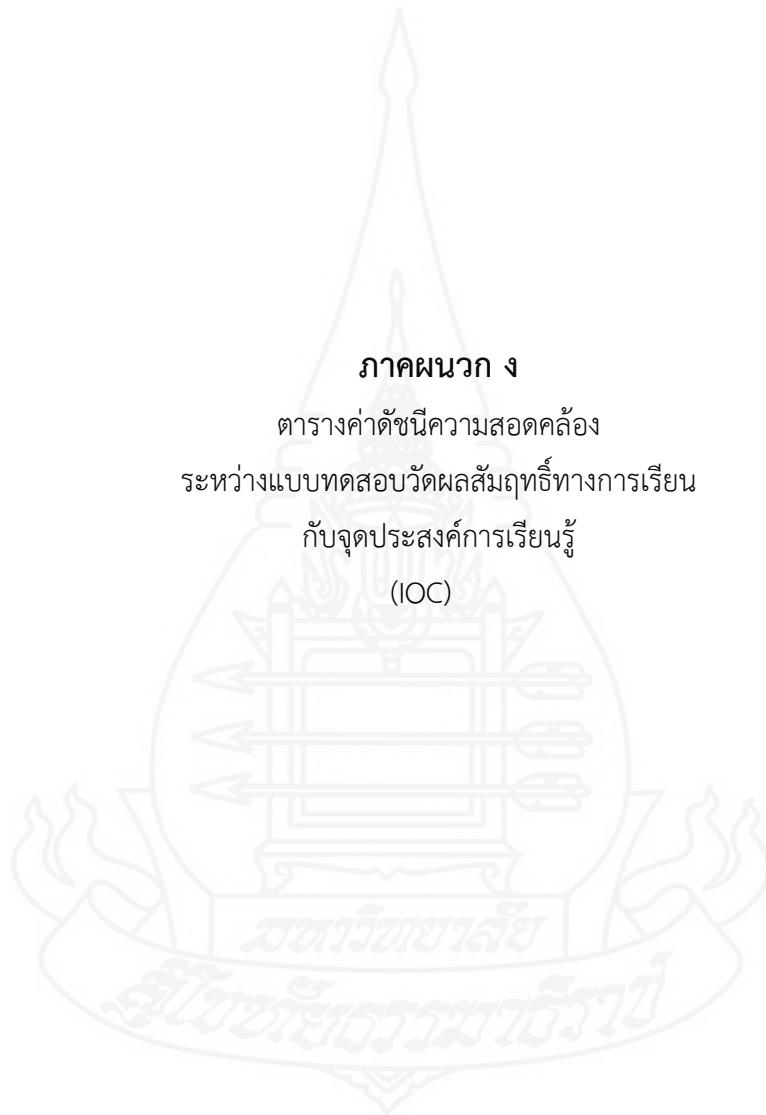
12. พาดบันไดไว้กับกำแพงโดยให้ปลายบันไดตอนบนจดปลายกำแพงพอดี ถ้าบันไดยาว 7 เมตร และบันไดทำมุมกับพื้นดิน 60 องศา จงหาความสูงของกำแพง

1. 6 เมตร
2. 8 เมตร

3. 10 เมตร
4. 12 เมตร
13. เด็กคนหนึ่งต้องการหาความสูงของต้นไม้ต้นหนึ่ง ถ้าขณะที่เขายืนมองยอดต้นไม้ มุมเงยจากระดับสายตาไปยังยอดต้นไม้เท่ากับ  $35^\circ$  องศา เมื่อเขายืนห่างจากต้นไม้ 5 เมตร และความสูงจากระดับพื้นดินถึงระดับสายตาของเขาเป็น 1.3 เมตร จงหาว่าต้นไม้ต้นนี้สูงเท่าใด  
( $\sin 35^\circ=0.574$ ,  $\cos 35^\circ=0.819$ ,  $\tan 35^\circ=0.700$ )
1. 3 เมตร
2. 5 เมตร
3. 7 เมตร
4. 9 เมตร
14. สุนัขยืนมองยอดตึกสูง 100 เมตร ด้วยมุมเงย  $36^\circ$  องศา อยากทราบว่าภาชนะอยู่ห่างจากตึกนี้ประมาณกี่เมตร (โดยไม่คิดความสูงของสุนัข)  
( $\sin 36^\circ=0.588$ ,  $\cos 36^\circ=0.809$ ,  $\tan 36^\circ=0.727$ )
1. 124 เมตร
2. 138 เมตร
3. 157 เมตร
4. 170 เมตร
15. เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งยาว 6 เซนติเมตร และทำมุม  $55^\circ$  องศากับด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยม ความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปนี้ยาวประมาณเท่าใด  
( $\sin 55^\circ=0.819$ ,  $\cos 55^\circ=0.574$ ,  $\tan 55^\circ=1.428$ )
1. 5 เซนติเมตร
2. 9 เซนติเมตร
3. 7 เซนติเมตร
4. 11 เซนติเมตร
16. ต้นไม้ต้นหนึ่งทอดเงายาว 21 เมตร แนวของเส้นตรงที่ลากผ่านจุดปลายของเงาต้นไม้ และยอดต้นไม้ทำมุม  $30^\circ$  องศา กับเงาของต้นไม้ จงหาความสูงของต้นไม้ต้นนี้
1. 7 เมตร
2.  $7\sqrt{3}$  เมตร
3. 21 เมตร
4.  $21\sqrt{3}$  เมตร

17. หนุแดงยืนอยู่บนตึกแห่งหนึ่งที่อยู่สูงจากพื้น 48.3 เมตร เมื่อเขามองลงไปยังรถคันหนึ่งที่จอดอยู่ด้วยมุมก้มขนาด 60 องศา ถ้าตาของหนุแดงสูงจากพื้น 1.5 เมตร รถคันนี้อยู่ห่างจากตึกประมาณกี่เมตร
1. 24 เมตร
  2. 29 เมตร
  3. 43 เมตร
  4. 83 เมตร
18. ก้องยืนอยู่บนหน้าผาริมทะเล ซึ่งสูงจากระดับน้ำทะเล 95 เมตร เขามองเห็นเรือลำหนึ่งเป็นมุมก้ม 45 องศา จงหาว่าเรืออยู่ห่างจากยอดหน้าผากี่เมตร (โดยไม่คิดความสูงของก้อง)
1. 47.5 เมตร
  2.  $47\sqrt{2}$  เมตร
  3. 95 เมตร
  4.  $95\sqrt{2}$  เมตร
19. นักเรียนคนหนึ่งต้องการหาความสูงของเสาธง ถ้าขณะที่เขามองยอดเสาธง มุมเงยจากระดับสายตาไปยังยอดเสาธงเท่ากับ 45 องศา เมื่อเขายืนห่างจากเสาธง 10 เมตร และความสูงจากพื้นดินถึงระดับสายตาของเขาเป็น 1.52 เมตร จงหาว่าเสาธงสูงจากพื้นดินประมาณเท่าใด
1. 8 เมตร
  2. 10 เมตร
  3. 12 เมตร
  4. 14 เมตร
20. แก้วมองต้นไม้ต้นหนึ่งซึ่งอยู่ห่างจากบ้าน 35 เมตร ถ้ามุมก้มซึ่งมองไปยังโคนต้นไม้เท่ากับ 18 องศา และมุมเงยซึ่งมองไปยังยอดต้นไม้เท่ากับ 14 องศา จงหาความสูงของต้นไม้ต้นนี้ ( $\sin 14^\circ = 0.242$ ,  $\cos 14^\circ = 0.970$ ,  $\tan 14^\circ = 0.249$ ,  $\sin 18^\circ = 0.309$ ,  $\cos 18^\circ = 0.951$ ,  $\tan 18^\circ = 0.325$ )
1. 8 เมตร
  2. 11 เมตร
  3. 15 เมตร
  4. 20 เมตร

ภาคผนวก ง  
ตารางค่าดัชนีความสอดคล้อง  
ระหว่างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
กับจุดประสงค์การเรียนรู้  
(IOC)



ตารางค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
กับจุดประสงค์การเรียนรู้ (IOC)

ข้อที่	ผลการตรวจสอบของผู้เชี่ยวชาญ			ผลรวมของ คะแนน	ค่า IOC	ผลการพิจารณา
	คนที่1	คนที่2	คนที่3			
1	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้
2	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้
3	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้
4	1	1	0	2	0.67	ใช้ได้
5	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้
6	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้
7	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้
8	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้
9	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้
10	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้
11	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้
12	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้
13	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้
14	0	1	1	2	0.67	ใช้ได้
15	0	1	1	2	0.67	ใช้ได้
16	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้
17	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้
18	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้
19	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้
20	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้

**ภาคผนวก จ**

ตารางแสดงค่าความยากง่าย และอำนาจจำแนก  
ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน



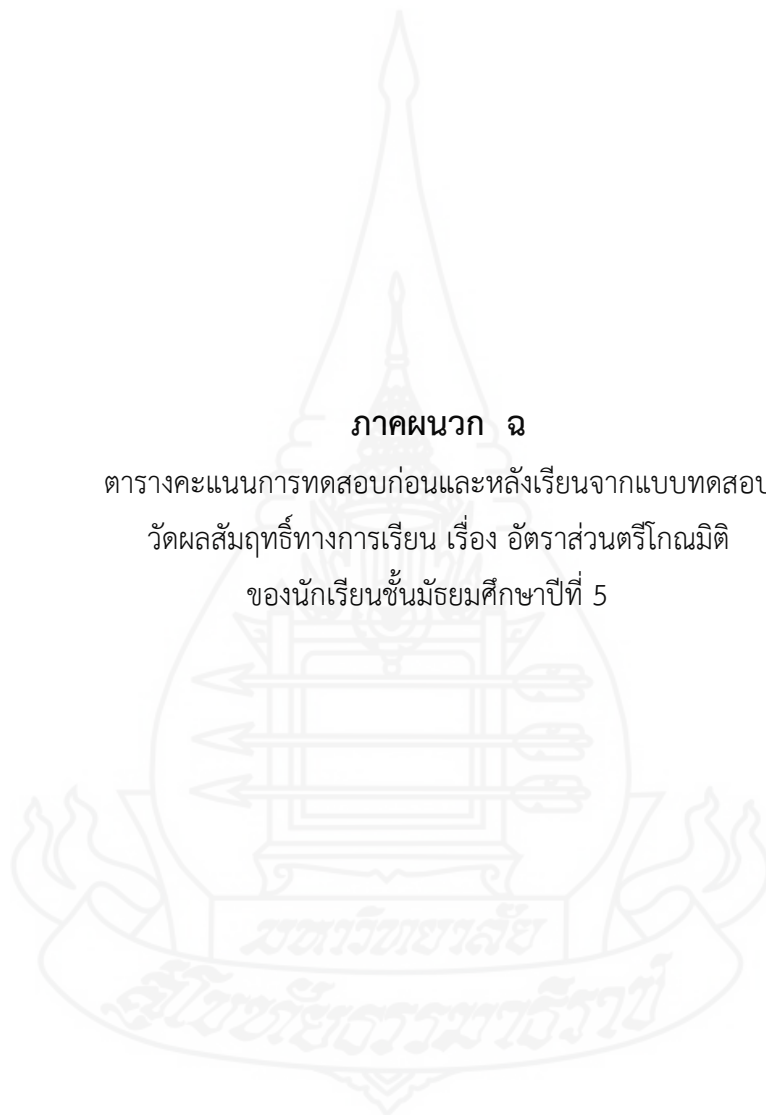
**ตารางแสดงค่าความยากง่าย และอำนาจจำแนก  
ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน**

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	อำนาจจำแนก
1	0.7	0.6
2	0.8	0.4
3	0.6	0.8
4	0.8	0.4
5	0.7	0.6
6	0.7	0.6
7	0.8	0.4
8	0.6	0.9
9	0.7	0.6
10	0.6	0.8
11	0.7	0.6
12	0.4	0.8
13	0.6	0.9
14	0.7	0.6
15	0.6	0.4
16	0.7	0.6
17	0.7	0.6
18	0.3	0.6
19	0.6	0.8
20	0.6	0.4



**ภาคผนวก ฉ**

ตารางคะแนนการทดสอบก่อนและหลังเรียนจากแบบทดสอบ  
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5



ตารางคะแนนการทดสอบก่อนและหลังเรียนจากแบบทดสอบ  
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

นักเรียนคนที่	คะแนนก่อนเรียน ( 20 คะแนน )	คะแนนหลังเรียน ( 20 คะแนน )	ผลต่าง
1	4	11	7
2	7	13	6
3	6	19	13
4	9	19	10
5	7	14	7
6	6	12	6
7	8	19	11
8	9	17	8
9	9	19	10
10	7	15	8
11	5	17	12
12	4	10	6
13	3	15	12
14	8	11	3
15	5	16	11
16	9	18	9
17	4	15	11
18	6	12	6
19	7	10	3
20	7	16	9
21	9	18	9
22	3	19	16
23	5	18	13
24	0	19	19
25	9	15	6
26	6	17	11
27	7	17	10
28	7	15	8
29	7	14	7
<b>ค่าเฉลี่ย</b>	6.31	15.52	9.21

## ประวัติผู้ศึกษา

ชื่อ	นางอุบลรัตน์ คำแก่น
วัน เดือน ปีเกิด	4 พฤศจิกายน 2530
สถานที่เกิด	จังหวัดพะเยา
ประวัติการศึกษา	พ.ศ. 2548 มัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนกุชฆาตวิทยาคม จังหวัดพะเยา พ.ศ. 2553 คณะครุศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (คบ.คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่ จังหวัดเชียงใหม่
สถานที่ทำงาน	โรงเรียนวาวีวิทยาคม ตำบลวาวี อำเภอแม่สรวย จังหวัดเชียงราย
ตำแหน่ง	ครู

