หนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3

นายชาญณรงค์ เลาหบุตร

การศึกษาค้นคว้าอิสระนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต
แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
พ.ศ. 2552

Mathematics Supplementary Reading on the Topics of Length, Area and Volume for Third Level Students

Mr. Charnnarong Laohabutr

An Independent Study Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for

the Degree of Master of Education in Curriculum and Instruction

School of Educational Studies

Sukhothai Thammathirat Open University

2009

หัวข้อการศึกษาค้นคว้าอิสระ	หนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3
ชื่อและนามสกุล	นายชาญณรงค์ เลาหบุตร
แขนงวิชา	หลักสูตรและการสอน
สาขาวิชา	ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.กัญจนา ลินทรัตนศิริกุล

คณะกรรมการสอบการศึกษาค้นคว้าอิสระได้ให้ความเห็นชอบการศึกษาค้นคว้าอิสระ
ฉบับนี้แล้ว

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.กัญจนา ลินทรัตนศิริกุล)

..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.ปรีชา เนาว์เย็นผล)

คณะกรรมการบัณฑิตศึกษา ประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์ อนุมัติให้รับการศึกษาค้นคว้าอิสระฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

.....
(รองศาสตราจารย์ ดร.ทวีศักดิ์ จินดานุรักษ์)
ประธานกรรมการประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์
วันที่ .....8.....เดือน.....กันยายน..... พ.ศ. .....2553.....

ชื่อการศึกษาค้นคว้าอิสระ หนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3

ผู้ศึกษา นายชาญณรงค์ เลาหบุตร **ปริญญา** ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (หลักสูตรและการสอน)
อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร. กัญจนา ลินทรัตนศิริกุล **ปีการศึกษา** 2552

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) สร้างหนังสืออ่านเพิ่มเติมเรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 และ 2) ศึกษาความเห็นของผู้เชี่ยวชาญต่อหนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3

การวิจัยครั้งนี้เริ่มจาก ศึกษาความเป็นมาและความสำคัญของปัญหาการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์และการสร้างหนังสือเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร การดำเนินงานมีขั้นตอนดังนี้ กำหนดโครงสร้าง ร่างต้นแบบ ตรวจสอบร่างต้นแบบ นำร่างต้นแบบเสนอให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจ ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ ตรวจสอบคุณภาพโดยผู้เชี่ยวชาญประเมินและวิเคราะห์ผลจากแบบประเมิน ปรับปรุงตามข้อเสนอแนะ และจัดทำฉบับสมบูรณ์

ผลการวิจัยพบว่า 1) หนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น แบ่งออกเป็น 3 หน่วยคือ หน่วยที่1 ความยาว หน่วยที่2 พื้นที่ หน่วยที่3 ปริมาตร แต่ละหน่วยมีเนื้อหาเกี่ยวกับแนวคิด หน่วยการวัด และการประยุกต์ และ 2) ผลการศึกษาความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญต่อหนังสืออ่านเพิ่มเติม พบว่า เนื้อหาสาระ การนำเสนอรูปภาพชัดเจน และประโยชน์ที่ได้รับ มีความเหมาะสมในระดับมาก

คำสำคัญ หนังสืออ่านเพิ่มเติม ความยาว พื้นที่ ปริมาตร

กิตติกรรมประกาศ

การศึกษาค้นคว้าอิสระฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช ปีการศึกษา 2552 สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความกรุณาเป็นอย่างยิ่งจาก รองศาสตราจารย์ ดร.ทวีศักดิ์ จินดานุรักษ์ ประธานกรรมการบัณฑิตศึกษา ประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์ รองศาสตราจารย์ ดร.กัญจนา ลินทรัตนศิริกุล ประธานกรรมการสอบและอาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ปรีชา เนาว์เย็นผล กรรมการสอบ และคณาจารย์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราชทุกท่านที่ให้การศึกษาอบรม สั่งสอน แนะนำ และติดตามการศึกษาค้นคว้าอิสระนี้อย่างใกล้ชิดตลอดมา จนสำเร็จเรียบร้อยสมบูรณ์ ผู้ศึกษารู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาเป็นอย่างยิ่ง

ขอขอบคุณคณะผู้เชี่ยวชาญที่ให้ความกรุณาตรวจสอบและประเมินคุณภาพหนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 ฉบับนี้

ขอขอบคุณเจ้าหน้าที่ของมหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราชทุกท่าน และเพื่อนนักศึกษาทุกท่านที่มีส่วนเกี่ยวข้องในการศึกษาค้นคว้าอิสระฉบับนี้ จนประสบความสำเร็จด้วยดี

ชาญณรงค์ เลาหบุตร

เมษายน 2552

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง

กิตติกรรมประกาศ ..... จ

สารบัญตาราง ..... ช

สารบัญภาพ ..... ซ

บทที่ 1 บทนำ 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

วัตถุประสงค์ของการเขียน 2

ขอบเขตของการเขียน 2

แนวทางการเขียน 3

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 7

บทที่ 2 เนื้อหา 8

บทที่ 1 ความยาว 9

บทที่ 2 พื้นที่ 30

บทที่ 3 ปริมาตร 49

บทที่ 3 สรุปการเขียนหนังสือเพิ่มเติมและข้อเสนอแนะ 58

สรุปการเขียนหนังสือเพิ่มเติม 58

ข้อเสนอแนะ 62

บรรณานุกรม 63

ภาคผนวก 67

ก รายนามผู้เชี่ยวชาญ 68

แบบประเมินหนังสืออ่านเพิ่มเติม 70

ข รูปเล่มหนังสืออ่านเพิ่มเติม 72

ประวัติผู้ศึกษา 157

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 3.1 แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับความถูกต้องของเนื้อหา จากผู้เชี่ยวชาญ 4 ท่าน ที่มีต่อหนังสืออ่านเพิ่มเติม วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 60

ตารางที่ 3.2 แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับหนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 จาก ผู้เชี่ยวชาญ 4 ท่าน 61

สารบัญภาพ

หน้า

ภาพที่ 2.1 แสดงถึงจุด P 9
ภาพที่ 2.2 แสดงเส้นตรง AB 9
ภาพที่ 2.3 แสดงการเขียนเส้นตรง AB ด้วย $\overleftrightarrow{AB}$ แทน $\overleftrightarrow{AB}$ 10
ภาพที่ 2.4 แสดงการลากเส้นตรงผ่านจุด X และจุด Y ได้ 1 เส้นเท่านั้น 10
ภาพที่ 2.5 แสดงการตัดกันของเส้นตรง AB และเส้นตรง CD ที่จุด O จุดเดียว 10
ภาพที่ 2.6 แสดงส่วนของเส้นตรง AB, CD, EF และ GH ตามลำดับ 11
ภาพที่ 2.7 แสดงการเขียนส่วนของเส้นตรง AB ในทางปฏิบัติไม่ต้องเขียนจุดปลาย บนส่วนของเส้นตรง 11
ภาพที่ 2.8 แสดงการเขียนตัวอักษรตัวพิมพ์เล็กในภาษาอังกฤษแทนความยาว ของส่วนของเส้นตรง 11
ภาพที่ 2.9 แสดงรูปที่มองเห็นรูปสี่เหลี่ยม 12
ภาพที่ 2.10 แสดงรูปการมองทั้ง 3 วิว เป็นตัวอย่างเพิ่มเติม 13
ภาพที่ 2.11 แสดงการมองปริซึมฐานสามเหลี่ยมของนักเรียนชาย และนักเรียนหญิง โดยให้แนวสายตา ตั้งฉากกับด้านที่มองเห็น 13
ภาพที่ 2.12 แสดงการมองรูปเรขาคณิต 14
ภาพที่ 2.13 แสดงหน่วยวัดความยาวจากอวัยวะของร่างกาย 16

บทที่ 1
บทนำ

1. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผนตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และเป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์มีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนามนุษย์ให้สมบูรณ์ มีความสมดุลทั้งร่างกาย จิตใจสติปัญญาและอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กรมวิชาการ 2545 : 1)

คณิตศาสตร์แบ่งออกเป็นสามสาขา คือ พีชคณิต เรขาคณิต และการวิเคราะห์ และเป็นที่ยอมรับกันทั่วไปว่า หลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียนจำเป็นต้องมีวิชาเรขาคณิตอยู่ด้วย โดยธรรมชาติแล้วมนุษย์มีความสนใจแตกต่างกันไป เรขาคณิตจัดเป็นสิ่งที่ท้าทาย ความคิดที่จะช่วยเพาะความสามารถในการคิดวิเคราะห์ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์และปลูกฝังความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ (มานะ เอกจริยะวงศ์ 2537 : 4 อ้างในพัชริน ยอดปนันท์ 2546 : 2)

แนวคิดทางเรขาคณิตสามารถนำไปใช้ในประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้ เช่นการหาความยาว การหาพื้นที่ และการปริมาตร การเรียนการสอนเรื่อง ความยาว พื้นที่ และปริมาตร ให้แก่นักเรียนช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาตอนต้น) ให้มีประสิทธิภาพ นักเรียนจะต้องได้รับการพัฒนาให้มีความสามารถตามที่หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ระบุไว้ว่า ผู้เรียนควรมีความสามารถในการนึกภาพ และอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติ จากภาพสองมิติ มีความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตร สามารถเลือกใช้หน่วยในการวัดระบบต่างๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม

อย่างไรก็ตาม จากการที่ ผู้ศึกษาได้สอนวิชาคณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 3 พบว่า นักเรียนส่วนมากไม่เข้าใจคณิตศาสตร์เรื่อง ความยาว พื้นที่ และปริมาตร เนื่องจากไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้มวลประสบการณ์ทั้งหลายที่เรียนมาเข้าด้วยกัน โดยเฉพาะอย่างยิ่ง หน่วยการคำนวณเรื่องความยาว

พื้นที่ และปริมาตรว่า แตกต่างกันอย่างไร หรือ การคำนวณหนึ่งมิติ สองมิติ สามมิติ จะใช้หลักการคำนวณอย่างไร

ผู้ศึกษาจึงมีความสนใจที่จะเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนขึ้น และศึกษาความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อหนังสือที่เขียนขึ้น

2. วัตถุประสงค์ของการเขียน

2.1 เพื่อเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3

2.2 เพื่อศึกษาความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญต่อหนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ความยาว พื้นที่ และปริมาตรสำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3

3. ขอบเขตของการเขียน

การศึกษาครั้งนี้เป็นการเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ความยาว พื้นที่ และปริมาตรสำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 ซึ่งเนื้อหาและแนวการเขียน กำหนดขึ้นมาจากสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สาระที่ 2 มาตรฐาน ค. 2.1 – 2.3 ระดับช่วงชั้นที่ 3 ดังนี้

สาระที่ 2 : การวัด

มาตรฐานที่ ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด

1. เข้าใจเกี่ยวกับการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติ

2. เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่างๆ เกี่ยวกับ ความยาว พื้นที่ และปริมาตร ได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐานที่ ค 2.2 วัดและคาดคะเนสิ่งของที่ต้องการวัดได้

1. คาดคะเน เวลา ระยะทาง ขนาด และน้ำหนักได้อย่างใกล้เคียงและสามารถอธิบายวิธีการที่ใช้คาดคะเนได้

2. ใช้การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัดในการแก้ปัญหาสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐานที่ ค 2.3 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

1. ใช้ความรู้เกี่ยวกับ ความยาว พื้นที่ พื้นที่ผิว และปริมาตร ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ

โดยผู้ศึกษาได้ วิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้ และเนื้อหาตำราเรียนในรายวิชา นำมาเป็นข้อพิจารณาในการเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติม และจัดแยกเป็น บท และหัวข้อย่อย ดังนี้

บทที่ 1 ความยาว

หัวเรื่อง 1.1 แนวคิดเกี่ยวกับการวัดความยาว

1.2 หน่วยการวัดความยาว

1.3 การประยุกต์เกี่ยวกับความยาว

บทที่ 2 พื้นที่

หัวเรื่อง 2.1 แนวคิดเกี่ยวกับการวัดพื้นที่

2.2 หน่วยการวัดพื้นที่

2.3 การประยุกต์เกี่ยวกับพื้นที่

บทที่ 3 ปริมาตร

หัวเรื่อง 3.1 แนวคิดเกี่ยวกับการวัดปริมาตร

3.2 หน่วยการวัดปริมาตร

3.3 การประยุกต์เกี่ยวกับปริมาตร

4. แนวทางการเขียน

ในการเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 ผู้ศึกษามีแหล่งที่มาของข้อมูลประกอบการเขียน มีวิธีการค้นคว้าและรวบรวมข้อมูลและขั้นตอน ของการเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติม ดังต่อไปนี้

4.1 แหล่งที่มาของข้อมูล

4.1.1 เอกสารเกี่ยวกับหนังสืออ่านเพิ่มเติม

กรมวิชาการ (2546) ผังมโนทัศน์และสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 กรุงเทพมหานคร โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (2545) คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ กรุงเทพมหานคร โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.)

กระทรวงศึกษาธิการ (2545) หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 พิมพ์ครั้งที่ 3 กรุงเทพมหานคร โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว

กัลยา คำเงิน (2547) "การสร้างหนังสืออ่านเพิ่มเติมรายวิชา ว 306 เรื่องเขตห้ามล่าสัตว์ป่าหนองบงคาย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนราชประชานุเคราะห์ 15 จังหวัดเชียงราย" การศึกษาค้นคว้าอิสระปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

จินตนา ใบกาซูยี (2525) "การจัดทำหนังสือเพิ่มเติมสำหรับท้องถิ่น" *วารสารวิจัยทางการศึกษา* 12, 1 (มกราคม-มีนาคม): 109-133

_____. (2534) *การจัดทำหนังสือสำหรับเด็ก* กรุงเทพมหานคร สุวีริยาสาสน์

_____. (2542) "การเขียนหนังสือสำหรับเด็ก" ใน *เทคนิคการเขียน การพิมพ์และการเผยแพร่ผลงานทางวิชาการ* มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

จุฑามาศ สุขเกษม (2546) "การพัฒนาหนังสืออ่านเพิ่มเติมเรื่องสงขลาบ้านเรา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4" การศึกษาค้นคว้าอิสระปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

ชญานี ขัตติยะมาน (2544) "รายงายการวิจัยเรื่องการพัฒนาหนังสือเสริมประสบการณ์ทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สงขลา" (อัดสำเนา)

ชม ภูมิภาค (2524) *เทคโนโลยีการสอนและการศึกษา* กรุงเทพมหานคร ประสานมิตร

ณรงค์ ทองปาน (2526) *การสร้างหนังสือสำหรับเด็ก* กรุงเทพมหานคร ภาคพัฒนาตำราเอกสารวิชาการหน่วยศึกษานิเทศก์ กรมการฝึกหัดครู

ถวัลย์ มาศจรัส (2525) "การ์ตูนกับการสอน" *ประชาศึกษา* 33, 8 (พฤษภาคม): 4-8

นภาลัย สุวรรณธาดา และคณะ (2548) การเขียนผลงานทางวิชาการและบทความ กรุงเทพมหานคร ภาพพิมพ์

บันลือ พฤกษวัน (2524) *วรรณกรรมกับเด็ก* กรุงเทพมหานคร ไทยวัฒนาพานิช

บุราณี ระเบียบ (2549) "การพัฒนาเอกสารประกอบการสอนวิชาหลักสถิติ เรื่องสถิติพรรณนา สำหรับนักศึกษามหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลตะวันออก วิทยาเขตจันทบุรี" การศึกษาค้นคว้าอิสระปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

ประภาศรี กรเกษม (2533) "การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภาษาอังกฤษของนักเรียนชั้นประถมปีที่ 6 ที่เรียนจากหนังสือการ์ตูนประกอบบทเรียนกับวิธีการสอนตามแผนการสอนของกระทรวงศึกษาธิการ" ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

ปานรวี ยงยุทธวิชัย และคณะ (2548) *การเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติม* กรุงเทพมหานคร ธารอักษร

พร้อมพรรณ อุดมสิน และคณะ (2547) *ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์* กรุงเทพมหานคร บพิธการพิมพ์

เยาวดี วิบูลย์ศรี (2531) "อิทธิพลของสภาพแวดล้อมและภูมิหลังของเด็กที่มีต่อการพัฒนาเชิงความคิดเหตุผลในไทย" *วิธีวิทยาวิจัย* 3, 3 (กันยายน-ตุลาคม): 6

เลิศ สิทธิโกศล (2545) *สูตรและครูคณิตศาสตร์แผนใหม่ ม.ต้น 1-2-3* กรุงเทพมหานคร สกายบุ๊คส์

วิทวัส ขัตติยะมาน (2536) "การสร้างหนังสืออ่านเพิ่มเติมเรื่องการอนุรักษ์สัตว์ป่าสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4" ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

วิสิทธิ์ โรจน์พจนรัตน์ (2546) พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติฉบับที่ 2 พ.ศ. 2545, พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545, พระราชบัญญัติการศึกษาภาคบังคับ พ.ศ. 2545 กรุงเทพมหานคร พัฒนาศึกษา

4.1.2 เอกสารเกี่ยวกับความรู้เรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร

ชนันติตา ฉัตรทอง และคณะ (2548) *คณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 1* กรุงเทพมหานคร อักษรเจริญทัศน์

ชิบายามา ทัตซุจิ (2548) *การ์ตูนคณิตศาสตร์ลำดับที่ 3 พื้นที่มหัศจรรย์* แปลโดย ยุวดี เชี่ยววัฒนา กรุงเทพมหานคร อัมรินทร์พริ้นติ้งแอนด์พับลิชชิ่ง

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2539) "คณิตศาสตร์ของไทย" ใน *เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์* หน่วยที่ 12 หน้า 534-550 นนทบุรี มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช สาขาวิชาศึกษาศาสตร์

พิชากร แปลงประสพโชค (2545) "การใช้สื่อการสอนทางคณิตศาสตร์" ใน *เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์* หน่วยที่ 8 หน้า 99-115 นนทบุรี มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช สาขาวิชาศึกษาศาสตร์

ยรรยง ทรัพย์สุขอำนวย (2529) *วิชาการสำรวจ* กรุงเทพมหานคร (อัดสำเนา)

ยุพิน พิพิธกุล และคณะ (2541) *คู่มือเตรียมสอบคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น* กรุงเทพมหานคร สำนักพิมพ์เดอะบุคส์

วิชัย เยี่ยงวีรชน (2548) *การสำรวจ รังวัด ทฤษฎีและการประยุกต์* กรุงเทพมหานคร สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วัชรินทร์ วิทยกุล (2530) *การรังวัดภูมิประเทศและการก่อสร้าง* กรุงเทพมหานคร ฟิสิกส์เซ็นเตอร์การพิมพ์

กระทรวงศึกษาธิการ (2545) *หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544* พิมพ์ครั้งที่ 3 กรุงเทพมหานคร โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว

สุชิน ทำมาหากิน (2544) *รวมสูตรคณิตศาสตร์ ม. 1-2-3* กรุงเทพมหานคร พัฒนาศึกษา

4.2 วิธีการศึกษาและรวบรวมข้อมูล

การเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 ผู้ศึกษาได้ดำเนินการรวบรวมข้อมูล ดังนี้

4.2.1 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระวิชาคณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 3 โดยเลือกสาระที่ 2 การวัด มาเป็นขอบเขตของเนื้อหา

4.2.2 ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับเรื่องการวัด ตามขอบเขตของเนื้อหาในระดับช่วงชั้นที่ 3 ค้นคว้า สรุป และประมวลกับประสบการณ์การสอนของผู้ศึกษา จนได้เนื้อหาสาระ นำมาเรียบเรียงเป็นความเรียง

4.2.3 ศึกษาเอกสาร แนวคิดเกี่ยวกับการเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติม โดยศึกษารูปแบบองค์ประกอบและขั้นตอนการเขียน เพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางในการเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติมที่มีความน่าสนใจ

4.3 ขั้นตอนการเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติม

จากการศึกษาแนวทางในการเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติม ผู้ศึกษาได้วางแผนดำเนินการตามขั้นตอน ดังต่อไปนี้

4.3.1 การกำหนดโครงสร้าง โดยนำเนื้อหาที่รวบรวมจากแหล่งข้อมูลต่างๆ ตามขอบเขตที่ระบุไว้ในมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระวิชาคณิตศาสตร์ สาระที่ 2 ช่วงชั้นที่ 3 มาจัดแบ่งเป็นบท โดยมีการเรียงลำดับตามลักษณะของเนื้อหาที่ต้องการเรียนรู้ก่อนหลัง และเนื้อหาของแต่ละบท จะแบ่งเป็นหน่วยย่อยในลักษณะเดียวกัน

4.3.2 การร่างต้นแบบหนังสือ ในการร่างต้นแบบหนังสือ ผู้ศึกษาได้กำหนดรูปแบบการเขียนและส่วนประกอบของเอกสาร ดังนี้

1) รูปแบบการเขียน ได้จัดเรียงเนื้อหาของเอกสาร โดยการแบ่งเนื้อหาเป็นแต่ละบท มีภาพประกอบช่วยความเข้าใจ แต่ละบทแบ่งเป็นหน่วยย่อยในรูปแบบเดียวกัน ในการจัดรูปแบบเอกสาร จะยึดความถูกต้องตามหลักวิชาการ

2) ส่วนประกอบของเอกสาร ได้กำหนดส่วนของหนังสืออ่านเพิ่มเติม ดังนี้ ปกนอก ปกใน คำนำ สารบัญ เนื้อเรื่อง บรรณานุกรม

3) การใช้ภาษา ภาษาที่ใช้เขียนในหนังสืออ่านเพิ่มเติมเป็นสิ่งสำคัญ เพราะมีผลให้ผู้อ่านได้เกิดความเข้าใจ และนำความรู้ไปปฏิบัติได้ถูกต้อง ดังนั้น จึงต้องใช้ภาษาให้ถูกต้องตามหลักภาษาไทย มีการเรียงลำดับข้อความให้อ่านเข้าใจง่าย ใช้ภาษาเขียนไม่ซับซ้อน เข้าใจง่าย ในส่วนของการ์ตูนประกอบ เลือกใช้ภาษาที่อยู่ในวัยเดียวกับผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความสนใจและเพลิดเพลินกับการอ่านมากขึ้น

4) การตรวจสอบต้นร่างของหนังสืออ่านเพิ่มเติม นำหนังสืออ่านเพิ่มเติมที่แก้ไขแล้วให้ผู้เชี่ยวชาญประเมิน โดยใช้แบบประเมินหนังสืออ่านเพิ่มเติมที่ปรับปรุงมาจากแบบประเมินเอกสารประกอบการเรียนวิชาหลักสถิติ เรื่องสถิติพรรณนา สำหรับนักศึกษามหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลตะวันออก วิทยาเขตจันทบุรี ของ บุราณี ระเบียบ (2549)

5) วิเคราะห์ผลจากแบบประเมินและปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ แล้วส่งเอกสารที่ปรับปรุงให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจเพื่อจัดทำฉบับสมบูรณ์

5. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

5.1 ได้หนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตรที่จัดทำเป็นรูปเล่มเรียบร้อยสะดวกแก่การศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง

5.2 เป็นแนวทางในการเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาอื่นๆ ต่อไป

บทที่ 2
เนื้อหา

หนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 ได้เขียนขึ้นเพื่อให้นักเรียนใช้อ่านเพิ่มเติมนอกเวลาเรียน เพื่อเสริมสร้างความเข้าใจในเรื่องการวัด ซึ่งอยู่ในมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระวิชาคณิตศาสตร์ ในสาระที่ 2 โดยมีเนื้อหาความรู้แบ่งเป็นบท นำเสนอตามลำดับดังนี้

1. บทที่ 1 ความยาว
    - 1.1 แนวคิดเกี่ยวกับการวัดความยาว
    - 1.2 หน่วยการวัดความยาว
    - 1.3 การประยุกต์เกี่ยวกับความยาว
2. บทที่ 2 พื้นที่
    - 2.1 แนวคิดเกี่ยวกับการวัดพื้นที่
    - 2.2 หน่วยการวัดพื้นที่
    - 2.3 การประยุกต์เกี่ยวกับพื้นที่
3. บทที่ 3 ปริมาตร
    - 3.1 แนวคิดเกี่ยวกับการวัดปริมาตร
    - 3.2 หน่วยการวัดปริมาตร
    - 3.3 การประยุกต์เกี่ยวกับปริมาตร

บทที่ 1 ความยาว

1.1 แนวคิดเกี่ยวกับความยาว

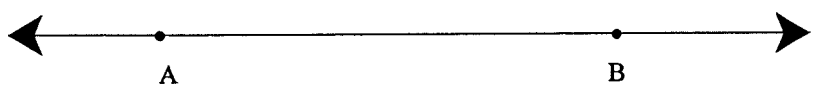
1.1.1 ความยาว หมายถึงระยะห่างระหว่างจุดสองจุดหรือปริมาณที่บอกระยะทางจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง การวัดความยาวหรือวัดระยะ สามารถทำได้หลายวิธี ขึ้นอยู่กับความต้องการและความละเอียดของงานมากน้อยเพียงใด และนำไปใช้สำหรับวัตถุประสงค์ของงานอะไร การวัดความยาวเป็นการวัดในหนึ่งมิติ ความยาวประกอบด้วยจุด (Points) เส้นตรง (Lines) และระนาบ (Planes) ซึ่งทั้งสามคำนี้เป็นคำที่ไม่มีนิยาม (อนิยาม) หรือไม่ให้คำอธิบายที่บอกความหมาย ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) จุด ใช้บอกตำแหน่งไม่กล่าวถึงความกว้างและความยาว ดังภาพที่ 1.1

ภาพที่ 2.1 แสดงถึงจุด P

จากภาพที่ 1.1 จุด P เขียนแทนด้วย P จุดที่เขียนนี้ ไม่ใช่จุดจริงๆ แต่เป็นรูปหรือสัญลักษณ์แทนจุดเท่านั้น ในทางเรขาคณิตใช้จุดเพื่อแสดงตำแหน่งเท่านั้น

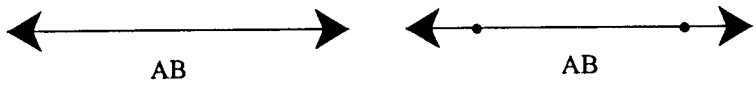
2) เส้นตรง ไม่กล่าวถึงความกว้างและมีความยาวไม่จำกัด สามารถต่อออกไปทั้งสองข้างไม่มีที่สิ้นสุด ดังภาพที่ 1.2



ภาพที่ 2.2 แสดงเส้นตรง AB

จากภาพที่ 1.2 เส้นตรง AB เขียนแทนด้วย $\overleftrightarrow{AB}$ เส้นตรงAB สามารถเรียกว่า เส้นตรง BA และเขียนแทนด้วย $\overleftrightarrow{BA}$ สัญลักษณ์ของเส้นตรงมีหัวลูกศรทั้งสองข้าง หัวลูกศรสองข้างแสดงว่า เส้นตรงที่ความยาวไม่จำกัด สามารถต่อเส้นตรงออกไปในทิศทางของหัวลูกศรทั้ง

สองข้างไม่มีที่สิ้นสุด ในทางปฏิบัติสามารถเขียนรูปแทนเส้นตรงโดยไม่ต้องเขียนสัญลักษณ์ • บนเส้นตรง คือ



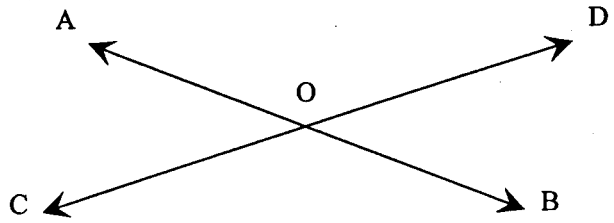
ภาพที่ 2.3 แสดงการเขียนเส้นตรง AB ด้วย $\overleftrightarrow{AB}$ แทน $\overrightarrow{AB}$

สมบัติของจุดและเส้นตรง

1. มีเส้นตรงเพียงเส้นเดียวเท่านั้นที่ลากผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้

ภาพที่ 2.4 แสดงการลากเส้นตรงผ่านจุด X และจุด Y ได้ 1 เส้นเท่านั้น

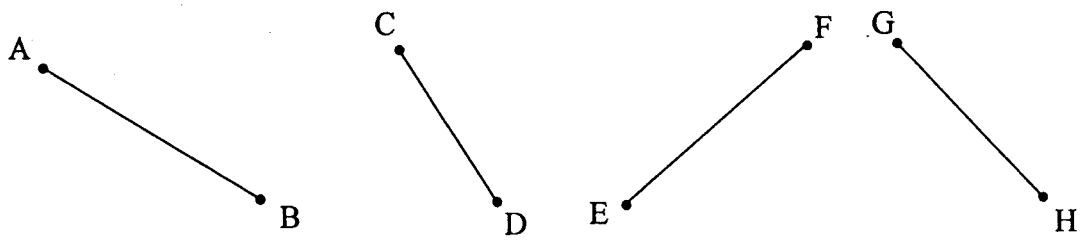
2. เส้นตรงสองเส้นตัดกันที่จุดจุดเดียวกันเท่านั้น



ภาพที่ 2.5 แสดงการตัดกันของเส้นตรง AB และเส้นตรง CD ที่จุด O จุดเดียว

จุดและเส้นตรงนำไปใช้ในการนิยามรูปเรขาคณิตพื้นฐาน เช่น ส่วนของเส้นตรง รังสี มุม

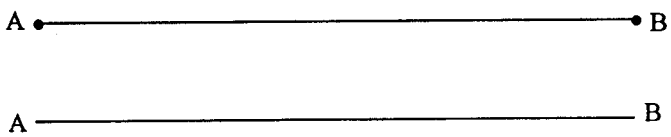
ส่วนของเส้นตรง



ภาพที่ 2.6 แสดงส่วนของเส้นตรง AB, CD, EF และ GH ตามลำดับ

บทนิยาม ส่วนของเส้นตรง คือส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่มีจุดปลายสองจุด

ในการเขียนส่วนของเส้นตรง ต้องกำหนดจุดปลายสองจุด

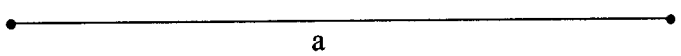


ภาพที่ 2.7 แสดงการเขียนส่วนของเส้นตรง AB ในทางปฏิบัติไม่ต้องเขียนจุดปลาย บนส่วนของเส้นตรง

ส่วนของเส้นตรง AB เขียนแทนด้วย $\overline{AB}$

ส่วนของเส้นตรง AB สามารถเรียกว่าส่วนของเส้นตรง BA และเขียนแทนด้วย $\overline{BA}$ ได้ความยาว $\overline{AB}$ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $m(\overline{AB})$ หรือ AB เช่น ความยาวของส่วนของเส้นตรง AB เท่ากับ 5 เซนติเมตร เขียนแทนด้วย $m(\overline{AB}) = 5$ เซนติเมตร หรือ AB = 5 เซนติเมตร

บางครั้งใช้อักษรตัวพิมพ์เล็กในภาษาอังกฤษแทนความยาวของส่วนของเส้นตรง เช่น



ภาพที่ 2.8 แสดงการเขียนตัวอักษรตัวพิมพ์เล็กในภาษาอังกฤษแทนความยาวของส่วนของเส้นตรง

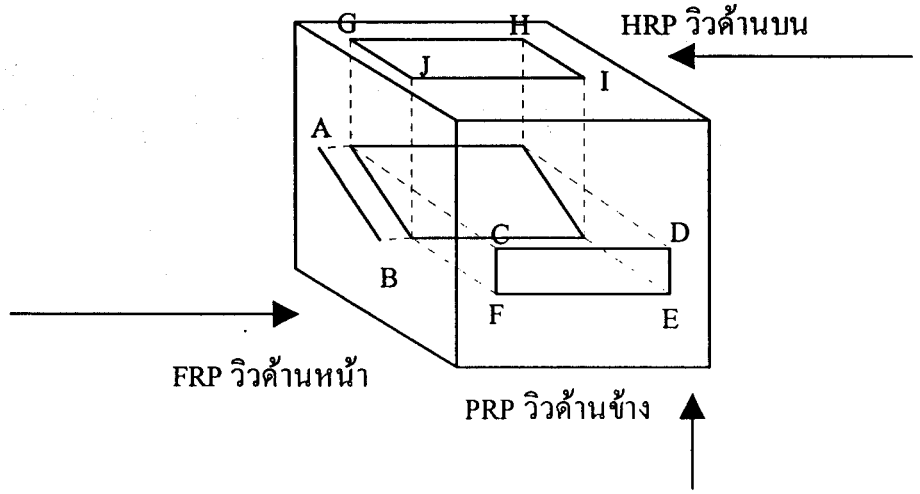
3) ระนาบ เป็นผิวแบนเรียบ สามารถทดสอบความแบนเรียบได้โดยลากส่วนของเส้นตรงสองจุดใดๆ ส่วนของเส้นตรงเหล่านี้ทั้งหมดจะอยู่บนผิวแบนราบเดียวกัน สิ่งที่มีลักษณะเป็นระนาบ เช่น พื้นโต๊ะ กระดานดำ เป็นต้น

ระนาบที่ใช้ในเรขาคณิตหรือที่เรียกว่าระนาบอ้างอิงมี 3 ระนาบ คือ

1. ระนาบอ้างอิงด้านหน้า (Front Reference Plane เขียนย่อว่า FRP) วิวที่เขียนลงบนระนาบนี้เรียกว่า วิวด้านหน้า (Front View)

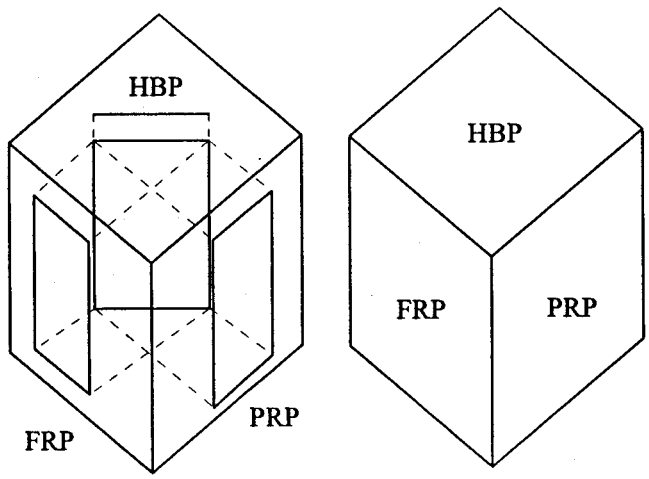
2. ระนาบอ้างอิงด้านข้าง (Profile Reference Plane เขียนย่อว่า PRP) วิวที่เขียนลงบนระนาบนี้เรียกว่า วิวด้านข้าง (Side View)

3. ระนาบอ้างอิงระดับ (Horizontal Reference Plane เขียนย่อว่า HRP) วิวที่เขียนลงบนระนาบด้านนี้เรียกว่า วิวด้านบน (Top View)

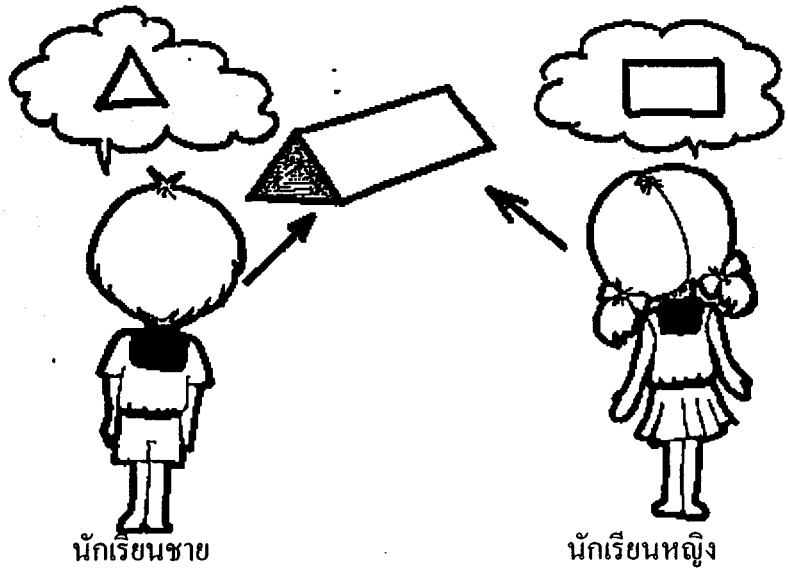


ภาพที่ 2.9 แสดงรูปที่มองเห็นรูปสี่เหลี่ยม

วิวด้านหน้า เห็นเป็นรูปส่วนของเส้นตรง AB
วิวด้านข้าง เห็นเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก CDEF
วิวด้านบน เห็นเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก GHIJ



ภาพที่ 2.10 แสดงรูปการมองทั้ง 3 วิว เป็นตัวอย่างเพิ่มเติม

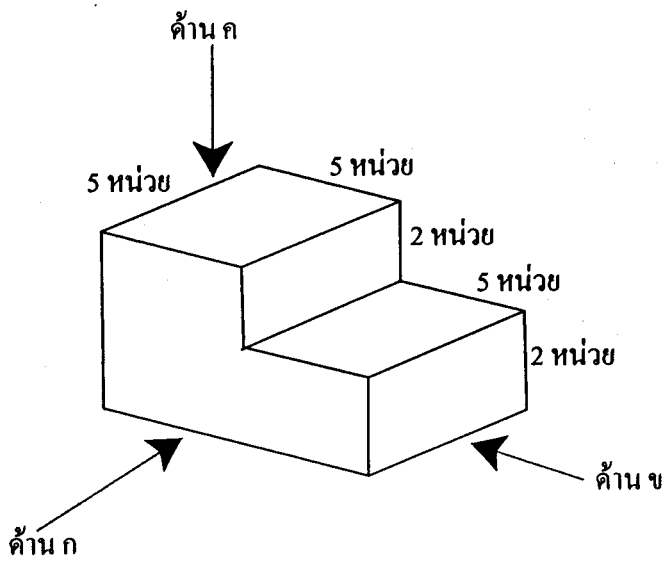


ภาพที่ 2.11 แสดงการมองปริซึมฐานสามเหลี่ยมของนักเรียนชาย และนักเรียนหญิง โดยให้แนวสายตา ตั้งฉากกับด้านที่มองเห็นดังนี้

นักเรียนชายมองเห็นเป็นรูปสามเหลี่ยม

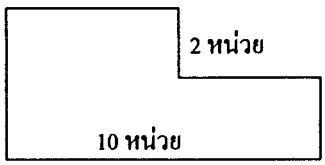
นักเรียนหญิงมองเห็นเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

การเขียนภาพที่ได้จากการมองวัตถุทางด้านต่างๆ ในแนวตั้งฉากกับด้านที่มองเห็นใช้ เส้นทึบ แสดงเฉพาะขอบนอกและขอบอื่นๆ ที่มองเห็น

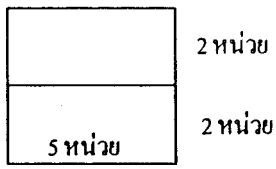


ภาพที่ 2.12 แสดงการมองรูปเรขาคณิต

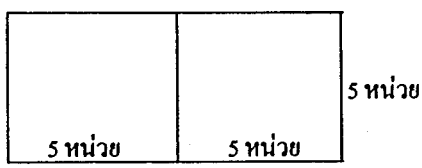
วิวด้าน ก ด้านหน้าเห็นเป็นรูป



วิวด้าน ข ด้านข้างเห็นเป็นรูป



วิวด้าน ค ด้านบนจะเห็นเป็นรูป



1.1.2 ความเป็นมาของการวัดความยาว

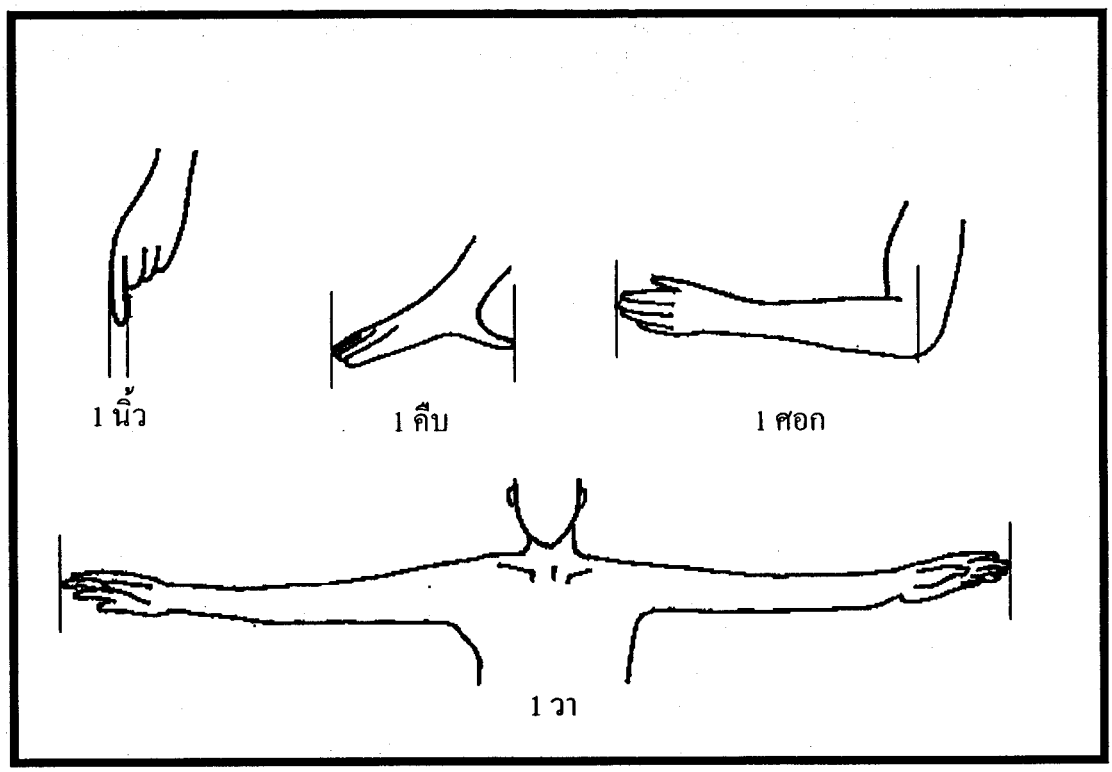
ในสมัยโบราณมนุษย์ไม่มีเครื่องมือที่เป็นมาตรฐานเกี่ยวกับการวัดความยาว การสื่อความหมายเกี่ยวกับการวัดความยาวจึงอาศัยสิ่งแวดล้อมตามธรรมชาติหรือ กิจกรรมที่ทำเป็นกิจวัตรเป็นเครื่องมือในการบอกความยาว ซึ่งเป็นการสื่อความหมายที่ได้จากการสังเกตและการคาดคะเนอย่างหยาบๆ ทำให้บางครั้งเกิดปัญหาการสื่อความหมายไม่ตรงกัน เช่น

หมู่บ้านนาทุ่งอยู่ไกลจากที่นี่เท่ากับเสียงช้างร้อง
ภูเขาข้างวัดสูงประมาณสามเสาไฟฟ้า
สวนทุเรียนบ้านคุณปู่ความยาวโดยรอบประมาณเดินครึ่งวัน

การสื่อสารความหมายเกี่ยวกับการวัดความยาวได้มีการวิวัฒนาการเรื่อยมาตามยุคสมัยทำให้ต้องมีหน่วยการวัดและเครื่องมือที่ใช้วัดที่ชัดเจน เพื่อสื่อความหมายได้ตรงกับกิจกรรมที่ต้องใช้การวัดความยาว เช่น การทำเครื่องมือเครื่องใช้ การสร้างที่อยู่อาศัย การขุดคลอง การสร้างเขื่อน การทำถนน งานวิศวกรรม และงานสถาปัตยกรรมต่างๆ ต้องใช้การวัดความยาวที่มีความละเอียดมากขึ้น

การวัดความยาวต้องมีเครื่องมือในการวัดโดยเริ่มใช้สิ่งที่มีอยู่ในธรรมชาติ เช่น คุ้งน้ำ เมล็ดพืช อวัยวะต่างๆ ของร่างกาย หน่วยวัดความยาวกำหนดจากเครื่องมือที่ใช้วัด หน่วยการวัดของคนไทยกำหนดจากส่วนต่างๆ ของร่างกาย เช่น

1. ความกว้างของนิ้วๆ หนึ่งมีความยาวเท่ากับ 1 นิ้ว
2. ความกว้างจากปลายนิ้วโป้งถึงปลายนิ้วก้อยเมื่อเหยียดนิ้วทั้งสองออกไปในทิศทางตรงข้ามกันมีระยะความยาวเท่ากับ 1 คืบ
3. ระยะความยาวจากโคนข้อศอกถึงปลายนิ้วกลางเท่ากับ 1 ศอก
4. ระยะความยาวจากปลายนิ้วกลางของมือข้างหนึ่ง ถึงปลายนิ้วกลางของมืออีกข้างหนึ่ง เมื่อเหยียดแขนทั้งสองข้างออกไปทั้งสองข้างของลำตัว มีความยาวเท่ากับ 1 วา



ภาพที่ 2.13 แสดงหน่วยวัดความยาวจากอวัยวะของร่างกาย

การวัดความยาวของไทยแต่โบราณวัดกันเป็น นิ้ว คืบ ศอก และวา โดยกำหนดให้ความยาวของหน่วยต่างๆมีความสัมพันธ์ดังนี้

12 นิ้ว	เป็น	1 คืบ
2 คืบ	เป็น	1 ศอก
4 ศอก	เป็น	1 วา

การวัดความยาวที่ต้องการความละเอียดมากขึ้น มีการกำหนดหน่วยวัดความยาวเพิ่มเติม เรียกว่า มาตราวัดความยาวโดยวิธีประเพณี(มาตราไทย) เช่น

2 หุน	เป็น	1 กระเบียด
4 กระเบียด	เป็น	1 นิ้ว
1 นิ้ว	เป็น	8 หุน
12 นิ้ว	เป็น	1 คืบ
2 คืบ	เป็น	1 ศอก
4 ศอก	เป็น	1 วา
20 วา	เป็น	1 เส้น
400 เส้น	เป็น	1 โยชน์

การบอกความยาว (ระยะทาง) อย่างหยาบๆ ทำให้เข้าใจไม่ตรงกัน ต่อมามีการคมนาคม ติดต่อสื่อสารมากขึ้นจึงมีการพัฒนาหน่วยการวัดและเครื่องมือวัดให้เกิดความเข้าใจตรงกัน แต่การใช้หน่วยอ้างอิงจากอวัยวะของร่างกายของแต่ละชุมชนยาวไม่เท่ากัน จึงมีการพัฒนาหน่วยการวัดและเครื่องมือวัดให้เป็นมาตรฐานสากลที่ใช้อยู่ ทำให้ง่ายในการเปลี่ยนหน่วยไปมาระหว่างหน่วยต่างๆในหน่วยการวัดเดียวกัน หน่วยการวัดระบบเมตริก เป็นระบบที่นิยมใช้กันทั่วโลก ในเวลาต่อมาถือว่าเป็นหน่วยการวัดระบบสากล

ระบบอังกฤษ กำหนดหน่วยการวัดความยาวเป็น นิ้ว ฟุต หลาและไมล์เป็นต้น

ระบบเมตริก ถือกำเนิดปี พ.ศ. 2336 ที่ประเทศฝรั่งเศส กำหนดหน่วยวัดความยาวเป็น มิลลิเมตร เซนติเมตร เมตร กิโลเมตร เป็นต้น

ในปีพ.ศ. 2466 ซึ่งตรงกับสมัยของพระบาทสมเด็จพระมงกุฎเกล้าเจ้าอยู่หัว ได้มีการออกพระราชบัญญัติมาตราชั่ง ตวง วัด กำหนดให้การชั่ง การตวงและการวัด ใช้หน่วยวัดระบบเมตริก และกำหนดให้มีการแปลงหน่วยการวัดต่างๆ ตามประเพณีเพื่อเทียบกับหน่วยวัดในระบบเมตริก หน่วยการวัดความยาวมีการกำหนดเทียบดังนี้

1 เส้น	เท่ากับ	40 เมตร
1 วา	เท่ากับ	2 เมตร
1 ศอก	เท่ากับ	$\frac{1}{2}$ เมตร
1 คืบ	เท่ากับ	$\frac{1}{4}$ เมตร

หน่วยการวัดตามประเพณีดังกล่าว มีความยาวแตกต่างไปจากความยาวที่ใช้อยู่แต่เดิม เพราะเป็นการดัดแปลงเพื่อให้สามารถเทียบกับระบบสากลได้ ชื่อของหน่วยการวัดตามประเพณีที่ใช้กันอยู่อย่างแพร่หลายในปัจจุบันคือ "วา" ซึ่งนิยมใช้เป็นหน่วยในการวัดความกว้างและความยาวของที่ดิน

สำหรับหน่วย "นิ้ว" ที่ใช้กันอยู่ในปัจจุบัน ในการวัดความหนา และความกว้างของหน้าไม้หรือความกว้างของผ้า เป็นนิ้วอังกฤษเพราะนิ้วไทยถูกยกเลิกไปโดยปริยายเมื่อมีการประกาศใช้พระราชบัญญัติมาตราชั่ง ตวง วัด พ.ศ. 2466

ใน ปีพ.ศ. 2503 องค์กรระหว่างประเทศว่าด้วยมาตรฐาน (International Organization for Standardization หรือชื่อย่อ ISO) ได้กำหนดให้มีระบบการวัดใหม่ขึ้น เพื่อใช้ในการวัดทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีให้เป็นระบบเดียวกันทั่วโลก เรียกว่า ระบบหน่วยระหว่างประเทศ (System International d' Unites) และเรียกหน่วยวัดในระบบนี้ว่า หน่วย SI

หน่วยมาตรฐานของระบบ SI มี 7 หน่วยที่ใช้ในการวัดปริมาณมูลฐาน (Basic Quantity) ได้แก่

เมตร (Meter: m)	เป็นหน่วยใช้วัดความยาว
กิโลกรัม (Kilogram: kg)	เป็นหน่วยใช้วัดมวล
วินาที (Second: s)	เป็นหน่วยใช้วัดเวลา
แอมแปร์ (Ampere: A)	เป็นหน่วยใช้วัดกระแสไฟฟ้า
เคลวิน (Kelvin: K)	เป็นหน่วยใช้วัดอุณหภูมิ
แคนเดลา (Candela: cd)	เป็นหน่วยใช้วัดความเข้มข้นของการส่องสว่าง
โมล (Mole: mol)	เป็นหน่วยใช้วัดปริมาตรของสาร

1.2 หน่วยการวัดความยาว

1.2.1 ในสมัยรัตนโกสินทร์ตอนต้น มีการติดต่อค้าขายกับทางตะวันตก ทำให้ไทยได้รับหน่วยการวัดระบบอังกฤษเข้ามา หน่วยการวัดของไทยที่มีชื่อพ้องกับหน่วยการวัดของอังกฤษคือ "นิ้ว" ความยาว 1 นิ้วของไทยไม่เท่ากับความยาว 1 นิ้วในระบบอังกฤษ เพราะกำหนดจากหน่วยมาตรฐานที่ต่างกัน เมื่อพิจารณาหน่วยการวัดตามประเพณีของไทยพบว่า ความยาว 1 วา ยาวเท่ากับ 96 นิ้วไทย แต่เมื่อเทียบกับนิ้วอังกฤษจะได้ว่า ความยาว 1 วา ยาวเท่ากับ 78.7 นิ้วอังกฤษ

ในระยะเวลาใกล้เคียงกันไทยรับเอาหน่วยการวัดระบบเมตริกเข้ามาด้วย การวัดในระบบเมตริกใช้สิบเป็นสิบในฐานเปลี่ยนหน่วยซึ่งเป็นระบบที่สอดคล้องกับระบบตัวเลขฐานสิบ

1.2.2 หน่วยการวัดความยาวที่สำคัญ

หน่วยการวัดความยาวในระบบเมตริก

10 มิลลิเมตร	เท่ากับ	1 เซนติเมตร
10 เซนติเมตร	เท่ากับ	1 เดซิเมตร
10 เดซิเมตร	เท่ากับ	1 เมตร
10 เมตร	เท่ากับ	1 เดคาเมตร
10 เดคาเมตร	เท่ากับ	1 เฮกโตเมตร
10 เฮกโตเมตร	เท่ากับ	1 กิโลเมตร
100 เซนติเมตร	เท่ากับ	1 เมตร
1000 เมตร	เท่ากับ	1 กิโลเมตร

หน่วยการวัดความยาวในระบบอังกฤษ

12 นิ้ว	เท่ากับ	1 ฟุต
3 ฟุต	เท่ากับ	1 หลา
1760 หลา	เท่ากับ	1 ไมล์

หน่วยการวัดความยาวในมาตราไทย

2 หุน (อนุกระเบียด)	เท่ากับ	1 กระเบียด
4 กระเบียด	เท่ากับ	1 นิ้ว
12 นิ้ว	เท่ากับ	1 คืบ
2 คืบ	เท่ากับ	1 ศอก
4 ศอก	เท่ากับ	1 วา
20 วา	เท่ากับ	1 เส้น
400 เส้น	เท่ากับ	1 โยชน์

หน่วยเปรียบเทียบระบบเมตริก,ระบบอังกฤษและมาตราไทย (โดยประมาณ)

1 นิ้ว	เท่ากับ	2.54 เซนติเมตร
1 ฟุต	เท่ากับ	30.48 เซนติเมตร
1 หลา	เท่ากับ	0.9144 เมตร
1 กิโลเมตร	เท่ากับ	25 เส้น
8 กิโลเมตร	เท่ากับ	1 ไมล์
1 ไมล์	เท่ากับ	1.6093 กิโลเมตร
1 ศอก	เท่ากับ	50 เซนติเมตร
1 คืบ	เท่ากับ	25 เซนติเมตร

การมีหน่วยการวัดที่เป็นมาตรฐานสากลแล้วเครื่องมือวัดความยาวที่ใช้มีความสำคัญมาก กล่าวคือต้องเป็นเครื่องมือวัดความยาวที่ได้มาตรฐาน ค่าที่วัดได้ทุกครั้ง จะต้องมีความเที่ยงตรง การพัฒนาหน่วยการวัดและเครื่องมือที่ใช้ในการวัดมีความเที่ยงตรงเป็นมาตรฐานเพียงใดก็ตาม ค่าที่วัดได้เป็นเพียงค่าประมาณที่ได้จากการวัดตามหน่วยการวัดที่เหมาะสม เช่น วัดเป็นจำนวนเต็มใกล้เคียงที่สุด วัดเป็นทศนิยมสองตำแหน่งที่ใกล้เคียงที่สุด

การวัดความยาวต้องการวัดให้ละเอียดเพียงใด ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของการใช้งาน เช่น ต้องการวัดตัวตัดเสื้อผ้าต้องวัดให้ละเอียดเป็นเซนติเมตรหรือมิลลิเมตร หรือต้องการวัดความยาว หรือระยะทางไกลๆ วัดให้ละเอียดเป็นกิโลเมตรหรือเป็นเมตรเพียงพอแล้ว

หน่วยการวัดความยาวในระบบเดียวกัน หรือต่างระบบกันสามารถเปลี่ยนได้ตามหน่วยความยาวที่ต้องการ

ตัวอย่างที่ 1 ป้าบุญส่งสูง 155 เซนติเมตร อยากทราบว่าป้าบุญส่งสูงกี่เมตร

วิธีทำ เนื่องจาก 100 เซนติเมตร เท่ากับ 1 เมตร

และป้าบุญส่งสูง 155 เซนติเมตร

ดังนั้น ป่าบุญส่งสูง $155 \div 100 = 1.55$ เมตร

ตัวอย่างที่ 2 ความยาวของรั้วโรงเรียนด้านติดถนนเป็น 1.23 กิโลเมตร อยากทราบว่าความยาวของรั้วโรงเรียนด้านติดกับถนน เป็นกี่เมตร

วิธีทำ เนื่องจาก 1 กิโลเมตร เท่ากับ 1000 เมตร

และรั้วโรงเรียนติดด้านถนนยาว 1.23 กิโลเมตร

ดังนั้นความยาวของรั้วโรงเรียนด้านติดกับถนนยาว $1.23 \times 1000 = 1230$ ม.

1.2.3 มาตราส่วน

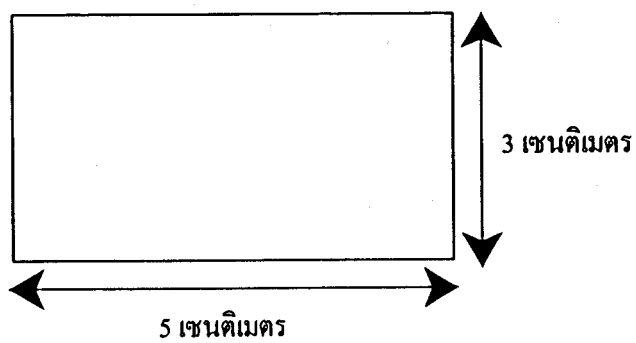
มาตราส่วน หมายถึง อัตราส่วนระหว่างความยาวของมิติของภาพ : ความยาวของมิติของจริง เช่น มาตราส่วน 1: 2 (อ่านว่าหนึ่ง ต่อ สอง) หมายความว่า ความยาวของมิติของภาพ 1 หน่วย แทนความยาวของมิติของจริง 2 หน่วย ถ้ากำหนดของมิติเป็นมิลลิเมตร จะได้ว่า ความยาวของมิติของภาพ 1 มิลลิเมตร แทนความยาวการเขียนมาตราส่วนของมิติจริงเป็น 2 หน่วย ต้องระบุประกอบการเขียนมิติของภาพย่อหรือขยายภาพ แผนผังหรือแผนที่

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนแผนผังของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 6 เมตร ยาว 10 เมตร โดยใช้มาตราส่วน 1 เซนติเมตร : 2 เมตร

วิธีทำ มาตราส่วน 1 เซนติเมตร : 2 เมตร หมายความว่า ความยาวจริง 2 เมตร (มิติของจริง) จะเป็นความยาวในแผนผัง 1 เซนติเมตร (มิติของภาพ)

ดังนั้น ความกว้างในแผนผังจะยาว $\frac{6}{2} = 3$ เซนติเมตร

และความยาวในแผนผังจะยาว $\frac{10}{2} = 5$ เซนติเมตร



มาตราส่วน

1 เซนติเมตร : 2 เมตร

หรือ

1 : 200

ตัวอย่างที่ 2 รูปวงกลมในแผนผังที่กำหนด มาตราส่วน 1 : 1000 วัดรัศมีของวงกลมในแผนผังได้ 7 เซนติเมตร รูปวงกลมของจริงมีความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางกี่เมตร

วิธีทำ มาตราส่วน 1 : 1000 หมายความว่าความยาวของภาพ1 เซนติเมตรจะเป็นความยาวของรูปวงกลมจริง 1000 เซนติเมตร หรือ 10 เมตร

ดังนั้น วัดรัศมีของภาพรูปวงกลมในแผนผังได้ 7 เซนติเมตร เป็นความยาวของรูปวงกลมจริงเท่ากับ $7 \times 1000 = 7000$ เซนติเมตร หรือ 7 เมตร

ความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมคือ $= 2r$

$= 2 \times 7$

$= 14$ เมตร

1.3 การประยุกต์เกี่ยวกับความยาว

การวัดความยาว มี 2 แบบคือ การวัดอย่างละเอียด และการวัดโดยประมาณ สำหรับการวัดอย่างละเอียดเป็นการวัดจนถึงทศนิยมตำแหน่งที่ 2 ส่วนการวัดโดยประมาณ เป็นการวัดเพื่อให้ได้ค่าใกล้เคียง

การวัดความยาวหรือวัดระยะ สามารถทำได้ 2 วิธีคือ

1. การวัดโดยตรง (Direct Measurement)
2. การวัดโดยอ้อม (Indirect Measurement)

สำหรับรายละเอียดของการวัดแต่ละวิธีมีดังนี้

1.3.1 การวัดโดยตรง

การวัดโดยตรงสามารถทำได้หลายวิธีคือ

1) การวัดความยาวด้วยการนับก้าว (Pacing) เป็นการวัดความยาวโดยการเดินนับจำนวนก้าวเท้าของผู้วัดตามแนวความยาวที่ต้องการวัด แล้วนำจำนวนก้าวคูณกับความยาวมาตรฐานของก้าวเท้าตนเอง การก้าวเท้าควรก้าวให้ยาวและสะดวกตามปกติ วิธีนี้ผู้วัดต้องฝึกก้าวเท้าให้ได้ความยาวมาตรฐานสำหรับตนเอง เช่น กำหนดระยะทางไว้ 10 เมตร ผู้วัดต้องเดินนับก้าวของผู้วัดเองสมมุติว่านับได้ 12.5 ก้าว ดังนั้น สามารถคำนวณหาความยาวมาตรฐานของผู้วัดเองได้คือ 10÷12.5 = 0.80 เมตร โดยระยะก้าวเท้ามาตรฐานของแต่ละคน ควรทดสอบบ่อยๆ หรือหลายๆ ครั้ง เพื่อให้ได้ค่าเฉลี่ยถูกต้องที่สุด เมื่อต้องการวัดความยาวหรือระยะใดๆ สามารถทำได้ทันทีโดยเดินนับก้าวของตนเอง

ตัวอย่างที่ 1 ต้องการซื้อสายไฟเพื่อต่อไฟฟ้าไปยังเครื่องสูบน้ำ ซึ่งห่างจากโรงเรียนเป็นระยะทางตามแนวถนน เดินนับก้าวเท้าได้ 123 ก้าว และความยาวก้าวมาตรฐานของผู้วัดเท่ากับ 80 เซนติเมตร ต้องซื้อสายไฟยาวเท่าใด

วิธีทำ สมมติผู้วัดทราบความยาวก้าวเท้ามาตรฐานของผู้วัดเองคือ 0.80 เมตร ผู้วัดเดินนับก้าวได้ 123 ก้าว ดังนั้นระยะทางหรือความยาวที่จะซื้อสายไฟฟ้าประมาณ 123 × 0.80 = 98.4 เมตร (การซื้อจริงจะต้องซื้อเกินไว้เพื่อการหย่อนหรือตกท้องช้าง ของสายไฟฟ้าไว้ด้วย)

2) การวัดความยาวด้วยล้อวัดระยะทาง (Measuring Wheel) เป็นการวัดระยะทางด้วยเครื่องมือวัดระยะทางด้วยการบันทึกรอบของล้อที่เคลื่อนที่ไปบนผิวที่ต้องการวัดระยะ การวัดสามารถวัดได้ทั้งเส้นตรง เส้นโค้ง และพื้นเอียง โดยพื้นที่ที่ต้องการวัดควรเป็นพื้นเรียบ หลักของการวัดคือ หนึ่งรอบของล้อคือระยะทางเท่ากับเส้นรอบวงล้อ จำนวนรอบของล้อที่วัดได้เมื่อคูณกับความยาวเส้นรอบวงล้อ จะได้ความยาวหรือระยะทางที่ต้องการ

ตัวอย่างที่ 2 วงล้อของเครื่องวัดมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 56 เซนติเมตร นำไปวัดระยะทางที่ต้องการตีเส้นจราจรถนนต้องการทราบความยาวของถนนจำนวนรอบของเครื่องวัดแสดงจำนวนรอบ 45 รอบ

วิธีทำ ความยาวของล้อ 1รอบ เท่ากับ $2\pi r$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 28$

= 176 เซนติเมตร

= 1.76 เมตร

ดังนั้นความยาวถนนคือ 1.76×45 = 79.2 เมตร

3) การวัดระยะด้วยโซ่วัดระยะ โซ่วัดระยะเป็นอุปกรณ์ที่ประดิษฐ์เมื่อต้นศตวรรษที่ 17 นิยมใช้ในงานรังวัดที่ดิน โดยมีหน่วยดังนี้

100 ข้อ	เท่ากับ	40 เมตร
1 ข้อ	เท่ากับ	40 เซนติเมตร

4) การวัดระยะด้วยเทป เทปมีลักษณะเป็นแถบ มีขีดแบ่งตามหน่วยการวัดที่ใช้ การวัดขึ้นอยู่กับชนิดและความละเอียดในการแบ่งขีดบนแถบวัด มีหลายประเภทคือ

(1) เทปเหล็ก ทำด้วยเหล็ก

(2) เทปอินวา ทำด้วยส่วนผสมของเหล็ก 65% และนิกเกิล 35% เพื่อลดการยืดหดของตัวเทปอันเนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ

(3) เทปโลวา เป็นเทปที่มีคุณสมบัติและราคาอยู่ระหว่าง เทปเหล็กและเทปอินวา มีการยืดหดตัวเนื่องจากอุณหภูมิน้อยกว่าเทปเหล็กแต่มากกว่าเทปอินวา

(4) เทปโลหะเคลือบด้วยผ้า ทำด้วยลวดทองแดง หุ้มด้วยลินินคุณภาพสูง ใช้งานทั่วไป ไม่เหมาะสมกับงานที่ต้องการความละเอียดสูง

(5) เทปไฟเบอร์กลาส ทำด้วยไฟเบอร์กลาส

(6) ตลับเมตร ช่างไม้ใช้กันทั่วไป

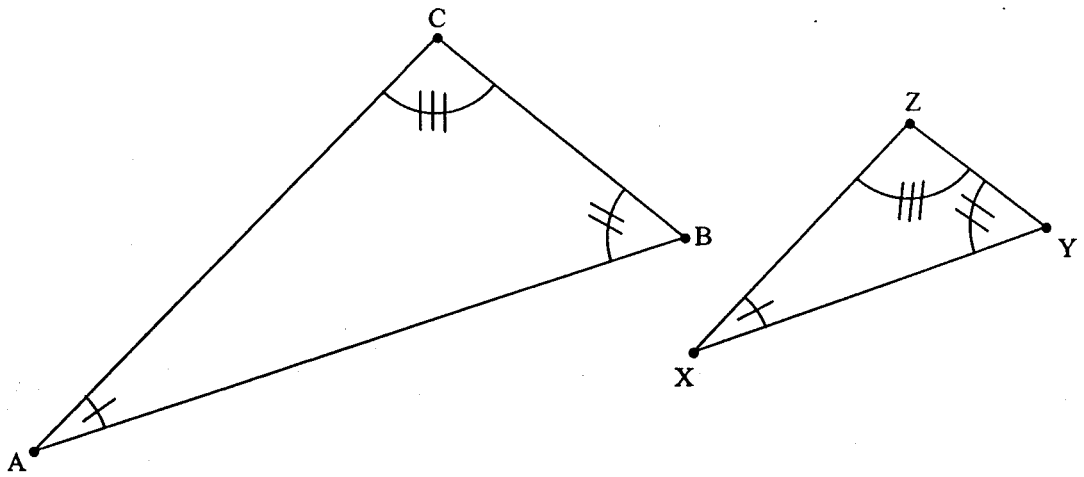
(7) ไม้บรรทัด ไม้เมตร ไม้ฉาก

(8) สายวัดตัวที่ช่างตัดเสื้อผ้าใช้

1.3.2 การวัดโดยอ้อม (Indirect Measurement)

การวัดระยะโดยอ้อมสามารถคำนวณโดยอาศัยหลักการสามเหลี่ยมคล้ายและหลักการตรีโกณมิติ ในหนังสือเล่มนี้จะกล่าวเฉพาะหลักการสามเหลี่ยมคล้ายเท่านั้น ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

นิยามสามเหลี่ยมคล้าย รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่ เรียกว่ารูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

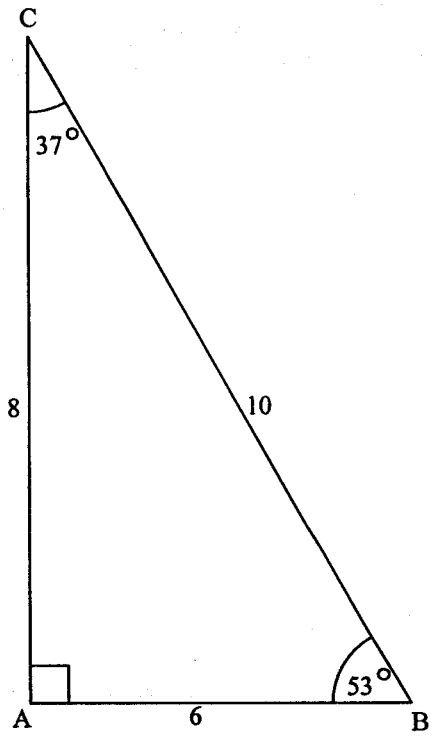


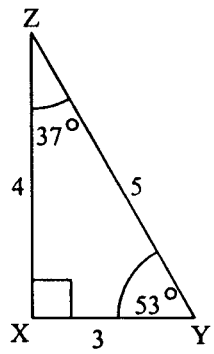
จากรูป มุม A = มุม X , มุม B = มุม Y และมุม C =มุม Z จากนิยาม รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่ เรียกว่ารูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

ดังนั้น รูปสามเหลี่ยม ABC คล้ายกันกับรูปสามเหลี่ยม XYZ

($\Delta ABC \sim \Delta XYZ$)

ด้านที่สมนัยกัน หมายถึงด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมที่มีขนาดเท่ากันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน ด้าน BC สมนัยกับด้าน YZ , ด้าน CA สมนัยกับด้าน ZX และด้าน AB สมนัยกับด้าน XY





จากรูป $\Delta ABC \sim \Delta XYZ$

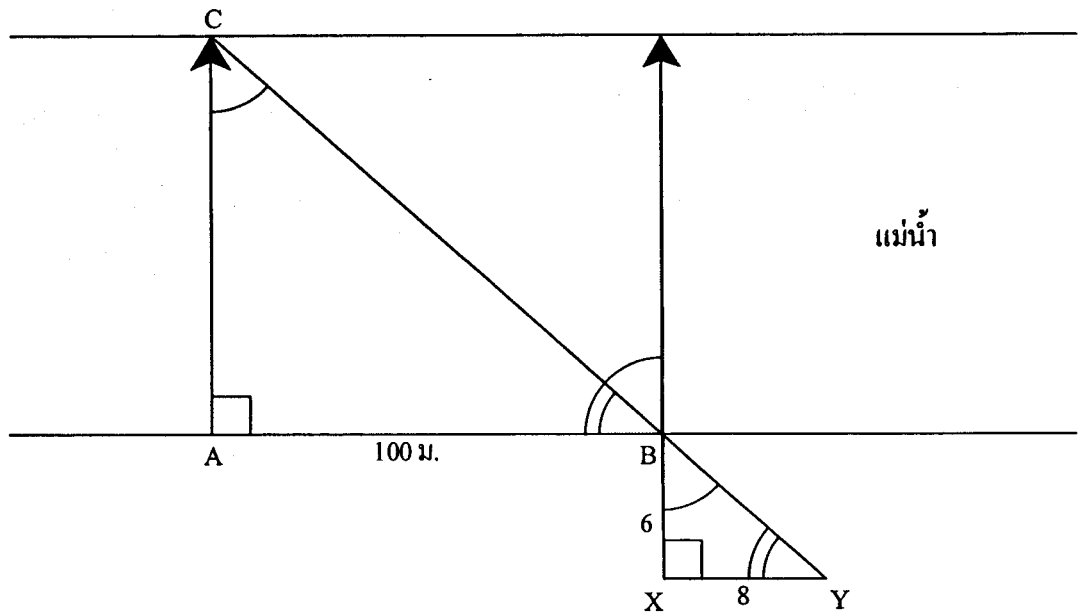
$$\frac{AB}{XY}=\frac{6}{3}=\frac{2}{1}=2$$

$$\frac{BC}{YZ}=\frac{10}{5}=\frac{2}{1}=2$$

$$\frac{CA}{ZX}=\frac{10}{5}=\frac{2}{1}=2$$

ดังนั้นสรุปได้ว่าอัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันจะเท่ากัน

ตัวอย่างที่ 1 จงหาความกว้างของแม่น้ำ ระหว่างจุด A และ C ดังรูป



เนื่องจาก $\Delta ABC \sim \Delta XYB$ (มีขนาดมุมเท่ากัน 3 คู่)

จะได้ $\frac{AB}{XY} = \frac{AC}{XB}$

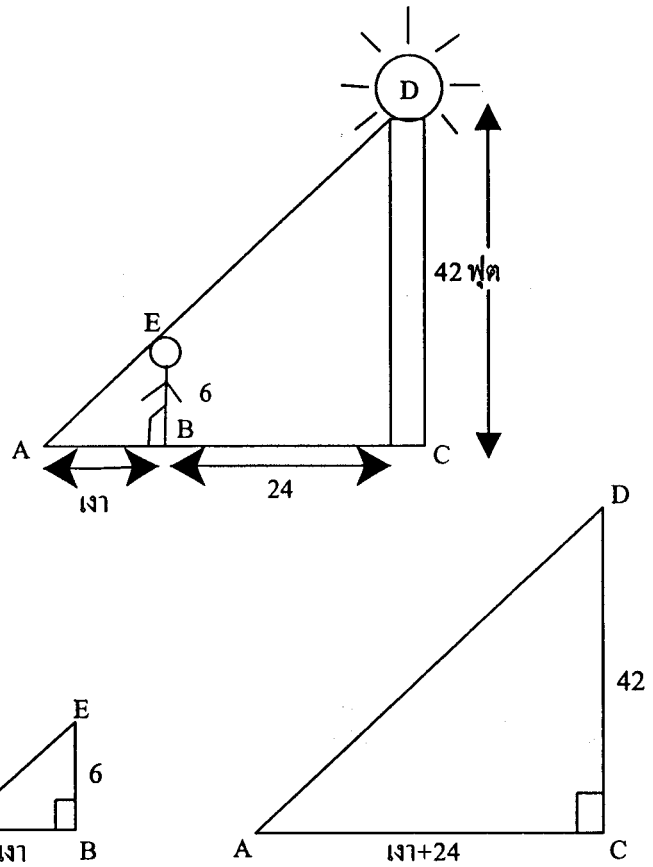
$\frac{100}{8} = \frac{AC}{6}$

$AC = \frac{100 \times 6}{8}$

$AC = 75$

ดังนั้น ความกว้างของแม่น้ำระหว่างจุด A และ C เท่ากับ 75 เมตร

ตัวอย่างที่ 2 ชายคนหนึ่งสูง 6 ฟุต ยืนอยู่ห่างจากเสาไฟฟ้าต้นหนึ่ง 24 ฟุต เสาไฟฟ้าสูง 42 ฟุต ที่ยอดเสาไฟฟ้า มีหลอดไฟฟ้าเปิดสว่างอยู่ ทำให้เกิดเงาของชายคนนี้ จงหาความยาวของเงาของชายคนนี้



$\Delta ABC \sim \Delta ACD$ (มีมุมเท่ากัน 3 คู่)

จะได้ $\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD}$

$\frac{AB}{AB+24} = \frac{6}{42}$

$42AB = 6AB+144$

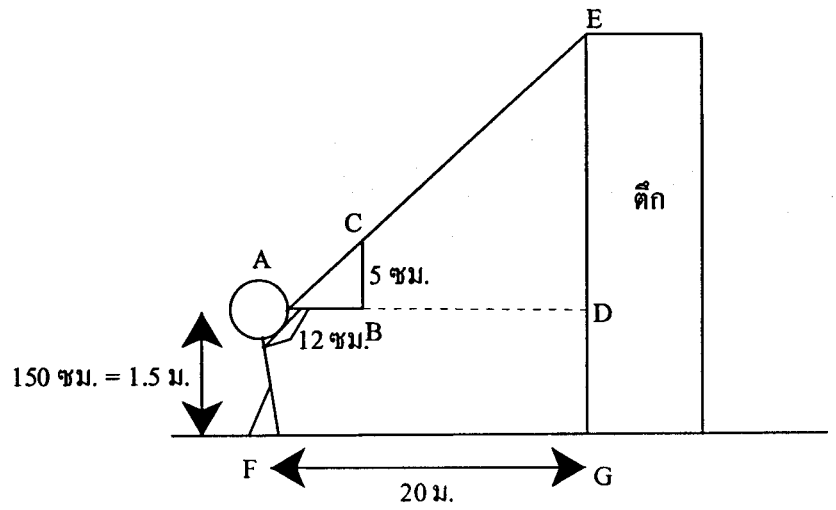
$36AB = 144$

$AB = \frac{144}{36}$

$AB = 4$

ดังนั้นความยาวของเงาชายคนนี้ยาว 4 ฟุต

ตัวอย่างที่ 3 เด็กคนหนึ่งต้องการวัดความสูงของตึกหลังหนึ่ง จึงใช้กระดาษแข็งรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้านประกอบมุมฉากยาว 5 และ 12 เซนติเมตร ตามลำดับ เล็งไปที่ยอดตึก โดยเขายืนห่างจากตึก 20 เมตร และเมื่อวัดจากระดับจากจากพื้นถึงตาขณะที่เล็ง ได้ความสูงจากพื้น 150 เซนติเมตร จงหาความสูงของตึกหลังนี้



$\Delta ABC \sim \Delta ADE$ (มีมุมเท่ากัน 3 คู่)

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$$

$$\frac{DE}{5\text{เซนติเมตร}} = \frac{20\text{เมตร}}{12\text{เซนติเมตร}}$$

$$DE = \frac{20 \times 5}{12}$$

$$DE = \frac{25}{3}$$

$$GE = GD+DE$$

$$GE = 1.5+\frac{25}{3}$$

$$GE = \frac{3}{2}+\frac{25}{3}$$

$$GE = \frac{9+50}{6}$$

$$GE = \frac{59}{6}$$

$$GE = 9\frac{5}{6}$$

ดังนั้น ความสูงของตึกหลังนี้เท่ากับ $9\frac{5}{6}$ เมตร

บทที่ 2 พื้นที่

2.1 แนวคิดเกี่ยวกับการวัดพื้นที่

พื้นที่ หมายถึง ปริมาณที่บอกถึง ความกว้าง ความยาว มีหน่วยคำว่า "ตาราง" นำหน้า เช่น ตารางนิ้ว ตารางเซนติเมตร การวัดพื้นที่เป็นการวัดใน 2 มิติ

2.2 หน่วยการวัดพื้นที่

หน่วยการวัดพื้นที่ที่นิยมใช้ ได้แก่ หน่วยการวัดพื้นที่ในระบบเมตริก ระบบอังกฤษ และมาตราไทย หน่วยการวัดพื้นที่ที่สำคัญมีดังนี้

2.2.1 หน่วยการวัดพื้นที่ในระบบมาตราเมตริก

1	ตารางเซนติเมตร	เท่ากับ	100	ตารางมิลลิเมตร
1	ตารางเมตร	เท่ากับ	10,000	ตารางเซนติเมตร
1	ตารางกิโลเมตร	เท่ากับ	1,000,000	ตารางเมตร

2.2.2 หน่วยการวัดพื้นที่ในระบบอังกฤษ

1	ตารางฟุต	เท่ากับ	144	ตารางนิ้ว
1	ตารางหลา	เท่ากับ	9	ตารางฟุต
1	เอเคอร์	เท่ากับ	4,840	ตารางหลา
1	ตารางไมล์	เท่ากับ	640	เอเคอร์
1	ตารางไมล์	เท่ากับ	1760^2	ตารางหลา

2.2.3 หน่วยการวัดพื้นที่ในมาตราไทย

100	ตารางวา	เท่ากับ	1	งาน
4	งาน	เท่ากับ	1	ไร่
400	ตารางวา	เท่ากับ	1	ไร่

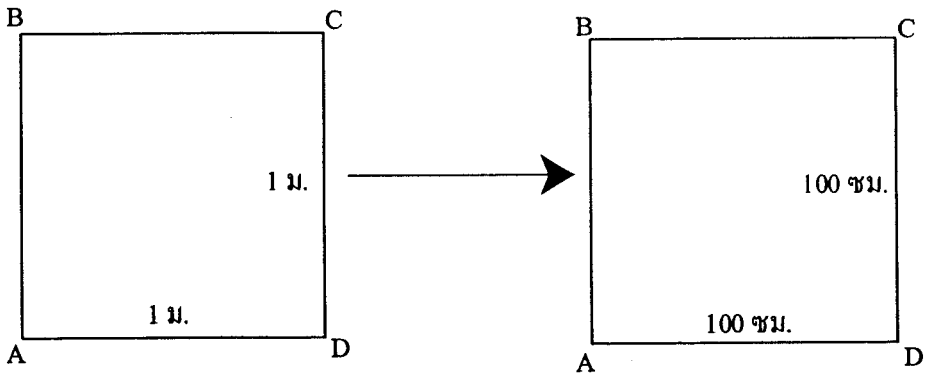
2.2.4 หน่วยการวัดพื้นที่ในมาตราไทยเทียบกับระบบเมตริก

1	ตารางวา	เท่ากับ	4	ตารางเมตร
1	งาน	เท่ากับ	400	ตารางเมตร
1	ไร่	เท่ากับ	1600	ตารางเมตร
625	ไร่	เท่ากับ	1	ตารางกิโลเมตร

2.2.5 หน่วยการวัดพื้นที่ในระบบอังกฤษเทียบกับระบบเมตริก (โดยประมาณ)

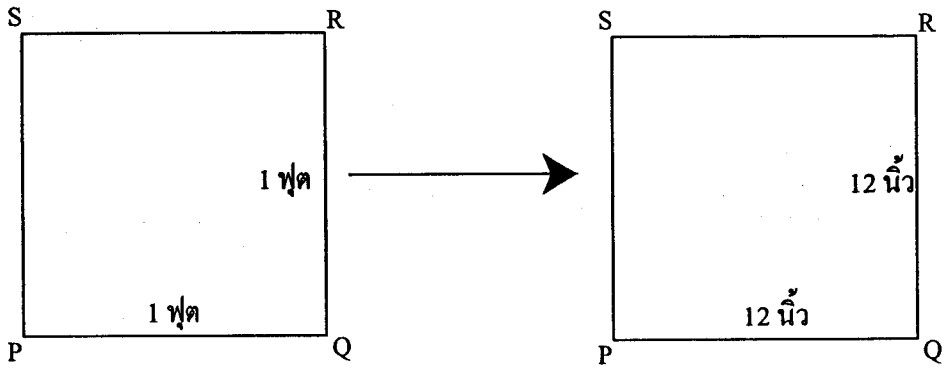
1	ตารางนิ้ว	เท่ากับ	6.4516	ตารางเซนติเมตร
1	ตารางฟุต	เท่ากับ	0.0929	ตารางเมตร
1	ตารางหลา	เท่ากับ	0.8361	ตารางเมตร
1	เอเคอร์	เท่ากับ	4046.856	ตารางเมตร (2.529 ไร่)
1	ตารางไมล์	เท่ากับ	2.5899	ตารางกิโลเมตร

ตัวอย่างที่ 1 $\square$ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีพื้นที่ 1 ตารางเมตร เมื่อต้องการเปลี่ยนหน่วยเป็นตารางเซนติเมตร ทำได้ดังนี้



เนื่องจากความยาว	1	เมตร	เท่ากับ	100	ตารางเซนติเมตร
ดังนั้นพื้นที่	1×1	ตารางเมตร	เท่ากับ	100×100	ตารางเซนติเมตร
นั่นคือพื้นที่	1	ตารางเมตร	เท่ากับ	10,000	ตารางเซนติเมตร

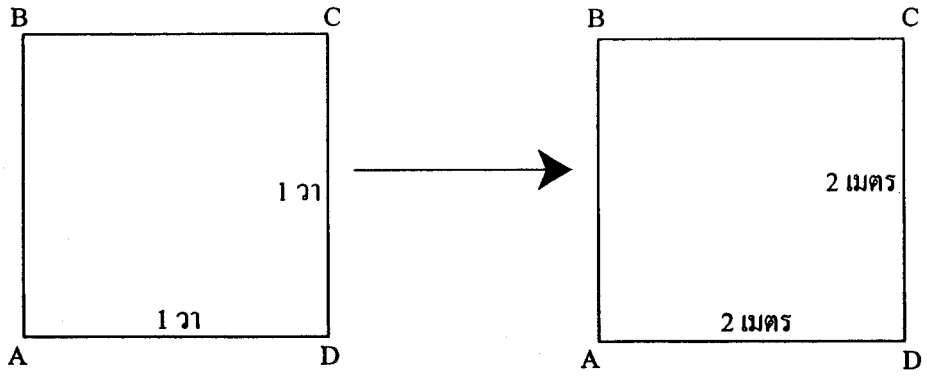
ตัวอย่างที่ 2 □PQRS เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีพื้นที่ 1 ตารางฟุต เมื่อต้องการเปลี่ยนหน่วยเป็นตารางนิ้ว ทำได้ดังนี้



เนื่องจากความยาว	1	ฟุต	เท่ากับ	12	นิ้ว
ดังนั้นพื้นที่	1×1	ตารางฟุต	เท่ากับ	12×12	ตารางนิ้ว
นั้นคือพื้นที่	1	ตารางฟุต	เท่ากับ	144	ตารางนิ้ว

ในชีวิตประจำวัน บางครั้งมีความจำเป็นต้องมีการซื้อขายที่ดิน การคิดพื้นที่ของไทยยังนิยมบอกพื้นที่เป็นหน่วยมาตราไทยเป็น ไร่ งาน และตารางวา แต่ในการจ้างเหมาซื้อดินมาถมที่ บางครั้งผู้รับเหมาถมที่ จะคำนวณความยาวและพื้นที่ เป็นหน่วยในระบบเมตริก เป็นเมตรและตารางเมตร หรือคำนวณปริมาตรเป็นลูกบาศก์เมตร ดังนั้นเพื่อให้เป็นประโยชน์ในการใช้งาน จึงมีการเปรียบเทียบหน่วยระหว่างระบบหรือมาตรา ดังตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 3 $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีพื้นที่ 1 ตารางวา เมื่อต้องการเปลี่ยนหน่วยเป็นตารางเมตร ทำได้ดังนี้



เนื่องจาก	1	วา	เท่ากับ	2	เมตร
ดังนั้นพื้นที่	1×1	ตารางวา	เท่ากับ	2×2	ตารางเมตร
นั่นคือ	1	ตารางวา	เท่ากับ	4	ตารางเมตร

ตัวอย่างที่ 4 พื้นที่ 13.5 ตารางกิโลเมตร คิดเป็นกี่ตารางเมตร

เนื่องจาก	1	ตารางกิโลเมตร	เท่ากับ	1,000,000	ตารางเมตร
ดังนั้นพื้นที่	13.5	ตารางกิโลเมตร	เท่ากับ	13.5×1,000,000	ตารางเมตร
				= 13,500,000	ตารางเมตร
				$= 1.35\times10^{7}$	ตารางเมตร

ตัวอย่างที่ 5 พื้นที่ 57 ตารางฟุต คิดเป็นกี่ตารางหลา และกี่ตารางฟุต

เนื่องจาก	9	ตารางฟุต	เท่ากับ	1	ตารางหลา
ดังนั้นพื้นที่	57	ตารางฟุต	เท่ากับ	$\frac{57}{9} = 6\frac{3}{9}$	ตารางหลา
พื้นที่	$6\frac{3}{9}$	ตารางหลา	เท่ากับ	พื้นที่ 6 ตารางหลากับอีก 3 ตารางฟุต	
นั่นคือพื้นที่	57	ตารางฟุต	เท่ากับ	พื้นที่ 6 ตารางหลา 3 ตารางฟุต	

ตัวอย่างที่ 6 พื้นที่ $13\frac{7}{10}$ ไร่ คิดเป็นพื้นที่กี่ไร่ กี่งาน และกี่ตารางวา

เนื่องจากพื้นที่	1	ไร่	เท่ากับ	400	ตารางวา
ดังนั้นพื้นที่	$\frac{7}{10}$	ไร่	เท่ากับ	$\frac{7}{10} \times 400 = 280$	ตารางวา
เนื่องจากพื้นที่	100	ตารางวา	เท่ากับ	1	งาน
ดังนั้นพื้นที่	280	ตารางวา	เท่ากับ	พื้นที่ 2 งาน 80 ตารางวา	
นั่นคือพื้นที่	$13\frac{7}{10}$	ไร่	เท่ากับ	13 ไร่ 2 งาน 80 ตารางวา	

ตัวอย่างที่ 7 พื้นที่ 1 ไร่ 2งาน 34 ตารางวา คิดเป็นพื้นที่กี่ตารางเมตร

เนื่องจากพื้นที่ 1 ไร่ เท่ากับ 1,600 ตารางเมตร

2 งาน เท่ากับ 2×400 = 800 ตารางเมตร

34 ตารางวา เท่ากับ 34×4 = 136 ตารางเมตร

ดังนั้นพื้นที่ 1ไร่ 2 งาน 34 ตารางวา เท่ากับ 2536 ตารางเมตร

2.3 การประยุกต์เกี่ยวกับพื้นที่

2.3.1 ศึกษาการ์ตูนคณิตศาสตร์เรื่องการหาพื้นที่

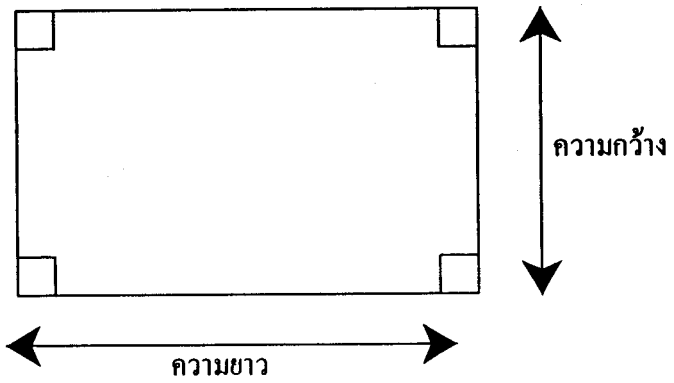
(ในส่วนนี้ ผู้ศึกษาเลือกนำเสนอความรู้โดยผ่านภาพการ์ตูน ซึ่งผู้วิจัยได้จัดทำขึ้นเองนำเสนอในรูปเล่ม ในภาคผนวก ข)

2.3.2 สูตรการหาพื้นที่

พื้นที่ของรูปเรขาคณิตแบบต่างๆ สามารถคำนวณได้โดยใช้สูตรดังนี้

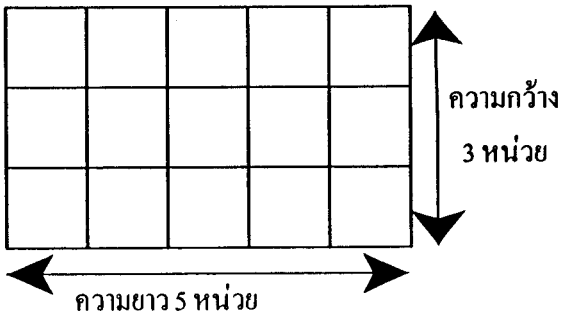
1) พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหาได้โดย นับหรือวัดจำนวนหน่วยของความกว้างคูณด้วยจำนวนหน่วยของความยาว



สูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า = ความกว้าง × ความยาว

ตัวอย่าง



พื้นที่ = กว้าง × ยาว

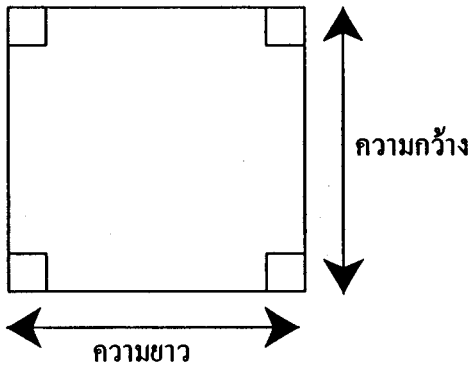
= 3 × 5

= 15 ตารางหน่วย

2) พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

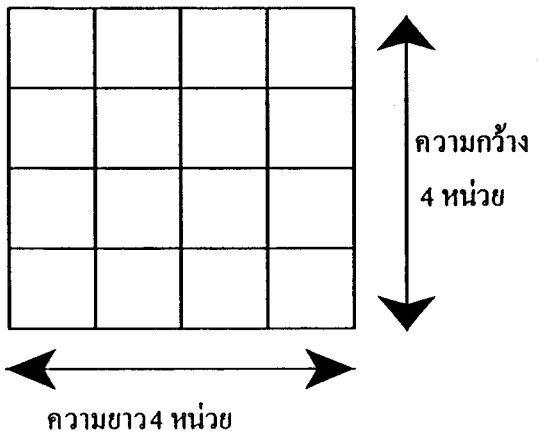
การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส คล้ายกับการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส จะมีด้านกว้างเท่ากับด้านยาว

ตัวอย่าง



สูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส = ความกว้าง × ความยาว

= ด้าน × ด้าน



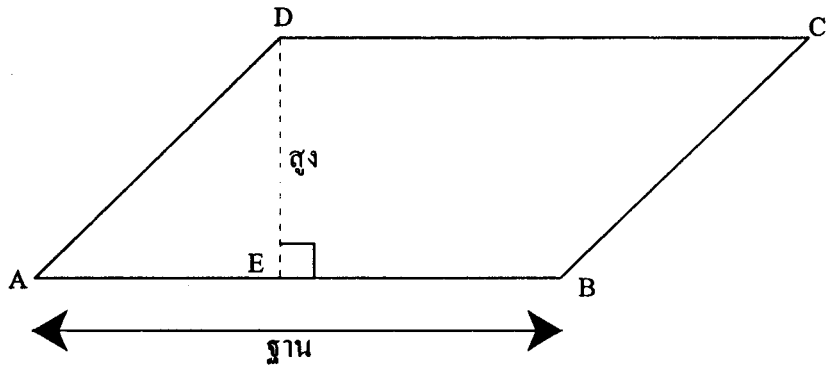
พื้นที่ = ด้าน × ด้าน

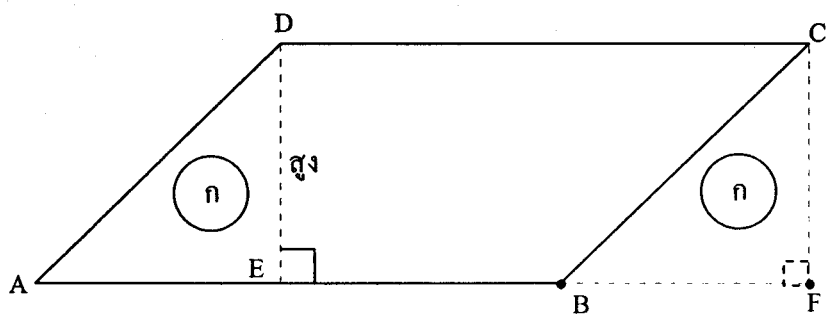
= 4 × 4

= 16 ตารางหน่วย

3) การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

การหาพื้นของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จะต้องทราบความสูงหรือเส้นตั้งฉากที่ลากจากจุดยอดจุดหนึ่งมาตั้งฉากกับฐาน





นำรูป Δ AED ไปซ้อนทับรูป Δ BFC จะได้ $\square$EFCD เป็นรูป $\square$ ผืนผ้า

พื้นที่ $\square$EFCD = กว้าง × ยาว

= ฐาน × สูง

= EF × FC

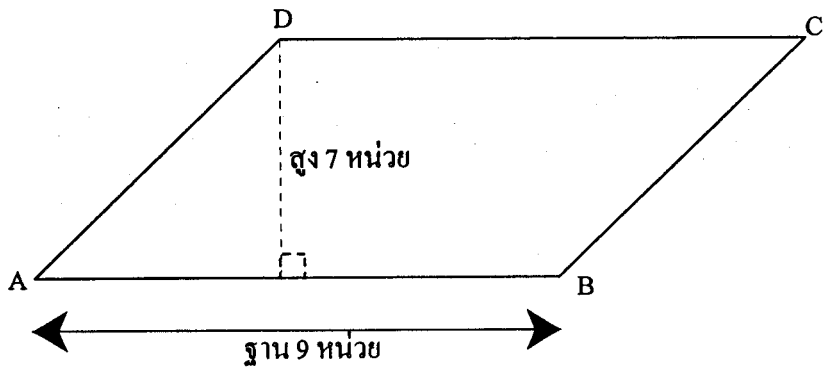
= AB × ED * EF = AB และ FC = ED

พื้นที่ $\square$EFCD = พื้นที่ $\square$ABCD

ดังนั้นพื้นที่ $\square$ABCD = AB × ED

= ฐาน × สูง

ตัวอย่าง



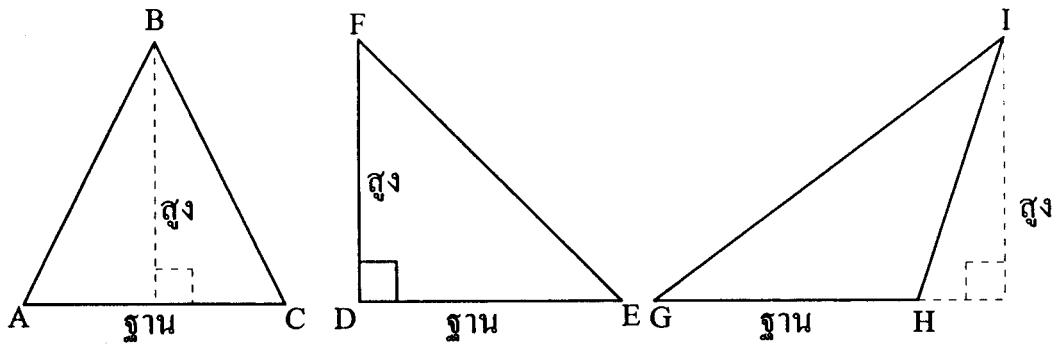
พื้นที่ = ฐาน × สูง

= 9 × 7

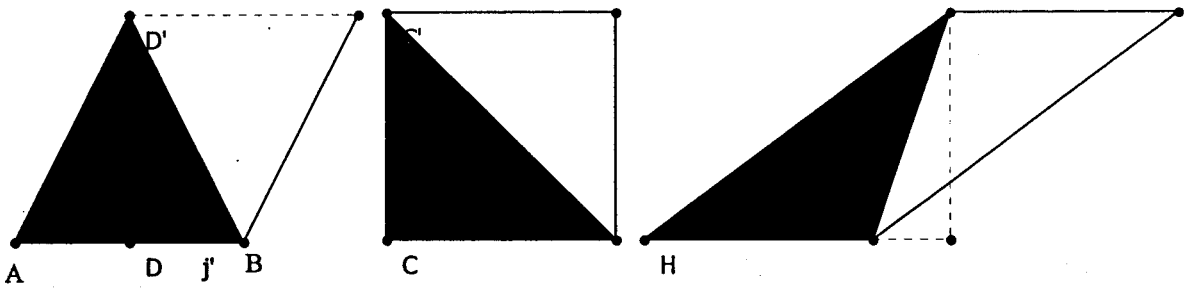
= 63 ตารางหน่วย

4) พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม

การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม จะต้องทราบความสูงหรือเส้นตั้งฉากที่ลากจากจุดยอด มาตั้งฉากกับฐาน

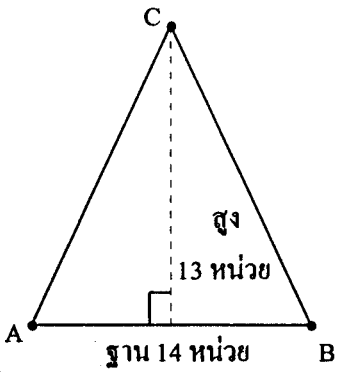


การหาสูตรในการคำนวณ ทำโดยสร้างแต่ละรูปให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ดังนั้นพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมจะเท่ากับครึ่งหนึ่งของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่สร้างขึ้นบนฐานที่เท่ากัน และมีความสูงเท่ากัน



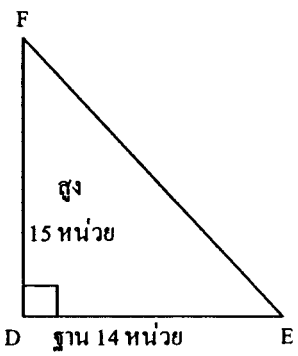
$$\text{พื้นที่} = \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$$

ตัวอย่าง



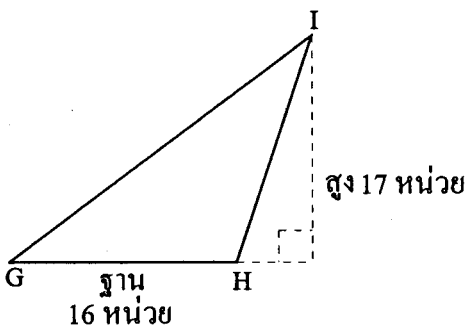
$$\text{พื้นที่ } \Delta ABC = \frac{1}{2} \times 14 \times 13$$

$$= 91 \quad \text{ตารางหน่วย}$$



$$\text{พื้นที่ } \Delta DEF = \frac{1}{2} \times 14 \times 15$$

$$= 105 \quad \text{ตารางหน่วย}$$



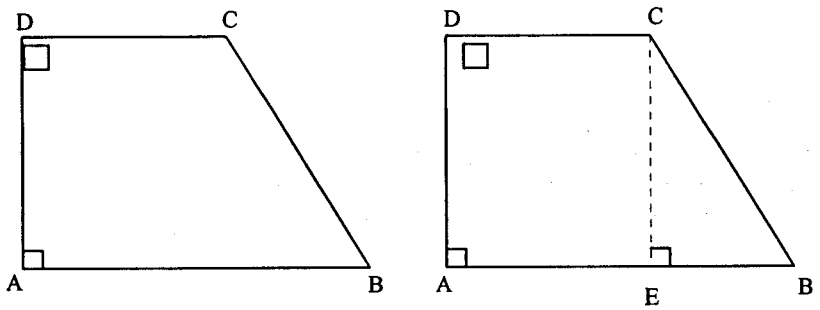
$$\text{พื้นที่ } \Delta GHI = \frac{1}{2} \times 16 \times 17$$

$$= 136 \quad \text{ตารางหน่วย}$$

5) พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู

รูปสี่เหลี่ยมคางหมู คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านขนานกันหนึ่งคู่

การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู หาได้โดยแบ่งรูปสี่เหลี่ยมคางหมูเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้วใช้สูตรหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก สรุปเป็นสูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูได้



5.1 พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู ABCD

พื้นที่ $\square ABCD$ = พื้นที่ $\square AECD$ + พื้นที่ ΔEBC

$$= (AE \times AD) + \left(\frac{1}{2} \times EB \times EC\right)$$

$$= (AE \times AD) + \left(\frac{1}{2} \times EB \times AD\right) \quad *EC=AD$$

$$= AD\left(AE + \frac{1}{2}EB\right)$$

$$= AD\left(\frac{2AE}{2} + \frac{1}{2}EB\right)$$

$$= AD\left(\frac{AE + AE}{2} + \frac{1}{2}EB\right)$$

$$= AD\left(\frac{DC + AE}{2} + \frac{1}{2}EB\right) \quad *AE=DC$$

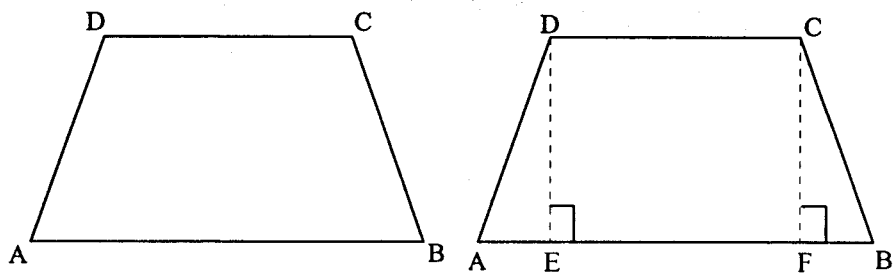
$$= AD\left(\frac{DC + AE + EB}{2}\right)$$

$$= AD\left(\frac{DC + AB}{2}\right) \quad *AE+EB=AB$$

$$= \frac{1}{2} \times AD \times (AB + DC)$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ผลบวกของด้านคู่ขนาน}$$

5.2



กำหนด $\square$ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู มีด้าน AB ขนานกับด้าน DC

พื้นที่ $\square$ABCD = พื้นที่ ΔAED + พื้นที่ $\square$EFCD + พื้นที่ ΔFBC

$$= \left(\frac{1}{2}\times AE\times ED\right)+(EF\times ED)+\left(\frac{1}{2}\times FB\times FC\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\times AE\times ED\right)+(EF\times ED)+\left(\frac{1}{2}\times FB\times ED\right) \quad *FC=ED$$

$$= ED\left[\left(\frac{1}{2}\times AE\right)+(EF)+\left(\frac{1}{2}\times FB\right)\right]$$

$$= ED\left[\left(\frac{AE}{2}\right)+\left(\frac{2EF}{2}\right)+\left(\frac{FB}{2}\right)\right]$$

$$= ED\left[\left(\frac{AE}{2}\right)+\left(\frac{EF+EF}{2}\right)+\left(\frac{FB}{2}\right)\right]$$

$$= ED\left[\left(\frac{AE}{2}\right)+\left(\frac{DC+EF}{2}\right)+\left(\frac{FB}{2}\right)\right] \quad *EF=DC$$

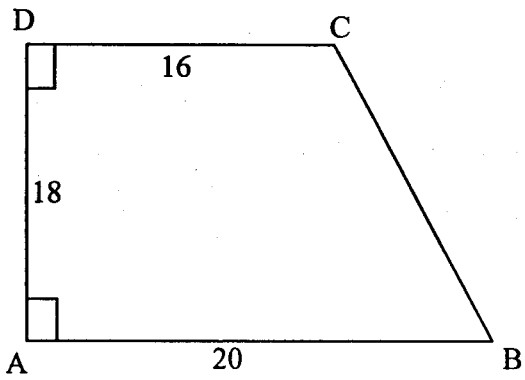
$$= ED\left[\left(\frac{AE+EF+FB+DC}{2}\right)\right]$$

$$= ED\left[\left(\frac{AB+DC}{2}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\times ED\times(AB+DC)$$

$$= \frac{1}{2}\times \text{สูง}\times \text{ผลบวกของด้านคู่ขนาน}$$

ตัวอย่างที่ 1

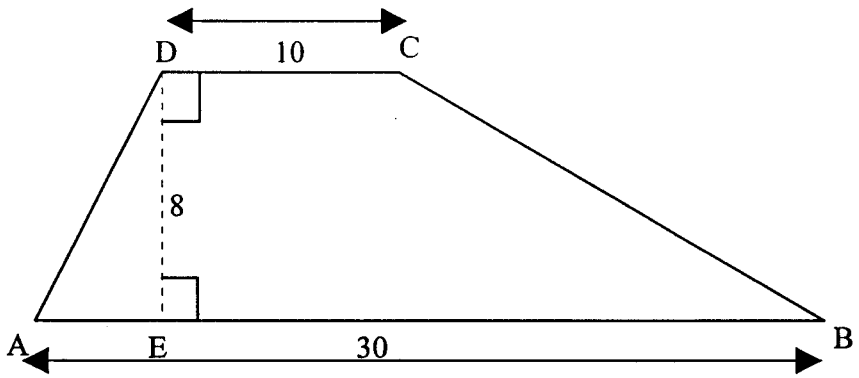


พื้นที่ $\square$ABCD $= \frac{1}{2} \times$ สูง $\times$ ผลบวกด้านคู่ขนาน

$= \frac{1}{2} \times 18 \times (20+16)$

$=$ 324 ตารางหน่วย

ตัวอย่างที่ 2



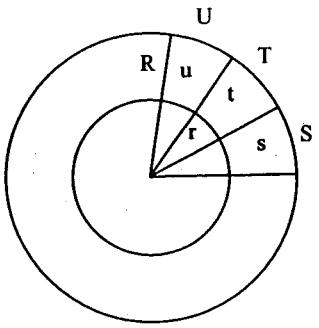
พื้นที่ $\square$ABCD $= \frac{1}{2} \times$ สูง $\times$ ผลบวกด้านคู่ขนาน

$= \frac{1}{2} \times 8 \times (30+10)$

$=$ 160 ตารางหน่วย

6) พื้นที่ของรูปวงกลม

การหาพื้นที่ของรูปวงกลม



จากรูป
วงกลมใหญ่มีรัศมี R
วงกลมเล็กมีรัศมี r
มีจุดศูนย์กลางร่วมกัน

แบ่งวงกลมใหญ่ออกเป็นส่วนโค้งที่เท่าๆ กัน

จะได้ $S = T = U = \ldots$

และ $s = t = u = \ldots$

จากหลักการของ Δ คล้ายกันจะได้

$$\frac{s}{r} = \frac{S}{R}$$
$$\frac{t}{r} = \frac{T}{R}$$
$$\frac{u}{r} = \frac{U}{R}$$
$$\vdots \qquad \vdots$$

ดังนั้น $\frac{s}{r}+\frac{t}{r}+\frac{u}{r}+\ldots = \frac{S}{R}+\frac{T}{R}+\frac{U}{R}+\ldots$

$$\frac{s+t+u+\ldots}{r} = \frac{S+T+U+\ldots}{R} = \text{ค่าคงที่}$$

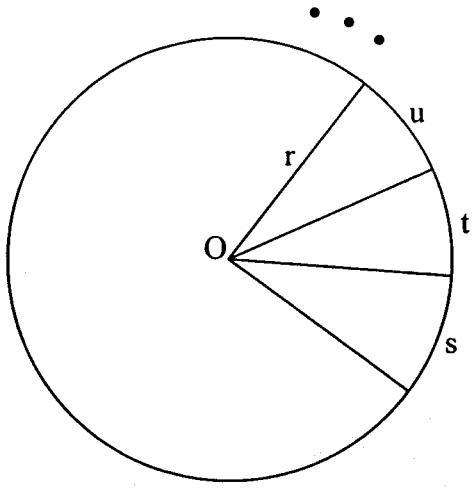
$$\frac{s+t+u+\ldots}{r} = \frac{S+T+U+\ldots}{R} = K$$

ถ้าแบ่งเส้นรอบวงแต่ละส่วน s, t, u, ... เล็กมากๆ

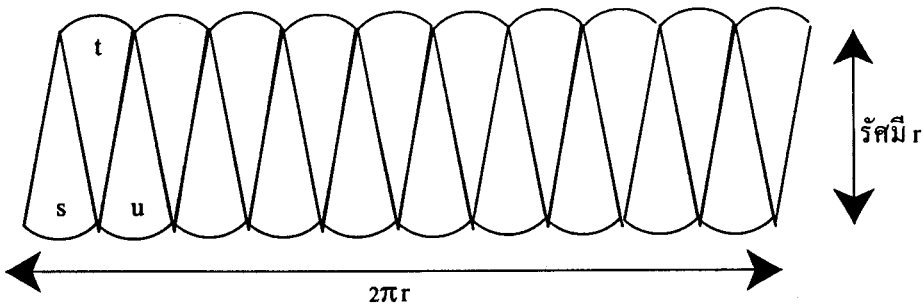
จะได้ $s+t+u+\ldots =$ เส้นรอบวง

ดังนั้น $\frac{\text{เส้นรอบวง}}{r} = K = 2\pi$

เส้นรอบวง $= 2\pi r$



เมื่อนำสามเหลี่ยมที่เท่าๆ กันมาเรียงต่อกัน



พื้นที่ $= (\text{จำนวนรูป } \Delta) \times \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$

$= \frac{1}{2} \times [(\text{จำนวนรูป} \Delta) \times \text{ฐาน}] \times \text{สูง}$

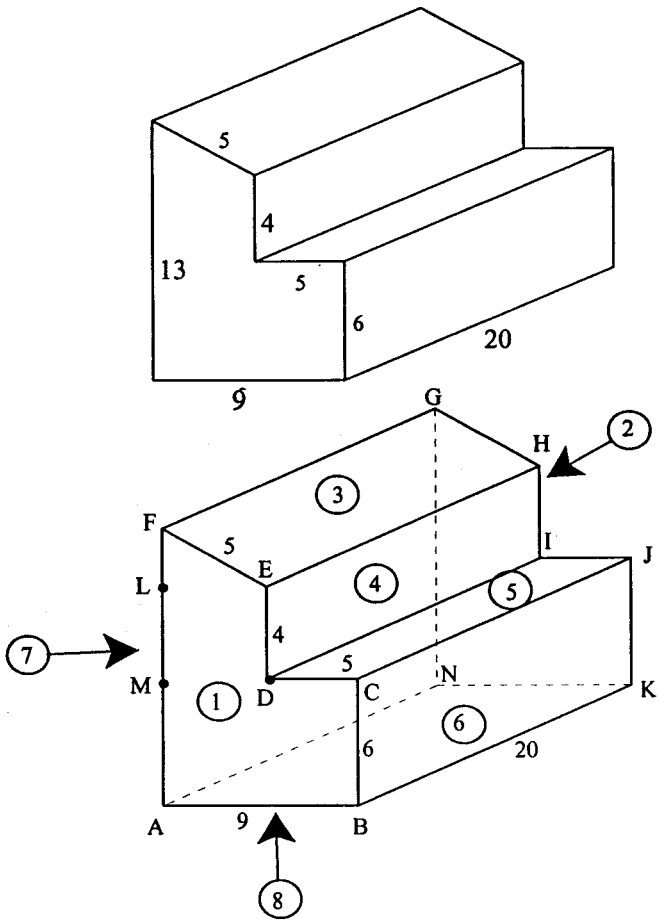
$= \frac{1}{2} \times \text{เส้นรอบวง} \times \text{สูง}$

$= \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r$

$= \pi r^2$

2.3.3 ตัวอย่างการประยุกต์เกี่ยวกับพื้นที่

ตัวอย่างที่ 1



AB = 9 หน่วย
AF = 13 หน่วย
BK = 20 หน่วย
FE = 5 หน่วย
ED = 4 หน่วย
DC = 5 หน่วย
CB = 6 หน่วย

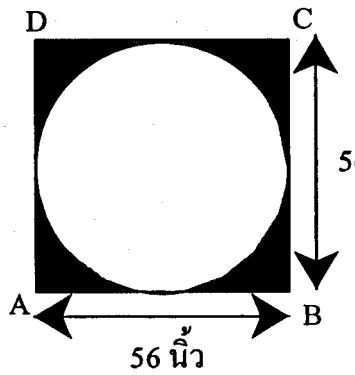
พื้นที่ ① คือรูปเหลี่ยม ABCDEFLMA = $\square$ABCM + $\square$MDEL + ΔLEF

$= (9\times6)+(4\times4)+\left(\frac{1}{2}\times4\times3\right)$

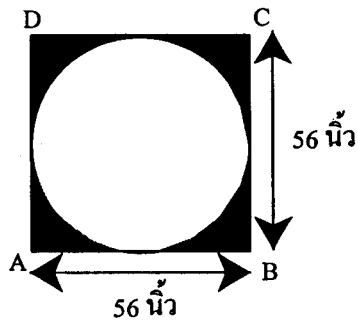
$= 76$ ตารางหน่วย

พื้นที่ ②	=พื้นที่ ①		= 76	ตารางหน่วย
พื้นที่ ③	= $\square$FEHG	= 5×20	= 100	ตารางหน่วย
พื้นที่ ④	= $\square$DIHE	= 4×20	= 80	ตารางหน่วย
พื้นที่ ⑤	= $\square$DCJI	= 5×20	= 100	ตารางหน่วย
พื้นที่ ⑥	= $\square$BKJC	= 6×20	= 120	ตารางหน่วย
พื้นที่ ⑦	= $\square$ANGF	= 13×20	= 260	ตารางหน่วย
พื้นที่ ⑧	= $\square$ABKN	= 9×20	= 180	ตารางหน่วย
		รวมพื้นที่ผิวทั้งหมด	992	ตารางหน่วย

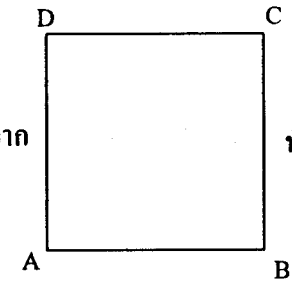
ตัวอย่างที่ 2



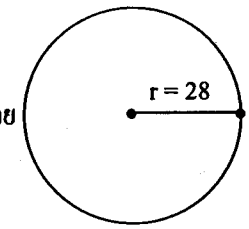
วงกลมบรรจุอยู่ในสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 56 นิ้ว ดังรูป จงหาพื้นที่แรเงา



หาได้จาก



หักออกด้วย



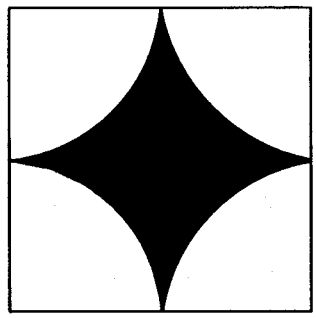
พื้นที่แรเงา หาได้จาก (พื้นที่ $\square ABCD$) หักออกด้วย (พื้นที่วงกลมรัศมี 28 นิ้ว)

$$\approx (56\times 56)-\left(\frac{22}{7}\times 28\times 28\right)$$

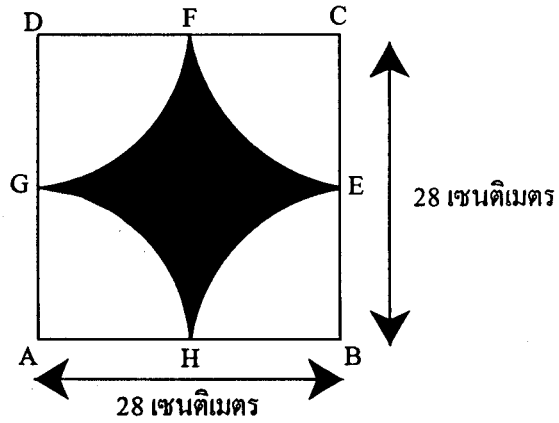
$$\approx 3136-2464$$

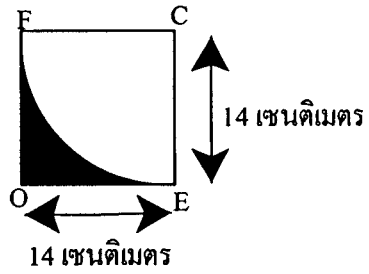
$$\approx 672 \text{ ตารางนิ้ว}$$

ตัวอย่างที่ 3



รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านยาวด้านละ 28 เซนติเมตร ดังรูป จงหาพื้นที่แรเงา





(พื้นที่แรเงา OEF) หาได้จาก $\left[\left(\text{พื้นที่OECF}\right)\text{หักออกด้วย}\left(\frac{1}{4}\text{ของพื้นที่วงกลมรัศมี14เซนติเมตร}\right)\right]$

ดังนั้นรูปแรเงาEFGH $\approx 4\times\left[\left(14\times14\right)-\left(\frac{1}{4}\times\frac{22}{7}\times14\times14\right)\right]$

$\approx 4\times\left[196-154\right]$

$\approx 4\times[42]$

$\approx$ 168 ตารางเซนติเมตร

บทที่ 3 ปริมาตร

3.1 แนวคิดเกี่ยวกับปริมาตร

ปริมาตร หมายถึง ปริมาณที่ใช้บอกขนาดความจุของวัตถุใดๆ มีหน่วยคำว่า "ลูกบาศก์" นำหน้า เช่น ลูกบาศก์นิ้ว ลูกบาศก์เซนติเมตร

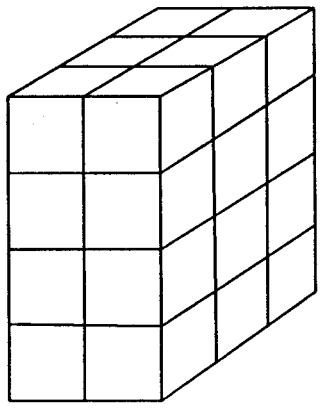
ปริมาตรของของแข็งจะคงที่และรูปร่างแน่นอน

ปริมาตรของของเหลวจะคงที่ แต่รูปทรงจะเปลี่ยนไปตามภาชนะ

ปริมาตรของแก๊สขนาดและรูปทรงจะไม่คงที่จะเปลี่ยนไปตามรูปของภาชนะ

การวัดปริมาตรของรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก หน่วยการวัด คือ ลูกบาศก์หน่วย หมายถึง รูปทรงสามมิติที่มีความกว้าง ความยาว และความสูงเป็นหนึ่งหน่วยเท่ากัน

ตัวอย่าง แท่งไม้มีความกว้าง 2 เซนติเมตร ความยาว 3 เซนติเมตร และความสูง 4 เซนติเมตร



ปริมาตรของแท่งไม้

= ความกว้าง × ความยาว × ความสูง

= 2 × 3 × 4

= 24 ลูกบาศก์เซนติเมตร

3.2 หน่วยการวัดปริมาตร

3.2.1 หน่วยการวัดปริมาตรในระบบเมตริก

1	ลูกบาศก์เซนติเมตร	เท่ากับ	1,000	ลูกบาศก์มิลลิเมตร
1	ลูกบาศก์เมตร	เท่ากับ	1,000,000	ลูกบาศก์เซนติเมตร
1	ลูกบาศก์เซนติเมตร	เท่ากับ	1	มิลลิลิตร
1	ลิตร	เท่ากับ	1,000	มิลลิลิตร
1	ลิตร	เท่ากับ	1,000	ลูกบาศก์เซนติเมตร (ซี.ซี.)
1,000	ลิตร	เท่ากับ	1	ลูกบาศก์เมตร

3.2.2 หน่วยการวัดปริมาตรในระบบอังกฤษ

3	ช้อนชา	เท่ากับ	1	ช้อนโต๊ะ
16	ช้อนโต๊ะ	เท่ากับ	1	ถ้วยตวง
1	ถ้วยตวง	เท่ากับ	8	ออนซ์

3.2.3 หน่วยการวัดในมาตราไทย

1	ถัง	เท่ากับ	20	ลิตร (ทะนานหลวง)
1	เกวียน	เท่ากับ	100	ถัง

3.2.4 หน่วยการวัดปริมาตร ในมาตราไทย เทียบกับระบบมาตราเมตริก

1	เกวียน	เท่ากับ	2	ลูกบาศก์เมตร
1	เกวียน	เท่ากับ	2,000	ลิตร
ข้าวสาร 1 ถัง	มีน้ำหนัก	เท่ากับ	15	กิโลกรัม
ข้าวสาร 1 กระสอบ	มีน้ำหนัก	เท่ากับ	100	กิโลกรัม

3.2.5 หน่วยการวัดปริมาตรในระบบอังกฤษเทียบกับระบบเมตริก (โดยประมาณ)

1	ช้อนชา	เท่ากับ	5	ลูกบาศก์เซนติเมตร
1	ถ้วยตวง	เท่ากับ	240	ลูกบาศก์เซนติเมตร

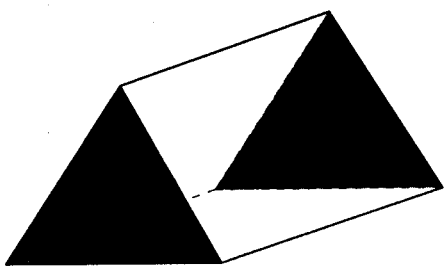
ตัวอย่างที่ 1 แม่ชงนมให้น้องดื่มวันละ 3 ขวด ขวดละ 8 ออนซ์ ในแต่ละวัน น้องดื่มนม กี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

เนื่องจาก	8	ออนซ์	เท่ากับ	1	ถ้วยตวง
นม 3 ขวด ขวดละ	8	ออนซ์	คิดเป็นนม	3	ถ้วยตวง
และเนื่องจาก	1	ถ้วยตวง	เท่ากับ	240	ลูกบาศก์เซนติเมตร
ดังนั้นนม	3	ถ้วยตวง	คิดเป็นนม	$3\times240=720$	ลูกบาศก์เซนติเมตร

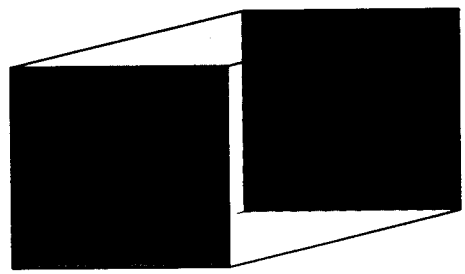
นั้นคือ น้องดื่มนมวันละ 720 ลูกบาศก์เซนติเมตร

3.3 การประยุกต์เกี่ยวกับปริมาตร

3.3.1 ปริมาตรของปริซึม



ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า



ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ปริซึม คือ รูปทรงเรขาคณิตสามมิติ ที่ฐานหรือรูปหน้าตัดเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการอยู่ในระนาบที่ขนานกันซึ่งไม่อยู่ในระนาบเดียวกัน อย่างน้อย 1 คู่ และด้านข้างแต่ละด้าน เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เรียกชื่อปริซึมชนิดต่างๆ ตามลักษณะของฐาน หรือพื้นที่หน้าตัดที่ขนานกันของปริซึม ดังตัวอย่าง

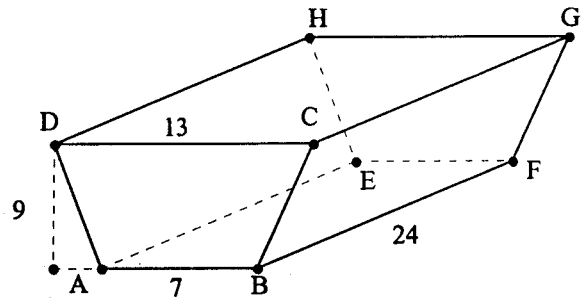
ปริมาตรของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก = กว้าง × ยาว × สูง

= (กว้าง × ยาว) สูง

= พื้นที่ฐาน × สูง

ดังนั้น ปริมาตรของปริซึม = พื้นที่ฐาน × สูง

ตัวอย่างที่ 1



จากรูป จงหาปริมาตรของปริซึมสี่เหลี่ยมคางหมู

พื้นที่ฐานหรือพื้นที่หน้าตัด คือสี่เหลี่ยมคางหมู ABCD

ปริมาตร = พื้นที่ฐาน × สูง

$$= \left[\frac{1}{2}\times 9\times(7+13)\right]\times 24$$

= 2,160 ลูกบาศก์หน่วย

3.3.2 ปริมาตรของทรงกระบอก

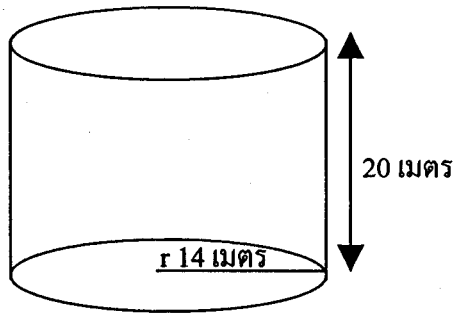
รูปทรงกระบอก ก็คือ รูปปริซึมวงกลมนั่นเอง

ปริมาตรของทรงกระบอก = พื้นที่ฐาน × สูง

$= \pi r^2 \times h$

$= \pi r^2 h$

ตัวอย่างที่ 2 ถังเก็บน้ำทรงกระบอกขนาดใหญ่ มีรัศมียาว 14 เมตร สูง 20 เมตร จะเก็บน้ำมันได้กี่ลูกบาศก์เมตร



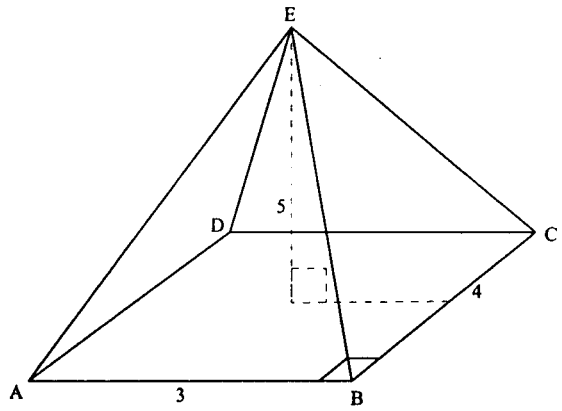
$$\begin{aligned} \text{ปริมาตร} &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= \pi r^2 h \\ &\approx \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 20 \\ &\approx 12{,}320 \text{ ลูกบาศก์เมตร} \end{aligned}$$

3.3.3 ปริมาตรของพีระมิด

เนื่องจากปริซึมมีปริมาตร = พื้นที่ฐาน × สูง

เมื่อทดลองทำพีรามิดที่มีฐานและความสูงเท่าปริซึมและนำไปทดสอบตวงทราย โดยนำ พีระมิดตักทรายใส่ปริซึม ผลปรากฏว่าต้องตักทรายใส่ปริซึม 3 ครั้งจึงจะได้ทรายเต็มปริซึมพอดี ดังนั้น ปริมาตรพีระมิด $= \frac{1}{3} \times$ พื้นที่ฐาน × สูง

ตัวอย่างที่ 3 พีรามิดสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 3 เมตร ยาว 4 เมตร สูง 5 เมตร จะมีปริมาตรเท่าใด



$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรพีรามิด} &= \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= \frac{1}{3} \times (3 \times 4) \times 5 \\ &= 20 \text{ ลูกบาศก์เมตร} \end{aligned}$$

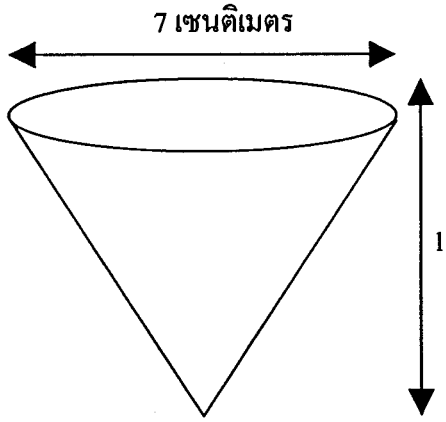
3.3.4 ปริมาตรของกรวย

เช่นเดียวกันกับพีรามิด ปริมาตรทรงกรวยเท่ากับหนึ่งในสามของปริมาตรทรงกระบอก

ปริมาตรกรวย $= \frac{1}{3}$ ปริมาตรทรงกระบอก

$= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

ตัวอย่างที่ 4 **ลูกดิ่งทองเหลืองตันมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 7 เซนติเมตร สูง 10 เซนติเมตร จะมีปริมาตรของทองเหลืองเท่าใด**



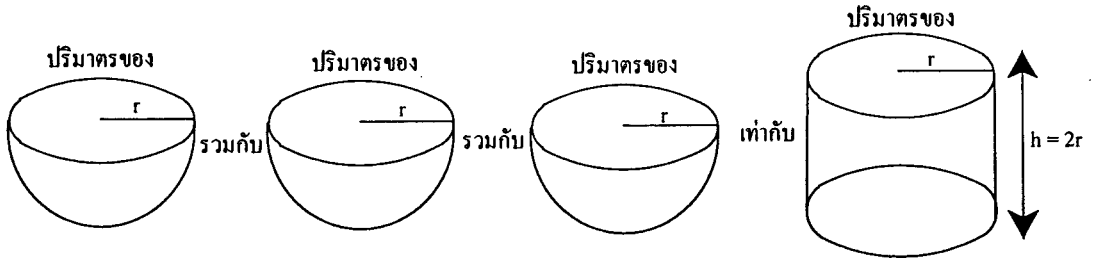
ปริมาตร $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$\approx \frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times\left(\frac{7}{2}\times\frac{7}{2}\right)\times 10$

$\approx$ 128.3 ลูกบาศก์เซนติเมตร

3.3.5. ปริมาตรทรงกลม

ทำการทดลองโดยนำฟุตบอลพลาสติกมาผ่าครึ่งลูก และนำกระดาษแข็งสร้างทรงกระบอกให้มีรัศมีเท่ากับรัศมีของลูกฟุตบอล และมีความสูงเป็น 2 เท่าของรัศมีของลูกฟุตบอล นำลูกฟุตบอลพลาสติกครึ่งลูกดังกล่าวตักทรายใส่ทรงกระบอก จะได้ 3 ครั้ง เต็มทรงกระบอกพอดี



3 เท่าของครึ่งปริมาตรวงกลม = ปริมาตรทรงกระบอก

$3\times(\frac{1}{2}$ ปริมาตรทรงกลม) = ปริมาตรทรงกระบอก

$\frac{3}{2}$ ปริมาตรทรงกลม = ปริมาตรทรงกระบอก

$\frac{3}{2}$ ปริมาตรทรงกลม = $\pi r^2(2r)$

ปริมาตรทรงกลม = $\frac{2}{3}\pi r^3(2r)$

ปริมาตรทรงกลม = $\frac{4}{3}\pi r^3$

ตัวอย่างที่ 5 แท็งก์น้ำรูปทรงกลม วัดรัศมีภายในได้ยาว 2 เมตร จะจุน้ำได้กี่ลิตร

ปริมาตรทรงกลม = $\frac{4}{3}\pi r^3$

$\approx \frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times2\times2\times2$

$\approx$ 38,808 ลูกบาศก์เมตร

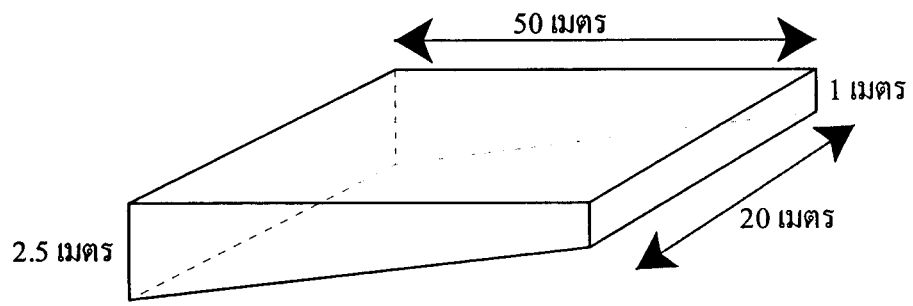
เนื่องจาก 1 ลูกบาศก์เมตร เท่ากับ 1,000 ลิตร

ดังนั้น แท็งก์ใบนี้จุน้ำ $\approx$ 38,808 × 1000

$\approx$ 38,808 ลิตร

3.3.6 โจทย์ตัวอย่างการประยุกต์เกี่ยวกับปริมาตร

ตัวอย่างที่ 6 สระว่ายน้ำกว้าง 20 เมตร ยาว 50 เมตร ด้านน้ำตื้นมีความลึก 1 เมตร ด้านน้ำลึกมีความลึก 2.50 เมตร การล้างสระว่ายน้ำแต่ละครั้ง ต้องเปลี่ยนน้ำใหม่ครั้งละกี่ลิตร



ปริมาตร = พื้นที่หน้าตัด × ยาว

หรือ = พื้นที่ฐาน × สูง

ปริมาตรน้ำ = $\left[\frac{1}{2}\times 50(1+2.5)\right]\times 20$

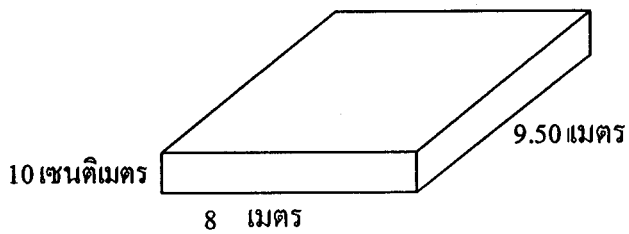
= $\frac{1}{2}\times 50\times 3.5\times 20$

= 1,750 ลูกบาศก์เมตร

เนื่องจาก 1 ลูกบาศก์เมตร เท่ากับ 1,000 ลิตร

ดังนั้นเปลี่ยนน้ำในสระว่ายน้ำต้องใช้น้ำ 1,750× 1,000 = 1750,000 ลิตร

ตัวอย่างที่ 7 นายบุญมาต้องการสร้างลานคอนกรีตสำหรับตากเมล็ดกาแฟเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 8 เมตร ยาว 9.50 เมตร คอนกรีตหนา 10 เซนติเมตร ต้องใช้คอนกรีตปริมาณเท่าใด

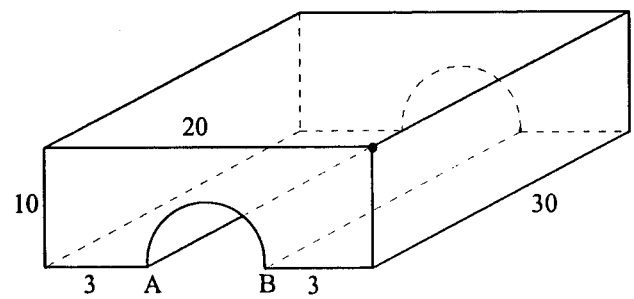


ปริมาตรคอนกรีต = กว้าง×ยาว×สูง

= $8\times 9.5\times \frac{10}{100}$

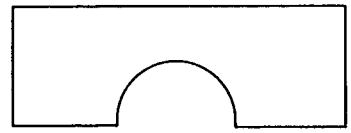
= 7.6 ลูกบาศก์เมตร

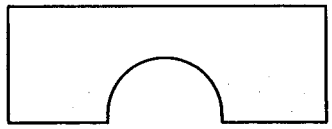
ตัวอย่างที่ 8



$\overset{\frown}{AB}$ = ครึ่งวงกลม

จากรูป จงหาปริมาตร

พื้นที่ฐานหรือพื้นที่หน้าตัดของปริซึม คือ 

 หาได้จาก หักออกด้วย

$$\approx \quad (10\times 20) - \frac{1}{2}\left(\frac{22}{7}\right)(7\times 7)$$

$$\approx \quad (200) - (77)$$

$$\approx \quad 123 \text{ ตารางหน่วย}$$

ปริมาตร $=$ พื้นที่ฐาน $\times$ สูง

$$\approx \quad 123 \times 30$$

$$\approx \quad 3{,}690 \text{ ลูกบาศก์หน่วย}$$

บทที่ 3
สรุปการเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติม
และข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้าอิสระครั้งนี้เป็นการเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 ซึ่งในบทนี้จะกล่าวถึง การสรุปการเขียนและข้อเสนอแนะ มีรายละเอียด ดังนี้

1. สรุปการเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติมและข้อเสนอแนะ

การเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 มีวัตถุประสงค์ วิธีเขียน และขั้นตอนการเขียน และผลงานการเขียน ดังนี้

1.1 วัตถุประสงค์

1.1.1 เพื่อเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3

1.1.2 เพื่อศึกษาความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญต่อหนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3

1.2 วิธีการเขียนหนังสือ

การเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชา คณิตศาสตร์ เรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียน ช่วงชั้นที่ 3 มีวิธีการศึกษาและรวบรวมข้อมูลดังนี้

1.2.1 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระวิชาคณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 3 โดยเลือกสาระที่ 2 การวัด มาเป็นขอบเขตของเนื้อหา

1.2.2 ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับเรื่องการวัด ตามขอบเขตของเนื้อหาในระดับช่วงชั้นที่ 3 ค้นคว้า สรุป และประมวลกับประสบการณ์การสอนของผู้ศึกษา จนได้เนื้อหาสาระ นำมาเรียบเรียงเป็นความเรียง

1.2.3 ศึกษาเอกสาร แนวคิดเกี่ยวกับการเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติม โดยศึกษารูปแบบองค์ประกอบและขั้นตอนการเขียน เพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางในการเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติมที่มีความน่าสนใจ

1.3 ขั้นตอนการสร้างหนังสืออ่านเพิ่มเติม จากการศึกษาแนวทางในการเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติม ผู้ศึกษาได้ดำเนินการเขียนตามขั้นตอน ดังนี้

1.3.1 การกำหนดโครงสร้าง โดยนำเนื้อหาที่รวบรวมจากแหล่งข้อมูลต่างๆ ตามขอบเขตที่ระบุไว้ในมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระวิชาคณิตศาสตร์ สาระที่ 2 ช่วงชั้นที่ 3 มาจัดแบ่งเป็นบท โดยมีการเรียงลำดับตามลักษณะของเนื้อหาที่ต้องการเรียนรู้ก่อนหลัง และเนื้อหาของแต่ละบท จะแบ่งเป็นหน่วยย่อยในลักษณะเดียวกัน

1.3.2 การร่างต้นแบบหนังสือ ในการร่างต้นแบบหนังสือ ผู้ศึกษาได้กำหนดรูปแบบการเขียนและส่วนประกอบของเอกสาร ดังนี้

1) รูปแบบการเขียน ได้จัดเรียงเนื้อหาของเอกสาร โดยการแบ่งเนื้อหาเป็นแต่ละบท มีภาพประกอบช่วยความเข้าใจ แต่ละบทแบ่งเป็นหน่วยย่อยในรูปแบบเดียวกัน ในการจัดรูปแบบเอกสาร จะยึดความถูกต้องตามหลักวิชาการ

2) ส่วนประกอบของเอกสาร ได้กำหนดส่วนของหนังสืออ่านเพิ่มเติม ดังนี้ ปกนอก ปกใน คำนำ สารบัญ เนื้อเรื่อง บรรณานุกรม

3) การใช้ภาษา ภาษาที่ใช้เขียนในหนังสืออ่านเพิ่มเติมเป็นสิ่งสำคัญ เพราะมีผลให้ผู้อ่านได้เกิดความเข้าใจ และนำความรู้ไปปฏิบัติได้ถูกต้อง ดังนั้น จึงต้องใช้ภาษาให้ถูกต้องตามหลักภาษาไทย มีการเรียงลำดับข้อความให้อ่านเข้าใจง่าย ใช้ภาษาเขียนไม่ซับซ้อน เข้าใจง่าย ในส่วนของการ์ตูนประกอบ เลือกใช้ภาษาที่อยู่ในวัยเดียวกับผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความสนใจและเพลิดเพลินกับการอ่านมากขึ้น

4) การตรวจสอบต้นร่างของหนังสืออ่านเพิ่มเติม นำหนังสืออ่านเพิ่มเติมที่แก้ไขแล้วให้ผู้เชี่ยวชาญประเมิน โดยใช้แบบประเมินหนังสืออ่านเพิ่มเติมที่ปรับปรุงมาจากแบบประเมินเอกสารประกอบการเรียนวิชาหลักสถิติ เรื่องสถิติพรรณนา สำหรับนักศึกษามหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลตะวันออก วิทยาเขตจันทบุรี ของ บุราณี ระเบียบ (2549)

*5) วิเคราะห์ผลจากแบบประเมินและปรับปรุง*ตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ แล้วส่งเอกสารที่ปรับปรุงให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจเพื่อจัดทำฉบับสมบูรณ์

1.4 ผลการเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติม

การประเมินคุณภาพของหนังสืออ่านเพิ่มเติม โดยผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหา โดยแบบประเมินหนังสืออ่านเพิ่มเติมที่เขียนขึ้น ผู้เขียนได้นำความเห็นของผู้เชี่ยวชาญมาวิเคราะห์และหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยตั้งเกณฑ์การพิจารณา ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย	4.51	-	5.00	หมายถึง	ระดับความคิดเห็นมากที่สุด
คะแนนเฉลี่ย	3.51	-	4.50	หมายถึง	ระดับความคิดเห็นมาก
คะแนนเฉลี่ย	2.51	-	3.50	หมายถึง	ระดับความคิดเห็นปานกลาง
คะแนนเฉลี่ย	1.51	-	2.50	หมายถึง	ระดับความคิดเห็นน้อย
คะแนนเฉลี่ย	1.00	-	1.50	หมายถึง	ระดับความคิดเห็นน้อยที่สุด

โดยใช้เกณฑ์คะแนนเฉลี่ยตั้งแต่ 3.51 ขึ้นไป ถือว่าหนังสืออ่านเพิ่มเติมที่สร้างขึ้นมีความเหมาะสมมาก

ตารางที่ 3.1 แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับความถูกต้องของเนื้อหา จากผู้เชี่ยวชาญ 4 ท่านที่มีต่อหนังสืออ่านเพิ่มเติม วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3

เนื้อหา		จำนวนผู้เชี่ยวชาญ		หมายเหตุ
		ถูกต้อง	ไม่ถูกต้อง	
หน่วยที่ 1	**ความยาว**			
1.1	แนวคิดเกี่ยวกับการวัดความยาว	4		
1.2	หน่วยการวัดความยาว	4		
1.3	การประยุกต์เกี่ยวกับความยาว	4		
หน่วยที่ 2	**พื้นที่**			
1.1	แนวคิดเกี่ยวกับการวัดพื้นที่	4		
1.2	หน่วยการวัดพื้นที่	4		
1.3	การประยุกต์เกี่ยวกับพื้นที่	4		
หน่วยที่ 3	**ปริมาตร**			
1.1	แนวคิดเกี่ยวกับการวัดปริมาตร	4		
1.2	หน่วยการวัดปริมาตร	4		
1.3	การประยุกต์เกี่ยวกับปริมาตร	4		

จากตารางที่ 3.1 ความเห็นเกี่ยวกับความถูกต้องของเนื้อหาจากผู้เชี่ยวชาญ 4 ท่าน ที่มีต่อหนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 สรุปได้ว่า หนังสือที่เขียนขึ้นมีความถูกต้อง

ตารางที่ 3.2 แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับหนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 จาก ผู้เชี่ยวชาญ 4 ท่าน

ความคิดเห็นเกี่ยวกับหนังสืออ่านเพิ่มเติม	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ระดับความคิดเห็น
ก. เนื้อหาสาระ			
1. การแบ่งบทและหัวเรื่องมีความเหมาะสม	4.50	0.50	มาก
2. เนื้อหาครอบคลุมหัวเรื่องที่กำหนด	4.25	0.43	มาก
3. การจัดลำดับเนื้อหามีความเหมาะสม	4.00	0.00	มาก
4. การนำเสนอเนื้อหามีความชัดเจนเข้าใจง่าย	4.00	0.00	มาก
5. เนื้อหาเหมาะสมกับระดับนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น	4.75	0.43	มากที่สุด
6. ตัวอย่างที่นำเสนอมีเนื้อหาน่าสนใจ	4.25	0.43	มาก
ข. การนำเสนอรูปภาพชัดเจน	3.75	0.50	มาก
ค. คุณค่าและประโยชน์ที่ได้รับ			
1. เนื้อหามีสาระและประโยชน์สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษา ช่วงชั้นที่ 3	4.25	0.43	มาก
2. นำความรู้จากหนังสืออ่านเพิ่มเติมไปประยุกต์ใช้ได้	4.25	0.50	มาก
3. หนังสืออ่านเพิ่มเติมส่งเสริมการเรียนรู้ด้วยกระบวนการศึกษาหาความรู้ด้วยตนเอง	5.00	0.00	มากที่สุด

จากตารางที่ 3.2 ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญเกี่ยวกับหนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 จากผู้เชี่ยวชาญทั้ง 4 คน สรุปได้ว่า หนังสืออ่านเพิ่มเติมที่เขียนขึ้น เป็นหนังสือที่มีเนื้อหาสาระ มีรูปภาพที่ชัดเจน คุณค่าและประโยชน์อยู่ในระดับเหมาะสมมาก

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากการเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติม

1.5.1 ได้หนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตรที่จัดทำเป็นรูปเล่มเรียบร้อยสะดวกแก่การศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง

1.5.2 เป็นแนวทางในการเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาอื่นๆต่อไป

2. ข้อเสนอแนะ

2.1 ผลการเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติมครั้งนี้ เป็นแนวทางในการเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติมอื่นๆ ให้ครอบคลุมรายวิชา

2.2 ควรมีการเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติมให้ครบกลุ่มสาระวิชาการเรียนรู้ทั้ง 8 กลุ่มสาระ

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

กรมวิชาการ (2546) *ผังมโนทัศน์และสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544* กรุงเทพมหานคร โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (2545) *คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์* กรุงเทพมหานคร โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.)

กระทรวงศึกษาธิการ (2545) *หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544* พิมพ์ครั้งที่ 3 กรุงเทพมหานคร โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว

กัลยา คำเงิน (2547) "การสร้างหนังสืออ่านเพิ่มเติมรายวิชา ว 306 เรื่องเขตห้ามล่าสัตว์ป่าหนองบงคาย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนราชประชานุเคราะห์ 15 จังหวัดเชียงราย" การศึกษาค้นคว้าอิสระปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

จินตนา ใบกาซูยี (2525) "การจัดทำหนังสือเพิ่มเติมสำหรับท้องถิ่น" *วารสารวิจัยทางการศึกษา* 12, 1 (มกราคม-มีนาคม): 109-133

_____. (2534) *การจัดทำหนังสือสำหรับเด็ก* กรุงเทพมหานคร สุวีริยาสาสน์

_____. (2542) "การเขียนหนังสือสำหรับเด็ก" ใน *เทคนิคการเขียน การพิมพ์และการเผยแพร่ผลงานทางวิชาการ* มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

จุฑามาศ สุขเกษม (2546) "การพัฒนาหนังสืออ่านเพิ่มเติมเรื่องสงขลาบ้านเรา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4" การศึกษาค้นคว้าอิสระปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

ชญานี ขัตติยะมาน (2544) "รายงายการวิจัยเรื่องการพัฒนาหนังสือเสริมประสบการณ์ทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สงขลา" (อัดสำเนา)

ชนันติตา ฉัตรทอง และคณะ (2548) *คณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 1* กรุงเทพมหานคร อักษรเจริญทัศน์

ชม ภูมิภาค (2524) *เทคโนโลยีการสอนและการศึกษา* กรุงเทพมหานคร ประสานมิตร

ชิบายามา ทัตซุจิ (2548) *การ์ตูนคณิตศาสตร์ลำดับที่ 3 พื้นที่มหัศจรรย์* แปลโดย ยุวดี เชี่ยววัฒนา กรุงเทพมหานคร อัมรินทร์พริ้นติ้งแอนด์พับลิชชิ่ง

ณรงค์ ทองปาน (2526) *การสร้างหนังสือสำหรับเด็ก* กรุงเทพมหานคร ภาคพัฒนาตำราเอกสารวิชาการหน่วยศึกษานิเทศก์ กรมการฝึกหัดครู

ถวัลย์ มาศจรัส (2525) "การ์ตูนกับการสอน" *ประชาศึกษา* 33, 8 (พฤษภาคม): 4-8

นภาลัย สุวรรณธาดา และคณะ (2548) *การเขียนผลงานทางวิชาการและบทความ* กรุงเทพมหานคร ภาพพิมพ์

บันลือ พฤกษวัน (2524) *วรรณกรรมกับเด็ก* กรุงเทพมหานคร ไทยวัฒนาพานิช

บุราณี ระเบียบ (2549) "การพัฒนาเอกสารประกอบการสอนวิชาหลักสถิติ เรื่องสถิติพรรณนา สำหรับนักศึกษามหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลตะวันออก วิทยาเขตจันทบุรี" การศึกษาค้นคว้าอิสระปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

ประภาศรี กรเกษม (2533) "การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภาษาอังกฤษของนักเรียนชั้นประถมปีที่ 6 ที่เรียนจากหนังสือการ์ตูนประกอบบทเรียนกับวิธีการสอนตามแผนการสอนของกระทรวงศึกษาธิการ" ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2539) "คณิตศาสตร์ของไทย" ใน *เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์* หน่วยที่ 12 หน้า 534-550 นนทบุรี มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช สาขาวิชาศึกษาศาสตร์

ปานรวี ยงยุทธวิชัย และคณะ (2548) *การเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติม* กรุงเทพมหานคร ธารอักษร

พร้อมพรรณ อุดมสิน และคณะ (2547) *ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์* กรุงเทพมหานคร บพิธการพิมพ์

พิชากร แปลงประสพโชค (2545) "การใช้สื่อการสอนทางคณิตศาสตร์" ใน *เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์* หน่วยที่ 8 หน้า 99-115 นนทบุรี มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช สาขาวิชาศึกษาศาสตร์

ยรรยง ทรัพย์สุขอำนวย (2529) *วิชาการสำรวจ* กรุงเทพมหานคร (อัดสำเนา)

ยุพิน พิพิธกุล และคณะ (2541) *คู่มือเตรียมสอบคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น* กรุงเทพมหานคร เดอะบุคส์

เยาวดี วิบูลย์ศรี (2531) "อิทธิพลของสภาพแวดล้อมและภูมิหลังของเด็กที่มีต่อการพัฒนาเชิงความคิดเหตุผลในไทย" *วิธีวิทยาวิจัย* 3, 3 (กันยายน-ตุลาคม): 6

เลิศ สิทธิโกศล (2545) *สูตรและครูคณิตศาสตร์แผนใหม่ ม.ต้น 1-2-3* กรุงเทพมหานคร สกายบุ๊คส์

วัชรินทร์ วิทยกุล (2530) *การรังวัดภูมิประเทศและการก่อสร้าง* กรุงเทพมหานคร ฟิสิกส์เซ็นเตอร์การพิมพ์

วิชัย เยี่ยงวีรชน (2548) *การสำรวจ รังวัด ทฤษฎีและการประยุกต์* กรุงเทพมหานคร สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทวัส ขัตติยะมาน (2536) "การสร้างหนังสืออ่านเพิ่มเติมเรื่องการอนุรักษ์สัตว์ป่าสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4" ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต ค ณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

วิสิทธิ์ โรจน์พจนรัตน์ (2546) *พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติฉบับที่ 2 พ.ศ. 2545 , พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ.2545, พระราชบัญญัติการศึกษาภาคบังคับ พ.ศ. 2545* กรุงเทพมหานคร พัฒนาศึกษา

สุชิน ทำมาหากิน (2544) *รวมสูตรคณิตศาสตร์ ม. 1-2-3* กรุงเทพมหานคร พัฒนาศึกษา

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายนามผู้เชี่ยวชาญ และแบบประเมินหนังสืออ่านเพิ่มเติม

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

1.	**ชื่อ**	นางสาวขวัญใจ ภาณุศรี
	สถานที่ทำงาน	โรงเรียนนิรมลชุมพร
	วุฒิการศึกษา	ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต(การสอนคณิตศาสตร์)
		มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
	ประสบการณ์/ความชำนาญ	อาจารย์ประจำหมวดวิชาคณิตศาสตร์ สอนระดับมัธยมศึกษา
2.	**ชื่อ**	นายภิญโญ พูลสวัสดิ์
	สถานที่ทำงาน	โรงเรียนบ้านห้วยน้ำพุ
		จังหวัดประจวบคีรีขันธ์
	วุฒิการศึกษา	การศึกษามหาบัณฑิต(คณิตศาสตร์)
		มหาวิทยาลัยนเรศวร
	ประสบการณ์/ความชำนาญ	รองผู้อำนวยการโรงเรียนชำนาญการ
3.	**ชื่อ**	นายกิจจา ศรีแสง
	สถานที่ทำงาน	โรงเรียนบ้านกระโตน
		จังหวัดประจวบคีรีขันธ์
	วุฒิการศึกษา	ศึกษาศาสตรบัณฑิต
		มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
	ประสบการณ์/ความชำนาญ	ครูคศ. 3 ชำนาญการพิเศษ(คณิตศาสตร์)
4.	**ชื่อ**	นายธนธรณ์ เวหาธรนาวี
	สถานที่ทำงาน	องค์การบริหารส่วนตำบลทรายทอง
		จังหวัดประจวบคีรีขันธ์
	วุฒิการศึกษา	ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต(หลักสูตรและการสอน)
		มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
	ประสบการณ์/ความชำนาญ	หัวหน้าส่วนการศึกษา อบต.ทรายทอง

แบบประเมินหนังสืออ่านเพิ่มเติม
วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความยาว พื้นที่ และปริมาตร
สำหรับผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหา

คำชี้แจง 1. หนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3

2. ขอบข่ายของการเขียนหนังสืออ่านเพิ่มเติมคือ

บทที่ 1 ความยาว

บทที่ 2 พื้นที่

บทที่ 3 ปริมาตร

ตอนที่ 1 ความคิดเกี่ยวกับความถูกต้องของเนื้อหา

ขอให้ท่านพิจารณาเนื้อหาในแต่ละเรื่องว่ามีความถูกต้องหรือไม่ โดยเขียน ✓ ลงในช่องที่กำหนดให้ หากมีเนื้อหาใดไม่ถูกต้อง ขอให้ท่านระบุในข้อเสนอแนะ

เนื้อหา		ถูกต้อง	ไม่ถูกต้อง	ข้อเสนอแนะ
หน่วยที่ 1	**ความยาว**			
1.1	แนวคิดเกี่ยวกับการวัดความยาว			
1.2	หน่วยการวัดความยาว			
1.3	การประยุกต์เกี่ยวกับความยาว			
หน่วยที่ 2	**พื้นที่**			
1.1	แนวคิดเกี่ยวกับการวัดพื้นที่			
1.2	หน่วยการวัดพื้นที่			
1.3	การประยุกต์เกี่ยวกับพื้นที่			
หน่วยที่ 3	**ปริมาตร**			
1.1	แนวคิดเกี่ยวกับการวัดปริมาตร			
1.2	หน่วยการวัดปริมาตร			
1.3	การประยุกต์เกี่ยวกับปริมาตร			

ตอนที่ 2 ความคิดเกี่ยวกับหนังสืออ่านเพิ่มเติม

โปรดเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่าน

ความคิดเห็นเกี่ยวกับหนังสืออ่านเพิ่มเติม	ระดับความคิดเห็น				
	มากที่สุด 5	มาก 4	ปานกลาง 3	น้อย 2	น้อยที่สุด 1
ก. เนื้อหาสาระ					
1. การแบ่งบทและหัวเรื่องมีความเหมาะสม					
2. เนื้อหาครอบคลุมหัวเรื่องที่กำหนด					
3. การจัดลำดับเนื้อหามีความเหมาะสม					
4. การนำเสนอเนื้อหามีความชัดเจนเข้าใจง่าย					
5. เนื้อหาเหมาะสมกับระดับนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น					
6. ตัวอย่างที่นำเสนอมีเนื้อหาน่าสนใจ					
ข. การนำเสนอรูปภาพชัดเจน					
ค. คุณค่าและประโยชน์ที่ได้รับ					
1. เนื้อหามีสาระและประโยชน์สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษา ช่วงชั้นที่ 3					
2. นำความรู้จากหนังสืออ่านเพิ่มเติมไปประยุกต์ใช้ได้					
3. หนังสืออ่านเพิ่มเติมส่งเสริมการเรียนรู้ด้วยกระบวนการศึกษาหาความรู้ด้วยตนเอง					

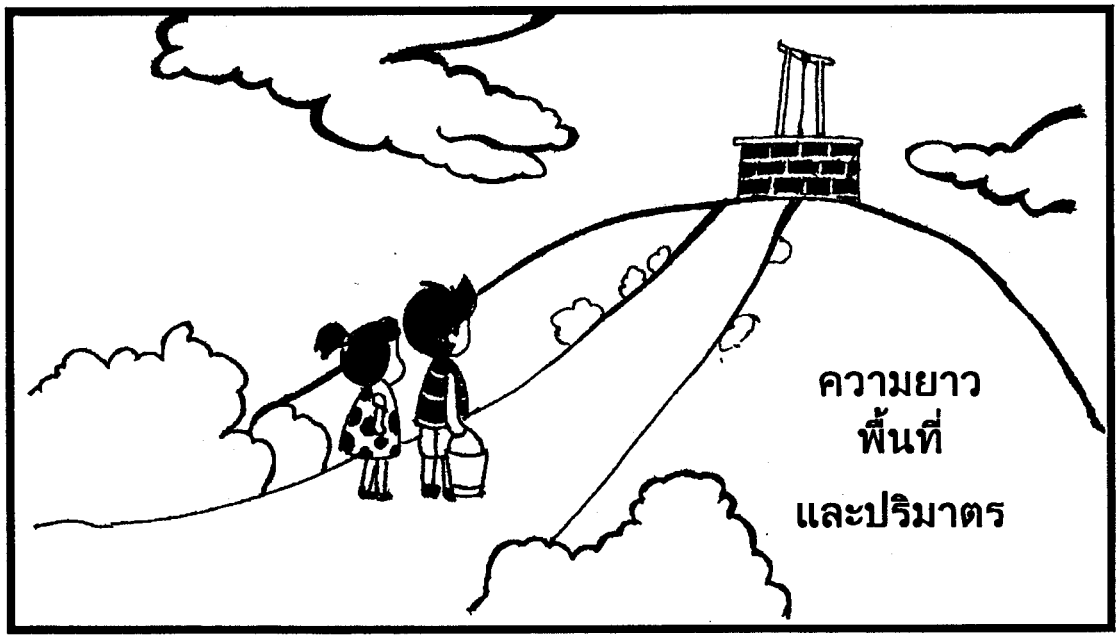
ภาคผนวก ข

รูปเล่มหนังสืออ่านเพิ่มเติม

หนังสืออ่านเพิ่มเติม

วิชาคณิตศาสตร์เรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร

สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3



นายชาญณรงค์ เลาหบุตร

หนังสืออ่านเพิ่มเติม

วิชาคณิตศาสตร์เรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร

สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3

นายชาญณรงค์ เลาหบุตร

พ.ศ. 2552

คำนำ

ตามที่กระทรวงศึกษาธิการมีนโยบายส่งเสริมสนับสนุนให้ครูและบุคคลากรทางการศึกษาผลิตและพัฒนาสื่อเรียนรู้ ประเภทสื่อสิ่งพิมพ์ หนังสือสิ่งพิมพ์ เพื่อให้ความรู้แก่ผู้เรียนในด้านต่างๆ ที่สอดคล้องกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 โดยมีเนื้อหาสาระที่หลากหลายตามสภาพความเป็นจริงของแต่ละท้องถิ่น จุดเด่นที่สำคัญของหนังสืออ่านเพิ่มเติมคือ ครูและบุคลากรทางการศึกษา สามารถนำเรื่องราวที่มีคุณค่าและมีประโยชน์มาเขียนเป็นหนังสือเพิ่มเติมได้ทุกกลุ่มสาระการเรียนรู้ โดยมีสาระอิงหลักสูตรสำหรับให้นักเรียนอ่านเพื่อศึกษาหาความรู้เพิ่มเติมด้วยตนเองตามความเหมาะสมของวัย และความสามารถในการอ่านของแต่ละบุคคล

หนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 นี้ เป็นหนังสือที่มีเนื้อหาสาระกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับช่วงชั้นที่ 3 เพื่อช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจ สามารถเชื่อมโยงความรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร ได้ด้วยตนเองและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณประธานกรรมการ และกรรมการสอบการศึกษาค้นคว้าอิสระ อาจารย์ที่ปรึกษา คณาจารย์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราชทุกท่าน และผู้เชี่ยวชาญที่ได้ประเมินความคิดเห็นเกี่ยวกับหนังสืออ่านเพิ่มเติมเล่มนี้ ทำให้หนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 สำเร็จด้วยดี

ชาญณรงค์ เลาหบุตร
มีนาคม 2552

สารบัญ

หน้า

คำนำ ..... ก

บทที่ 1 ความยาว 1

1.1 แนวคิดเกี่ยวกับการวัดความยาว 1

1.2 หน่วยการวัดความยาว 10

1.3 การประยุกต์เกี่ยวกับความยาว 14

บทที่ 2 พื้นที่ 22

2.1 แนวคิดเกี่ยวกับการวัดพื้นที่ 22

2.2 หน่วยการวัดพื้นที่ 22

2.3 การประยุกต์เกี่ยวกับพื้นที่ 27

บทที่ 3 ปริมาตร 70

3.1 แนวคิดเกี่ยวกับการวัดปริมาตร 70

3.2 หน่วยการวัดปริมาตร 71

3.3 การประยุกต์เกี่ยวกับปริมาตร 72

บรรณานุกรม 79

บทที่ 1

ความยาว

1.1 แนวคิดเกี่ยวกับความยาว

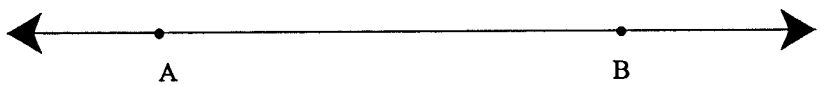
1.1.1 ความยาว หมายถึงระยะห่างระหว่างจุดสองจุดหรือปริมาณที่บอกระยะทางจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง การวัดความยาวหรือวัดระยะ สามารถทำได้หลายวิธี ขึ้นอยู่กับความต้องการและความละเอียดของงานมากน้อยเพียงใด และนำไปใช้สำหรับวัตถุประสงค์ของงานอะไร การวัดความยาวเป็นการวัดในหนึ่งมิติ ความยาวประกอบด้วยจุด (Points) เส้นตรง (Lines) และระนาบ (Planes) ซึ่งทั้งสามคำนี้เป็นคำที่ไม่มีนิยาม (อนิยาม) หรือไม่ให้คำอธิบายที่บอกความหมาย ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) จุด ใช้บอกตำแหน่งไม่กล่าวถึงความกว้างและความยาว ดังภาพที่ 1

ภาพที่ 1 แสดงถึงจุด P

จากภาพที่ 1 จุดPเขียนแทนด้วย Pจุดที่เขียนนี้ ไม่ใช่จุดจริงๆ แต่เป็นรูปหรือสัญลักษณ์แทนจุดเท่านั้น ในทางเรขาคณิตใช้จุดเพื่อแสดงตำแหน่งเท่านั้น

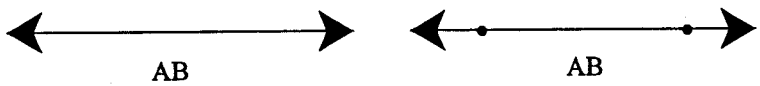
2) เส้นตรง ไม่กล่าวถึงความกว้างและมีความยาวไม่จำกัด สามารถต่อออกไปทั้งสองข้างไม่มีที่สิ้นสุด ดังภาพที่ 2

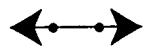


ภาพที่ 2 แสดงเส้นตรง AB

จากภาพที่ 2 เส้นตรง AB เขียนแทนด้วย $\overleftrightarrow{AB}$ เส้นตรงAB สามารถเรียกว่าเส้นตรง BAและเขียนแทนด้วย $\overleftrightarrow{BA}$ สัญลักษณ์ของเส้นตรงมีหัวลูกศรทั้งสองข้าง หัวลูกศรสองข้าง

แสดงว่า เส้นตรงที่ความยาวไม่จำกัด สามารถต่อเส้นตรงออกไปในทิศทางของหัวลูกศรทั้งสองข้างไม่มีที่สิ้นสุด ในทางปฏิบัติสามารถเขียนรูปแทนเส้นตรงโดยไม่ต้องเขียนสัญลักษณ์ • บนเส้นตรง คือ



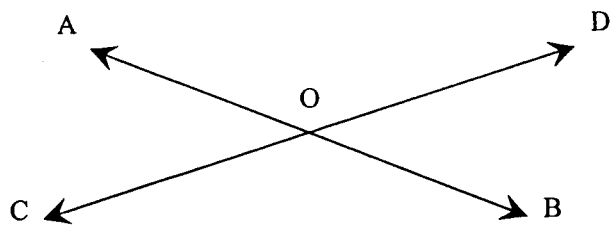
ภาพที่ 3 แสดงการเขียนเส้นตรง AB ด้วย แทน 

<u>สมบัติของจุดและเส้นตรง</u>

1. มีเส้นตรงเพียงเส้นเดียวเท่านั้นที่ลากผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้

ภาพที่ 4 แสดงการลากเส้นตรงผ่านจุด X และจุด Y ได้ 1 เส้นเท่านั้น

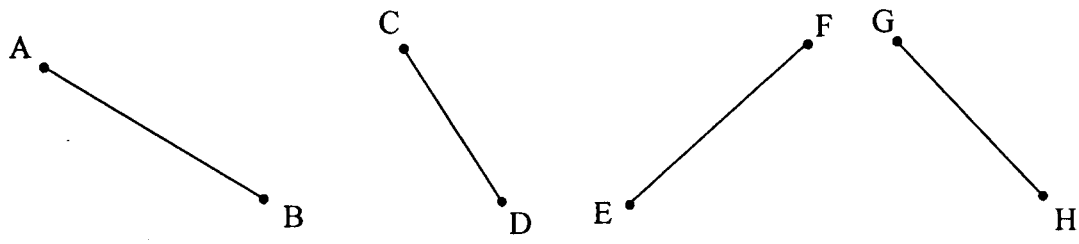
2. เส้นตรงสองเส้นตัดกันที่จุดจุดเดียวกันเท่านั้น



ภาพที่ 5 แสดงการตัดกันของเส้นตรง AB และเส้นตรง CD ที่จุด O จุดเดียว

จุดและเส้นตรงนำไปใช้ในการนิยามรูปเรขาคณิตพื้นฐาน เช่น ส่วนของเส้นตรง รังสี มุม

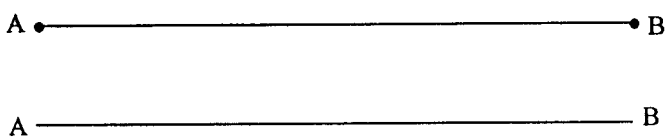
<u>ส่วนของเส้นตรง</u>



ภาพที่ 6 แสดงส่วนของเส้นตรง AB, CD, EF และ GH ตามลำดับ

<u>บทนิยาม</u> ส่วนของเส้นตรง คือส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่มีจุดปลายสองจุด

ในการเขียนส่วนของเส้นตรง ต้องกำหนดจุดปลายสองจุด

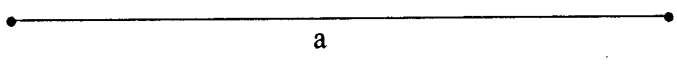


ภาพที่ 7 แสดงการเขียนส่วนของเส้นตรง AB ในทางปฏิบัติไม่ต้องเขียนจุดปลายบนส่วนของเส้นตรง

ส่วนของเส้นตรง AB เขียนแทนด้วย $\overline{AB}$

ส่วนของเส้นตรง AB สามารถเรียกว่าส่วนของเส้นตรง BA และเขียนแทนด้วย $\overline{BA}$ ได้ความยาว $\overline{AB}$ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $m(\overline{AB})$ หรือ AB เช่น ความยาวของส่วนของเส้นตรง AB เท่ากับ 5 เซนติเมตร เขียนแทนด้วย $m(\overline{AB}) = 5$ เซนติเมตร หรือ AB = 5 เซนติเมตร

บางครั้งใช้อักษรตัวพิมพ์เล็กในภาษาอังกฤษแทนความยาวของส่วนของเส้นตรง เช่น



ภาพที่ 8 แสดงการเขียนตัวอักษรตัวพิมพ์เล็กในภาษาอังกฤษแทนความยาวของส่วนของเส้นตรง

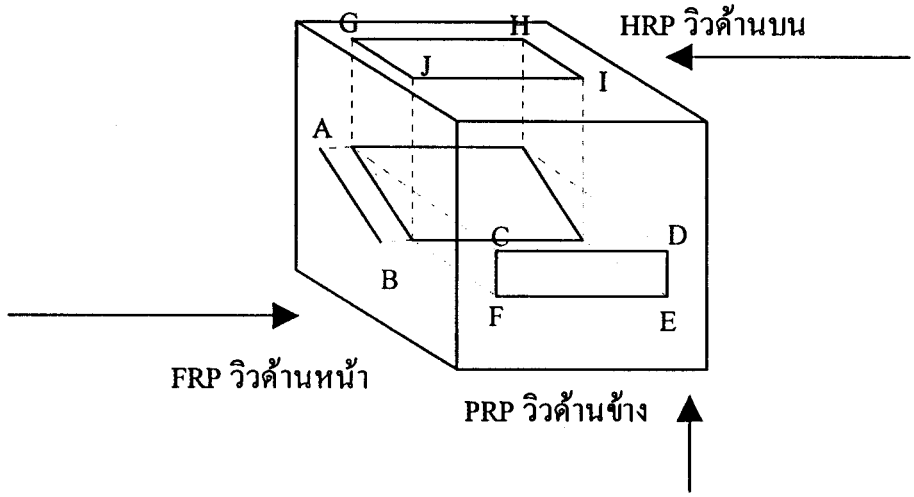
3) ระนาบ เป็นผิวแบนเรียบ สามารถทดสอบความแบนเรียบได้โดยลากส่วนของเส้นตรงสองจุดใดๆ ส่วนของเส้นตรงเหล่านี้ทั้งหมดจะอยู่บนผิวแบนราบเดียวกัน สิ่งที่มีลักษณะเป็นระนาบ เช่น พื้นโต๊ะ กระดานดำ เป็นต้น

ระนาบที่ใช้ในเรขาคณิตหรือที่เรียกว่าระนาบอ้างอิงมี 3 ระนาบ คือ

1. ระนาบอ้างอิงด้านหน้า (Front Reference Plane เขียนย่อว่า FRP) วิวที่เขียนลงบนระนาบนี้เรียกว่า วิวด้านหน้า (Front View)

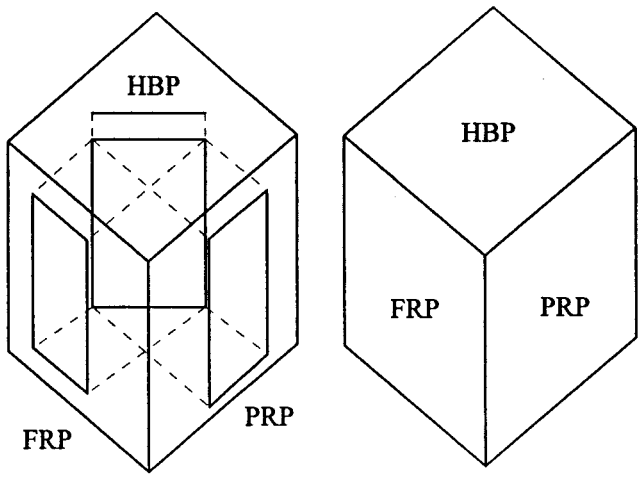
2. ระนาบอ้างอิงด้านข้าง (Profile Reference Plane เขียนย่อว่า PRP) วิวที่เขียนลงบนระนาบนี้เรียกว่า วิวด้านข้าง (Side View)

3. ระนาบอ้างอิงระดับ (Horizontal Reference Plane เขียนย่อว่า HRP) วิวที่เขียนลงบนระนาบด้านนี้เรียกว่า วิวด้านบน (Top View)

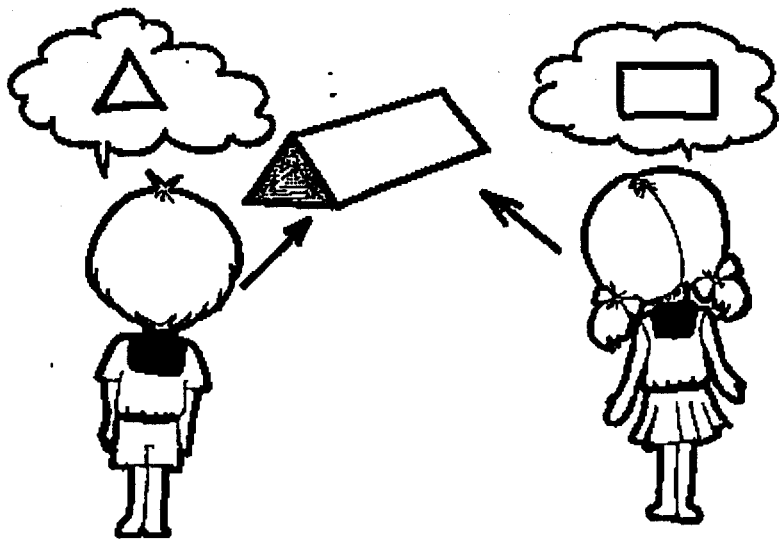


ภาพที่ 9 แสดงรูปที่มองเห็นรูปสี่เหลี่ยม

วิวด้านหน้า เห็นเป็นรูปส่วนของเส้นตรง AB
วิวด้านข้าง เห็นเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก CDEF
วิวด้านบน เห็นเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก GHIJ



ภาพที่ 10 แสดงรูปการมองทั้ง 3 วิว เป็นตัวอย่างเพิ่มเติม

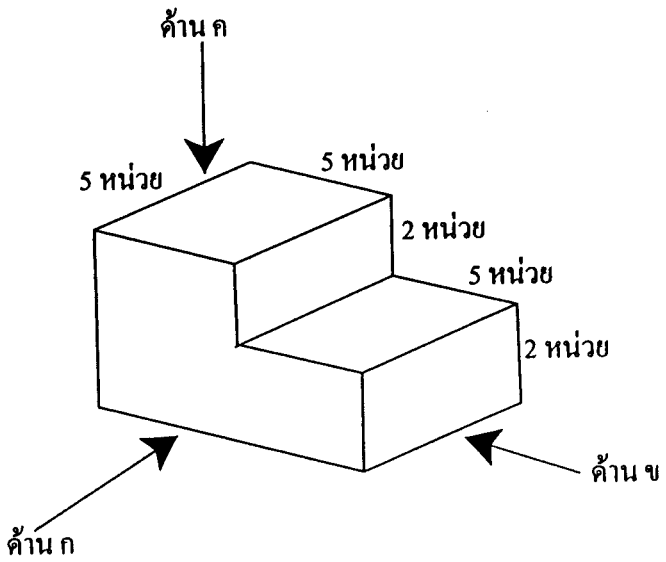


ภาพที่ 11 แสดงการมองปริซึมฐานสามเหลี่ยมของนักเรียนชาย และนักเรียนหญิง โดยให้แนวสายตา ตั้งฉากกับด้านที่มองเห็นดังนี้

นักเรียนชายมองเห็นเป็นรูปสามเหลี่ยม

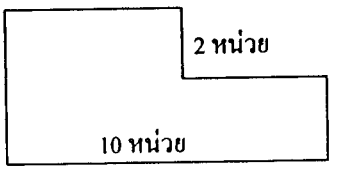
นักเรียนหญิงมองเห็นเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

การเขียนภาพที่ได้จากการมองวัตถุทางด้านต่างๆในแนวตั้งฉากกับด้านที่มองเห็น ใช้ เส้นทึบ แสดงเฉพาะขอบนอกและขอบอื่นๆที่มองเห็น

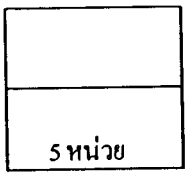


ภาพที่ 12 แสดงการมองรูปเรขาคณิต

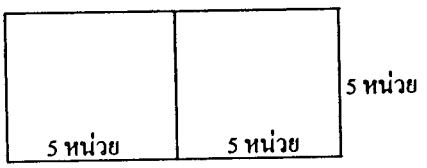
วิวด้าน ก ด้านหน้าเห็นเป็นรูป



วิวด้าน ข ด้านข้างเห็นเป็นรูป



วิวด้าน ค ด้านบนจะเห็นเป็นรูป



1.1.2 ความเป็นมาของการวัดความยาว

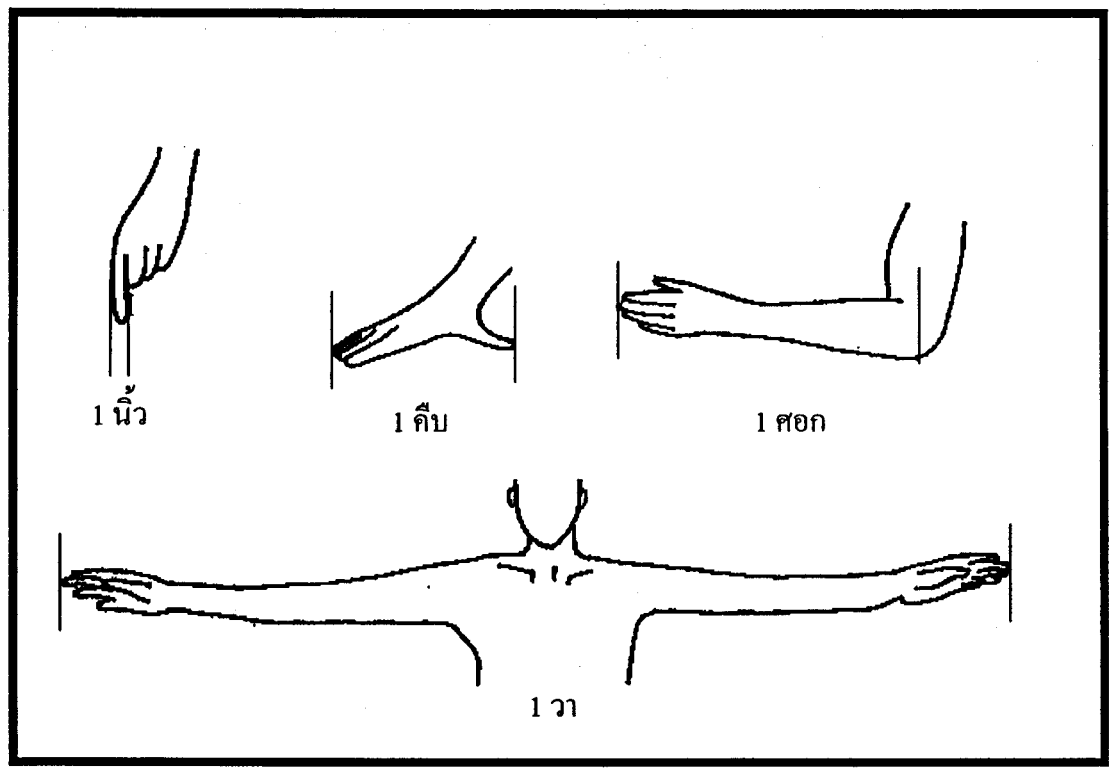
ในสมัยโบราณมนุษย์ไม่มีเครื่องมือที่เป็นมาตรฐานเกี่ยวกับการวัดความยาว การสื่อความหมายเกี่ยวกับการวัดความยาวจึงอาศัยสิ่งแวดล้อมตามธรรมชาติหรือ กิจกรรมที่ทำเป็นกิจวัตรเป็นเครื่องมือในการบอกความยาว ซึ่งเป็นการสื่อความหมายที่ได้จากการสังเกตและการคาดคะเนอย่างหยาบๆ ทำให้บางครั้งเกิดปัญหาการสื่อความหมายไม่ตรงกัน เช่น

หมู่บ้านนาทุ่งอยู่ไกลจากที่นี่เท่ากับเสียงช้างร้อง
ภูเขาข้างวัดสูงประมาณสามเสาไฟฟ้า
สวนทุเรียนบ้านคุณปู่ความยาวโดยรอบประมาณเดินครึ่งวัน

การสื่อสารความหมายเกี่ยวกับการวัดความยาวได้มีการวิวัฒนาการเรื่อยมาตามยุคสมัยทำให้ต้องมีหน่วยการวัดและเครื่องมือที่ใช้วัดที่ชัดเจน เพื่อสื่อความหมายได้ตรงกับกิจกรรมที่ต้องใช้การวัดความยาว เช่น การทำเครื่องมือเครื่องใช้ การสร้างที่อยู่อาศัย การขุดคลอง การสร้างเขื่อน การทำถนน งานวิศวกรรม และงานสถาปัตยกรรมต่างๆ ต้องใช้การวัดความยาวที่มีความละเอียดมากขึ้น

การวัดความยาวต้องมีเครื่องมือในการวัดโดยเริ่มใช้สิ่งที่มีอยู่ในธรรมชาติ เช่น คู้งน้ำ เมล็ดพืช อวัยวะต่างๆของร่างกาย หน่วยวัดความยาวกำหนดจากเครื่องมือที่ใช้วัด หน่วยการวัดของคนไทยกำหนดจากส่วนต่างๆ ของร่างกาย เช่น

1. ความกว้างของนิ้วๆ หนึ่งมีความยาวเท่ากับ 1 นิ้ว
2. ความกว้างจากปลายนิ้วโป้งถึงปลายนิ้วก้อยเมื่อเหยียดนิ้วทั้งสองออกไปในทิศทางตรงข้ามกันมีระยะความยาวเท่ากับ 1 คืบ
3. ระยะความยาวจากโคนข้อศอกถึงปลายนิ้วกลางเท่ากับ 1 ศอก
4. ระยะความยาวจากปลายนิ้วกลางของมือข้างหนึ่ง ถึงปลายนิ้วกลางของมืออีกข้างหนึ่ง เมื่อเหยียดแขนทั้งสองข้างออกไปทั้งสองข้างของลำตัว มีความยาวเท่ากับ 1 วา



ภาพที่ 13 แสดงหน่วยวัดความยาวจากอวัยวะของร่างกาย

การวัดความยาวของไทยแต่โบราณวัดกันเป็น นิ้ว คืบ ศอก และวา โดยกำหนดให้ความยาวของหน่วยต่างๆมีความสัมพันธ์ดังนี้

12	นิ้ว เป็น	1	คืบ
2	คืบ	เป็น	1 ศอก
4	ศอก	เป็น	1 วา

การวัดความยาวที่ต้องการความละเอียดมากขึ้น มีการกำหนดหน่วยวัดความยาวเพิ่มเติม เรียกว่า มาตราวัดความยาวโดยวิธีประเพณี(มาตราไทย) เช่น

2	หุน	เป็น	1 กระเบียด
4	กระเบียด	เป็น	1 นิ้ว
1	นิ้ว	เป็น	8 หุน
12	นิ้ว	เป็น	1 คืบ
2	คืบ	เป็น	1 ศอก
4	ศอกเป็น	1	วา
20	วา	เป็น	1 เส้น
400	เส้น	เป็น	1 โยชน์

การบอกความยาว (ระยะทาง) อย่างหยาบๆ ทำให้เข้าใจไม่ตรงกัน ต่อมามีการคมนาคม ติดต่อสื่อสารมากขึ้นจึงมีการพัฒนาหน่วยการวัดและเครื่องมือวัดให้เกิดความเข้าใจตรงกัน แต่การใช้หน่วยอ้างอิงจากอวัยวะของร่างกายของแต่ละชุมชนยาวไม่เท่ากัน จึงมีการพัฒนาหน่วยการวัดและเครื่องมือวัดให้เป็นมาตรฐานสากลที่ใช้อยู่ ทำให้ง่ายในการเปลี่ยนหน่วยไปมาระหว่างหน่วยต่างๆในหน่วยการวัดเดียวกัน หน่วยการวัดระบบเมตริก เป็นระบบที่นิยมใช้กันทั่วโลก ในเวลาต่อมาถือว่าเป็นหน่วยการวัดระบบสากล

<u>ระบบอังกฤษ</u> กำหนดหน่วยการวัดความยาวเป็น นิ้ว ฟุต หลาและไมล์เป็นต้น

<u>ระบบเมตริก</u> ถือกำเนิดปี พ.ศ. 2336 ที่ประเทศฝรั่งเศส กำหนดหน่วยวัดความยาวเป็น มิลลิเมตร เซนติเมตร เมตร กิโลเมตร เป็นต้น

ในปีพ.ศ. 2466 ซึ่งตรงกับสมัยของพระบาทสมเด็จพระมงกุฎเกล้าเจ้าอยู่หัว ได้มีการออกพระราชบัญญัติมาตราชั่ง ตวง วัด กำหนดให้การชั่ง การตวงและการวัด ใช้หน่วยวัดระบบเมตริก และกำหนดให้มีการแปลงหน่วยการวัดต่างๆ ตามประเพณีเพื่อเทียบกับหน่วยวัดในระบบเมตริก หน่วยการวัดความยาวมีการกำหนดเทียบดังนี้

1 เส้น	เท่ากับ	40 เมตร
1 วา	เท่ากับ	2 เมตร
1 ศอก	เท่ากับ	$\frac{1}{2}$ เมตร
1 คืบ	เท่ากับ	$\frac{1}{4}$ เมตร

หน่วยการวัดตามประเพณีดังกล่าว มีความยาวแตกต่างไปจากความยาวที่ใช้อยู่แต่เดิม เพราะเป็นการดัดแปลงเพื่อให้สามารถเทียบกับระบบสากลได้ ชื่อของหน่วยการวัดตามประเพณีที่ใช้กันอยู่อย่างแพร่หลายในปัจจุบันคือ “วา” ซึ่งนิยมใช้เป็นหน่วยในการวัดความกว้างและความยาวของที่ดิน

สำหรับหน่วย “นิ้ว” ที่ใช้กันอยู่ในปัจจุบัน ในการวัดความหนา และความกว้างของหน้าไม้หรือความกว้างของผ้า เป็นนิ้วอังกฤษเพราะนิ้วไทยถูกยกเลิกไปโดยปริยายเมื่อมีการประกาศใช้พระราชบัญญัติมาตราชั่ง ตวง วัด พ.ศ. 2466

ใน ปีพ.ศ. 2503 องค์กรระหว่างประเทศว่าด้วยมาตรฐาน (International Organization for Standardization หรือชื่อย่อ ISO) ได้กำหนดให้มีระบบการวัดใหม่ขึ้น เพื่อใช้ในการวัดทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีให้เป็นระบบเดียวกันทั่วโลก เรียกว่า ระบบหน่วยระหว่างประเทศ (System International d' Unites) และเรียกหน่วยวัดในระบบนี้ว่า หน่วย SI

หน่วยมาตรฐานของระบบ SI มี 7 หน่วยที่ใช้ในการวัดปริมาณมูลฐาน (Basic Quantity) ได้แก่

เมตร (Meter: m)	เป็นหน่วยใช้วัดความยาว
กิโลกรัม (Kilogram: kg)	เป็นหน่วยใช้วัดมวล
วินาที (Second: s)	เป็นหน่วยใช้วัดเวลา
แอมแปร์ (Ampere: A)	เป็นหน่วยใช้วัดกระแสไฟฟ้า
เคลวิน (Kelvin: K)	เป็นหน่วยใช้วัดอุณหภูมิ
แคนเดลา (Candela: cd)	เป็นหน่วยใช้วัดความเข้มข้นของการส่องสว่าง
โมล (Mole: mol)	เป็นหน่วยใช้วัดปริมาตรของสาร

1.2 หน่วยการวัดความยาว

1.2.1 ในสมัยรัตนโกสินทร์ตอนต้น มีการติดต่อค้าขายกับทางตะวันตก ทำให้ไทยได้รับหน่วยการวัดระบบอังกฤษเข้ามา หน่วยการวัดของไทยที่มีชื่อพ้องกับหน่วยการวัดของอังกฤษ คือ "นิ้ว" ความยาว 1 นิ้วของไทยไม่เท่ากับความยาว 1 นิ้วในระบบอังกฤษ เพราะกำหนดจากหน่วยมาตรฐานที่ต่างกัน เมื่อพิจารณาหน่วยการวัดตามประเพณีของไทยพบว่า ความยาว 1 วา ยาวเท่ากับ 96 นิ้วไทย แต่เมื่อเทียบกับนิ้วอังกฤษจะได้ว่า ความยาว 1 วา ยาวเท่ากับ 78.7 นิ้วอังกฤษ

ในระยะเวลาใกล้เคียงกันไทยรับเอาหน่วยการวัดระบบเมตริกเข้ามาด้วย การวัดในระบบเมตริกใช้สิบเป็นสิบในฐานเปลี่ยนหน่วยซึ่งเป็นระบบที่สอดคล้องกับระบบตัวเลขฐานสิบ

1.2.2 หน่วยการวัดความยาวที่สำคัญ

หน่วยการวัดความยาวในระบบเมตริก

10 มิลลิเมตร	เท่ากับ	1 เซนติเมตร
10 เซนติเมตร	เท่ากับ	1 เดซิเมตร
10 เดซิเมตร	เท่ากับ	1 เมตร
10 เมตร	เท่ากับ	1 เดคาเมตร
10 เดคาเมตร	เท่ากับ	1 เฮกโตเมตร
10 เฮกโตเมตร	เท่ากับ	1 กิโลเมตร
100 เซนติเมตร	เท่ากับ	1 เมตร
1000 เมตร	เท่ากับ	1 กิโลเมตร

หน่วยการวัดความยาวในระบบอังกฤษ

12 นิ้ว	เท่ากับ	1 ฟุต
3 ฟุต	เท่ากับ	1 หลา
1760 หลา	เท่ากับ	1 ไมล์

หน่วยการวัดความยาวในมาตราไทย

2 หุน (อนุกระเบียด)	เท่ากับ	1 กระเบียด
4 กระเบียด	เท่ากับ	1 นิ้ว
12 นิ้ว	เท่ากับ	1 คืบ
2 คืบ	เท่ากับ	1 ศอก
4 ศอก	เท่ากับ	1 วา
20 วา	เท่ากับ	1 เส้น
400 เส้น	เท่ากับ	1 โยชน์

หน่วยเปรียบเทียบระบบเมตริก,ระบบอังกฤษและมาตราไทย (โดยประมาณ)

1 นิ้ว	เท่ากับ	2.54 เซนติเมตร
1 ฟุต	เท่ากับ	30.48 เซนติเมตร
1 หลา	เท่ากับ	0.9144 เมตร

1 กิโลเมตร	เท่ากับ	25 เส้น
8 กิโลเมตร	เท่ากับ	1 ไมล์
1 ไมล์	เท่ากับ	1.6093 กิโลเมตร
1 ศอก	เท่ากับ	50 เซนติเมตร
1 คืบ	เท่ากับ	25 เซนติเมตร

การมีหน่วยการวัดที่เป็นมาตรฐานสากลแล้วเครื่องมือวัดความยาวที่ใช้มีความสำคัญมาก กล่าวคือต้องเป็นเครื่องมือวัดความยาวที่ได้มาตรฐาน ค่าที่วัดได้ทุกครั้ง จะต้องมีความเที่ยงตรง การพัฒนาหน่วยการวัดและเครื่องมือที่ใช้ในการวัดมีความเที่ยงตรงเป็นมาตรฐานเพียงใดก็ตาม ค่าที่วัดได้เป็นเพียงค่าประมาณที่ได้จาการวัดตามหน่วยการวัดที่เหมาะสม เช่น วัดเป็นจำนวนเต็มใกล้เคียงที่สุด วัดเป็นทศนิยมสองตำแหน่งที่ใกล้เคียงที่สุด

การวัดความยาวต้องการวัดให้ละเอียดเพียงใด ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของการใช้งาน เช่น ต้องการวัดตัวตัดเสื้อผ้าต้องวัดให้ละเอียดเป็นเซนติเมตรหรือมิลลิเมตร หรือต้องการวัดความยาว หรือระยะทางไกลๆ วัดให้ละเอียดเป็นกิโลเมตรหรือเป็นเมตรเพียงพอแล้ว

หน่วยการวัดความยาวในระบบเดียวกัน หรือต่างระบบกันสามารถเปลี่ยนได้ตามหน่วยความยาวที่ต้องการ

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> ป้าบุญส่งสูง 155 เซนติเมตร อยากทราบว่าป้าบุญส่งสูงกี่เมตร

<u>วิธีทำ</u> เนื่องจาก 100 เซนติเมตร เท่ากับ 1 เมตร

และป้าบุญส่งสูง 155 เซนติเมตร

ดังนั้น ป่าบุญส่งสูง $155 \div 100 = 1.55$ เมตร

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> ความยาวของรั้วโรงเรียนด้านติดถนนเป็น 1.23 กิโลเมตร อยากทราบว่าความยาวของรั้วโรงเรียนด้านติดกับถนนเป็นกี่เมตร

<u>วิธีทำ</u> เนื่องจาก 1 กิโลเมตร เท่ากับ 1000 เมตร

และรั้วโรงเรียนติดด้านถนนยาว 1.23 กิโลเมตร

ดังนั้นความยาวของรั้วโรงเรียนด้านติดกับถนนยาว $1.23 \times 1000 = 1230$ ม.

1.2.3 มาตราส่วน

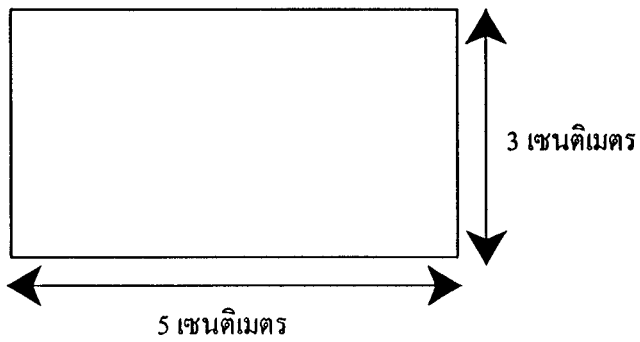
มาตราส่วน หมายถึง อัตราส่วนระหว่างความยาวของมิติของภาพ : ความยาวของมิติของจริง เช่น มาตราส่วน 1: 2 (อ่านว่าหนึ่ง ต่อ สอง) หมายความว่า ความยาวของมิติของภาพ 1 หน่วย แทนความยาวของมิติของจริง 2 หน่วย ถ้ากำหนดของมิติเป็นมิลลิเมตร จะได้ว่า ความยาวของมิติของภาพ 1 มิลลิเมตร แทนความยาวการเขียนมาตราส่วนของมิติจริงเป็น 2 หน่วย ต้องระบุประกอบการเขียนมิติของภาพย่อหรือขยายภาพ แผนผังหรือแผนที่

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> จงเขียนแผนผังของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 6 เมตร ยาว 10 เมตร โดยใช้มาตราส่วน 1 เซนติเมตร : 2 เมตร

<u>วิธีทำ</u> มาตราส่วน 1 เซนติเมตร : 2 เมตร หมายความว่า ความยาวจริง 2 เมตร (มิติของจริง) จะเป็นความยาวในแผนผัง 1 เซนติเมตร (มิติของภาพ)

ดังนั้น ความกว้างในแผนผังจะยาว $\frac{6}{2}$ = 3 เซนติเมตร

และความยาวในแผนผังจะยาว $\frac{10}{2}$ = 5 เซนติเมตร



มาตราส่วน

1 เซนติเมตร : 2 เมตร

หรือ

1 : 200

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> รูปวงกลมในแผนผังที่กำหนด มาตราส่วน 1 : 1000 วัดรัศมีของวงกลมในแผนผังได้ 7 เซนติเมตร รูปวงกลมของจริงมีความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางกี่เมตร

<u>วิธีทำ</u> มาตราส่วน 1 : 1000 หมายความว่าความยาวของภาพ1 เซนติเมตรจะเป็นความยาวของรูปวงกลมจริง 1000 เซนติเมตร หรือ 10 เมตร

ดังนั้น วัดรัศมีของภาพรูปวงกลมในแผนผังได้ 7 เซนติเมตร เป็นความยาวของรูปวงกลมจริงเท่ากับ $7 \times 1000 = 7000$ เซนติเมตร หรือ 7 เมตร

ความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมคือ $= 2r$

$= 2 \times 7$

$= 14$ เมตร

1.3 การประยุกต์เกี่ยวกับความยาว

การวัดความยาว มี 2 แบบคือ การวัดอย่างละเอียด และการวัดโดยประมาณ สำหรับการวัดอย่างละเอียดเป็นการวัดจนถึงทศนิยมตำแหน่งที่ 2 ส่วนการวัดโดยประมาณ เป็นการวัดเพื่อให้ได้ค่าใกล้เคียง

การวัดความยาวหรือวัดระยะ สามารถทำได้ 2 วิธีคือ

1. การวัดโดยตรง (Direct Measurement)

2. การวัดโดยอ้อม (Indirect Measurement)

สำหรับรายละเอียดของการวัดแต่ละวิธีมีดังนี้

1.3.1 การวัดโดยตรง

การวัดโดยตรงสามารถทำได้หลายวิธีคือ

1) การวัดความยาวด้วยการนับก้าว (Pacing) เป็นการวัดความยาวโดยการเดินนับจำนวนก้าวเท้าของผู้วัดตามแนวความยาวที่ต้องการวัด แล้วนำจำนวนก้าวคูณกับความยาวมาตรฐานของก้าวเท้าตนเอง การก้าวเท้าควรก้าวให้ยาวและสะดวกตามปกติ วิธีนี้ผู้วัดต้องฝึกก้าวเท้าให้ได้ความยาวมาตรฐานสำหรับตนเอง เช่น กำหนดระยะทางไว้ 10 เมตร ผู้วัดต้องเดินนับก้าวของผู้วัดเองสมมุติว่านับได้ 12.5 ก้าว ดังนั้น สามารถคำนวณหาความยาวมาตรฐานของผู้วัดเองได้คือ $10 \div 12.5 = 0.80$ เมตร โดยระยะก้าวเท้ามาตรฐานของแต่ละคน ควรทดสอบบ่อยๆหรือหลายๆครั้ง เพื่อให้ได้ค่าเฉลี่ยถูกต้องที่สุด เมื่อต้องการวัดความยาวหรือระยะใดๆ สามารถทำได้ทันทีโดยเดินนับก้าวของตนเอง

ตัวอย่างที่ 1 ต้องการซื้อสายไฟเพื่อต่อไฟฟ้าไปยังเครื่องสูบน้ำ ซึ่งห่างจากโรงเรียนเป็นระยะทางตามแนวถนน เดินนับก้าวเท้าได้ 123 ก้าว และความยาวก้าวมาตรฐานของผู้วัด เท่ากับ 80 เซนติเมตร ต้องซื้อสายไฟยาวเท่าใด

วิธีทำ สมมติผู้วัดทราบความยาวก้าวเท้ามาตรฐานของผู้วัดเองคือ 0.80 เมตร ผู้วัดเดินนับก้าวได้ 123 ก้าว ดังนั้นระยะทางหรือความยาวที่จะซื้อสายไฟฟ้าประมาณ $123 \times 0.80 = 98.4$ เมตร (การซื้อจริงจะต้องซื้อเกินไว้เพื่อการหย่อนหรือตกท้องช้าง ของสายไฟฟ้าไว้ด้วย)

2) การวัดความยาวด้วยล้อวัดระยะทาง (Measuring Wheel) เป็นการวัดระยะทางด้วยเครื่องมือวัดระยะทางด้วยการบันทึกรอบของล้อที่เคลื่อนที่ไปบนผิวที่ต้องการวัดระยะ การวัดสามารถวัดได้ทั้งเส้นตรง เส้นโค้ง และพื้นเอียง โดยพื้นที่ที่ต้องการวัดควรเป็นพื้นเรียบ หลักของการวัดคือ หนึ่งรอบของล้อคือระยะทางเท่ากับเส้นรอบวงล้อ จำนวนรอบของล้อที่วัดได้เมื่อคูณกับความยาวเส้นรอบวงล้อ จะได้ความยาวหรือระยะทางที่ต้องการ

ตัวอย่างที่ 2 วงล้อของเครื่องวัดมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 56 เซนติเมตร นำไปวัดระยะทางที่ต้องการตีเส้นจราจรถนนต้องการทราบความยาวของถนนจำนวนรอบของเครื่องวัดแสดงจำนวนรอบ 45 รอบ

วิธีทำ ความยาวของล้อ 1รอบ เท่ากับ $2\pi r$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 28$

$= 176$ เซนติเมตร

$= 1.76$ เมตร

ดังนั้นความยาวถนนคือ $1.76 \times 45 = 79.2$ เมตร

3) การวัดระยะด้วยโซ่วัดระยะ โซ่วัดระยะเป็นอุปกรณ์ที่ประดิษฐ์เมื่อต้นศตวรรษที่ 17 นิยมใช้ในงานรังวัดที่ดิน โดยมีหน่วยดังนี้

100	ข้อ	เท่ากับ	40 เมตร
1	ข้อ	เท่ากับ	40 เซนติเมตร

4) การวัดระยะด้วยเทป เทปมีลักษณะเป็นแถบ มีขีดแบ่งตามหน่วยการวัดที่ใช้การวัดขึ้นอยู่กับชนิดและความละเอียดในการแบ่งขีดบนแถบวัด มีหลายประเภทคือ

(1) เทปเหล็ก ทำด้วยเหล็ก

2) เทปอินวา ทำด้วยส่วนผสมของเหล็ก 65% และนิกเกิล 35% เพื่อลดการยืดหดของตัวเทปอันเนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ

(3) เทปโลวา เป็นเทปที่มีคุณสมบัติและราคาอยู่ระหว่าง เทปเหล็กและเทปอินวา มีการยืดหดตัวเนื่องจากอุณหภูมิน้อยกว่าเทปเหล็กแต่มากกว่าเทปอินวา

(4) เทปโลหะเคลือบด้วยผ้า ทำด้วยลวดทองแดง หุ้มด้วยลินินคุณภาพสูง ใช้งานทั่วไป ไม่เหมาะสมกับงานที่ต้องการความละเอียดสูง

(5) เทปไฟเบอร์กลาส ทำด้วยไฟเบอร์กลาส

(6) ตลับเมตร ช่างไม้ใช้กันทั่วไป

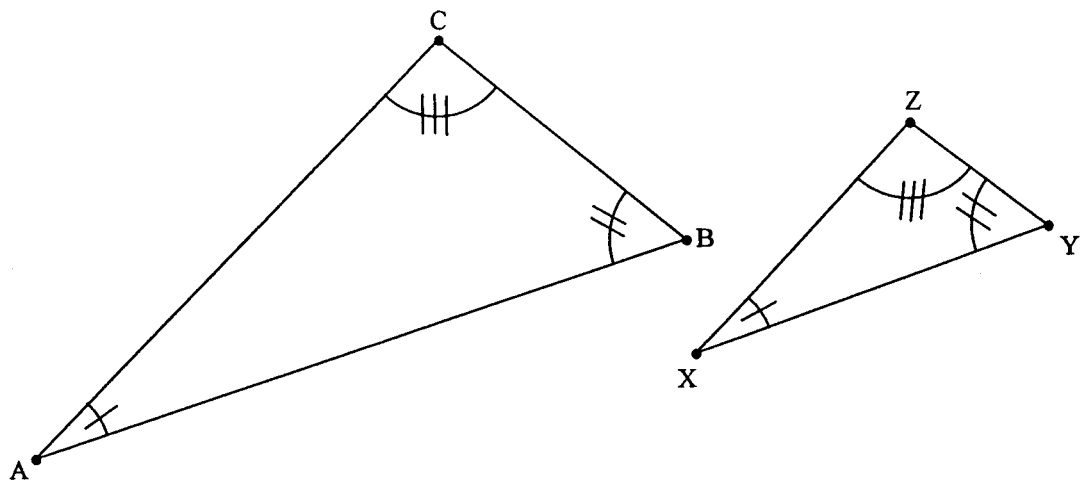
(7) ไม้บรรทัด ไม้เมตร ไม้ฉาก

(8) สายวัดตัวที่ช่างตัดเสื้อผ้าใช้

1.3.2 การวัดโดยอ้อม (Indirect Measurement)

การวัดระยะโดยอ้อมสามารถคำนวณโดยอาศัยหลักการสามเหลี่ยมคล้ายและหลักการตรีโกณมิติ ในหนังสือเล่มนี้จะกล่าวเฉพาะหลักการสามเหลี่ยมคล้ายเท่านั้น ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

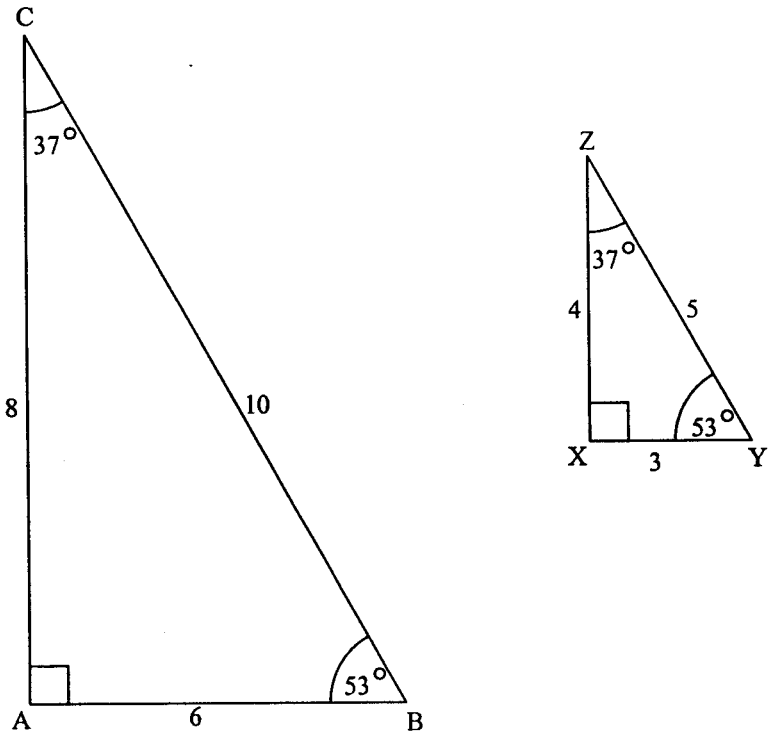
นิยามสามเหลี่ยมคล้าย รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่ เรียกว่ารูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน



จากรูป มุม A = มุม X , มุม B = มุม Y และมุม C =มุม Z จากนิยาม รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่ เรียกว่ารูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

ดังนั้น รูปสามเหลี่ยม ABC คล้ายกันกับรูปสามเหลี่ยม XYZ ($\Delta ABC \sim \Delta XYZ$)

ด้านที่สมนัยกัน หมายถึงด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมที่มีขนาดเท่ากันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน ด้าน BC สมนัยกับด้าน YZ , ด้าน CA สมนัยกับด้าน ZX และด้าน AB สมนัยกับด้าน XY



จากรูป $\Delta ABC \sim \Delta XYZ$

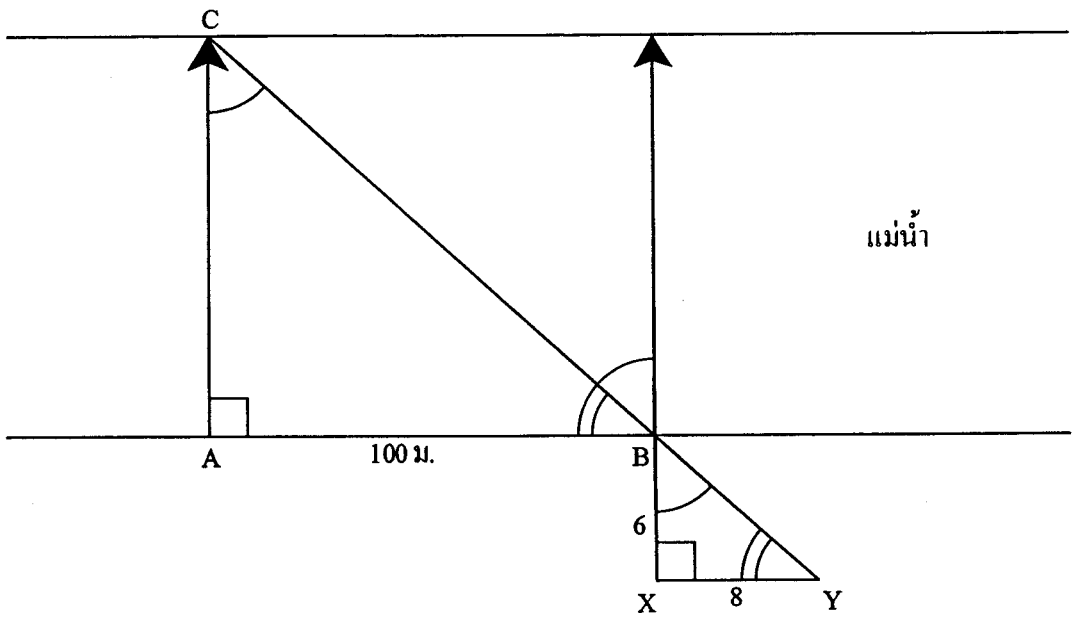
$$\frac{AB}{XY}=\frac{6}{3}=\frac{2}{1}=2$$

$$\frac{BC}{YZ}=\frac{10}{5}=\frac{2}{1}=2$$

$$\frac{CA}{ZX}=\frac{10}{5}=\frac{2}{1}=2$$

ดังนั้นสรุปได้ว่าอัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันจะเท่ากัน

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> จงหาความกว้างของแม่น้ำ ระหว่างจุด A และ C ดังรูป



เนื่องจาก $\Delta ABC \sim \Delta XYB$ (มีขนาดมุมเท่ากัน 3 คู่)

จะได้ $\frac{AB}{XY} = \frac{AC}{XB}$

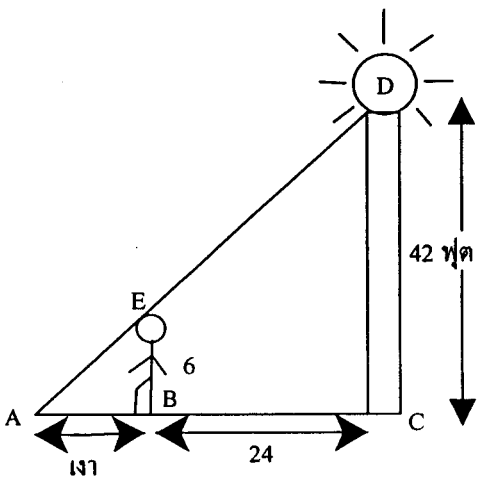
$\frac{100}{8} = \frac{AC}{6}$

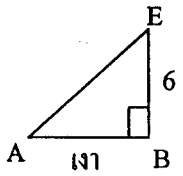
$AC = \frac{100 \times 6}{8}$

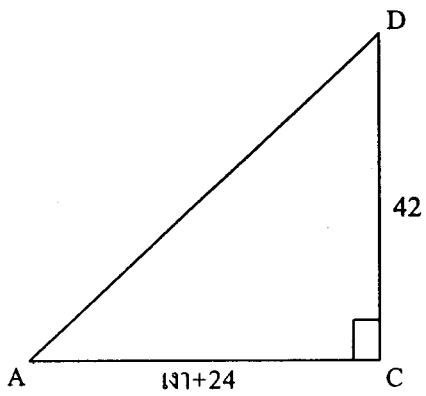
$AC = 75$

ดังนั้น ความกว้างของแม่น้ำระหว่างจุด Aและ C เท่ากับ 75 เมตร

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> ชายคนหนึ่งสูง 6 ฟุต ยืนอยู่ห่างจากเสาไฟฟ้าต้นหนึ่ง 24 ฟุต เสาไฟฟ้าสูง 42 ฟุต ที่ยอดเสาไฟฟ้า มีหลอดไฟฟ้าเปิดสว่างอยู่ ทำให้เกิดเงาของชายคนนี้ จงหาความยาวของเงาของชายคนนี้







$\Delta ABC \sim \Delta ACD$ (มีมุมเท่ากัน 3 คู่)

จะได้ $\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD}$

$\frac{AB}{AB+24} = \frac{6}{42}$

$42AB = 6AB+144$

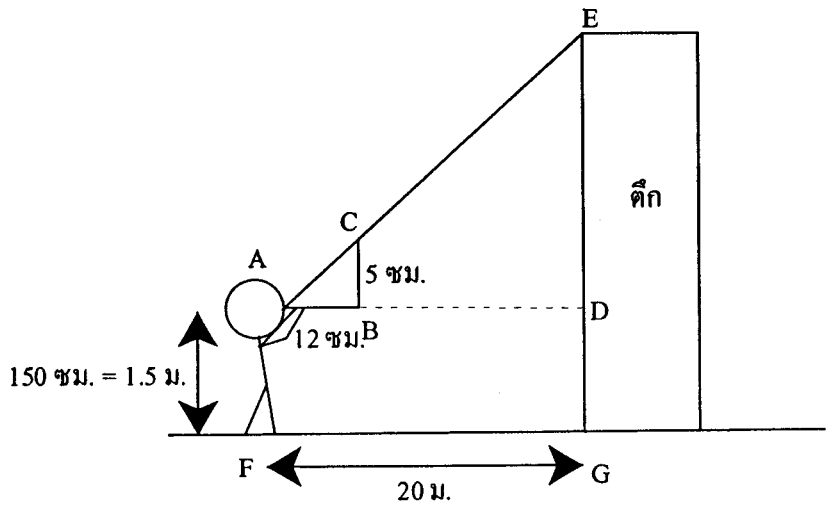
$36AB = 144$

$AB = \frac{144}{36}$

$AB = 4$

ดังนั้นความยาวของเงาชายคนนี้ยาว 4 ฟุต

<u>ตัวอย่างที่ 3</u> เด็กคนหนึ่งต้องการวัดความสูงของตึกหลังหนึ่ง จึงใช้กระดาษแข็งรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้านประกอบมุมฉากยาว 5 และ 12 เซนติเมตร ตามลำดับ เล็งไปที่ยอดตึก โดยเขายืนห่างจากตึก 20 เมตร และเมื่อวัดจากระดับจากจากพื้นถึงตาขณะที่เล็ง ได้ความสูงจากพื้น 150 เซนติเมตร จงหาความสูงของตึกหลังนี้



$\Delta ABC \sim \Delta ADE$ (มีมุมเท่ากัน 3 คู่)

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$$

$$\frac{DE}{5\text{เซนติเมตร}} = \frac{20\text{เมตร}}{12\text{เซนติเมตร}}$$

$$DE = \frac{20 \times 5}{12}$$

$$DE = \frac{25}{3}$$

$$GE = GD+DE$$

$$GE = 1.5+\frac{25}{3}$$

$$GE = \frac{3}{2}+\frac{25}{3}$$

$$GE = \frac{9+50}{6}$$

$$GE = \frac{59}{6}$$

$$GE = 9\frac{5}{6}$$

ดังนั้น ความสูงของตึกหลังนี้เท่ากับ $9\frac{5}{6}$ เมตร

บทที่ 2
พื้นที่

2.1 แนวคิดเกี่ยวกับการวัดพื้นที่

พื้นที่ หมายถึง ปริมาณที่บอกถึง ความกว้าง ความยาว มีหน่วยคำว่า "ตาราง" นำหน้า เช่น ตารางนิ้ว ตารางเซนติเมตร การวัดพื้นที่เป็นการวัดใน 2 มิติ

2.2 หน่วยการวัดพื้นที่

หน่วยการวัดพื้นที่ที่นิยมใช้ ได้แก่ หน่วยการวัดพื้นที่ในระบบเมตริก ระบบอังกฤษ และมาตราไทย หน่วยการวัดพื้นที่ที่สำคัญมีดังนี้

2.2.1 หน่วยการวัดพื้นที่ในระบบมาตราเมตริก

1	ตารางเซนติเมตร	เท่ากับ	100	ตารางมิลลิเมตร
1	ตารางเมตร	เท่ากับ	10,000	ตารางเซนติเมตร
1	ตารางกิโลเมตร	เท่ากับ	1,000,000	ตารางเมตร

2.2.2 หน่วยการวัดพื้นที่ในระบบอังกฤษ

1	ตารางฟุต	เท่ากับ	144	ตารางนิ้ว
1	ตารางหลา	เท่ากับ	9	ตารางฟุต
1	เอเคอร์	เท่ากับ	4,840	ตารางหลา
1	ตารางไมล์	เท่ากับ	640	เอเคอร์
1	ตารางไมล์	เท่ากับ	1760^2	ตารางหลา

2.2.3 หน่วยการวัดพื้นที่ในมาตราไทย

100	ตารางวา	เท่ากับ	1	งาน
4	งาน	เท่ากับ	1	ไร่
400	ตารางวา	เท่ากับ	1	ไร่

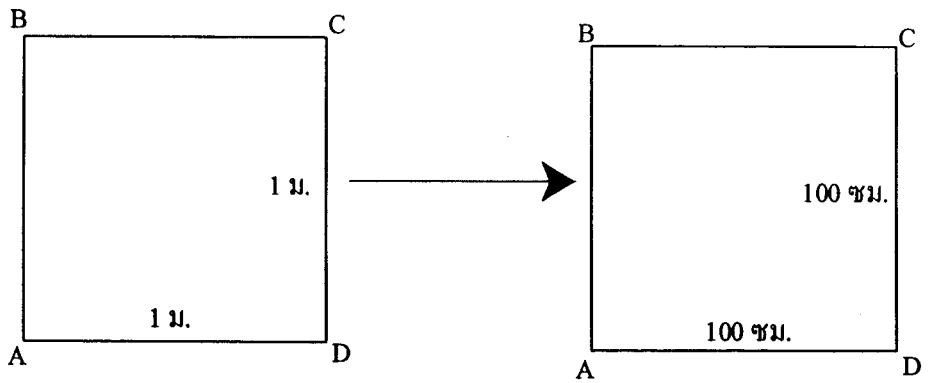
2.2.4 หน่วยการวัดพื้นที่ในมาตราไทยเทียบกับระบบเมตริก

1	ตารางวา	เท่ากับ	4	ตารางเมตร
1	งาน	เท่ากับ	400	ตารางเมตร
1	ไร่	เท่ากับ	1,600	ตารางเมตร
625	ไร่	เท่ากับ	1	ตารางกิโลเมตร

2.2.5 หน่วยการวัดพื้นที่ในระบบอังกฤษเทียบกับระบบเมตริก (โดยประมาณ)

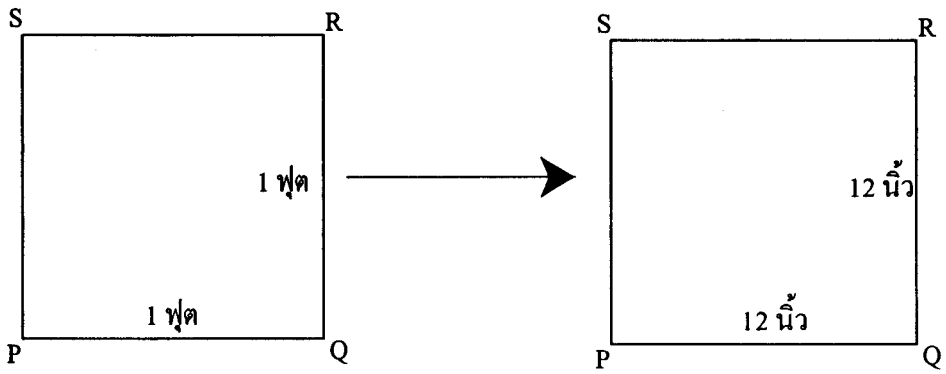
1	ตารางนิ้ว	เท่ากับ	6.4516	ตารางเซนติเมตร
1	ตารางฟุต	เท่ากับ	0.0929	ตารางเมตร
1	ตารางหลา	เท่ากับ	0.8361	ตารางเมตร
1	เอเคอร์	เท่ากับ	4046.856	ตารางเมตร (2.529 ไร่)
1	ตารางไมล์	เท่ากับ	2.5899	ตารางกิโลเมตร

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> $\square$ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีพื้นที่ 1 ตารางเมตร เมื่อต้องการเปลี่ยนหน่วยเป็นตารางเซนติเมตร ทำได้ดังนี้



เนื่องจากความยาว	1	เมตร	เท่ากับ	100	ตารางเซนติเมตร
ดังนั้นพื้นที่	1×1	ตารางเมตร	เท่ากับ	100×100	ตารางเซนติเมตร
นั่นคือพื้นที่	1	ตารางเมตร	เท่ากับ	10,000	ตารางเซนติเมตร

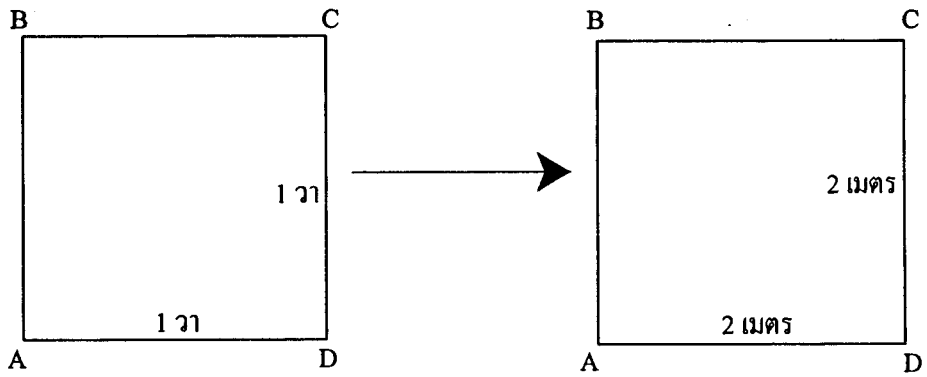
<u>ตัวอย่างที่ 2</u> □PQRS เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีพื้นที่ 1 ตารางฟุต เมื่อต้องการเปลี่ยนหน่วยเป็นตารางนิ้ว ทำได้ดังนี้



เนื่องจากความยาว	1	ฟุต	เท่ากับ	12	นิ้ว
ดังนั้นพื้นที่	1×1	ตารางฟุต	เท่ากับ	12×12	ตารางนิ้ว
นั้นคือพื้นที่	1	ตารางฟุต	เท่ากับ	144	ตารางนิ้ว

ในชีวิตประจำวัน บางครั้งมีความจำเป็นต้องมีการซื้อขายที่ดิน การคิดพื้นที่ของไทยยังนิยมบอกพื้นที่เป็นหน่วยมาตราไทยเป็น ไร่ งาน และตารางวา แต่ในการจ้างเหมาซื้อดินมาถมที่บางครั้งผู้รับเหมาถมที่ จะคำนวณความยาวและพื้นที่ เป็นหน่วยในระบบเมตริก เป็นเมตรและตารางเมตร หรือคำนวณปริมาตรเป็นลูกบาศก์เมตร ดังนั้นเพื่อให้เป็นประโยชน์ในการใช้งาน จึงมีการเปรียบเทียบหน่วยระหว่างระบบหรือมาตรา ดังตัวอย่าง

<u>ตัวอย่างที่ 3</u> $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีพื้นที่ 1 ตารางวา เมื่อต้องการเปลี่ยนหน่วยเป็นตารางเมตร ทำได้ดังนี้



เนื่องจาก	1	วา	เท่ากับ	2	เมตร
ดังนั้นพื้นที่	1×1	ตารางวา	เท่ากับ	2×2	ตารางเมตร
นั่นคือ	1	ตารางวา	เท่ากับ	4	ตารางเมตร

<u>ตัวอย่างที่ 4</u> พื้นที่ 13.5 ตารางกิโลเมตร คิดเป็นกี่ตารางเมตร

เนื่องจาก	1	ตารางกิโลเมตร	เท่ากับ	1,000,000	ตารางเมตร
ดังนั้นพื้นที่	13.5	ตารางกิโลเมตร	เท่ากับ	13.5×1,000,000	ตารางเมตร
				= 13,500,000	ตารางเมตร
				$= 1.35\times10^{7}$	ตารางเมตร

<u>ตัวอย่างที่ 5</u> พื้นที่ 57 ตารางฟุต คิดเป็นกี่ตารางหลา และกี่ตารางฟุต

เนื่องจาก	9	ตารางฟุต	เท่ากับ	1	ตารางหลา
ดังนั้นพื้นที่	57	ตารางฟุต	เท่ากับ	$\frac{57}{9} = 6\frac{3}{9}$	ตารางหลา
พื้นที่	$6\frac{3}{9}$	ตารางหลา	เท่ากับ	พื้นที่ 6 ตารางหลากับอีก 3 ตารางฟุต	
นั่นคือพื้นที่	57	ตารางฟุต	เท่ากับ	พื้นที่ 6 ตารางหลา 3 ตารางฟุต	

ตัวอย่างที่ 6 พื้นที่ $13\frac{7}{10}$ ไร่ คิดเป็นพื้นที่กี่ไร่ กี่งาน และกี่ตารางวา

เนื่องจากพื้นที่	1	ไร่	เท่ากับ	400	ตารางวา
ดังนั้นพื้นที่	$\frac{7}{10}$	ไร่	เท่ากับ	$\frac{7}{10} \times 400 = 280$	ตารางวา
เนื่องจากพื้นที่	100	ตารางวา	เท่ากับ	1	งาน
ดังนั้นพื้นที่	280	ตารางวา	เท่ากับ	พื้นที่ 2 งาน 80 ตารางวา	
นั่นคือพื้นที่	$13\frac{7}{10}$	ไร่	เท่ากับ	13 ไร่ 2 งาน 80 ตารางวา	

ตัวอย่างที่ 7 พื้นที่ 1 ไร่ 2งาน 34 ตารางวา คิดเป็นพื้นที่กี่ตารางเมตร

เนื่องจากพื้นที่ 1 ไร่ เท่ากับ 1,600 ตารางเมตร

2 งาน เท่ากับ $2 \times 400 = 800$ ตารางเมตร

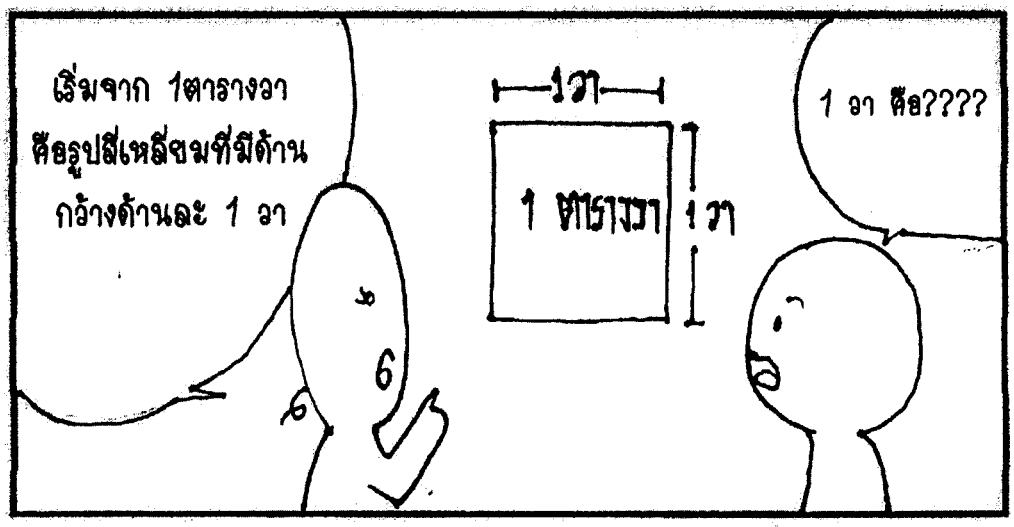
34 ตารางวา เท่ากับ $34 \times 4 = 136$ ตารางเมตร

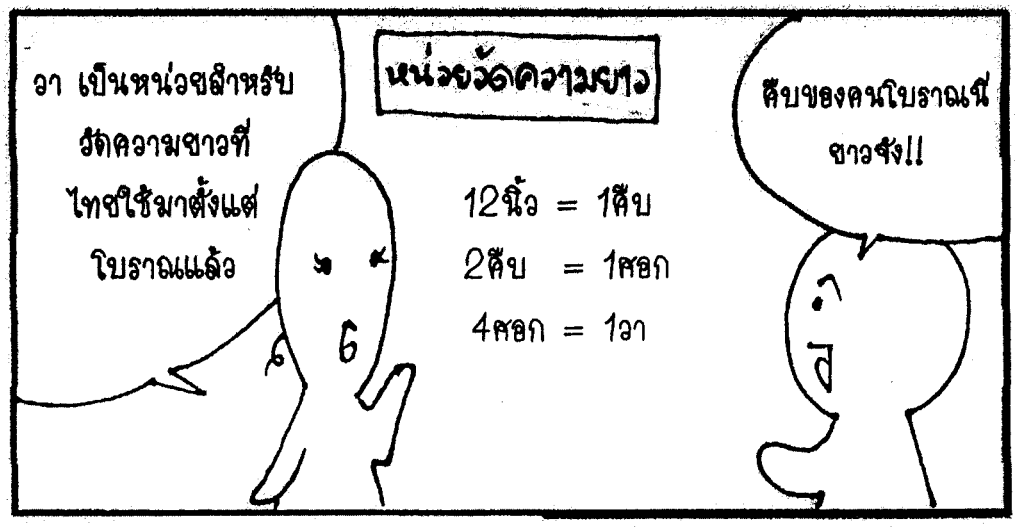
ดังนั้นพื้นที่ 1ไร่ 2 งาน 34 ตารางวา เท่ากับ 2,536 ตารางเมตร

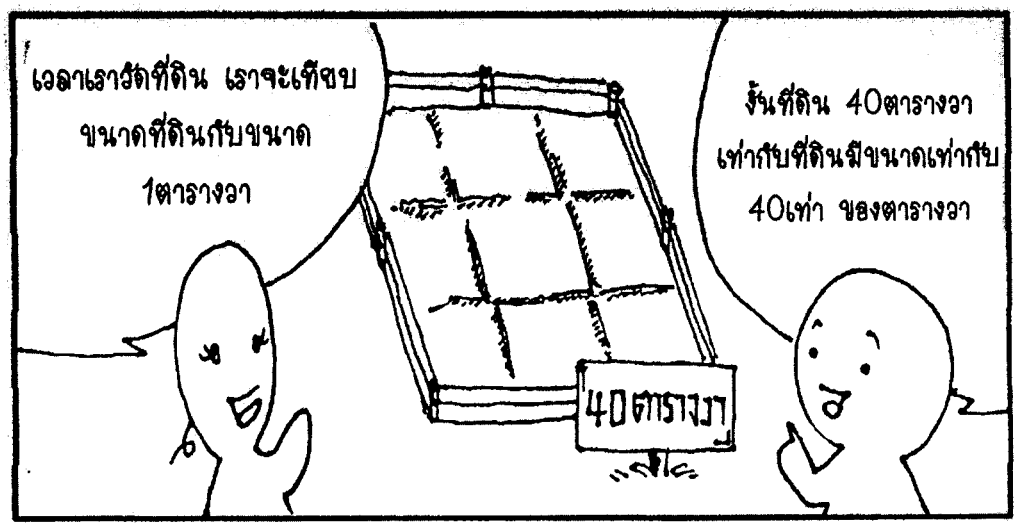
2.3 การประยุกต์เกี่ยวกับพื้นที่

2.3.1 ศึกษาการ์ตูนคณิตศาสตร์เรื่องการหาพื้นที่

การ์ตูนคณิตศาสตร์เรื่องการหาพื้นที่

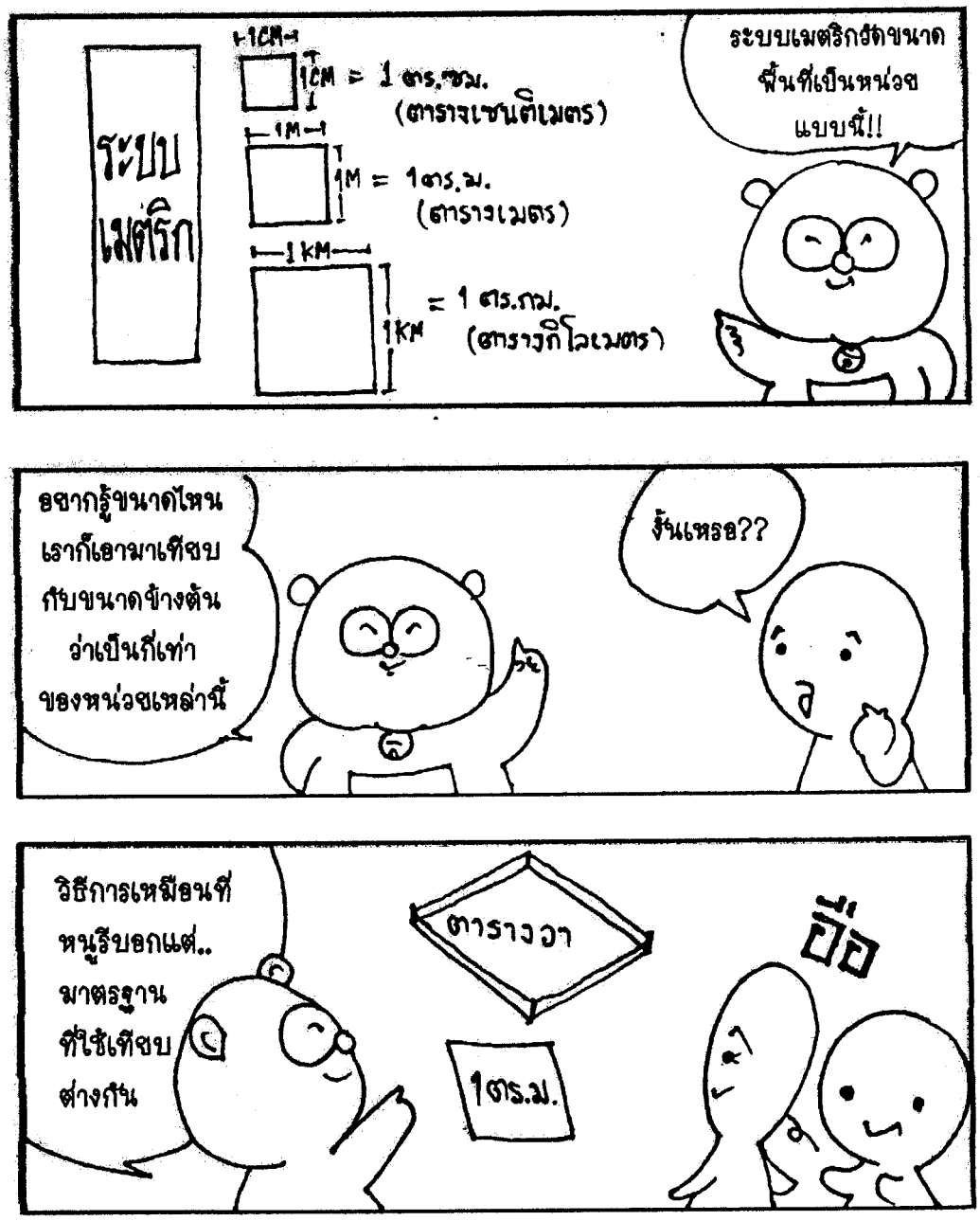

เริ่มจาก 1ตารางวา
คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านกว้างด้านละ 1 วา
1วา
1 ตารางวา
1วา
1 วา คือ????

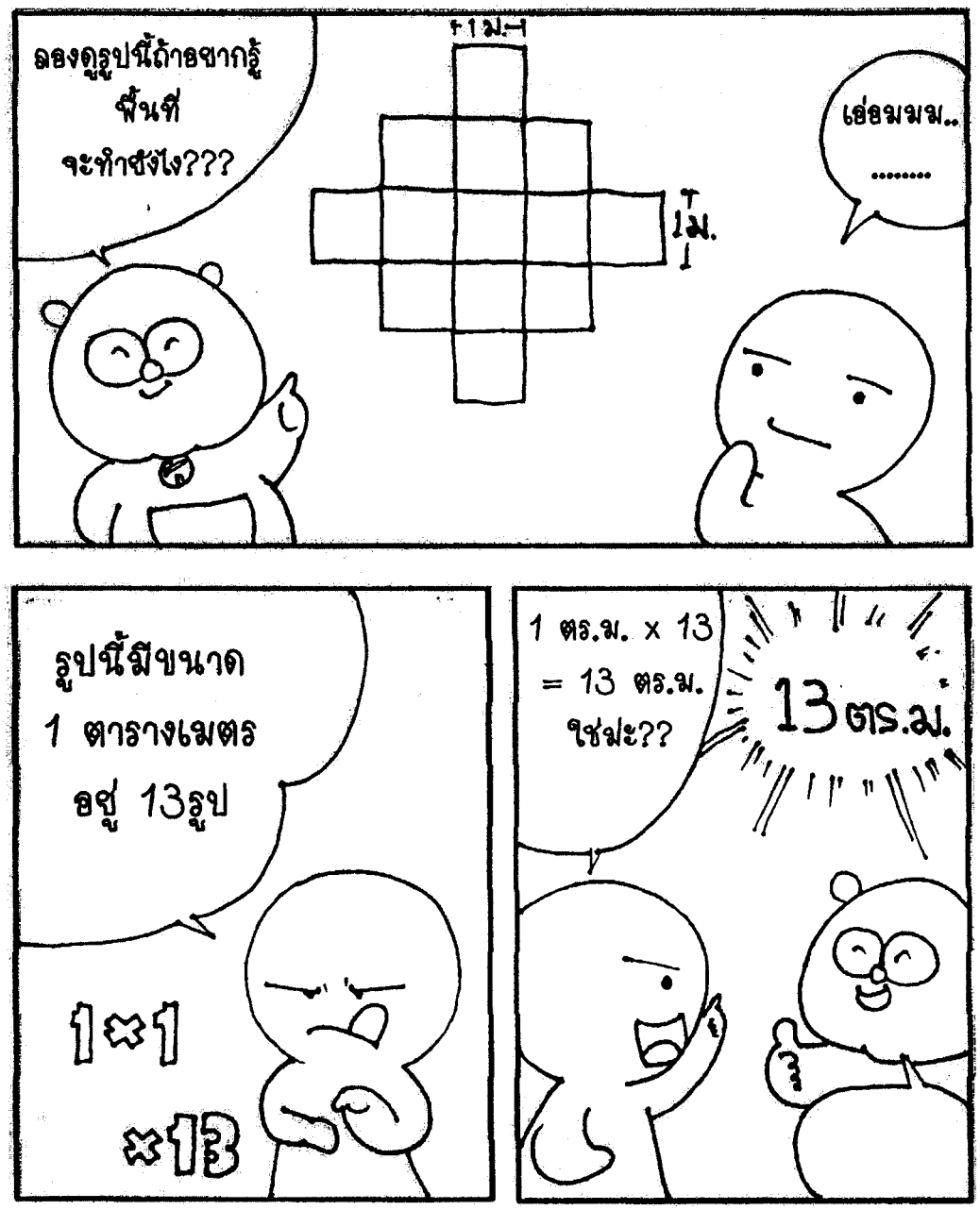

วา เป็นหน่วยสำหรับวัดความยาวที่ไทยใช้มาตั้งแต่โบราณแล้ว
หน่วยวัดความยาว
12นิ้ว = 1คืบ
2คืบ = 1ศอก
4ศอก = 1วา
คืบของคนโบราณนี่ยาวจัง!!

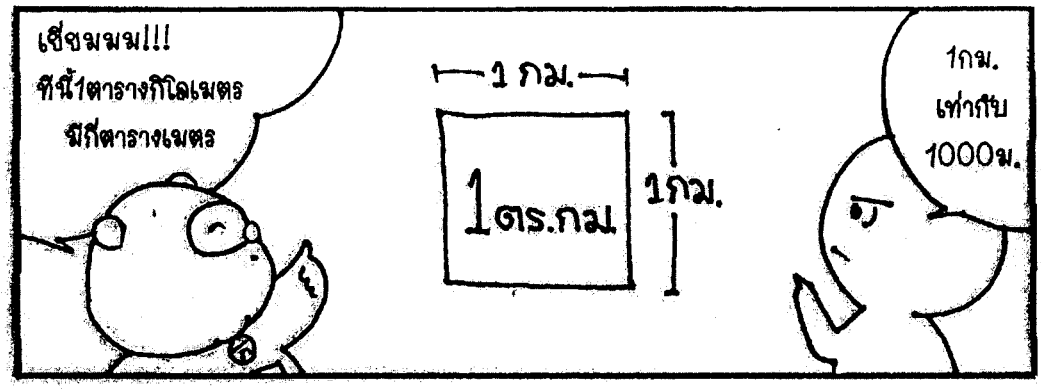

เวลาเราวัดที่ดิน เราจะเทียบขนาดที่ดินกับขนาด 1ตารางวา
40ตารางวา
งั้นที่ดิน 40ตารางวา เท่ากับที่ดินมีขนาดเท่ากับ 40เท่า ของตารางวา

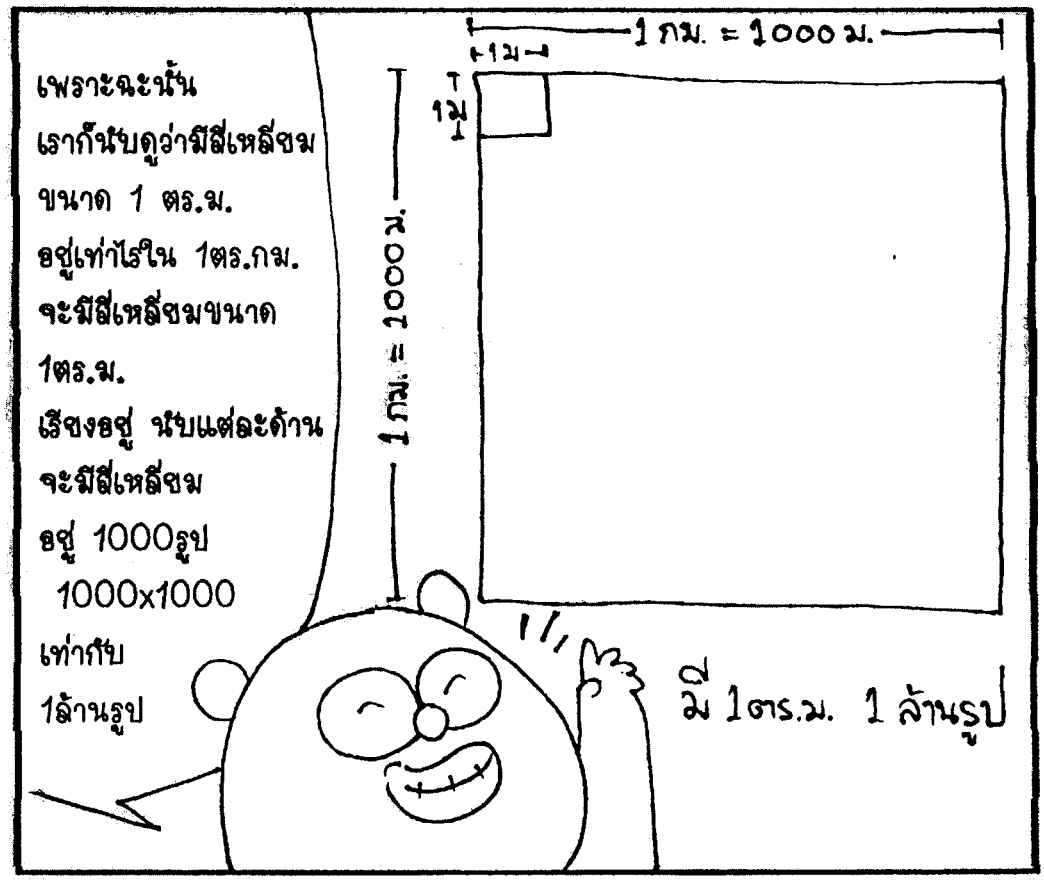
นายก็ไม่ใจนี
.....
แต่ว่า...
ในหนังสือเขาไม่ได้
บอกแบบฟรีๆอ่ะ
BB
ตารางเมตร เฮกตาร์
อะไรเนี่ย!!!
? cm^2 ? ha^2
? km^2 ?
a
MATH
สนใจ
ผมหน่อยเด้!!

แอบฟังนานแล้ว
!!!!!!!!!!
เดี๋ยวสอน
ให้
หาชโง่เอ๊องงง!!!!
ไหงป๊ะ
ที่หนูกลมอ่านหน่ะ
เป็นระบบเมตริก
ระบบ
เมตริก

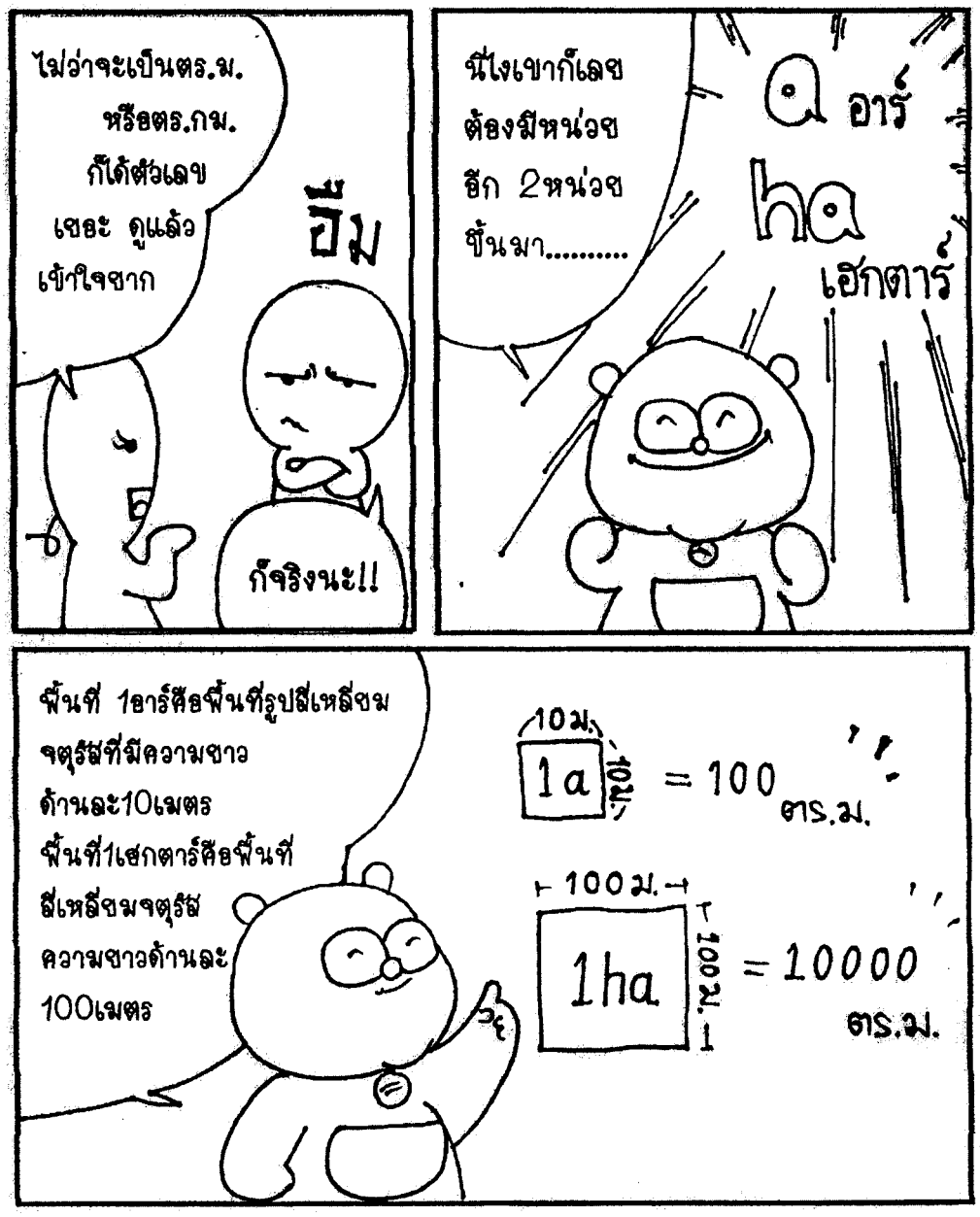

ระบบเมตริก
1CM
1CM = 1 ตร.ซม.
(ตารางเซนติเมตร)
1M
1M = 1ตร.ม.
(ตารางเมตร)
1 KM
1KM = 1 ตร.กม.
(ตารางกิโลเมตร)
ระบบเมตริกวัดขนาด
พื้นที่เป็นหน่วย
แบบนี้!!
อยากรู้ขนาดไหน
เราก็เอามาเทียบ
กับขนาดข้างต้น
ว่าเป็นกี่เท่า
ของหน่วยเหล่านี้
งั้นเหรอ??
วิธีการเหมือนที่
หนูรีบอกแต่..
มาตรฐาน
ที่ใช้เทียบ
ต่างกัน
ตารางวา
1ตร.ม.
มือ


ลองดูรูปนี้ถ้าอยากรู้
พื้นที่
จะทำยังไง???
1 ม.
1 ม.
เอ่อมมม..
.....
รูปนี้มีขนาด
1 ตารางเมตร
อยู่ 13รูป
1x1
x13
1 ตร.ม. x 13
= 13 ตร.ม.
ใช่มะ??
13ตร.ม.

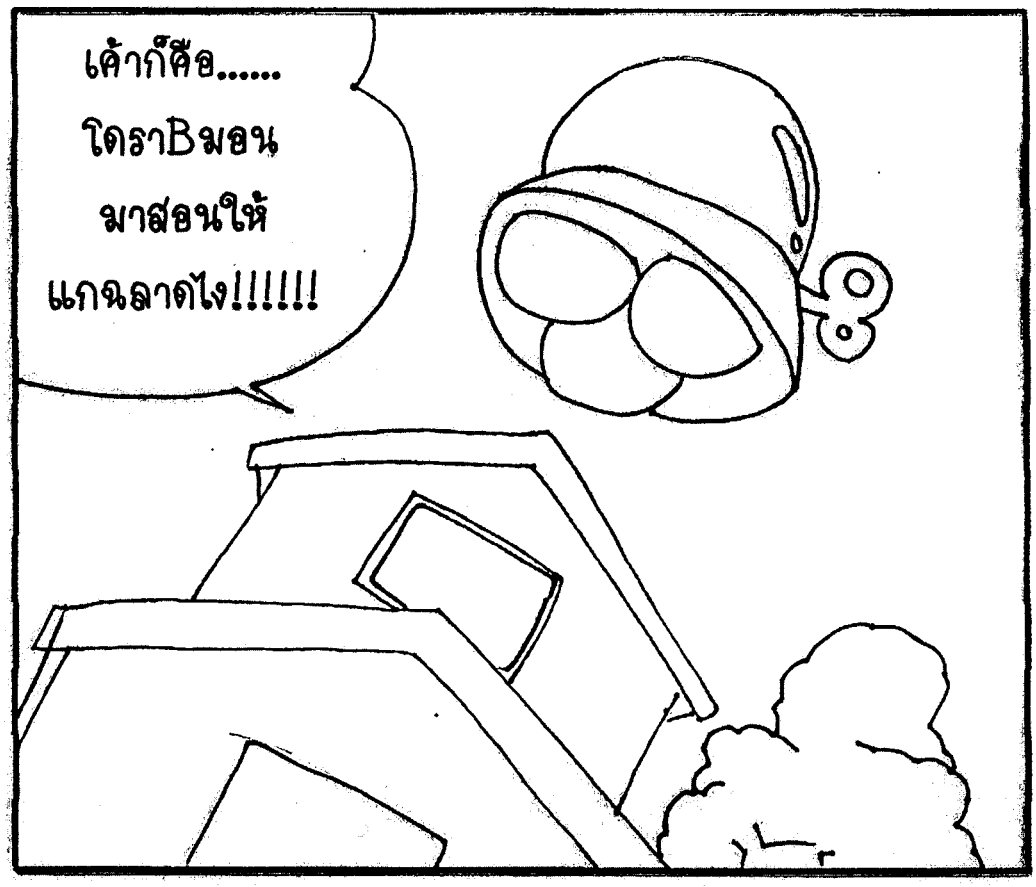

เชี่ยมมม!!!
ที่นี้1ตารางกิโลเมตร
มีกี่ตารางเมตร
1 กม.
1ตร.กม.
1กม.
1กม.
เท่ากับ
1000ม.


เพราะฉะนั้น
เราก็นับดูว่ามีสี่เหลี่ยม
ขนาด 1 ตร.ม.
อยู่เท่าไรใน 1ตร.กม.
จะมีสี่เหลี่ยมขนาด
1ตร.ม.
เรียงอยู่ นับแต่ละด้าน
จะมีสี่เหลี่ยม
อยู่ 1000รูป
1000x1000
เท่ากับ
1ล้านรูป
1 กม. = 1000 ม.
1ม
1ม
1 กม. = 1000 ม.
มี 1ตร.ม. 1 ล้านรูป

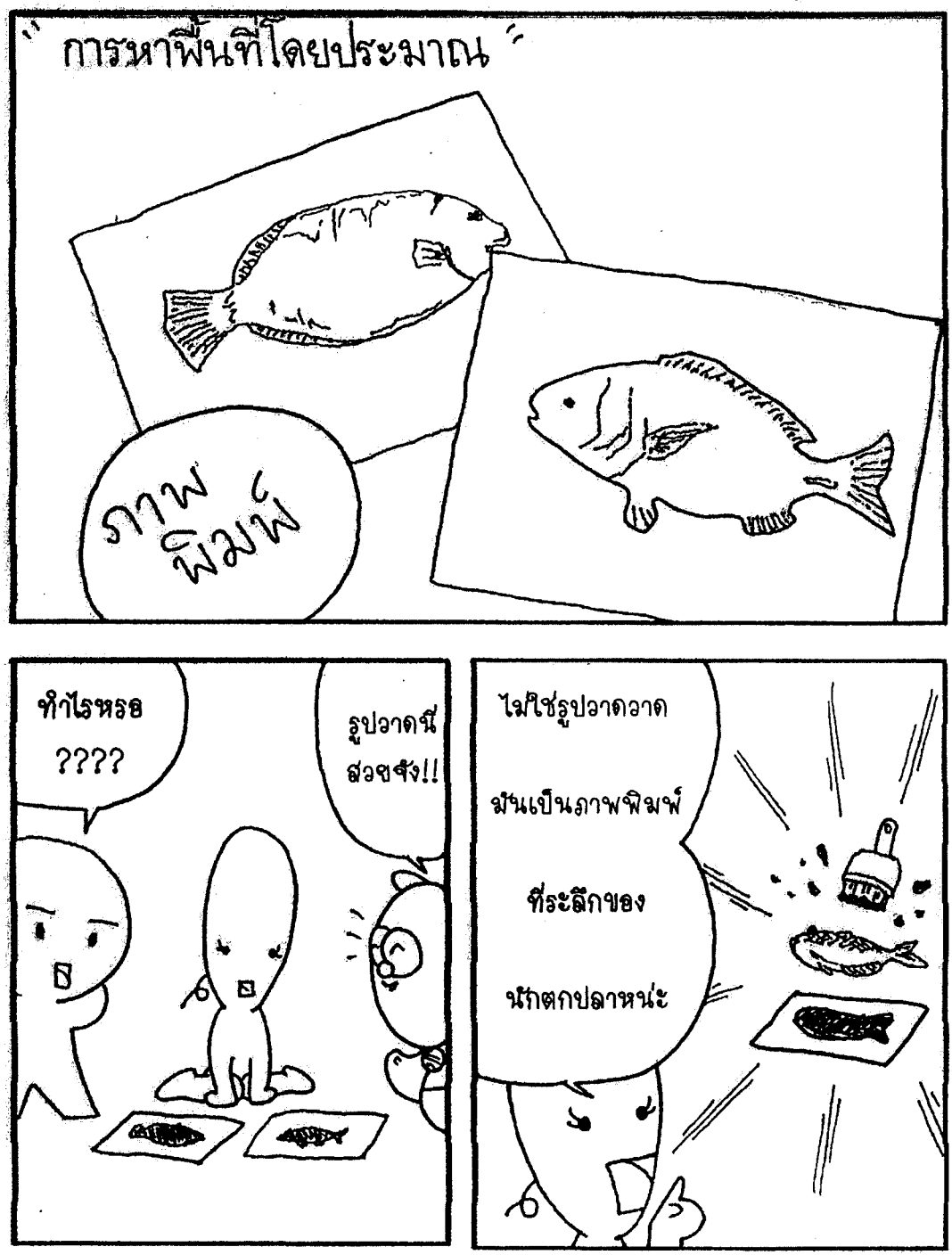
1ตร.ม.x1ตร.ม.
เท่ากับ
1 ล้าน
ตร.ม.น่ะสิ
1ตร.กม. = 1 ล้านตร.ม.
1ตร.กม.กับ1ตร.ม.
ต่างกันมากขนาดนั้น
เวลาเราไปใช้
ก็ไม่สะดวกนะ
อย่างเช่น
สวนสีเหลี่ยมผืนผ้า
ยาว 250ม.กว้าง150ม.
ก็มีพื้นที่ขนาด 1ตร.ม.
นับจาก ด้านยาวก็250
กว้าง150รูปทั้งหมดก็เป็น
150x250=37500รูป ส่วนนี้
พื้นที่37500ตร.ม.ถ้าอยากรู้
ว่ามีกี่ตร.ม. ก็ต้องเอาล้านไปหาร
ก็จะได้ .....
0.0375 ตารางกิโลเมตร
250 ม.
150 ม.
1ตร.ม.
สวน
37500 ตร.ม.
0.0375 ตร.กม.

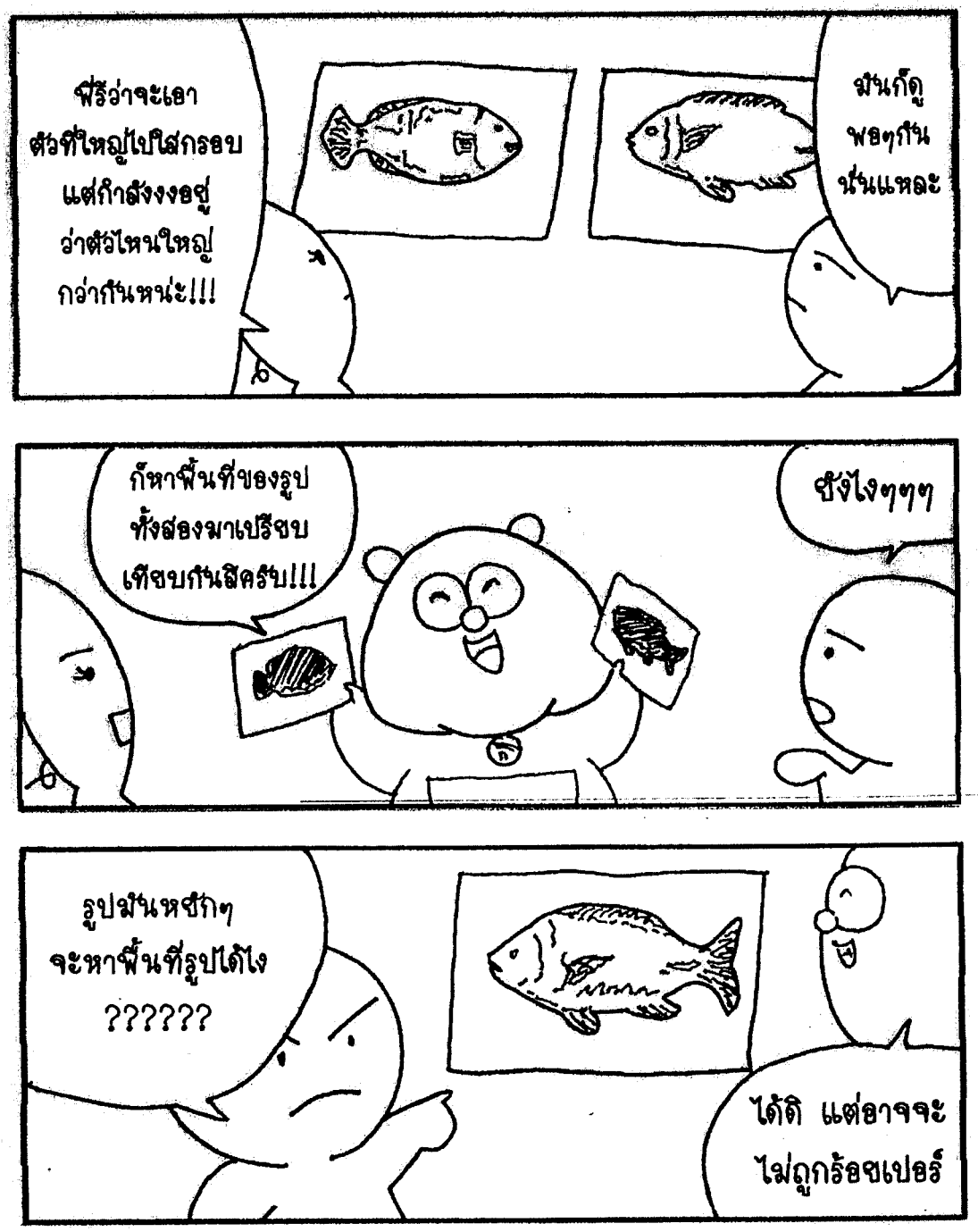

ไม่ว่าจะเป็นตร.ม.
หรือตร.กม.
ก็ได้ตัวเลข
เยอะ ดูแล้ว
เข้าใจยาก
อืม
ก็จริงนะ!!
นี่ไงเขาก็เลย
ต้องมีหน่วย
อีก 2หน่วย
ขึ้นมา.....
a อาร์
ha
เฮกตาร์
พื้นที่ 1อาร์คือพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม
จตุรัสที่มีความยาว
ด้านละ10เมตร
พื้นที่1เฮกตาร์คือพื้นที่
สี่เหลี่ยมจตุรัส
ความยาวด้านละ
100เมตร
10ม.
1a
10ม.
= 100 ตร.ม.
100ม.
1ha
100ม.
= 10000
ตร.ม.

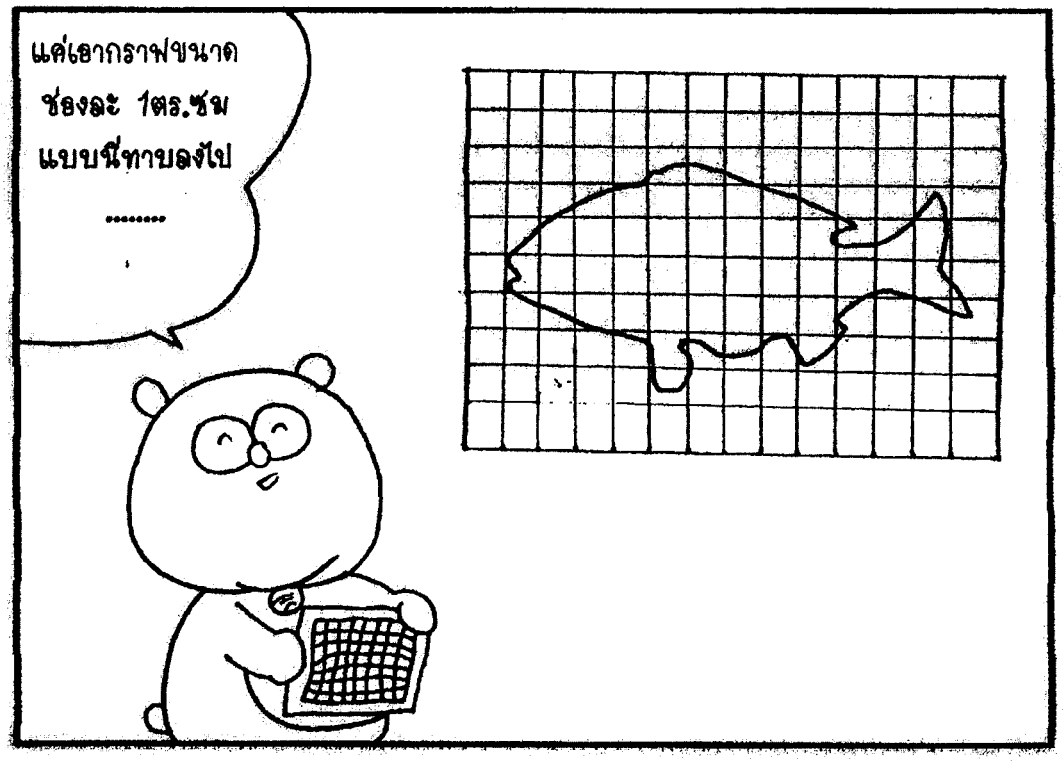
ถ้าใช้หน่วยเฮกตาร์
ส่วนเมียกี้
จะดูง่ายขึ้น
37500ตร.ม.
= 375 อาร์
= 3.75 เฮกตาร์
ฮืมๆๆๆ
สนามเบสบอลมีขนาด
ยาวด้านละ100เมตร
จึงมีพื้นที่ประมาณ
1เฮกตาร์ ส่วนเมียกี้
พื้นที่ประมาณ
4เท่าของสนาม
เบสบอล
เข้าใจหละ!!
เค้าก็คือ
โดราBมอน
มาสอนให้
แกฉลาดไง
ว่าแต่นายเป็นใคร?

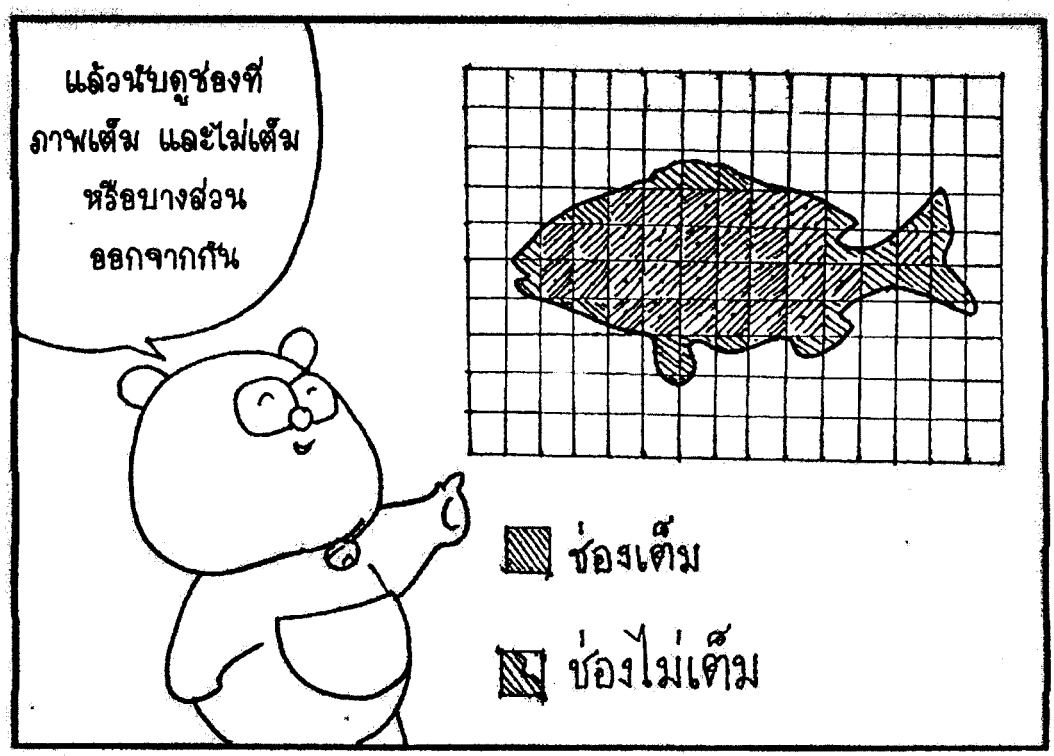

เค้าก็คือ.....
โดราBมอน
มาสอนให้
แกฉลาดไง!!!!!!

การหาพื้นที่โดยประมาณ


การหาพื้นที่โดยประมาณ
ภาพพิมพ์
ทำไรหรอ ????
รูปวาดนี่สวยจัง!!
ไม่ใช่รูปวาดวาด มันเป็นภาพพิมพ์ที่ระลึกของนักตกปลาหน่ะ

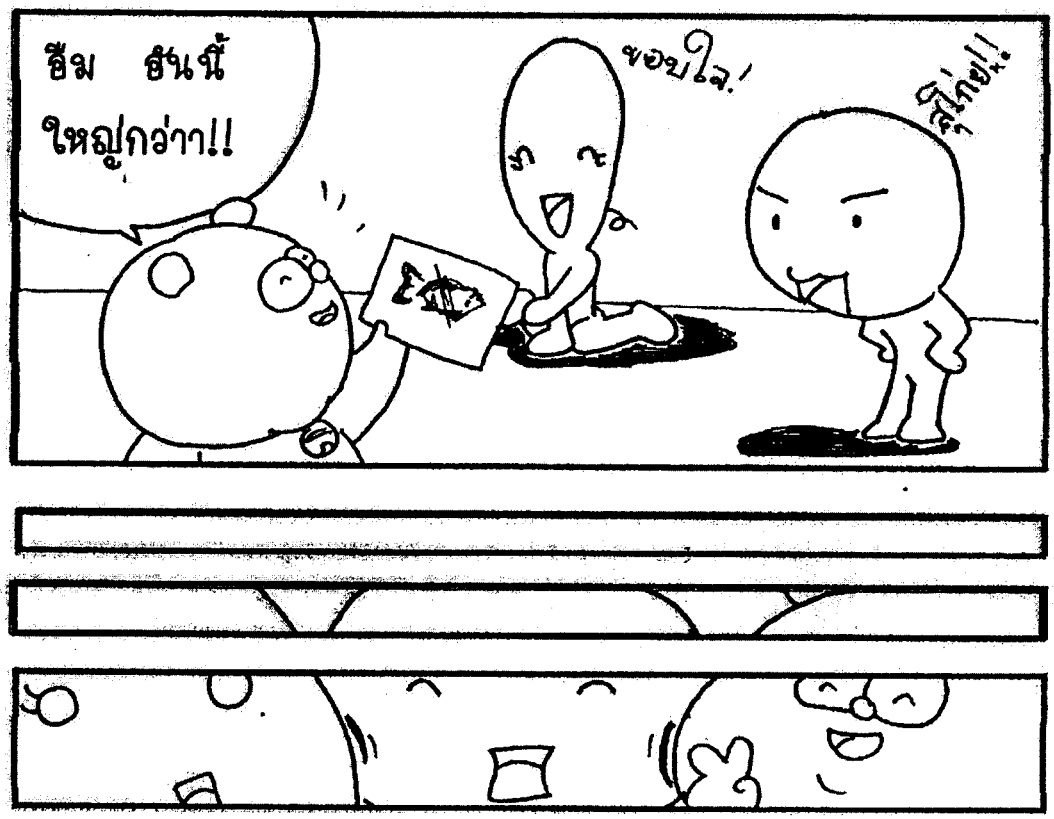

พี่รีว่าจะเอา
ตัวที่ใหญ่ไปใส่กรอบ
แต่ก็ยังงงอยู่
ว่าตัวไหนใหญ่
กว่ากันหน่ะ!!!
มันก็ดู
พอๆกัน
นั่นแหละ
ก็หาพื้นที่ของรูป
ทั้งสองมาเปรียบ
เทียบกันสิครับ!!!
ยังไงๆๆๆ
รูปมันหยักๆ
จะหาพื้นที่รูปได้ไง
??????
ได้ดิ แต่อาจจะ
ไม่ถูกร้อยเปอร์


แค่เอากราฟขนาด
ช่องละ 1ตร.ซม
แบบนี้ทาบลงไป
.....


แล้วนับดูช่องที่
ภาพเต็ม และไม่เต็ม
หรือบางส่วน
ออกจากกัน
ช่องเต็ม
ช่องไม่เต็ม

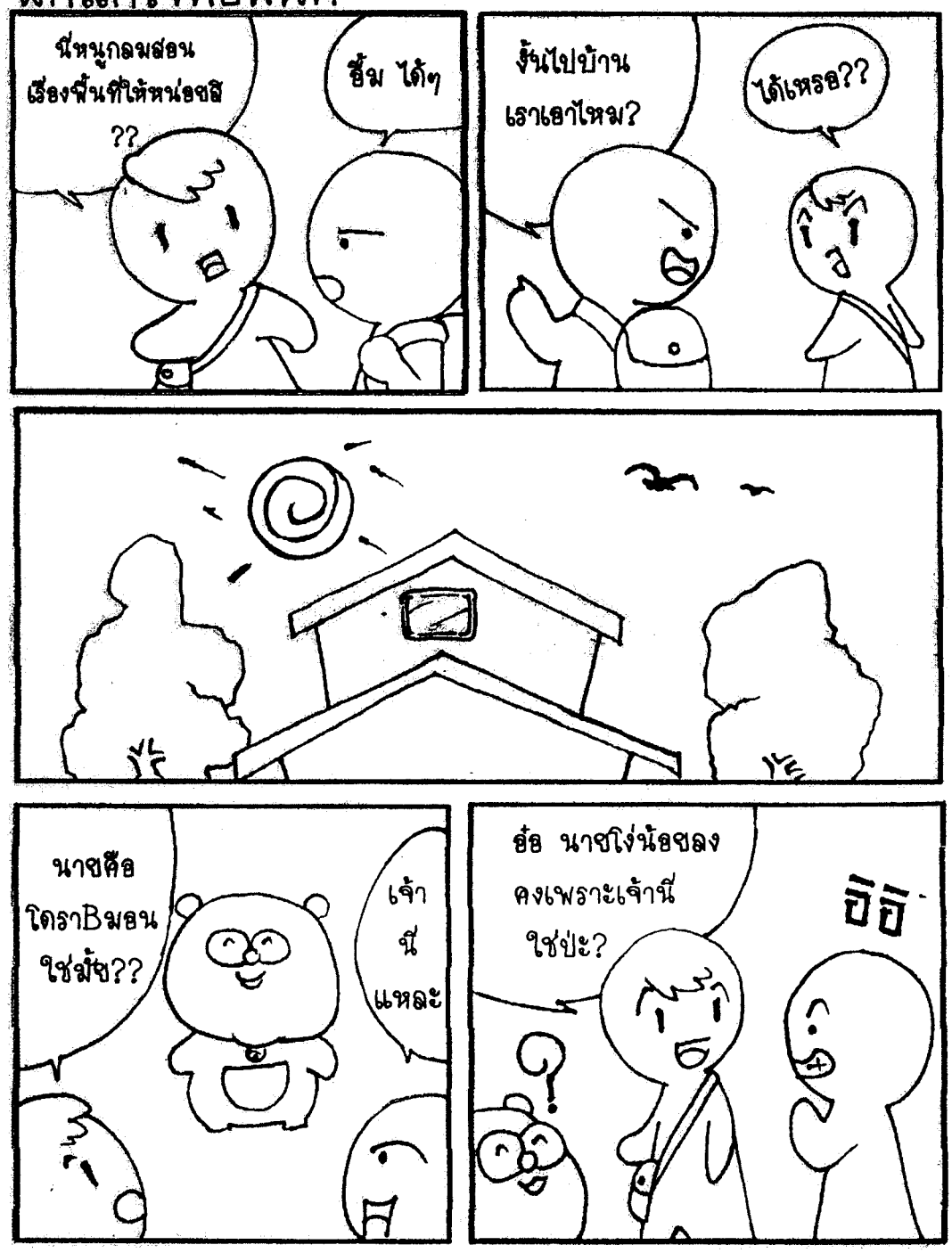
ช่องเต็ม, 44 ช่อง
ไม่เต็ม 57 ช่อง
ช่องที่ทับภาพเต็มนั้น จะมีพื้นที่ 1ตร.ซม. แต่ที่ทับไม่เต็มหล่ะ ?????
ช่องที่ทับไม่เต็มนั้น ประมาณคร่าวๆว่า มีพื้นที่เพียงแค่ครึ่งหนึ่งเท่านั้น เท่ากับ 50ตร.ซม.
คิดพื้นที่เท่ากับ 72.5ตร.ซม.
✖44 + ✖57
= (1✖44) + (0.5 ✖ 57)
= 72.5 ตร.ซม.

อีกวิธีคือวาดรูป
ลงบนกระดาษ
แล้วตัดตามรูป
ไปชั่งน้ำหนัก
72.5
กรัม
หาน้ำหนักของ
แผ่นวัสดุโดยแผ่น
วัสดุให้ได้ขนาด
1ตร.ซม.
1ตร.ซม.
1 กรัม
ดูว่าน้ำหนักของแผ่น
วัสดุตามรูปหนัก
เป็นกี่เท่าของ
แผ่นวัสดุขนาด
1ตร.ซม.
เราก็จะรู้พื้นที่
ของรูป
1กรัม
x 72.5
1 ตร. ซม.
x 72.5
= 72.5 ตร.ซม.

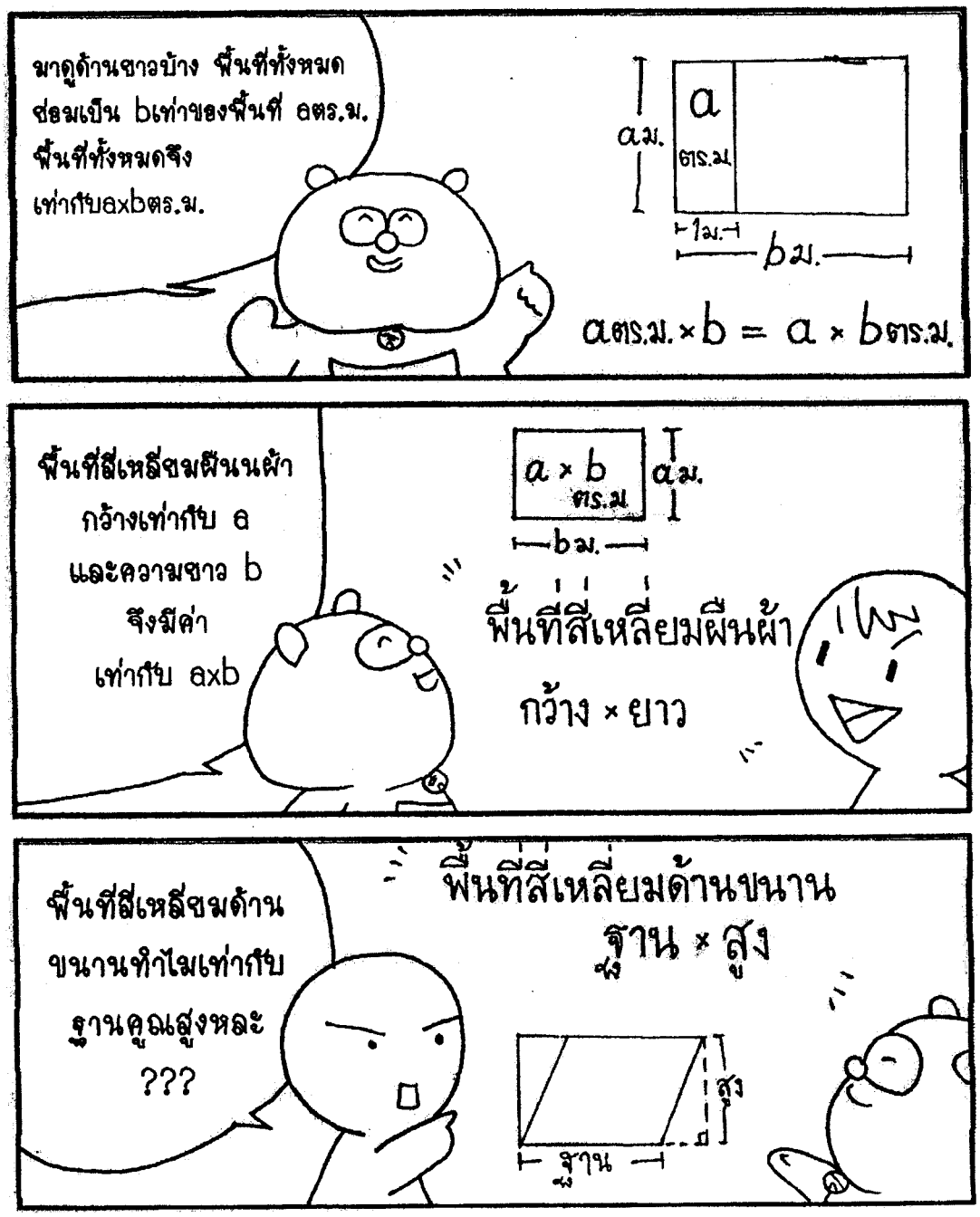

อืม อันนี้
ใหญ่กว่าา!!
ขอบใจ!
สุ้ยย!!

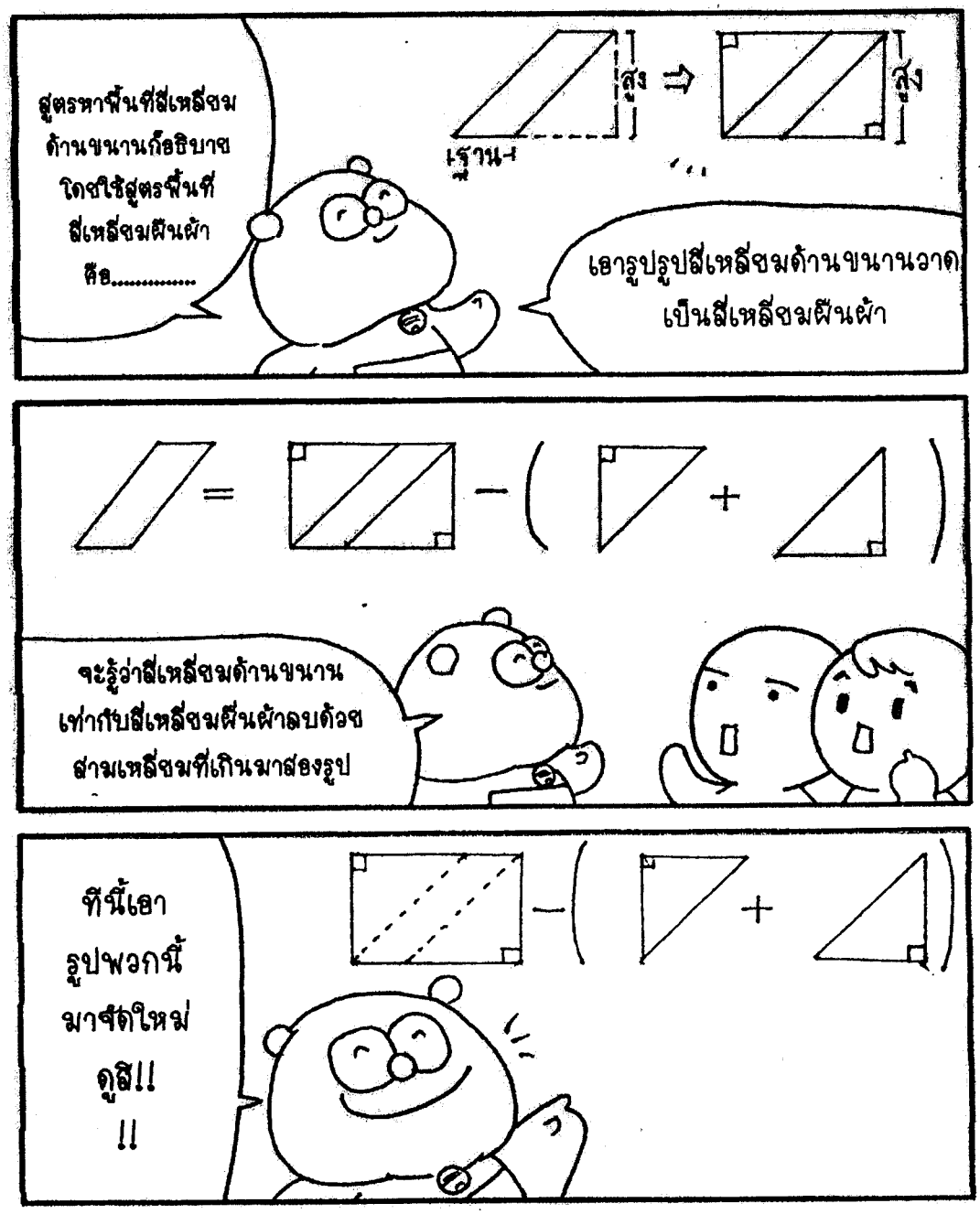
ฝึกแก้โจทย์พื้นที่

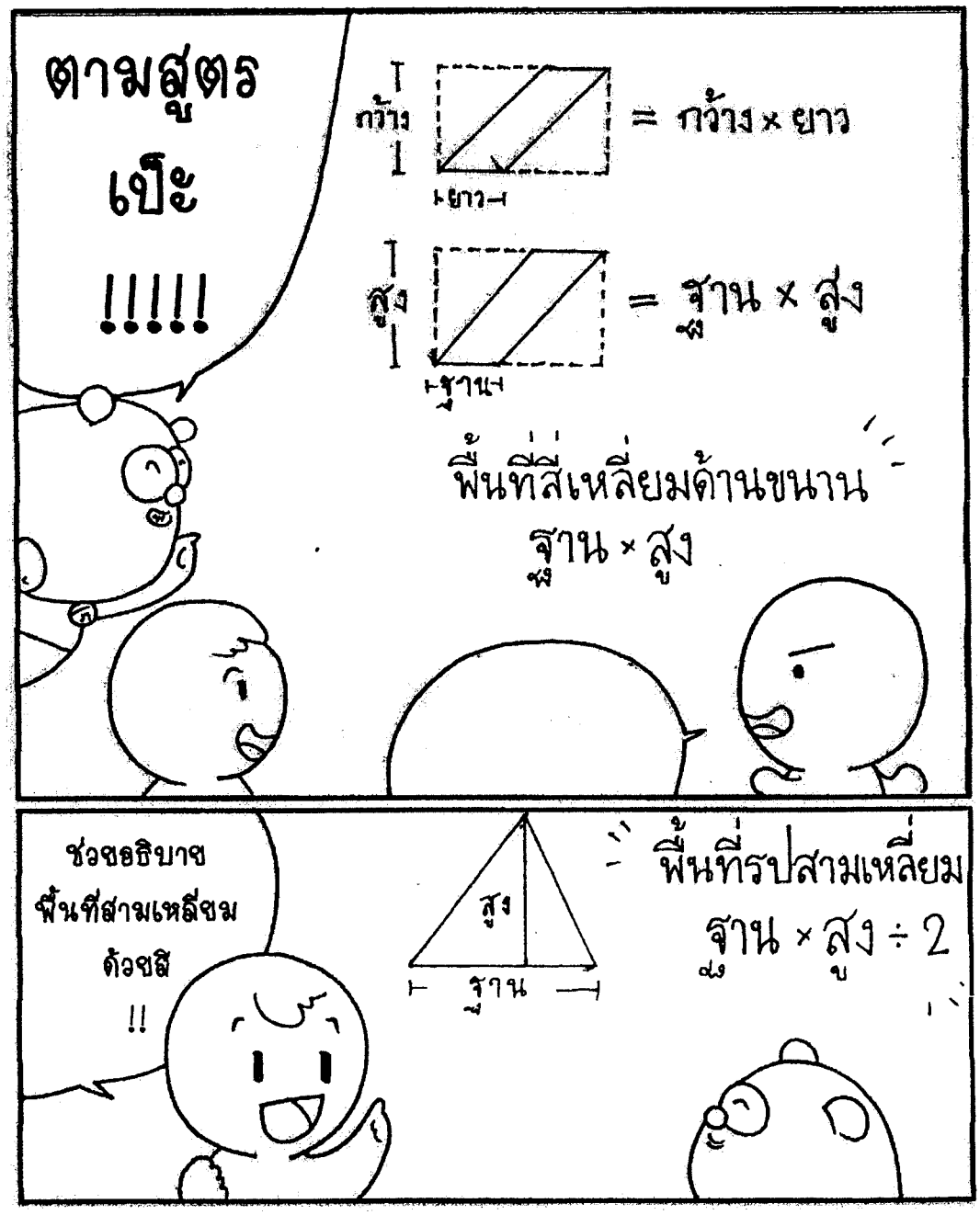
ฝึกแก้โจทย์พื้นที่

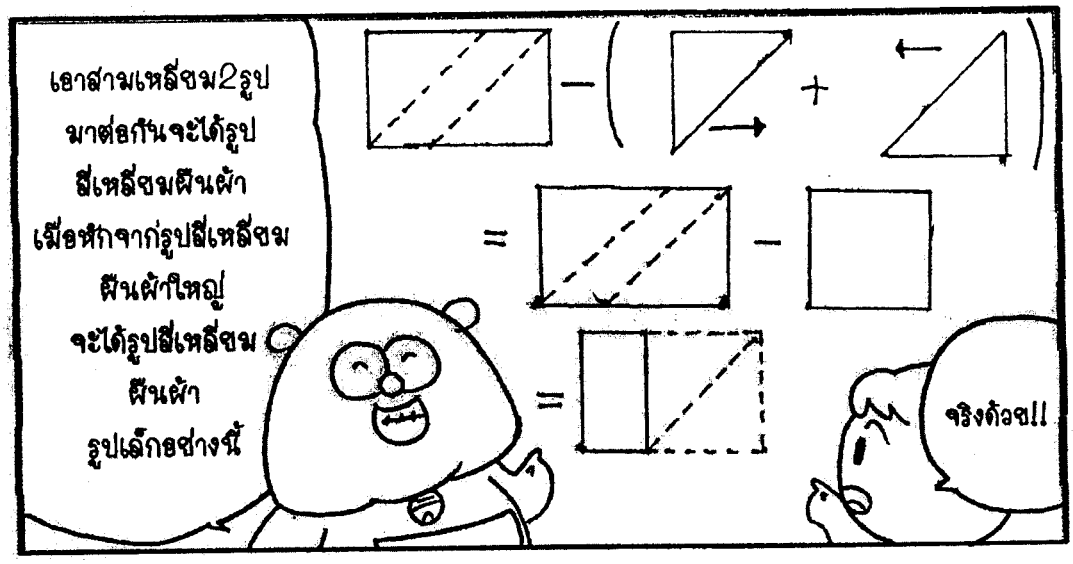


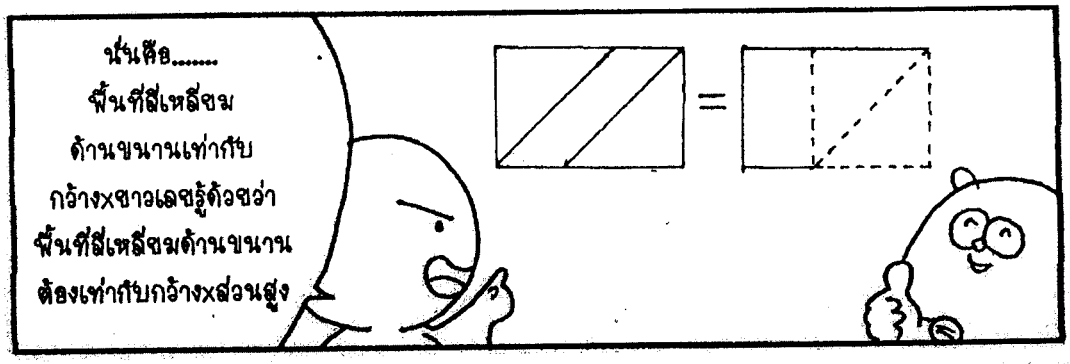
นาซไม่เข้าใจว่าทำไม
พื้นที่ ต้องเท่ากับ
กว้างxยาวใช่ไหม?
ยาว
กว้าง
= กว้าง x ยาว
ถ้าเราอยากรู้
พื้นที่ของรูป
สี่เหลี่ยมผืนผ้า
นี่น่ะ
a ม.
b ม.
1ตร.ม.
1ม.
1ม.
เราก็ดูว่ารูปสี่เหลี่ยม
พื้นที่1ตร.ม.คือกว้าง 1 ม. ทั้งสองด้าน
จะทาบลงไปในรูปใหญ่นี้ได้กี่รูปเราก็จะ
พบสี่เหลี่ยมใหญ่มีพื้นที่เป็นกี่เท่าของ1ตร.ม.
ก่อนอื่นเรามาดูที่ด้านกว้างซึ่งเท่ากับ
aเมตรแล้วเอาส่วนด้านยาวมา1ม.ก่อน
พื้นที่ส่วนนี้ย่อมเท่ากับaเท่า
ของ1ตร.ม.ใช่ไหม
พื้นที่ส่วนนี้จึงเท่ากับ
aตร.ม.
a ม.
1ม.
1ตร.ม.
1ม.
b ม.
1ตร.ม. x a = aตร.ม.

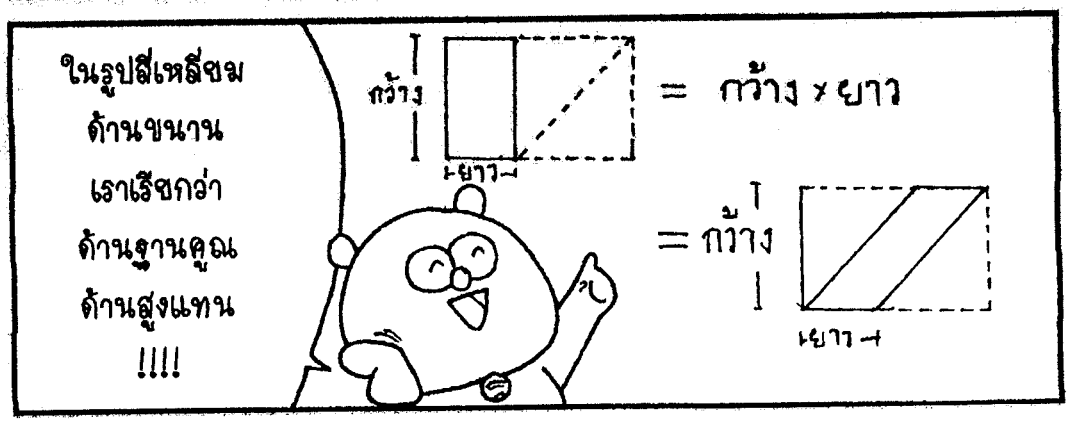

มาดูด้านยาวบ้าง พื้นที่ทั้งหมด
ซ่อมเป็น bเท่าของพื้นที่ aตร.ม.
พื้นที่ทั้งหมดจึง
เท่ากับaxbตร.ม.
a
ตร.ม.
aม.
1ม.
bม.
aตร.ม. × b = a × bตร.ม.
พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า
กว้างเท่ากับ a
และความยาว b
จึงมีค่า
เท่ากับ axb
a × b
ตร.ม.
aม.
bม.
พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า
กว้าง × ยาว
ไง!
พื้นที่สี่เหลี่ยมด้านขนาน
ฐาน × สูง
พื้นที่สี่เหลี่ยมด้าน
ขนานทำไมเท่ากับ
ฐานคูณสูงหละ
???
สูง
ฐาน

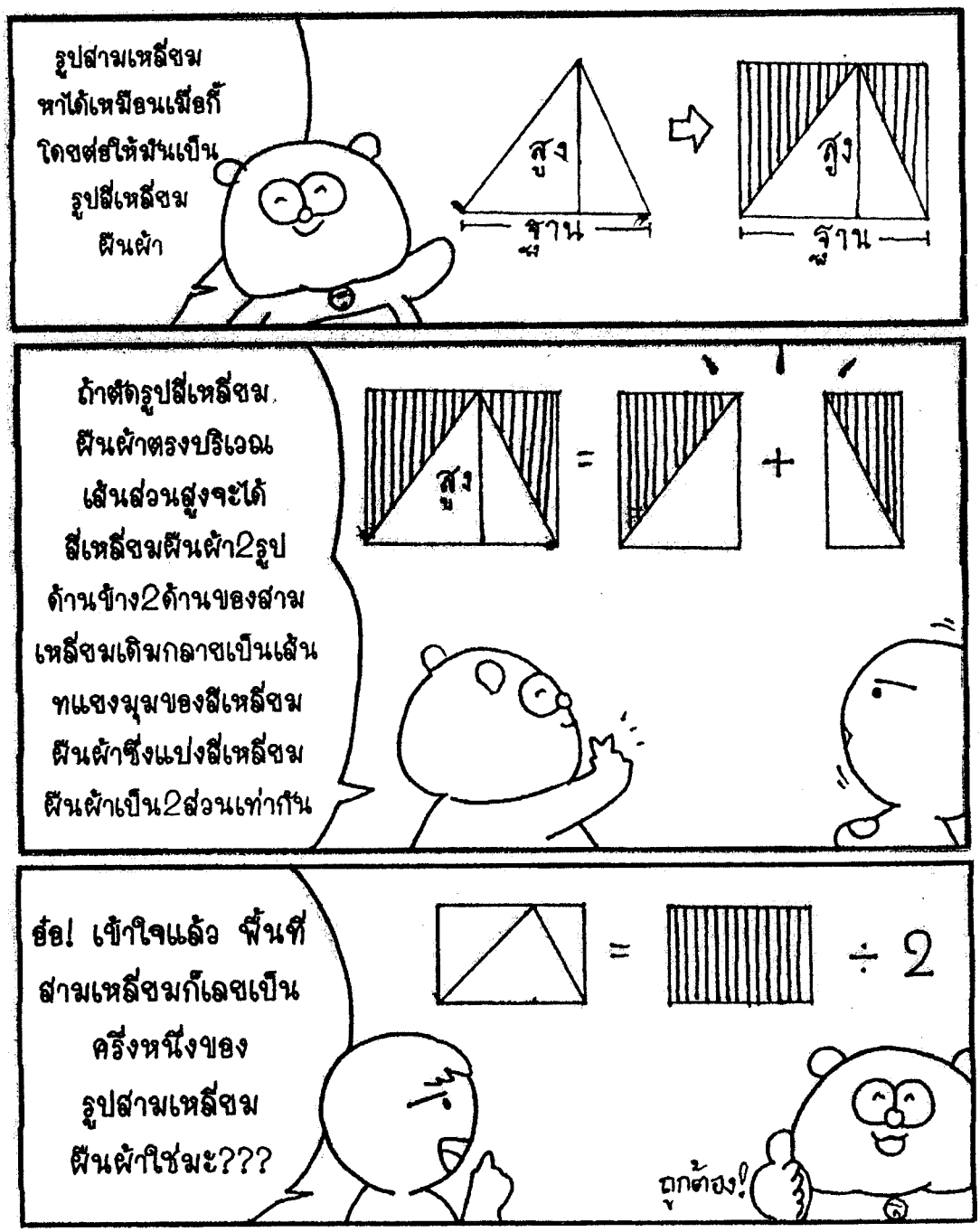

สูตรหาพื้นที่สี่เหลี่ยมด้านขนานก็อธิบายโดยใช้สูตรพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าคือ.....
สูง
ฐาน
สูง
เอารูปรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานอาดเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า
จะรู้ว่าสี่เหลี่ยมด้านขนานเท่ากับสี่เหลี่ยมผืนผ้าลบด้วยสามเหลี่ยมที่เกินมาสองรูป
ทีนี้เอารูปพวกนี้มาจัดใหม่ดูสิ!!
!!

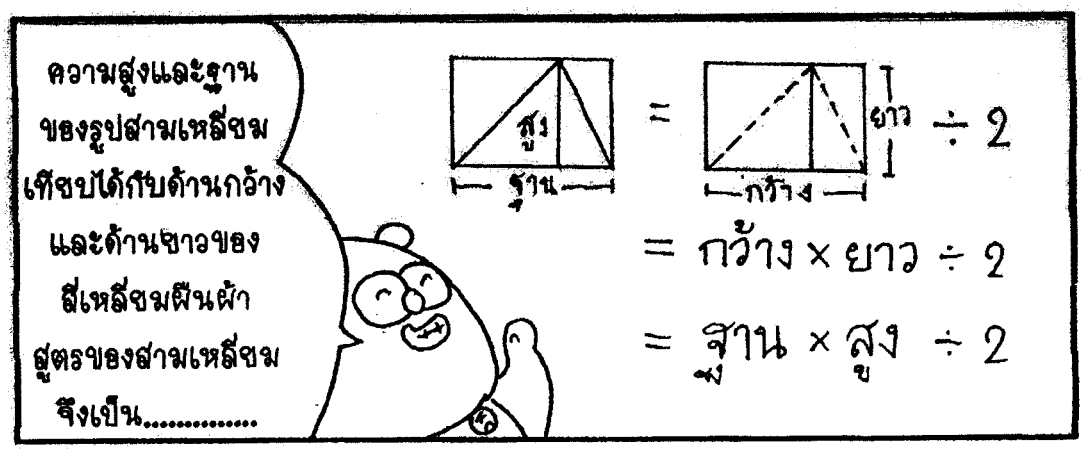

ตามสูตร
เป๊ะ
!!!!!
กว้าง
ยาว
= กว้าง × ยาว
สูง
ฐาน
= ฐาน × สูง
พื้นที่สี่เหลี่ยมด้านขนาน
ฐาน × สูง
ช่วยอธิบาย
พื้นที่สามเหลี่ยม
ด้วยสิ
!!
สูง
ฐาน
พื้นที่รูปสามเหลี่ยม
ฐาน × สูง ÷ 2

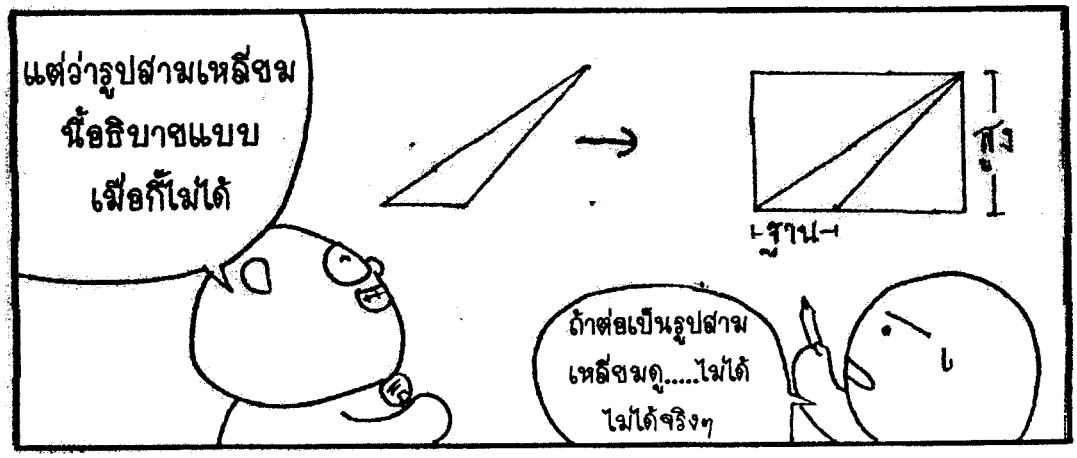

เอาสามเหลี่ยม2รูป
มาต่อกันจะได้รูป
สี่เหลี่ยมผืนผ้า
เมื่อหักจากรูปสี่เหลี่ยม
ผืนผ้าใหญ่
จะได้รูปสี่เหลี่ยม
ผืนผ้า
รูปเล็กอย่างนี้
จริงด้วย!!

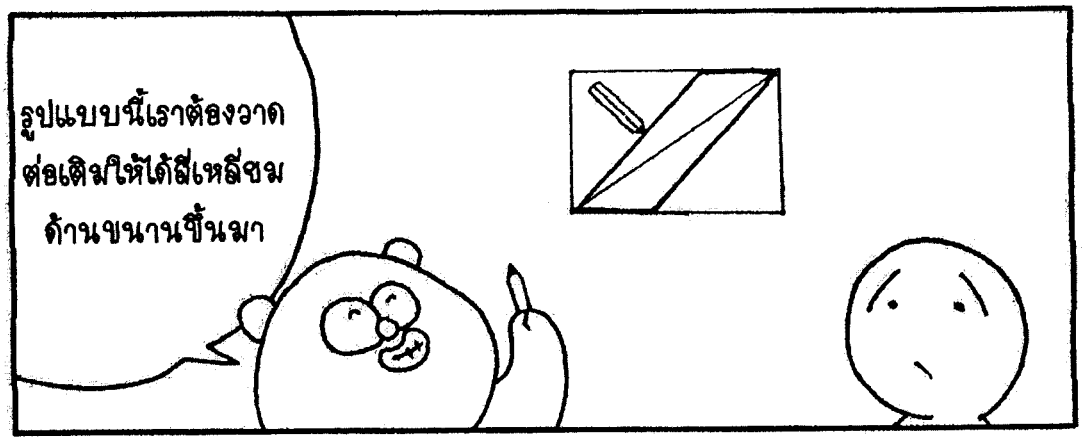

นั่นคือ.....
พื้นที่สี่เหลี่ยม
ด้านขนานเท่ากับ
กว้างxยาวเลยรู้ด้วยว่า
พื้นที่สี่เหลี่ยมด้านขนาน
ต้องเท่ากับกว้างxส่วนสูง

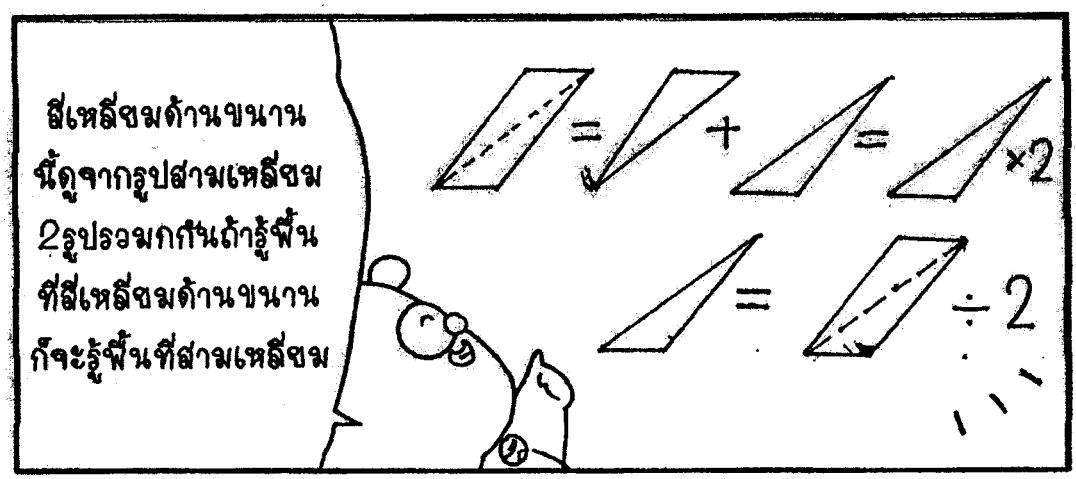

ในรูปสี่เหลี่ยม
ด้านขนาน
เราเรียกว่า
ด้านฐานคูณ
ด้านสูงแทน
!!!!
กว้าง
ยาว
= กว้าง x ยาว
= กว้าง
ยาว

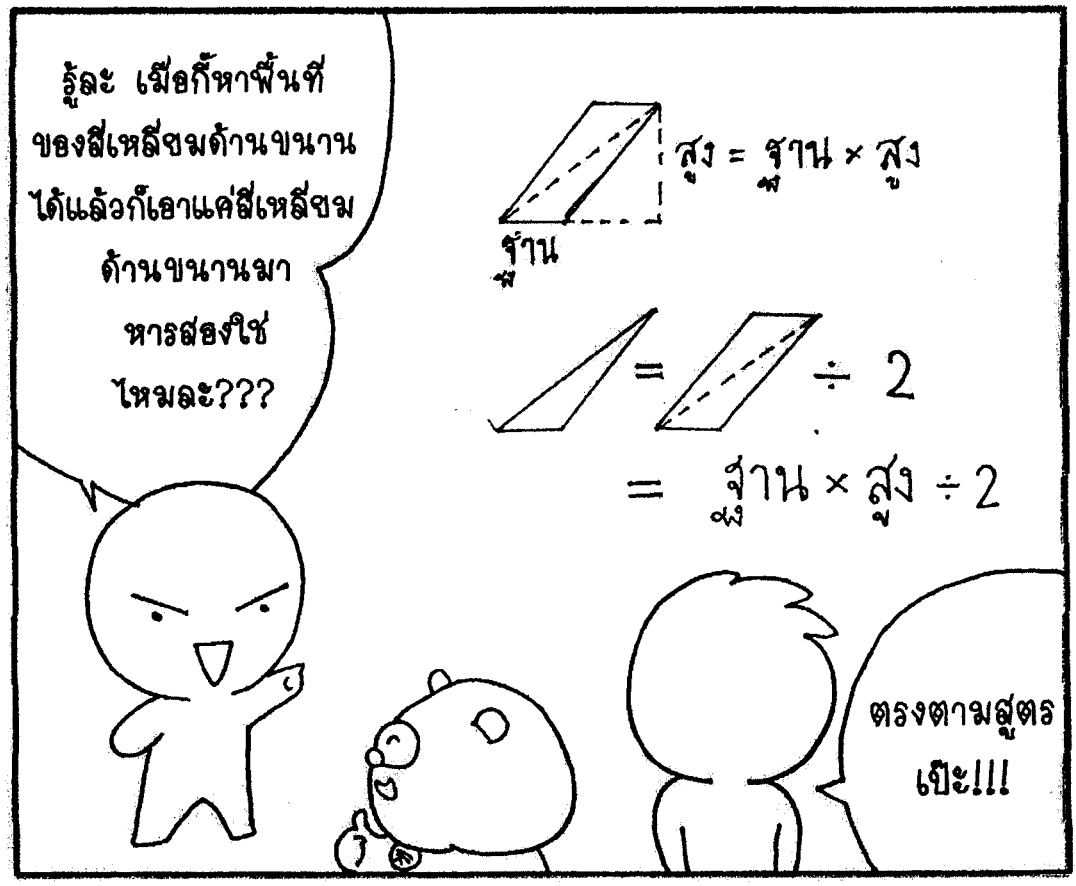

รูปสามเหลี่ยม
หาได้เหมือนเมื่อกี้
โดยต่อให้มันเป็น
รูปสี่เหลี่ยม
ผืนผ้า
สูง
ฐาน
สูง
ฐาน
ถ้าตัดรูปสี่เหลี่ยม
ผืนผ้าตรงปริเวณ
เส้นส่วนสูงจะได้
สี่เหลี่ยมผืนผ้า2รูป
ด้านข้าง2ด้านของสาม
เหลี่ยมเดิมกลายเป็นเส้น
ทแยงมุมของสี่เหลี่ยม
ผืนผ้าซึ่งแบ่งสี่เหลี่ยม
ผืนผ้าเป็น2ส่วนเท่ากัน
สูง
=
+
อ๋อ! เข้าใจแล้ว พื้นที่
สามเหลี่ยมก็เลยเป็น
ครึ่งหนึ่งของ
รูปสามเหลี่ยม
ผืนผ้าใช่มะ???
=
÷ 2
ถูกต้อง!


ความสูงและฐาน
ของรูปสามเหลี่ยม
เทียบได้กับด้านกว้าง
และด้านยาวของ
สี่เหลี่ยมผืนผ้า
สูตรของสามเหลี่ยม
จึงเป็น.....
สูง
ฐาน
=
ยาว
กว้าง
÷ 2
= กว้าง × ยาว ÷ 2
= ฐาน × สูง ÷ 2


แต่ว่ารูปสามเหลี่ยม
นี้อธิบายแบบ
เมื่อกี้ไม่ได้
สูง
ฐาน
ถ้าต่อเป็นรูปสาม
เหลี่ยมดู.....ไม่ได้
ไม่ได้จริงๆ


รูปแบบนี้เราต้องวาด
ต่อเติมให้ได้สี่เหลี่ยม
ด้านขนานขึ้นมา


สี่เหลี่ยมด้านขนาน
นี้ดูจากรูปสามเหลี่ยม
2รูปรวมกกันถ้ารู้พื้น
ที่สี่เหลี่ยมด้านขนาน
ก็จะรู้พื้นที่สามเหลี่ยม
= + = ×2
= ÷2


รู้ละ เมื่อกี้หาพื้นที่
ของสี่เหลี่ยมด้านขนาน
ได้แล้วก็เอาแค่สี่เหลี่ยม
ด้านขนานมา
หารสองใช่
ไหมละ???
สูง = ฐาน × สูง
ฐาน
= ÷ 2
= ฐาน × สูง ÷ 2
ตรงตามสูตร
เป๊ะ!!!

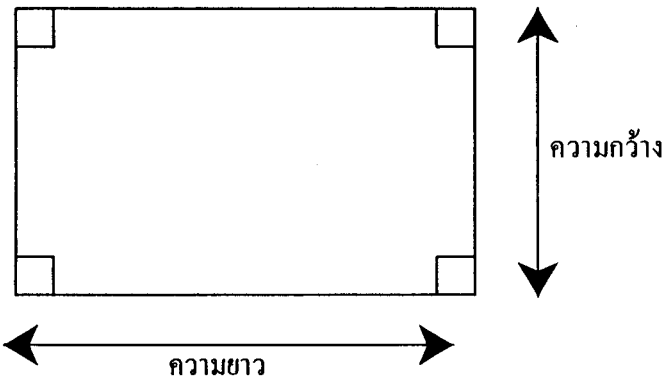
รู้สึกชอบวิชา
คณิตศาสตร์
ขึ้นมาแล้วหละ
ขอบใจมากนะ
!!!!
เกย์!!
เป็นไรอ่ะ
???
อย่าขุด
ทองเค้านะ
....

2.3.2 สูตรการหาพื้นที่

พื้นที่ของรูปเรขาคณิตแบบต่างๆ สามารถคำนวณได้โดยใช้สูตรดังนี้

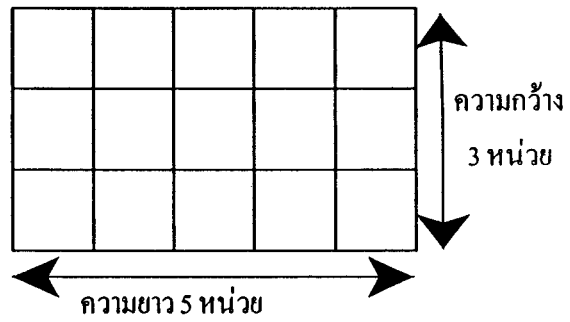
1) พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหาได้โดย นับหรือวัดจำนวนหน่วยของความกว้างคูณด้วยจำนวนหน่วยของความยาว



สูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า = ความกว้าง × ความยาว

<u>ตัวอย่าง</u>



พื้นที่ = กว้าง × ยาว

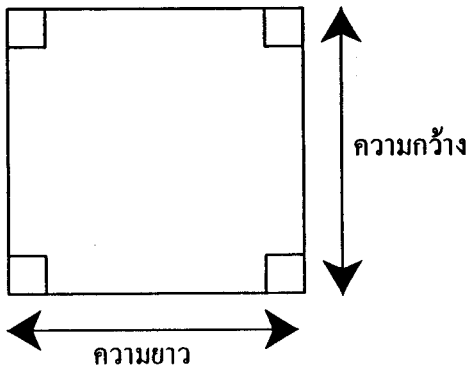
= 3 × 5

= 15 ตารางหน่วย

2) พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

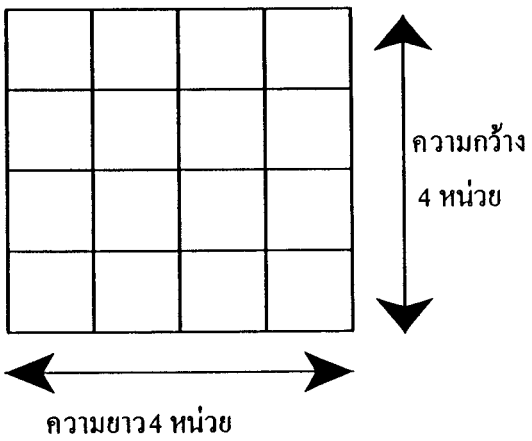
การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส คล้ายกับการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส จะมีด้านกว้างเท่ากับด้านยาว

<u>ตัวอย่าง</u>



สูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส = ความกว้าง × ความยาว

= ด้าน × ด้าน



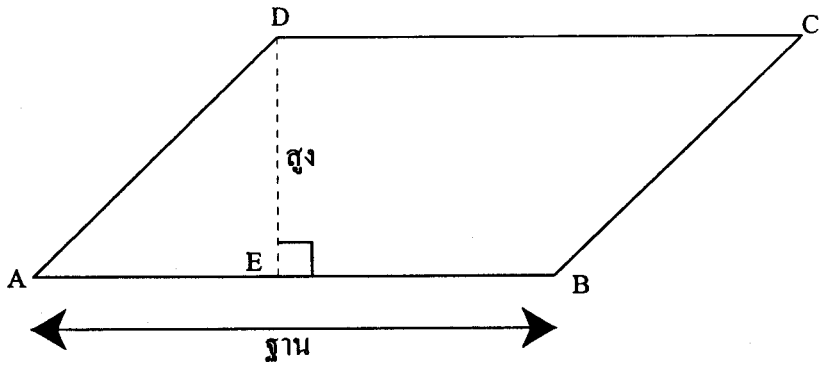
พื้นที่ = ด้าน × ด้าน

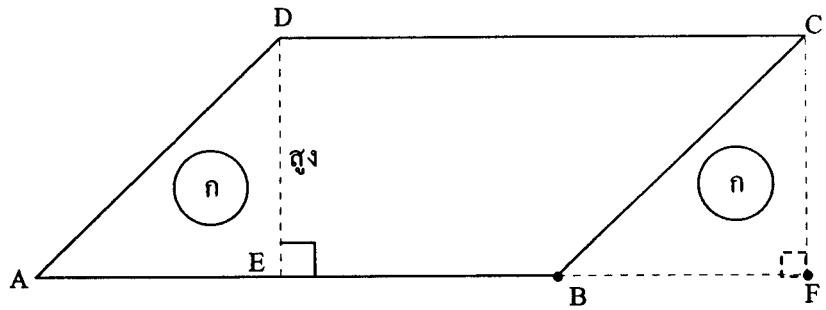
= 4 × 4

= 16 ตารางหน่วย

3) การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

การหาพื้นของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จะต้องทราบความสูงหรือเส้นตั้งฉากที่ลากจากจุดยอดจุดหนึ่งมาตั้งฉากกับฐาน





นำรูป ΔAED ไปซ้อนทับรูป ΔBFC จะได้ $\square EFCD$ เป็นรูป $\square$ ผืนผ้า

พื้นที่ $\square EFCD$ = กว้าง × ยาว

= ฐาน × สูง

= EF × FC

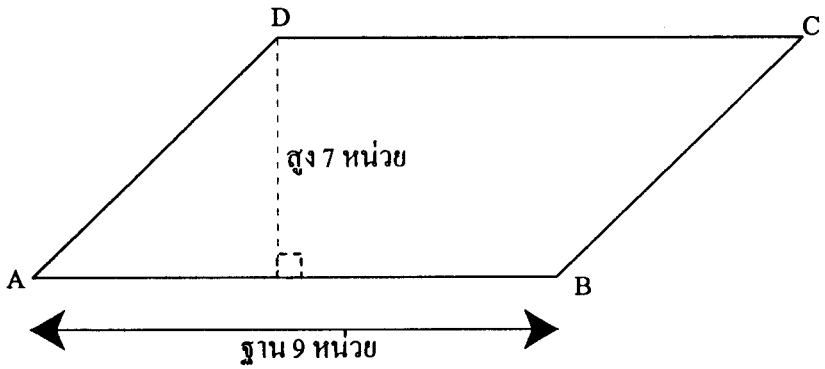
= AB × ED * EF = AB และ FC = ED

พื้นที่ $\square EFCD$ = พื้นที่ $\square ABCD$

ดังนั้นพื้นที่ $\square ABCD$ = AB × ED

= ฐาน × สูง

<u>ตัวอย่าง</u>



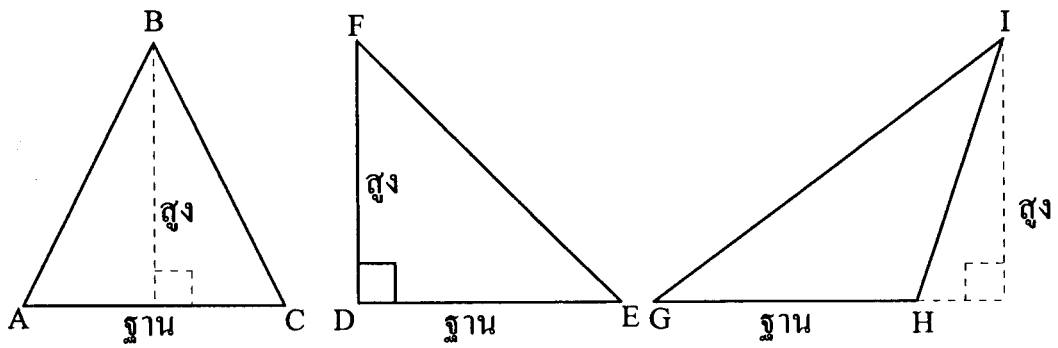
พื้นที่ = ฐาน × สูง

= 9 × 7

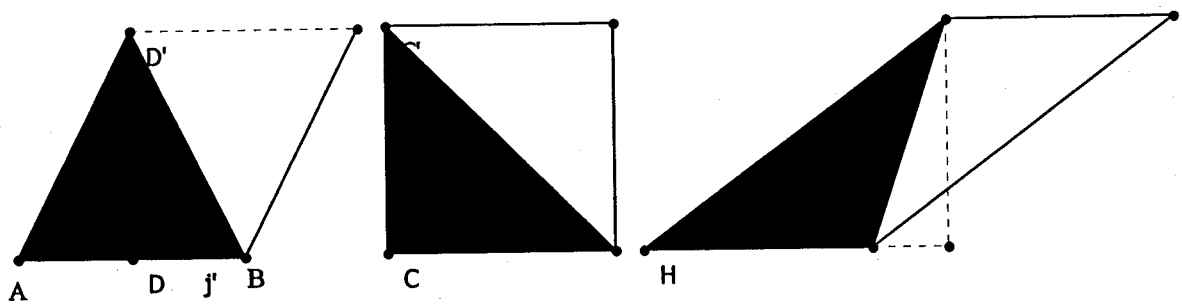
= 63 ตารางหน่วย

4) พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม

การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม จะต้องทราบความสูงหรือเส้นตั้งฉากที่ลากจากจุดยอด มาตั้งฉากกับฐาน

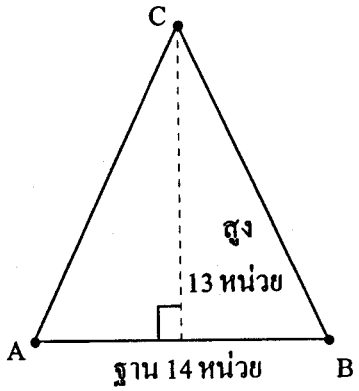


การหาสูตรในการคำนวณ ทำโดยสร้างแต่ละรูปให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ดังนั้นพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมจะเท่ากับครึ่งหนึ่งของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่สร้างขึ้นบนฐานที่เท่ากัน และมีความสูงเท่ากัน



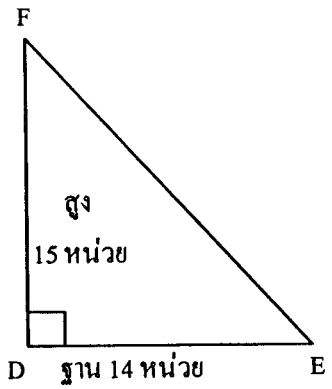
$$\text{พื้นที่} = \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$$

<u>ตัวอย่าง</u>



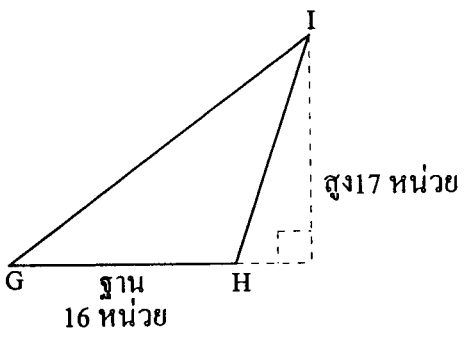
$$\text{พื้นที่ } \Delta ABC = \frac{1}{2} \times 14 \times 13$$

$$= 91 \quad \text{ตารางหน่วย}$$



$$\text{พื้นที่ } \Delta DEF = \frac{1}{2} \times 14 \times 15$$

$$= 105 \quad \text{ตารางหน่วย}$$



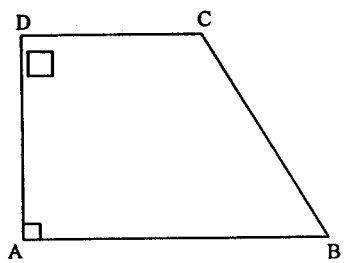
$$\text{พื้นที่ } \Delta GHI = \frac{1}{2} \times 16 \times 17$$

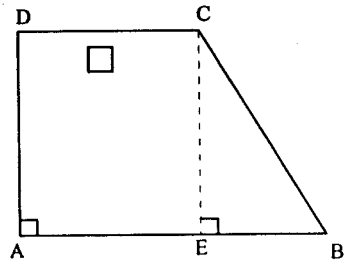
$$= 136 \quad \text{ตารางหน่วย}$$

5) พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู

รูปสี่เหลี่ยมคางหมู คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านขนานกันหนึ่งคู่

การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู หาได้โดยแบ่งรูปสี่เหลี่ยมคางหมูเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้วใช้สูตรหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก สรุปเป็นสูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูได้





5.1 พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู ABCD

พื้นที่ $\square ABCD$ = พื้นที่ $\square AECD$ + พื้นที่ ΔEBC

$$= (AE \times AD) + \left(\frac{1}{2} \times EB \times EC\right)$$

$$= (AE \times AD) + \left(\frac{1}{2} \times EB \times AD\right) \quad *EC=AD$$

$$= AD\left(AE + \frac{1}{2}EB\right)$$

$$= AD\left(\frac{2AE}{2} + \frac{1}{2}EB\right)$$

$$= AD\left(\frac{AE + AE}{2} + \frac{1}{2}EB\right)$$

$$= AD\left(\frac{DC + AE}{2} + \frac{1}{2}EB\right) \quad *AE=DC$$

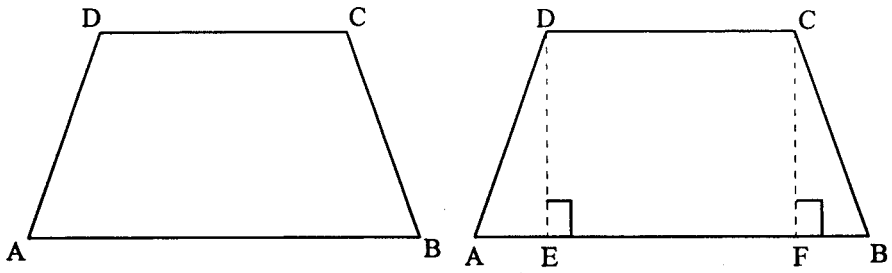
$$= AD\left(\frac{DC + AE + EB}{2}\right)$$

$$= AD\left(\frac{DC + AB}{2}\right) \quad *AE+EB=AB$$

$$= \frac{1}{2} \times AD \times (AB + DC)$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ผลบวกของด้านคู่ขนาน}$$

5.2



กำหนด $\square$ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู มีด้าน AB ขนานกับด้าน DC

พื้นที่ $\square$ABCD = พื้นที่ ΔAED + พื้นที่ $\square$EFCD + พื้นที่ ΔFBC

$$= \left(\frac{1}{2}\times AE\times ED\right)+(EF\times ED)+\left(\frac{1}{2}\times FB\times FC\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\times AE\times ED\right)+(EF\times ED)+\left(\frac{1}{2}\times FB\times ED\right) \quad *FC=ED$$

$$= ED\left[\left(\frac{1}{2}\times AE\right)+(EF)+\left(\frac{1}{2}\times FB\right)\right]$$

$$= ED\left[\left(\frac{AE}{2}\right)+\left(\frac{2EF}{2}\right)+\left(\frac{FB}{2}\right)\right]$$

$$= ED\left[\left(\frac{AE}{2}\right)+\left(\frac{EF+EF}{2}\right)+\left(\frac{FB}{2}\right)\right]$$

$$= ED\left[\left(\frac{AE}{2}\right)+\left(\frac{DC+EF}{2}\right)+\left(\frac{FB}{2}\right)\right] \quad *EF=DC$$

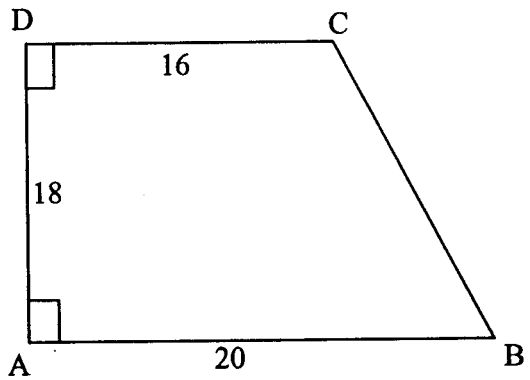
$$= ED\left[\left(\frac{AE+EF+FB+DC}{2}\right)\right]$$

$$= ED\left[\left(\frac{AB+DC}{2}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\times ED\times(AB+DC)$$

$$= \frac{1}{2}\times \text{สูง}\times \text{ผลบวกของด้านคู่ขนาน}$$

ตัวอย่างที่ 1

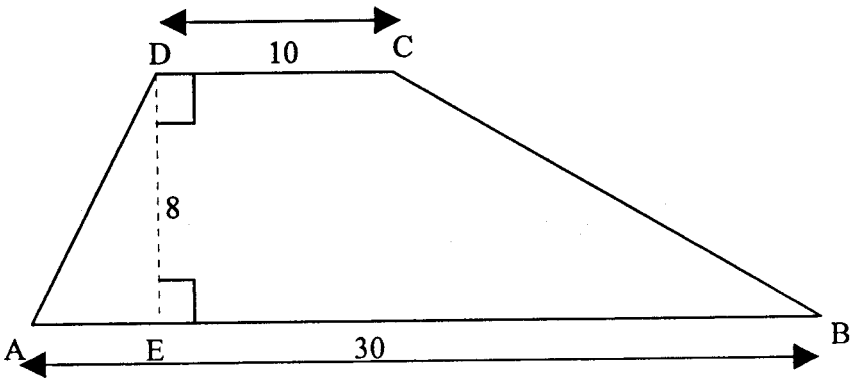


พื้นที่ $\square$ABCD = $\frac{1}{2}$ × สูง × ผลบวกด้านคู่ขนาน

= $\frac{1}{2} \times 18 \times (20+16)$

= 324 ตารางหน่วย

ตัวอย่างที่ 2



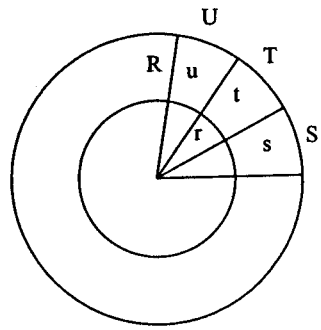
พื้นที่ $\square$ABCD = $\frac{1}{2}$ × สูง × ผลบวกด้านคู่ขนาน

= $\frac{1}{2} \times 8 \times (30+10)$

= 160 ตารางหน่วย

6) พื้นที่ของรูปวงกลม

การหาพื้นที่ของรูปวงกลม



จากรูป
วงกลมใหญ่มีรัศมี R
วงกลมเล็กมีรัศมี r
มีจุดศูนย์กลางร่วมกัน

แบ่งวงกลมใหญ่ออกเป็นส่วนโค้งที่เท่าๆ กัน

จะได้ $S = T = U = \ldots$

และ $s = t = u = \ldots$

จากหลักการของ Δ คล้ายกันจะได้

$$\frac{s}{r} = \frac{S}{R}$$
$$\frac{t}{r} = \frac{T}{R}$$
$$\frac{u}{r} = \frac{U}{R}$$
$$\vdots \qquad \vdots$$

ดังนั้น $\frac{s}{r}+\frac{t}{r}+\frac{u}{r}+\ldots = \frac{S}{R}+\frac{T}{R}+\frac{U}{R}+\ldots$

$$\frac{s+t+u+\ldots}{r} = \frac{S+T+U+\ldots}{R} = \text{ค่าคงที่}$$

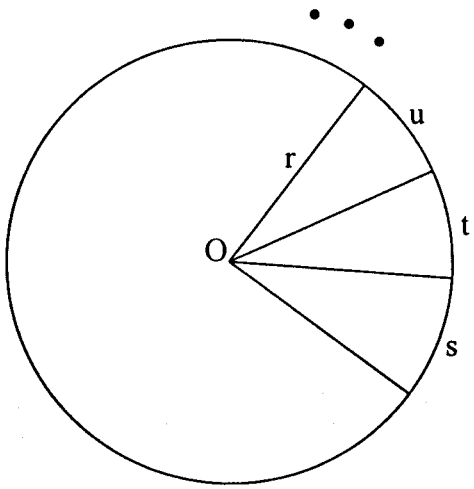
$$\frac{s+t+u+\ldots}{r} = \frac{S+T+U+\ldots}{R} = K$$

ถ้าแบ่งเส้นรอบวงแต่ละส่วน s, t, u, ... เล็กมากๆ

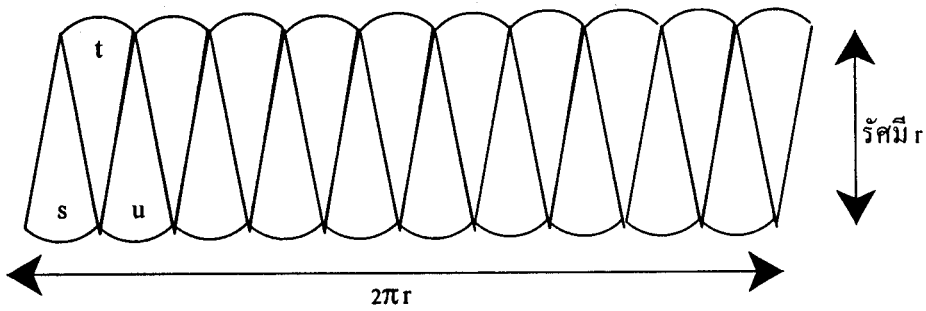
จะได้ $s + t + u + \ldots =$ เส้นรอบวง

ดังนั้น $\dfrac{\text{เส้นรอบวง}}{r} = K = 2\pi$

เส้นรอบวง $= 2\pi r$



เมื่อนำสามเหลี่ยมที่เท่าๆ กันมาเรียงต่อกัน



พื้นที่ $=$ (จำนวนรูป Δ) $\times \frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ สูง

$= \frac{1}{2} \times [(\text{จำนวนรูป}\Delta) \times \text{ฐาน}] \times \text{สูง}$

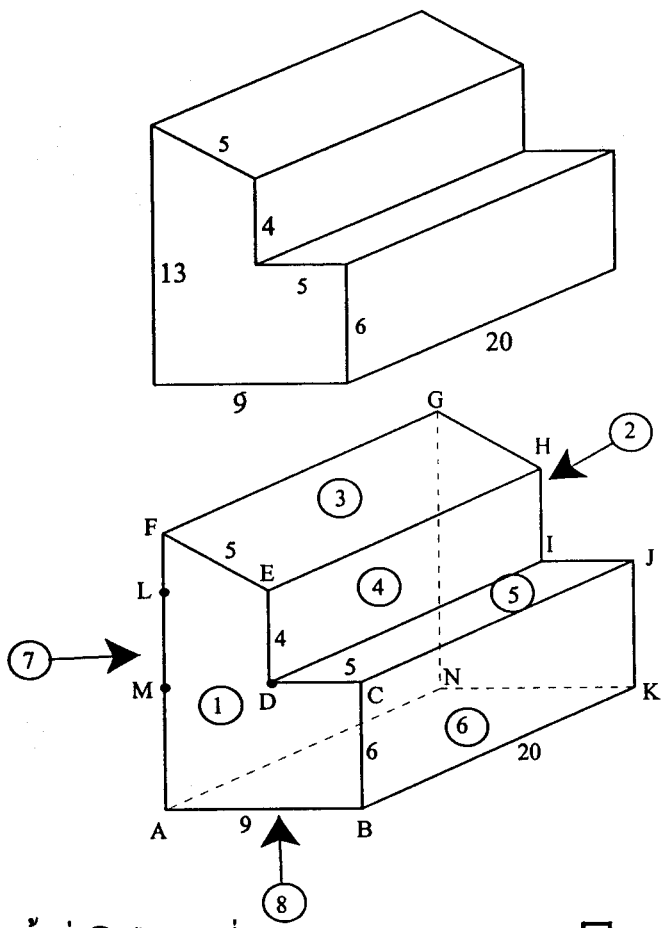
$= \frac{1}{2} \times \text{เส้นรอบวง} \times \text{สูง}$

$= \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r$

$= \pi r^2$

2.3.3 ตัวอย่างการประยุกต์เกี่ยวกับพื้นที่

<u>ตัวอย่างที่ 1</u>



AB = 9 หน่วย

AF = 13 หน่วย

BK = 20 หน่วย

FE = 5 หน่วย

ED = 4 หน่วย

DC = 5 หน่วย

CB = 6 หน่วย

พื้นที่ ① คือรูปเหลี่ยม ABCDEFLMA = $\square$ABCM + $\square$MDEL + ΔLEF

$$= (9\times6)+(4\times4)+\left(\frac{1}{2}\times4\times3\right)$$

$= 76$ ตารางหน่วย

พื้นที่ ② =พื้นที่ ① $= 76$ ตารางหน่วย

พื้นที่ ③ = $\square$FEHG $= 5\times20$ $= 100$ ตารางหน่วย

พื้นที่ ④ = $\square$DIHE $= 4\times20$ $= 80$ ตารางหน่วย

พื้นที่ ⑤ = $\square$DCJI $= 5\times20$ $= 100$ ตารางหน่วย

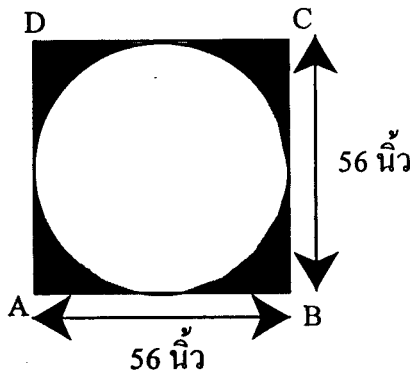
พื้นที่ ⑥ = $\square$BKJC $= 6\times20$ $= 120$ ตารางหน่วย

พื้นที่ ⑦ = $\square$ANGF $= 13\times20$ $= 260$ ตารางหน่วย

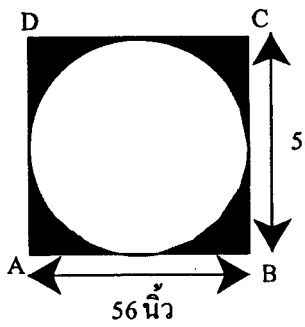
พื้นที่ ⑧ = $\square$ABKN $= 9\times20$ $= 180$ ตารางหน่วย

รวมพื้นที่ผิวทั้งหมด 992 ตารางหน่วย

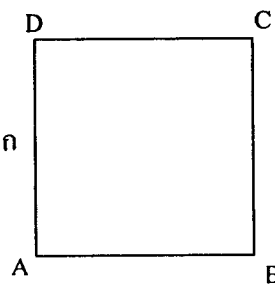
<u>ตัวอย่างที่ 2</u>



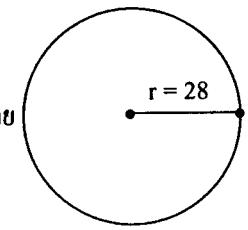
วงกลมบรรจุอยู่ในสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 56 นิ้ว ดังรูป จงหาพื้นที่แรเงา



หาได้จาก



หักออกด้วย



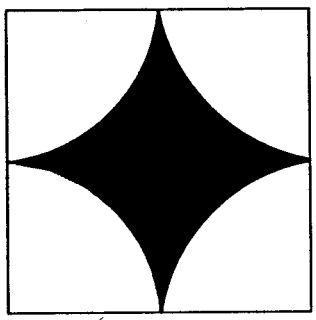
พื้นที่แรเงา หาได้จาก (พื้นที่ $\square ABCD$) หักออกด้วย (พื้นที่วงกลมรัศมี 28 นิ้ว)

$$\approx (56\times 56)-\left(\frac{22}{7}\times 28\times 28\right)$$

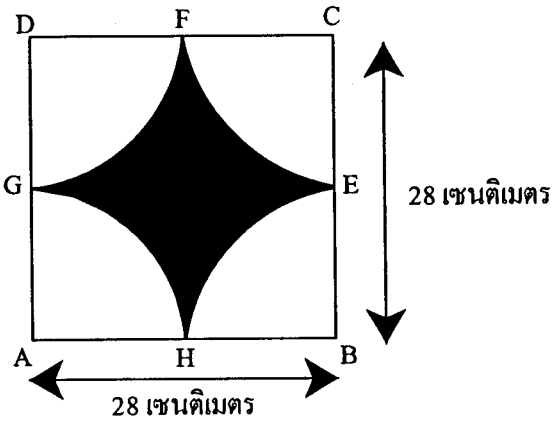
$$\approx 3136-2464$$

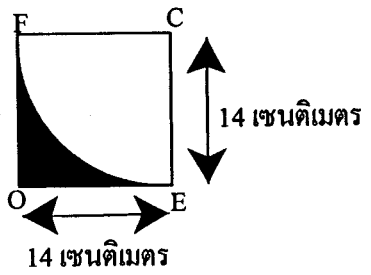
$$\approx 672 \text{ ตารางนิ้ว}$$

<u>ตัวอย่างที่ 3</u>



รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านยาวด้านละ 28 เซนติเมตร ดังรูป จงหาพื้นที่แรเงา





(พื้นที่แรเงา OEF) หาได้จาก $\left[\left(\text{พื้นที่OECF}\right)\text{หักออกด้วย}\left(\frac{1}{4}\text{ของพื้นที่วงกลมรัศมี14เซนติเมตร}\right)\right]$

ดังนั้นรูปแรเงาEFGH $\approx 4\times\left[\left(14\times14\right)-\left(\frac{1}{4}\times\frac{22}{7}\times14\times14\right)\right]$

$\approx 4\times\left[196-154\right]$

$\approx 4\times[42]$

$\approx$ 168 ตารางเซนติเมตร

บทที่ 3
ปริมาตร

3.1 แนวคิดเกี่ยวกับปริมาตร

ปริมาตร หมายถึง ปริมาณที่ใช้บอกขนาดความจุของวัตถุใดๆ มีหน่วยคำว่า "ลูกบาศก์" นำหน้า เช่น ลูกบาศก์นิ้ว ลูกบาศก์เซนติเมตร

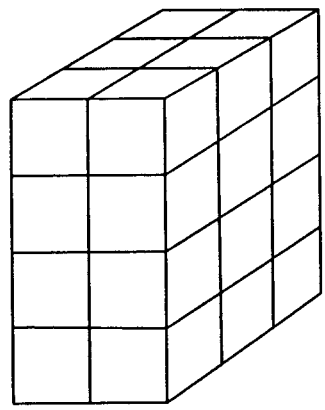
ปริมาตรของของแข็งจะคงที่และรูปร่างแน่นอน

ปริมาตรของของเหลวจะคงที่ แต่รูปทรงจะเปลี่ยนไปตามภาชนะ

ปริมาตรของแก๊สขนาดและรูปทรงจะไม่คงที่จะเปลี่ยนไปตามรูปของภาชนะ

การวัดปริมาตรของรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก หน่วยการวัด คือ ลูกบาศก์หน่วย หมายถึง รูปทรงสามมิติที่มีความกว้าง ความยาว และความสูงเป็นหนึ่งหน่วยเท่ากัน

<u>ตัวอย่าง</u> แท่งไม้มีความกว้าง 2 เซนติเมตร ความยาว 3 เซนติเมตร และความสูง 4 เซนติเมตร



ปริมาตรของแท่งไม้

= ความกว้าง × ความยาว × ความสูง

= 2 × 3 × 4

= 24 ลูกบาศก์เซนติเมตร

3.2 หน่วยการวัดปริมาตร

3.2.1 หน่วยการวัดปริมาตรในระบบเมตริก

1	ลูกบาศก์เซนติเมตร	เท่ากับ	1,000	ลูกบาศก์มิลลิเมตร
1	ลูกบาศก์เมตร	เท่ากับ	1,000,000	ลูกบาศก์เซนติเมตร
1	ลูกบาศก์เซนติเมตร	เท่ากับ	1	มิลลิลิตร
1	ลิตร	เท่ากับ	1,000	มิลลิลิตร
1	ลิตร	เท่ากับ	1,000	ลูกบาศก์เซนติเมตร (ซี.ซี.)
1,000	ลิตร	เท่ากับ	1	ลูกบาศก์เมตร

3.2.2 หน่วยการวัดปริมาตรในระบบอังกฤษ

3	ช้อนชา	เท่ากับ	1	ช้อนโต๊ะ
16	ช้อนโต๊ะ	เท่ากับ	1	ถ้วยตวง
1	ถ้วยตวง	เท่ากับ	8	ออนซ์

3.2.3 หน่วยการวัดในมาตราไทย

1	ถัง	เท่ากับ	20	ลิตร (ทะนานหลวง)
1	เกวียน	เท่ากับ	100	ถัง

3.2.4 หน่วยการวัดปริมาตร ในมาตราไทย เทียบกับระบบมาตราเมตริก

	1	เกวียน	เท่ากับ	2	ลูกบาศก์เมตร
	1	เกวียน	เท่ากับ	2,000	ลิตร
ข้าวสาร 1 ถัง		มีน้ำหนัก	เท่ากับ	15	กิโลกรัม
ข้าวสาร 1 กระสอบ		มีน้ำหนัก	เท่ากับ	100	กิโลกรัม

3.2.5 หน่วยการวัดปริมาตรในระบบอังกฤษเทียบกับระบบเมตริก (โดยประมาณ)

1	ช้อนชา	เท่ากับ	5	ลูกบาศก์เซนติเมตร
1	ถ้วยตวง	เท่ากับ	240	ลูกบาศก์เซนติเมตร

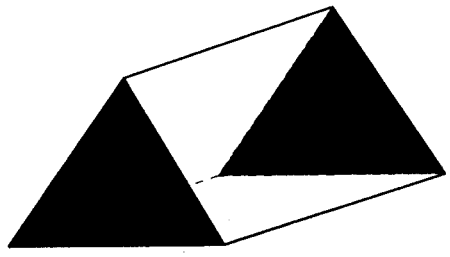
<u>ตัวอย่างที่ 1</u> แม่ชงนมให้น้องดื่มวันละ 3 ขวด ขวดละ 8 ออนซ์ ในแต่ละวัน น้องดื่มนมกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

เนื่องจาก	8	ออนซ์	เท่ากับ	1	ถ้วยตวง
นม 3 ขวด ขวดละ	8	ออนซ์	คิดเป็นนม	3	ถ้วยตวง
และเนื่องจาก	1	ถ้วยตวง	เท่ากับ	240	ลูกบาศก์เซนติเมตร
ดังนั้นนม	3	ถ้วยตวง	คิดเป็นนม	$3\times240=720$	ลูกบาศก์เซนติเมตร

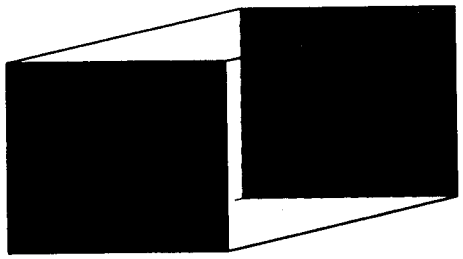
นั้นคือ น้องดื่มนมวันละ 720 ลูกบาศก์เซนติเมตร

3.3 การประยุกต์เกี่ยวกับปริมาตร

3.3.1 ปริมาตรของปริซึม



ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า



ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ปริซึม คือ รูปทรงเรขาคณิตสามมิติ ที่ฐานหรือรูปหน้าตัดเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการอยู่ในระนาบที่ขนานกันซึ่งไม่อยู่ในระนาบเดียวกัน อย่างน้อย 1 คู่ และด้านข้างแต่ละด้าน เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เรียกชื่อปริซึมชนิดต่างๆ ตามลักษณะของฐาน หรือพื้นที่หน้าตัดที่ขนานกันของปริซึม ดังตัวอย่าง

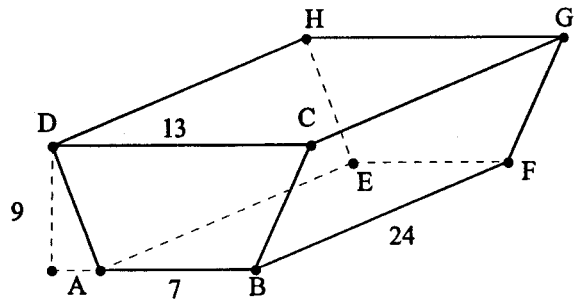
ปริมาตรของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก = กว้าง × ยาว × สูง

= (กว้าง × ยาว) สูง

= พื้นที่ฐาน × สูง

ดังนั้น ปริมาตรของปริซึม = พื้นที่ฐาน × สูง

ตัวอย่างที่ 1



จากรูป จงหาปริมาตรของปริซึมสี่เหลี่ยมคางหมู

พื้นที่ฐานหรือพื้นที่หน้าตัด คือสี่เหลี่ยมคางหมู ABCD

ปริมาตร = พื้นที่ฐาน × สูง

$$= \left[\frac{1}{2}\times 9\times(7+13)\right]\times 24$$

= 2,160 ลูกบาศก์หน่วย

3.3.2 ปริมาตรของทรงกระบอก

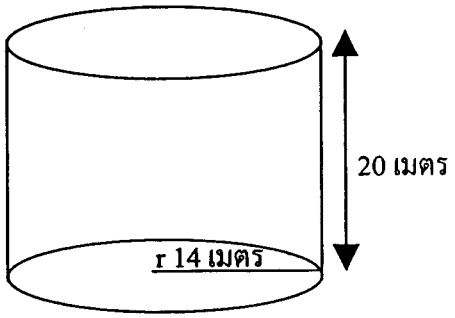
รูปทรงกระบอก ก็คือ รูปปริซึมวงกลมนั่นเอง

ปริมาตรของทรงกระบอก = พื้นที่ฐาน × สูง

$= \pi r^2 \times h$

$= \pi r^2 h$

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> ถังเก็บน้ำทรงกระบอกขนาดใหญ่ มีรัศมียาว 14 เมตร สูง 20 เมตร จะเก็บน้ำมันได้กี่ลูกบาศก์เมตร



ปริมาตร = พื้นที่ฐาน × สูง

$= \pi r^2 h$

$\approx \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 20$

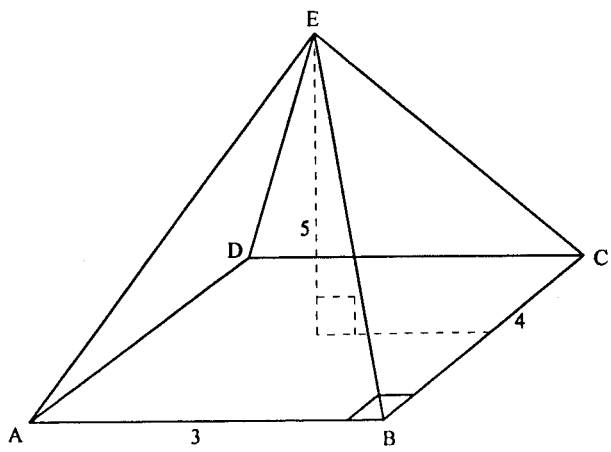
$\approx$ 12,320 ลูกบาศก์เมตร

3.3.3 ปริมาตรของพีระมิด

เนื่องจากปริซึมมีปริมาตร = พื้นที่ฐาน × สูง

เมื่อทดลองทำพีรามิดที่มีฐานและความสูงเท่าปริซึมและนำไปทดสอบตวงทราย โดยนำ พีระมิดตักทรายใส่ปริซึม ผลปรากฏว่าต้องตักทรายใส่ปริซึม 3 ครั้งจึงจะได้ทรายเต็มปริซึมพอดี ดังนั้น ปริมาตรพีระมิด = $\frac{1}{3}$ × พื้นที่ฐาน × สูง

<u>ตัวอย่างที่ 3</u> พีรามิดสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 3 เมตร ยาว 4 เมตร สูง 5 เมตร จะมีปริมาตรเท่าใด



ปริมาตรพีรามิด = $\frac{1}{3}$ × พื้นที่ฐาน × สูง

$= \frac{1}{3} \times (3 \times 4) \times 5$

= 20 ลูกบาศก์เมตร

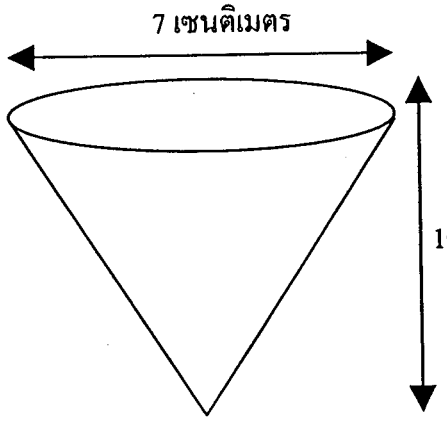
3.3.4 ปริมาตรของกรวย

เช่นเดียวกันกับพีรามิด ปริมาตรทรงกรวยเท่ากับหนึ่งในสามของปริมาตรทรงกระบอก

$$\text{ปริมาตรกรวย} = \frac{1}{3}\text{ปริมาตรทรงกระบอก}$$

$$= \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

<u>ตัวอย่างที่ 4</u> ลูกดิ่งทองเหลืองตันมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 7 เซนติเมตร สูง 10 เซนติเมตร จะมีปริมาตรของทองเหลืองเท่าใด



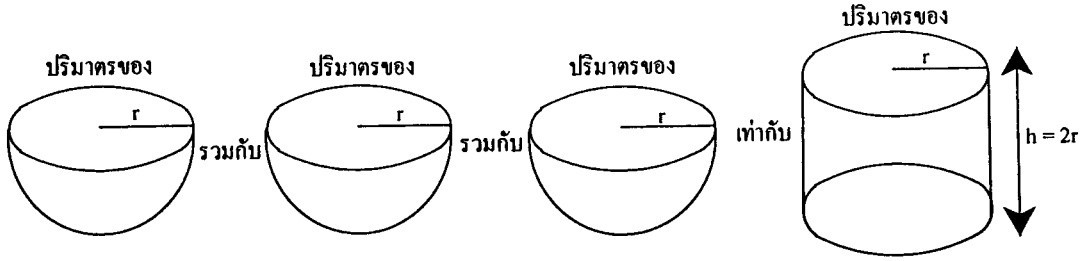
$$\text{ปริมาตร} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$\approx \frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times\left(\frac{7}{2}\times\frac{7}{2}\right)\times 10$$

$$\approx 128.3 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

3.3.5 ปริมาตรทรงกลม

ทำการทดลองโดยนำฟุตบอลพลาสติกมาผ่าครึ่งลูก และนำกระดาษแข็งสร้างทรงกระบอกให้มีรัศมีเท่ากับรัศมีของลูกฟุตบอล และมีความสูงเป็น 2 เท่าของรัศมีของลูกฟุตบอล นำลูกฟุตบอลพลาสติกครึ่งลูกดังกล่าวตักทรายใส่ทรงกระบอก จะได้ 3 ครั้ง เต็มทรงกระบอกพอดี



3 เท่าของครึ่งปริมาตรวงกลม = ปริมาตรทรงกระบอก

$3\times(\frac{1}{2}$ ปริมาตรทรงกลม) = ปริมาตรทรงกระบอก

$\frac{3}{2}$ ปริมาตรทรงกลม = ปริมาตรทรงกระบอก

$\frac{3}{2}$ ปริมาตรทรงกลม = $\pi r^2(2r)$

ปริมาตรทรงกลม = $\frac{2}{3}\pi r^2(2r)$

ปริมาตรทรงกลม = $\frac{4}{3}\pi r^3$

<u>ตัวอย่างที่ 5</u> แท็งก์น้ำรูปทรงกลม วัดรัศมีภายในได้ยาว 2 เมตร จะจุน้ำได้กี่ลิตร

ปริมาตรทรงกลม = $\frac{4}{3}\pi r^3$

$\approx \frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times 2\times 2\times 2$

$\approx$ 38,808 ลูกบาศก์เมตร

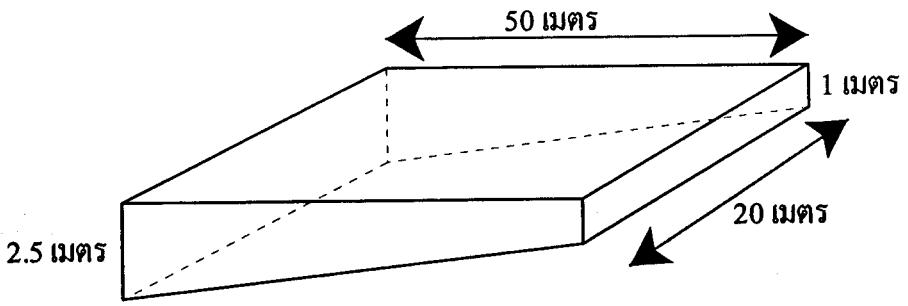
เนื่องจาก 1 ลูกบาศก์เมตร เท่ากับ 1,000 ลิตร

ดังนั้น แท็งก์ใบนี้จุน้ำ $\approx$ 38,808 × 1,000

$\approx$ 38,808 ลิตร

3.3.6 โจทย์ตัวอย่างการประยุกต์เกี่ยวกับปริมาตร

<u>ตัวอย่างที่ 6</u> สระว่ายน้ำกว้าง 20 เมตร ยาว 50 เมตร ด้านน้ำตื้นมีความลึก 1 เมตร ด้านน้ำลึกมีความลึก 2.50 เมตร การล้างสระว่ายน้ำแต่ละครั้ง ต้องเปลี่ยนน้ำใหม่ครั้งละกี่ลิตร



ปริมาตร = พื้นที่หน้าตัด × ยาว

หรือ = พื้นที่ฐาน × สูง

ปริมาตรน้ำ $= \left[\frac{1}{2} \times 50(1+2.5)\right] \times 20$

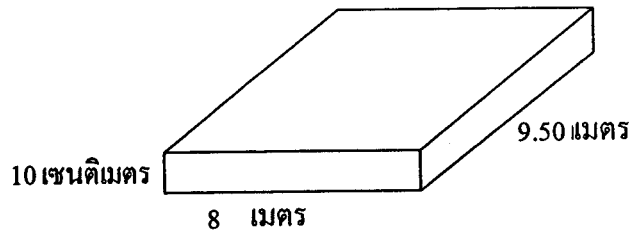
$= \frac{1}{2} \times 50 \times 3.5 \times 20$

= 1,750 ลูกบาศก์เมตร

เนื่องจาก 1 ลูกบาศก์เมตร เท่ากับ 1,000 ลิตร

ดังนั้นเปลี่ยนน้ำในสระว่ายน้ำต้องใช้น้ำ 1,750 × 1,000 = 1750,000 ลิตร

<u>ตัวอย่างที่ 7</u> นายบุญมาต้องการสร้างลานคอนกรีตสำหรับตากเมล็ดกาแฟเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 8 เมตร ยาว 9.50 เมตร คอนกรีตหนา 10 เซนติเมตร ต้องใช้คอนกรีตปริมาณเท่าใด

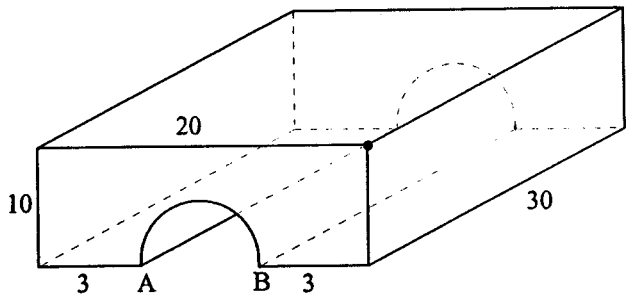


ปริมาตรคอนกรีต = กว้าง×ยาว×สูง

$= 8 \times 9.5 \times \frac{10}{100}$

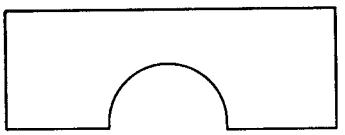
= 7.6 ลูกบาศก์เมตร

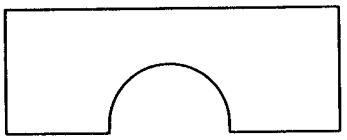
ตัวอย่างที่ 8



$\overset{\frown}{AB}$ = ครึ่งวงกลม

จากรูป จงหาปริมาตร

พื้นที่ฐานหรือพื้นที่หน้าตัดของปริซึม คือ 

 หาได้จาก หักออกด้วย

$\approx (10 \times 20) - \frac{1}{2}\left(\frac{22}{7}\right)(7 \times 7)$

$\approx (200) - (77)$

$\approx$ 123 ตารางหน่วย

ปริมาตร = พื้นที่ฐาน × สูง

$\approx$ 123 × 30

$\approx$ 3,690 ลูกบาศก์หน่วย

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

กระทรวงศึกษาธิการ (2545) *หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544* พิมพ์ครั้งที่ 3 กรุงเทพมหานคร โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว

ชนันติตา ฉัตรทอง และคณะ (2548) *คณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 1* กรุงเทพมหานคร อักษรเจริญทัศน์

ชิบายามา ทัตซุจิ (2548) *การ์ตูนคณิตศาสตร์ลำดับที่ 3 พื้นที่มหัศจรรย์* แปลโดย ยุวดี เชี่ยววัฒนา กรุงเทพมหานคร อัมรินทร์พริ้นติ้งแอนด์พับลิชชิ่ง

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2539) "คณิตศาสตร์ของไทย" ใน *เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์* หน่วยที่ 12 หน้า 534-550 นนทบุรี มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช สาขาวิชาศึกษาศาสตร์

พิชากร แปลงประสพโชค (2545) "การใช้สื่อการสอนทางคณิตศาสตร์" ใน เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8 หน้า 99-115 นนทบุรี มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช สาขาวิชาศึกษาศาสตร์

ยรรยง ทรัพย์สุขอำนวย (2529) *วิชาการสำรวจ* กรุงเทพมหานคร (อัดสำเนา)

ยุพิน พิพิธกุล และคณะ (2541) *คู่มือเตรียมสอบคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น* กรุงเทพมหานคร เดอะบุคส์

วัชรินทร์ วิทยกุล (2530) *การรังวัดภูมิประเทศและการก่อสร้าง* กรุงเทพมหานคร ฟิสิกส์เซ็นเตอร์การพิมพ์

วิชัย เยี่ยงวีรชน (2548) *การสำรวจ รังวัด ทฤษฎีและการประยุกต์* กรุงเทพมหานคร สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สุชิน ทำมาหากิน (2544) *รวมสูตรคณิตศาสตร์ ม. 1-2-3* กรุงเทพมหานคร พัฒนาศึกษา

ประวัติผู้ศึกษา

ชื่อ	นายชาญณรงค์ เลาหบุตร
วัน เดือน ปีเกิด	29 กรกฎาคม 2506
สถานที่เกิด	ตำบลท่าข้าม อำเภอสามพราน จังหวัดนครปฐม
ประวัติการศึกษา	วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2530
สถานที่ทำงาน	โรงเรียนนิรมลชุมพร อำเภอเมืองชุมพร จังหวัดชุมพร
ตำแหน่ง	ครูปฏิบัติการสอน/หัวหน้างานพัฒนาวินัยและแนะแนวมัธยมศึกษา