

Scan

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยการค้นพบ เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ที่มีต่อ
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
โรงเรียนปรางค์ทองวิทยา จังหวัดนครราชสีมา

นางสาวเพ็ญพิศ รุจิราวรรณ

การศึกษาค้นคว้าอิสระนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต
แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

พ.ศ. 2552

**The Effects of Discovery Learning Activities in the Analytic Geometry Topic on
Mathematics Learning Achievement of Mathayom Suksa IV Students at
Prangtong Wittaya School in Nakhon Ratchasima Province**

Miss. Phloenpis Rujirawan

An Independent Study Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for
the Degree of Master of Curriculum and Instruction
School of Educational Studies
Sukhothai Thammathirat Open University

2009

หัวข้อการศึกษาค้นคว้าอิสระ ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยการค้นพบ เรื่องเรขาคณิต
วิเคราะห์ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนปรังค์ทองวิทยา
จังหวัดนครราชสีมา

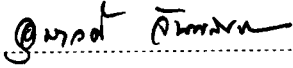
ชื่อและนามสกุล นางสาวเพลินพิศ รุจิราวรรณ

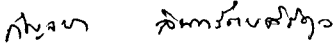
แขนงวิชา หลักสูตรและการสอน

สาขาวิชา ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

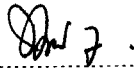
อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์อุษาวดี จันทร์สนธิ

คณะกรรมการสอบการศึกษาค้นคว้าอิสระได้ให้ความเห็นชอบการศึกษาค้นคว้าอิสระ
ฉบับนี้แล้ว


..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์อุษาวดี จันทร์สนธิ)


..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. กัญญา ลินทรต้นศิริกุล)

คณะกรรมการบัณฑิตศึกษา ประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์ อนุมัติให้รับการศึกษา
ค้นคว้าอิสระฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต
แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช


.....
(รองศาสตราจารย์ ดร. ทวีศักดิ์ จินดานุรักษ์)
ประธานกรรมการประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์

วันที่ 23 เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2553

ชื่อการศึกษา **ค้นคว้าอิสระ** ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยการค้นพบ เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียน
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนปรางค์ทองวิทยา จังหวัดนครราชสีมา
ผู้ศึกษา นางสาวเพลินพิศ รุจิราวรรณ **ปริญญา** ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (หลักสูตรและการสอน)
อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์อุษาวดี จันทร์สนธิ **ปีการศึกษา** 2552

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน โดยการค้นพบ

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนปรางค์ทองวิทยา จังหวัดนครราชสีมา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 26 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ โดยการค้นพบ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การทดสอบค่าที

ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ หลังเรียน โดยใช้การค้นพบสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

คำสำคัญ การค้นพบ เรขาคณิตวิเคราะห์ มัธยมศึกษา

กิตติกรรมประกาศ

การศึกษาค้นคว้าอิสระฉบับนี้ ผู้วิจัยได้รับความอนุเคราะห์อย่างยิ่งจาก
รองศาสตราจารย์อุษาวดี จันทสนธิ และ รองศาสตราจารย์ ดร.ปรีชา เนาว์เย็นผล ที่ได้กรุณาให้
คำแนะนำและติดตามการทำการศึกษาค้นคว้าอิสระนี้อย่างใกล้ชิด นับตั้งแต่เริ่มต้นสำเร็จเรียบร้อย
บริบูรณ์ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาของท่านเป็นอย่างยิ่ง

ผู้วิจัยขอขอบคุณ นางวิราพร สายปาน ครูโรงเรียนปรางค์ทองวิทยา นายบุญเชิด
รมณีย์พิกุล ผู้อำนวยการโรงเรียนบ้านโนนทองกลาง และ นางสาวนีย์ สุรรัศมิ์ชัย ครูโรงเรียน
บ้านโนนคู่ ที่คอยให้การสนับสนุน การทำวิจัยในครั้งนี้ นอกจากนี้ผู้วิจัยยังได้รับการสนับสนุน
กำลังใจจาก นายชูชัย นิลสันเทียะ ผู้อำนวยการสถานศึกษาโรงเรียนปรางค์ทองวิทยา
นางจุลจิภา กลิ่นสุมาลย์ รองผู้อำนวยการสถานศึกษาโรงเรียนปรางค์ทองวิทยา เป็นอย่างดียิ่ง
และมีค่ายิ่ง

ประโยชน์ที่จะได้รับจากการวิจัยนี้ ผู้วิจัยขอมอบให้ผู้สนใจในการพัฒนาการเรียน
การสอนทุกท่าน

เพลินพิศ รุจิราวรรณ

พฤษภาคม 2553

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
กิตติกรรมประกาศ	จ
สารบัญตาราง	ช
สารบัญภาพ	ฉ
บทที่ 1 บทนำ	1
ความเป็นมาและความสำคัญ	1
วัตถุประสงค์การวิจัย	3
สมมุติฐานการวิจัย	3
ขอบเขตการวิจัย	3
นิยามศัพท์เฉพาะ	4
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	4
บทที่ 2 วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง	5
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับวิธีการสอนแบบค้นพบ	5
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	20
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	24
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	28
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	28
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	28
สร้างและหาประสิทธิภาพของเครื่องมือ	29
การเก็บรวบรวมข้อมูล	31
การวิเคราะห์ข้อมูล	31
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	32
ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังการทดลอง โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบค้นพบ เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	32

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
ผลสัมฤทธิ์ด้านความสามารถในการทำกิจกรรมระหว่างการเรียนรู้แบบค้นพบ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	33
บทที่ 5 สรุปการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	34
สรุปการวิจัย	34
อภิปรายผล	35
ข้อเสนอแนะ	36
บรรณานุกรม	38
ภาคผนวก	41
ก แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบเลือกตอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 / แผนการจัด การเรียนรู้ โดยการค้นพบ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	42
ข ผลงานนักเรียน	120
ประวัติผู้ศึกษา	149

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 4.1 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ก่อนและหลัง การทดลอง โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบค้นพบ เรื่อง เรขาคณิต วิเคราะห์ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	32

ณ

สารบัญภาพ

	หน้า
ภาพที่ 2.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างวิธีการสอนแบบอุปนัยและนิรนัยไปสู่การค้นพบ	13

บทที่ 1

บทนำ

1. ความเป็นมาและความสำคัญ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้เน้นการจัดการศึกษา โดยยึดมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด ในการพัฒนาเป็นสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ประกอบด้วยเนื้อหาคณิตศาสตร์ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการจัดการเรียนรู้ ผู้สอนสามารถบูรณาการสาระต่าง ๆ เข้าด้วยกันเท่าที่เป็นไปได้ สาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ผู้เรียนตามพัฒนาการของผู้เรียนเป็น 3 ระดับ คือ ระดับประถมศึกษา (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-6) .ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3) ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6) และกำหนดสาระการเรียนรู้ที่เป็นสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนประกอบด้วยเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการจัดการเรียนรู้ สาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด สาระที่ 3 เรขาคณิต สาระที่ 3 พีชคณิต สาระที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสาระที่ 6 ได้กล่าวถึง การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ในปัจจุบันพบว่า การเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นผู้เรียนส่วนมากมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ เพราะผู้เรียนคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยากทำให้เกิดความเบื่อหน่าย ขาดความสนใจและความกระตือรือร้นในการเรียนคณิตศาสตร์ ปัญหาที่เกิดขึ้นนี้ไม่ใช่เฉพาะผู้เรียนฝ่ายเดียวเท่านั้น ครูมีบทบาทสำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้น่าสนใจโดยเฉพาะ สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้กล่าวถึง การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีความสำคัญต่อครูผู้สอนที่จะทำให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์

ปัญหาในการเรียนการสอนวิชา คณิตศาสตร์ ที่สำคัญอย่างยิ่ง คือ ปัญหาที่เกิดขึ้นจาก ครูผู้สอนดังที่ ศิริพร ทิพย์คง (2536 : 51) ได้กล่าวว่า ครูเป็นบุคคลสำคัญที่ทำให้การจัดการเรียน การสอนในห้องเรียนประสบผลสำเร็จนอกจากคุณสมบัติทางด้านวิชาการ คือ มีความรู้ความเข้าใจ อย่างแจ่มแจ้งให้เนื้อหาที่สอนแล้ว ครูจะต้องเป็นผู้ที่มีความกระตือรือร้น มีความตั้งใจในการสอน เพื่อให้ นักเรียนจะได้มีการพัฒนาความรู้ ความสามารถ

ดังนั้นครูผู้สอนคณิตศาสตร์มีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องปรับเปลี่ยนวิธีการสอนของตนเองให้เข้ากับยุคสมัยใหม่ โดยให้ผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง มีส่วนร่วมในการเรียนการสอน สร้างสรรค์ความรู้ด้วยตนเอง (ชัยศักดิ์ ธิลาจรัสกุล.2543 : 266)และใช้วิธีสอนที่ส่งเสริม ให้นักเรียน คิดค้นหาคำตอบได้ด้วยตนเอง มีความคิดอิสระในการหาคำตอบได้หลายวิธี โดยอยู่ภายใต้การ แนะนำของครูอย่างมีขอบเขตจำกัด ให้ผู้เรียนได้ลงมือกระทำ ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนเกิดความภูมิใจ ไปสู่การค้นพบสิ่งใหม่ ๆ โดยเรียกการสอนในรูปแบบนี้ว่า การสอนแบบค้นพบ (ชมนาด เชื้อสุวรรณทรี, 2542 : 80) ซึ่งเป็นวิธีสอนที่ทำให้ผู้เรียนรู้สึกตื่นเต้น และเกิดความสนใจกับวิชา คณิตศาสตร์มากขึ้น นอกจากความปรับเปลี่ยนวิธีการสอนของครูแล้ว สื่อการเรียนการสอน ยังเป็น หัวใจของการเรียนการสอนอีกประการหนึ่ง ด้วย เพราะ การเรียนการสอนจะบรรลุผลได้ดีเพียงใด ขึ้นอยู่กับว่า ครูผู้สอนจะสามารถเลือกหรือสร้างสื่อการเรียนการสอนได้เหมาะสมเพียงใด (สุพรรณิ สุขชะสนันติ, 2545 : 120-126)

ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียนนั้นมีเป้าหมายที่สำคัญอยู่ 2 ประการคือ ให้ผู้เรียนรู้จักวิธีการคิดและมีทักษะในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ใน ชีวิตประจำวันได้ เครื่องมือหรือวิธีการที่จะเสริมสร้างให้ผู้เรียนเกิดคุณลักษณะตามเป้าหมายทั้ง 2 ประการนั้นคือ การฝึกให้ผู้เรียนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน หรืออาจกล่าวได้ว่าจุดมุ่งหมาย สูงสุดของการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนคือ เพื่อให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ ปัญหาซึ่งประสบการณ์จากการฝึกทักษะในการแก้ปัญหาในชั้นเรียนนี้ จะเป็นรากฐานสำคัญ นำไปสู่การพัฒนาวิธีการคิดและเสริมสร้างทักษะการแก้ปัญหาต่างๆ ต่อไป การที่ได้ฝึกแก้ปัญหา จะช่วยให้ผู้เรียนรู้จักคิดมีระเบียบ มีขั้นตอนในการคิด รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และรู้จักตัดสินใจ อย่างฉลาด ดังนั้น ครูควรจัดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาในชั้นเรียน เพื่อที่ผู้เรียนจะได้มี ความสามารถและความมั่นใจในการแก้ปัญหา

วิธีการสอนแบบค้นพบ เป็นวิธีการสอนที่เน้นตัวผู้เรียนเป็นหลัก ผู้ที่ใช้เป็นครั้งแรกคือ โซเครตีส (Socrates) เป็นการพัฒนาการสอนคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่สุด คือ การนำวิธีการสอนแบบ ค้นพบมาสัมพันธ์กับคณิตศาสตร์ แผนใหม่และเป็นวิธีการสอนที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีการเรียนรู้ของ นักจิตวิทยาคนสำคัญในกลุ่มพุทธินิยม (Cognitivism) พิวาเจต์ (Piaget) บรูเนอร์ (Bruner) และ

ออสเชเบล (Ausubel) นักจิตวิทยากลุ่มนี้เชื่อว่า ความรู้เป็นกระบวนการมิใช่ผลิตภัณฑ์ ดังนั้น จึงเน้นกระบวนการของการคิดซึ่งเป็นปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นในช่วงของการเรียนรู้ของผู้เรียน

จากเหตุผลดังกล่าวในฐานะผู้วิจัยเป็นครุคณิตศาสตร์ ได้เล็งเห็นถึงความสำคัญและความจำเป็นในการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน จึงสนใจที่จะจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบค้นพบ เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ เพื่อพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญและศึกษาผลที่ได้จากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบค้นพบว่าจะทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์สูงขึ้นหรือไม่ เพื่อจะได้เป็นแนวทางในการพัฒนาการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญให้มีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้นต่อไป

2. วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยการค้นพบ

3. สมมุติฐานการวิจัย

นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์โดยการค้นพบ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

4. ขอบเขตการวิจัย

4.1 ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 3 ห้องเรียน นักเรียน 110 คน โรงเรียนปรางค์ทองวิทยา จังหวัดนครราชสีมา

4.2 เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค 31202) ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โรงเรียนปรางค์ทองวิทยา เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ โดยมีเนื้อหาย่อยดังนี้

4.2.1 ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

4.2.2 จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด

4.2.3 ความชัน

4.2.4 เส้นขนาน

4.2.5 เส้นตั้งฉาก

4.3 ตัวแปรที่ใช้ในการศึกษา มีดังนี้

4.3.1 **ตัวแปรต้น** ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ โดยการค้นพบ

4.3.2 **ตัวแปรตาม** ได้แก่ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์

4.4 ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ใช้เวลาสอน 10 คาบ คาบละ 50 นาที

5. นิยามศัพท์เฉพาะ

5.1 **กิจกรรมการเรียนรู้โดยการค้นพบ** หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยให้ผู้เรียนเป็นผู้ค้นคว้าและแสวงหาคำตอบด้วย การใช้เหตุผล การอ้างอิง การสร้างสมมติฐาน ซึ่งผู้เรียนศึกษา และแก้ปัญหาอย่างเป็นกระบวนการ และฝึกทักษะการเรียนรู้ที่สำคัญด้วยตัวเอง หากนักเรียนไม่สามารถหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง ครูจะต้องแนะแนวทางนักเรียน โดยการใช้คำถามอย่างมีขอบเขต

5.2 **ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

6. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ได้แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ โดยใช้วิธีการค้นพบ

บทที่ 2

วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการค้นพบ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนปรังค์ทองวิทยา จังหวัดนครราชสีมา ได้ศึกษาค้นคว้า วรรณกรรมที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับวิธีการสอนแบบค้นพบ
 - 1.1 ความหมายของการสอนแบบค้นพบ
 - 1.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับวิธีการสอนแบบค้นพบ
 - 1.3 หลักการและลักษณะการสอนแบบค้นพบ
 - 1.4 วิธีดำเนินการสอนแบบค้นพบ
 - 1.5 ข้อดีและข้อจำกัดของการสอนแบบค้นพบ
2. เอกสารที่เกี่ยวข้องผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับวิธีการสอนแบบค้นพบ

1.1 ความหมายของการสอนแบบค้นพบ

วิธีการสอนแบบค้นพบเป็นวิธีสอนที่เน้นตัวนักเรียนเป็นหลัก วิธีสอนแบบนี้ไม่ใช่วิธีการใหม่ ผู้ที่ใช้เป็นครั้งแรกคือ โซเครตีส (Socrates) เป็นการพัฒนาด้านการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่สุด คือ การนำวิธีการสอนแบบค้นพบมาสัมพันธ์กับคณิตศาสตร์แผนใหม่และเป็นวิธีการสอนที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีการเรียนรู้ของนักจิตวิทยาคนสำคัญในกลุ่มพุทธินิยม (Cognitivism) เช่น พีอาเจต์ (Piage) บรูเนอร์ (Bruner) และออสซูเบล (Ausubel) นักจิตวิทยากลุ่มนี้เชื่อว่าความรู้เป็นกระบวนการมิใช่ผลิตภัณฑ์ ดังนั้นจึงเน้นกระบวนการของการคิดซึ่งเป็นปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นในช่วงของการเรียนรู้ของนักเรียน ลักษณะการสอนของครูจึงไม่ได้มุ่งให้นักเรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล นักจิตวิทยา และนักการศึกษาได้ให้ความหมายของวิธีการสอนแบบค้นพบดังนี้

เด เซกโก (De Cecco, 1968:265) ให้ความหมายของการสอนโดยวิธีการค้นพบว่า หมายถึง สถานการณ์ของการสอนซึ่งนักเรียนสัมฤทธิ์ผลตามวัตถุประสงค์ของการสอน โดยได้รับการแนะนำจากครูเพียงเล็กน้อยหรือไม่ได้รับการแนะนำเลย

ครูลิกและไวส์ (Krulik & Weise, 1975 : 138) เห็นว่า การเรียนด้วยการค้นพบเป็นเรื่องยากถ้าต้องการให้สัมฤทธิ์ผล การสอนโดยการค้นพบอย่างแท้จริงเป็นขบวนการซึ่งมีจุดรวมอยู่ที่ผู้เรียน จุดมุ่งหมายของการเรียนอยู่ที่ผู้เรียนทั้งหมด ประสบการณ์ในการเรียนรู้เป็นผู้วางแผนงานด้วยตนเอง และความรู้ที่ค้นพบจะต้องเป็นของใหม่ สำหรับผู้เรียนในทางปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนแบบค้นพบนั้น ในเบื้องต้นต้องพิจารณาเนื้อหาที่จะสอนและระยะเวลาต้องเพียงพอกับเนื้อหาด้วย เมื่อผู้เรียนต้องเป็นผู้เรียนเอง การขาดการแนะนำจะเป็นเหตุให้การเรียนไม่บรรลุผลตามเป้าหมาย ดังนั้นจึง เสนอแนะการเรียนการสอนให้เป็นการค้นพบตัวด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery)

เบล (Bell, 1978 : 241) ได้ให้ความหมายของการค้นพบว่า การค้นพบ หมายถึง การได้รับความรู้มาด้วยตนเอง โดยใช้สติปัญญาหรือข้อมูลที่มีอยู่ของบุคคลนั้น การเรียนรู้แบบค้นพบ (Discovery Learning) เป็นการเรียนรู้ที่เป็นผลของการถ่ายโยงข้อมูลของผู้เรียนจนพบข้อมูลใหม่ ซึ่งผู้เรียนอาจใช้วิธีการคาดคะเน การกำหนดสมมติฐาน หรือหาความเป็นจริงทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การอุปนัย หรือนิรนัย (Inductive or Deductive Process) การสังเกต และการประมาณการ

อัญชลี แจ่มเจริญและคณะ (2526 : 105) กล่าวว่าวิธีสอนแบบค้นพบ เป็นวิธีสอนที่เน้นที่ตัวนักเรียนเป็นหลัก นักเรียนจะเป็นผู้ค้นพบ เนื้อหา วิชา หรือหลักเกณฑ์ต่างๆ ด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้มอบปัญหาให้นักเรียนเสาะแสวงหาวิธีการแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่การค้นพบในขั้นต้น ครูจะมอบปัญหาง่ายๆ ให้ก่อน แล้วจึงให้ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน แต่มีความยากและซับซ้อนภายหลัง

ยุพิน พิพิธกุล (2530 : 68-88) ได้ให้ความหมายของวิธีสอนแบบค้นพบว่ามี ความหมาย 2 ประการด้วยกัน คือ

ประการแรก เป็นวิธีการสอนที่ให้ผู้เรียนพบปัญหาหรือสถานการณ์แล้วให้ผู้เรียนเสาะแสวงหาวิธีการแก้ปัญหานั้น ผู้สอนให้ผู้เรียนพิจารณาผลที่เกิดขึ้น ซึ่งผู้สอนมิได้คาดหวังว่าผู้เรียนจะต้องค้นพบดังที่ผู้สอนให้ผู้สอนต้องการเสนอไป การค้นพบแบบนี้จึงเน้นที่กระบวนการค้นพบ ไม่ได้เน้นที่ผลของการค้นพบ

ประการที่สอง เป็นวิธีการสอนที่เน้นไปที่ผู้เรียนว่าต้องการให้ค้นพบอะไร เช่น กฎสูตร หรือนิยาม ผู้เรียนจะสามารถสรุปมโนคติหรือความคิดรวบยอด (Concept) ได้ การค้นพบ

แบบนี้จะค้นพบโดยวิธีการสอนใดก็ได้ที่ผู้เรียนสามารถสรุปหรือกำหนดนัยทั่วไป ได้ก็เรียกว่า เป็นการค้นพบ

พรณี ช. เจนจิต (2528 : 386) ได้กล่าวว่า วิธีการสอนแบบค้นพบเป็นการสอนที่นักเรียนได้รับคำแนะนำจากครูอย่างมีขอบเขตจำกัด หรือแทบจะไม่มีเลย เป็นวิธีการหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหา

บุญชม ศรีสะอาด (2541 : 65) ได้ให้ความหมายของการสอนแบบค้นพบความรู้ (Discovery) คือ วิธีสอนที่ผู้เรียนค้นพบคำตอบ หรือความรู้ด้วยตนเอง คำว่าค้นพบความรู้ไม่ได้หมายถึงว่าผู้เรียนเป็นคนค้นพบความรู้หรือคำตอบนั้นเป็นคนแรก สิ่งที่ค้นพบนั้นจะมีผู้ค้นพบมาก่อนแล้วและผู้เรียนก็ค้นพบความรู้ หรือคำตอบนั้นด้วยตนเอง ไม่ใช่ทราบจากการบอกเล่าของคนอื่นหรือจากการอ่านคำตอบที่ผู้เขียนไว้ ในการใช้วิธีสอนแบบนี้ผู้สอนจะสร้างสถานการณ์ในรูปที่ผู้เรียนจะเผชิญกับปัญหา ในการแก้ปัญหานั้นผู้เรียนจะใช้ข้อมูลและปฏิบัติในลักษณะตรงกับธรรมชาติของวิชาและปัญหานั้น

จากความหมายดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่าการสอนแบบค้นพบ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ผู้เรียนจะเรียนรู้ด้วยตนเองภายใต้การดูแลและการแนะนำของครูผู้สอน ในขอบเขตจำกัด โดยการสร้างกระบวนการคิด ของนักเรียนเพื่อเป็นแนวทางในการหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง

1.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับวิธีสอนแบบค้นพบ

วิธีสอนแบบค้นพบเป็นวิธีสอนที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีการเรียนรู้ของนักจิตวิทยาคนสำคัญในกลุ่มพุทธินิยม (Cognitivism) เช่น พีอาเจต์ (Piaget) บรูเนอร์ (Bruner) และ ออซูเบล (Ausubel) นักจิตวิทยาคนกลุ่มนี้เชื่อว่าความรู้เป็นกระบวนการมีใช้ผลิตผล ดังนั้นจึงเน้นกระบวนการคิดซึ่งเป็นปฏิกิริยาที่เกิดขึ้น ในช่วงของการเรียนรู้ของนักเรียน ลักษณะของวิธีสอนของครูจึงไม่ได้มุ่งให้นักเรียนท่องจำแต่จะเปิด โอกาสได้มีส่วนร่วมในการแสวงหาความรู้ และนักเรียนได้คิดอย่างมีเหตุผลอาจกล่าวได้ว่า วิธีสอนแบบนี้เน้นตัวนักเรียนเป็นสำคัญ (พรณี ช. เจนจิต , 2538) มีรายละเอียดดังนี้

หลักการและวิธีการสอนตามแนวความคิดของนักจิตวิทยาคนกลุ่ม พุทธินิยม

1.2.1 ความเชื่อพื้นฐาน นักจิตวิทยาคนกลุ่มพุทธินิยม เชื่อว่าการเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้อาศัยองค์ประกอบที่สำคัญคือ สติปัญญา ความคิด การรับรู้ และประสบการณ์เดิมเป็นสำคัญ ในกลุ่มนี้เชื่อว่าการเรียนรู้ไม่ใช่การจำ แต่การเรียนรู้ คือ การที่นักเรียนสามารถเข้าใจข้อมูล นำข้อมูลไปใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อให้เกิดการค้นพบ (Discovery) สิ่งใหม่ๆเพิ่มขึ้นจุดสำคัญที่นักจิตวิทยาคนกลุ่มนี้มักจะเน้นเสมอ คือ ความรู้นั้นมีใช้สิ่งที่ครูผู้สอนมอบให้กับผู้เรียน แต่จะต้องเป็นสิ่งที่ผู้เรียน

สร้างขึ้นด้วยตนเอง โดยครูมีหน้าที่เพียงช่วยอำนวยความสะดวกในการจัดข้อมูลให้มีความหมาย (Meaningful) และให้มีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกับนักเรียน โดยการพยายามให้นักเรียนได้ค้นพบสาระสำคัญของข้อมูลด้วยตนเอง และให้นักเรียนสามารถนำข้อมูลไปใช้ประโยชน์ได้ด้วยตนเอง เป็นต้น

1.2.2 หลักการและวิธีสอน วิธีสอนตามแนวความคิดของนักจิตวิทยากลุ่มพุทธินิยมมีหลายวิธีในที่นี้จะขอกล่าว 2 วิธี คือ วิธีสอนโดยให้นักเรียนค้นพบด้วยตนเอง (Discovery Learning) ของบรูเนอร์ และวิธีสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมาย (Meaningful Learning)

1) วิธีการสอนโดยให้นักเรียนค้นพบด้วยตนเอง เป็นแนวความคิดของบรูเนอร์ที่เชื่อว่า การเรียนรู้ที่ดีนักเรียนจะต้องเป็นคนค้นพบด้วยตนเอง โดยครูผู้สอนจะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนลงมือปฏิบัติ ทดลอง เพื่อค้นหาหลักการและคำตอบด้วยตนเอง การสอนด้วยวิธีนี้จะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนมีความกระตือรือร้น มีแรงจูงใจที่จะเรียนรู้เพื่อค้นหาคำตอบด้วยตนเอง และด้วยวิธีสอนแบบนี้ผู้เรียนจะสามารถแก้ปัญหา และมีทักษะในการคิดวิเคราะห์ในเรื่องต่างๆ ได้เป็นอย่างดี

2) การสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมาย (Meaningful Learning) เป็นแนวความคิดของออสเชเบลที่เน้นให้ครูผู้สอนพยายามจัดสภาพการเรียนการสอนเลือกและกำหนดเนื้อหาวิชาให้เหมาะสมกับนักเรียน จัดเรียงลำดับเนื้อหาวิชาอย่างมีระบบระเบียบ โดยเรียงลำดับจากง่ายไปยาก (หรือจากเรื่องทั่วไปไปสู่เรื่องเฉพาะ) เรียงลำดับวิธีสอนอย่างเป็นระบบระเบียบเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมาย

ทฤษฎีการเรียนรู้โดยวิธีการค้นพบของบรูเนอร์ (Bruner, 1960)

ได้ให้หลักการเรียนรู้ที่สำคัญซึ่ง ได้แก่ การเน้นโครงสร้าง (Structure) ของเนื้อหาวิชาและกระบวนการ (Process) ของการแก้ปัญหา มากกว่าการเน้นผล (Product) ของพฤติกรรม บรูเนอร์ กล่าวว่า การเข้าใจโครงสร้างยังเป็นการจัดความรู้ให้มีระบบ บรูเนอร์เสนอแนะให้คำนึงถึงความพร้อม (Readiness) ของนักเรียนในแง่การจัดประสบการณ์ของการเรียนให้มีลำดับความยากง่ายและความสัมพันธ์กันอย่างเหมาะสม นอกจากนี้ครูควรคำนึงถึงความสนใจของนักเรียนด้วย

บรูเนอร์ได้เสนอแนะมโนคติทางคณิตศาสตร์ได้ 3 ชั้น คือ

1. การใช้ของจริงอธิบายหรือแสดงมโนคติทางคณิตศาสตร์
2. การใช้รูปภาพอธิบายหรือแสดงมโนคติทางคณิตศาสตร์ (Iconic Representation หรือ Picture Representation)

3. การใช้สัญลักษณ์อธิบายหรือแสดงมโนคติทางคณิตศาสตร์ (Symbolic Representation)

แนวความคิดพื้นฐานของทฤษฎีการเรียนรู้โดยวิธีค้นพบ (สราวงศ์ ใ้วตระกูล, 2541)

บรูเนอร์เชื่อว่าการเรียนรู้จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อ นักเรียนได้ประมวลข้อมูลข่าวสารจากการที่มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมและสำรวจสิ่งแวดล้อม บรูเนอร์เชื่อว่าการรับรู้ของมนุษย์เป็นสิ่งที่เลือกหรือสิ่งที่รับรู้ขึ้นกับความใส่ใจของนักเรียนที่มีต่อสิ่งนั้นๆ การเรียนรู้จะเกิดจากการค้นพบด้วยตนเองเนื่องจากนักเรียนมีความอยากรู้อยากเห็น ซึ่งเป็นแรงผลักดันให้เกิดพฤติกรรมสำรวจสิ่งแวดล้อมและเกิดการเรียนรู้โดยวิธีค้นพบขึ้น แนวความคิดพื้นฐานของทฤษฎีการเรียนรู้โดยวิธีค้นพบ คือ

1. การเรียนรู้เป็นกระบวนการที่นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ กับสิ่งแวดล้อมด้วยตนเอง การเปลี่ยนแปลงที่เป็นผลของการปฏิสัมพันธ์ นอกจากจะเกิดขึ้นในตัวนักเรียนแล้ว ยังจะเป็นผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในสิ่งแวดล้อมด้วย
2. การเรียนรู้แต่ละคนมีประสบการณ์และพื้นฐานความรู้แตกต่างกัน การเรียนรู้จะเกิดขึ้นจากการที่นักเรียนสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่พบใหม่กับประสบการณ์และความหมายใหม่
3. พัฒนาการทางเชาวน์ปัญญา จะเห็นได้ชัดโดยที่นักเรียนสามารถรับสิ่งเร้าให้เลือกได้หลายอย่างพร้อมๆกัน

1.3 หลักการและลักษณะการสอนแบบค้นพบ

นอกจากหลักการพื้นฐานของนักจิตวิทยาพุทธิปัญญานิยม 5 ประการ ดังกล่าวข้างต้นแล้ว บรูเนอร์ ได้ให้หลักการพื้นฐานของตัวแปรที่สำคัญของวิธีสอนและการเรียนรู้ดังต่อไปนี้

1.3.1 บุคคลแต่ละบุคคลมี วัฒนธรรมของตน เพราะตั้งแต่เกิดทุกคนได้รับการถ่ายทอดวัฒนธรรมจากผู้ใหญ่อยู่รอบๆ เช่น บิดา มารดา เป็นต้น

1.3.2 ความรู้ คือ อำนาจ ครูควรจะให้เครื่องมือ (ทักษะ) แก่นักเรียนที่จะใช้แก้ปัญหาหรือหาคำตอบได้ การศึกษาควรจะเน้นความสำคัญของวิชาทุกอย่าง ไม่เฉพาะแต่วิชานี้ยังมีคำตอบไม่สมบูรณ์ เช่น วิชาที่เกี่ยวกับสิ่งที่มีชีวิต (Life Science) และเกี่ยวกับมนุษย์ (Human Science) ซึ่งมีปัญหาหลายชนิดที่ยังไม่มีคำตอบ แต่ควรจะศึกษาวิชาที่เกี่ยวข้องด้วยทั้งหมด เช่น วิชาศิลปะ วรรณคดี ปรัชญา คณิตศาสตร์ และตรรกวิทยา (Logic)

1.3.3 กระบวนการเรียนที่จะได้มาซึ่งความสำคัญมาก บรูเนอร์ บ่งว่าการเรียนรู้ เพื่อได้ซึ่งความรู้ ประกอบด้วยกระบวนการ 3 อย่าง คือ

- 1) การเรียนรู้ เกิดจากกระบวนการเปรียบเทียบความรู้ที่ได้มา หรือรับจาก ข้อมูลข่าวสาร หรือสารสนเทศที่ใหม่ๆ กับสิ่งที่มีอยู่แล้ว และปรับปรุงให้ดีขึ้น
- 2) การเรียนรู้ เกิดจากกระบวนการเปลี่ยนรูป (Transform) ข้อมูลข่าวสารที่ได้รับมาให้เข้ากับที่มีอยู่
- 3) กระบวนการประเมินความสำคัญของความรู้ที่ได้รับใหม่ ว่าเหมาะสม กับงานที่ทำอยู่หรือไม่ การประเมินต้องการวินิจฉัยที่ถูกต้อง

หลักการเกี่ยวกับวิธีสอนแบบค้นพบของบรูเนอร์

1. กระบวนการคิดของเด็กแตกต่างกับผู้ใหญ่ เวลาเด็กทำผิดเกี่ยวกับความคิด ผู้ใหญ่ควรจะคำนึงถึงพัฒนาการทางเขาวนปัญญาซึ่งเด็กแต่ละวัยมีลักษณะการคิดที่แตกต่างกับผู้ใหญ่ ครูหรือผู้มีความรับผิดชอบทางการศึกษา จะต้องมีความเข้าใจว่าเด็กแต่ละวัยมีการคิดอย่างไร และกระบวนการรู้คิดของเด็กเหมือนกับผู้ใหญ่ (Intellectual Empathy)

2 เน้นความสำคัญ of นักเรียน ถือว่านักเรียนสามารถจะควบคุมตนเองได้ (self Regulation) และเป็นผู้ที่ริเริ่มหรือลงมือกระทำ ฉะนั้นผู้ที่มีหน้าที่สอน และอบรมมีหน้าที่จัด สิ่งแวดล้อมให้เอื้อต่อการเรียนรู้โดยวิธีค้นพบ โดยให้โอกาสนักเรียนมี ปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม

3 วิธีสอนควรจะเริ่มจากประสบการณ์ที่นักเรียนคุ้นเคย หรือประสบการณ์ที่ใกล้ตัวไปหาประสบการณ์ที่ไกลตัวเพื่อให้นักเรียนจะได้มีความเข้าใจ

หลักวิธีสอนแบบค้นพบ

1 วิธีสอนที่มีประสิทธิภาพจะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อครูมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีกับนักเรียน ครู จะต้องเป็นต้นแบบ (Model) ที่ดีตั้งแต่ทัศนคติของครูที่มีต่อวิธีสอน การเรียนรู้ และความเชื่อว่า นักเรียนมีแรงจูงใจภายใน (Self-Motivation) และมีความอยากรู้อยากเห็นอยากค้นพบสิ่งที่อยู่ รอบๆตัวเอง ด้วยตนเอง ฉะนั้นครูมีหน้าที่สำคัญที่จะจัดสิ่งแวดล้อมในห้องเรียน เพื่อให้ให้นักเรียนมี โอกาสที่จะสำรวจค้นพบด้วยตนเอง และควรจะหาโอกาสสนับสนุนให้นักเรียนมีความมั่นใจใน ตนเอง บรูเนอร์ กล่าวว่า ความสัมพันธ์ระหว่างครูและนักเรียนก็มีอิทธิพลต่อแรงจูงใจและความเต็ม ใจที่จะเรียนรู้ของนักเรียน

2 การจัดโครงสร้างของบทเรียน (Structure) จะต้องให้เหมาะสมกับวัยของเด็ก และธรรมชาติของบทเรียนแต่ละหน่วย ครูควรแนะแนวให้นักเรียนเห็นหรือค้นคว้าความสัมพันธ์ ของสิ่งทีนักเรียนต้องการจะเรียนรู้ซึ่งเป็นสิ่งทีสำคัญ นอกจากนี้ครูควรจะทำสำรวจความรู้พื้นฐานที่

นักเรียนจำเป็นต้องมี เพื่อค้นพบความรู้ใหม่ ถ้าปรากฏว่า นักเรียนขาดพื้นฐานที่ควรจะมี ครูควร แนะนำให้นักเรียน เรียนรู้พื้นฐานก่อนที่จะเริ่มหน่วยเรียนใหม่

3 การจัดลำดับ (Sequence) ความยากง่ายของบทเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ บรูเนอร์เสนอแนะให้ครูคำนึงถึงพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียนซึ่งมีลำดับขั้นขึ้นอยู่กับ สิ่งแวดล้อมวัฒนธรรมของนักเรียนแต่ละคนทั้งนี้อาจจะทำให้ช้าหรือเร็วได้ บรูเนอร์ กล่าวว่า ลำดับ ขั้นของวิธีการที่ใช้เพื่อให้เกิดการเรียนรู้มี 3 วิธีการ คือ

3.1 การเรียนรู้ด้วยการกระทำมีประสบการณ์โดยตรงจากการจับต้อง สำรวจ สิ่งแวดล้อม วิธีการแบบนี้ บรูเนอร์ เรียกว่า “Enactive mode of learning” วิธีการนี้มักจะเป็นวิธีที่ เด็กเล็กใช้ สำหรับผู้ใหญ่ จะใช้วิธีการเรียนรู้ แบบนี้ในการเรียนทักษะทางมอเตอร์โดยการสังเกต ด้นแบบ หรือการเลียนแบบ

3.2 การเรียนรู้โดยการใช้รูปภาพหรือวาดภาพในใจ ซึ่งบรูเนอร์ เรียกว่า “Iconic mode of learning” วิธีการนี้เหมาะสมสำหรับนักเรียนที่อยู่ในวัย Concrete Operations ของพียาเจอร์ สำหรับเด็กโตหรือผู้ใหญ่อาจใช้โทรทัศน์ สไลด์ หรือภาพยนตร์

3.3 การเรียนรู้โดยใช้สัญลักษณ์ “Symbolic mode of learning” เป็นการเรียนรู้ โดยการใช้ภาษาเป็นสื่อ จากการฟัง การอ่าน และการเขียน

3.4 การเสริมแรงด้วยตนเอง (Self Reinforcement) บรูเนอร์ ถือว่า การ เสริมแรงด้วยตนเองมีความหมายต่อนักเรียนมากกว่าเสริมแรงภายนอก ครูควรจะให้ข้อมูลย้อนกลับ แก่นักเรียนว่าทำถูกหรือผิด แต่ไม่ควรจะเน้นแต่การทำถูกหรือผิด ก็เป็นส่วนหนึ่งของการเรียนรู้ ควรจะสอนให้นักเรียนตั้งความหวังที่เป็นจริงได้ และเหมาะสมกับความสามารถ

นอกจากนี้หลักการสอนดังกล่าว บรูเนอร์ ยังได้แนะกลวิธีสอนแบบค้นพบ ดังต่อไปนี้

1. ในวิธีสอนแบบค้นพบด้วยตนเองครูควรชี้ให้นักเรียนเห็นความแตกต่าง และ รู้จักเปรียบเทียบความคล้ายคลึงและความแตกต่าง
2. ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้สมมติฐาน หรือคิดตามสิ่งที่จะเรียนรู้ โดยใช้ ความรู้ที่มีอยู่เป็นพื้นฐาน

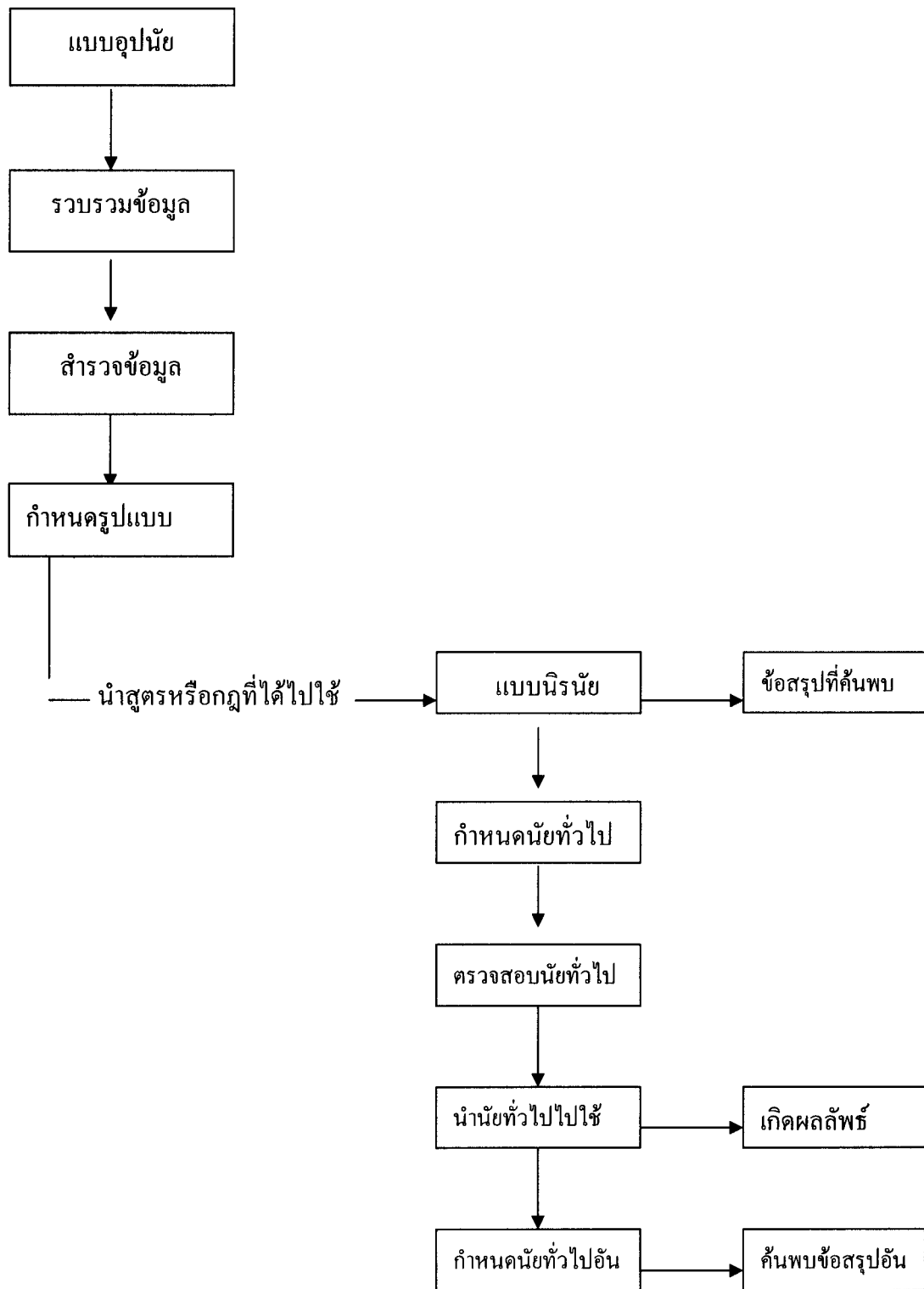
1.4 วิธีดำเนินการสอนแบบค้นพบ

กูเนย์ เดวิส และเฮเดอร์สัน (Cooney, Davis: & Handderson. 1975: 142-173) ได้กล่าวถึงกลวิธีการสอนแบบค้นพบว่า ครูคณิตศาสตร์สามารถใช้กลวิธีการสอนแบบค้นพบได้ 2 แบบ คือ กลวิธีค้นพบแบบอุปนัย (Inductive Discover Strategies) กับกลวิธีแบบนิรนัย (Deductive Discovery Strategies) กล่าวคือ

กลวิธีค้นพบแบบอุปนัย (Inductive Discover Strategies) เป็นการสอนจากส่วนย่อยไปหาส่วนรวม ซึ่งนักเรียนใช้เหตุผลจากตัวอย่างต่างๆ ไปสนับสนุนให้นักเรียนพบข้อสรุป โดยใช้ความรู้สึกรู้สึกนึกคิดของตนเอง (และเหตุผลทางตรรกวิทยาบางอย่าง) เพื่อมากำหนดข้อสรุป สิ่งที่นักเรียนพบจากการสังเกตของนักเรียน

กลวิธีแบบนิรนัย (Deductive Discovery Strategies) เป็นการสอนจากส่วนรวมไปหาส่วนย่อย ซึ่งนักเรียนให้ความคิดรวบยอดและหลักการคณิตศาสตร์ นิยาม ทฤษฎี โดยใช้เหตุผลทางตรรกวิทยา (และความรู้สึกนึกคิดบางอย่าง) เพื่อกำหนดข้อสรุปความคิดเชิงนามธรรมหรือพบข้อสรุปอื่น

จะเห็นได้ว่าวิธีการสอนแบบอุปนัยและนิรนัยนั้นเป็นวิธีการสอนที่แตกต่างกัน แต่เราสามารถนำวิธีการสอนทั้งสองวิธีมาใช้ร่วมกัน เพื่อนำไปสู่การค้นพบได้เช่นกัน แต่เป็นการค้นพบตามแนวทางที่ต่างกัน วิธีการสอนแบบอุปนัยจะค้นพบแนวทางแรก แล้วเอาผลนั้นมาใช้เป็นวิธีการสอนแบบนิรนัยและทำให้ค้นพบแนวทางที่สอง ดังภาพประกอบต่อไปนี้ (ยูพิน พิพิธกุล, 2524: 19)



ภาพที่ 2.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างวิธีการสอนแบบอุปนัยและนิรนัยไปสู่การค้นพบ

ยูพิน พิพิธกุล (2530 : 86-87) กล่าวถึงวิธีการค้นพบ มีดังนี้

1. ผู้เรียนค้นพบด้วยตนเอง เมื่อผู้สอนยกตัวอย่างให้หลายๆตัวอย่าง พอผู้เรียนสังเกตเห็นรูปแบบผู้เรียนก็สามารถสรุปได้ด้วยตนเอง หรือเมื่อผู้สอนมอบปัญหาใดปัญหาหนึ่งให้ผู้เรียนแล้ว ผู้สอนก็จะปล่อยให้ผู้เรียนคิดอย่างอิสระ ผู้เรียนก็จะศึกษาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง
2. ผู้เรียนค้นพบภายใต้การแนะนำของครู (Guided Discovery)
การค้นพบแบบนี้ผู้สอนจะเป็นผู้แนะนำ เพราะถ้าปล่อยให้ผู้เรียนค้นพบด้วยตนเองก็จะทำให้เสียเวลามาก บางทีก็เป็นเรื่องที่ยาก ผู้สอนแนะนำเล็กน้อย ผู้เรียนก็สามารถค้นพบคำตอบได้
3. ผู้เรียนค้นพบเป็นรายบุคคล หรือให้เรียนเป็นคณะ (Team Learning) เมื่อผู้เรียนมาร่วมปรึกษาหารือกันก็จะเกิดการค้นพบได้ง่ายเข้า ผู้เรียนบางคนก็ชอบคิดคนเดียวซึ่งสามารถค้นพบได้เช่นเดียวกัน

เฮนสัน (Henson, 1996: 117) กล่าวถึงรูปแบบการสอนค้นพบมี 6 รูปแบบ ดังนี้

1. การค้นพบ (Discovery)
2. การสอนการค้นพบ (Discovery teaching)
3. การค้นพบแบบอุปมา (Inductive discovery)
4. การค้นพบแบบกึ่งนิรนัย (Semiductive discovery)
5. การค้นพบแบบบริสุทธิ์หรือไม่แนะนำแนวทาง (Unguided or pure discovery)
6. การค้นพบจากการแนะนำแนวทาง (Guided discovery)

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์ (2520 : 26) ได้ลำดับขั้นต่างๆ ของการสอน โดยวิธีค้นพบดังนี้

1. พิจารณาและสำรวจปัญหาเพื่อทำความเข้าใจปัญหา
2. ตั้งสมมติฐาน (Hypothesis) ที่จะใช้แก้ปัญหา
3. ทดลองและรวบรวมข้อมูลที่ใช้แก้ปัญหา
4. เลือกเฟ้นวิธีการแก้ปัญหาที่ได้ทดลองแล้ว
5. ตัดวิธีแก้ปัญหาที่ไม่อาจจะพิสูจน์ให้เห็นจริงได้ออกไป

พรณี ข. เจนจิต (2538 : 393-396) สรุปการจัดการสอนของบรูเนอร์ (Bruner) ว่าเป็นการค้นพบจากการแนะนำทางโดยที่มีการจัดเค้าโครง (Structure) และมีการจัดประสบการณ์เพื่อกระตุ้นให้เกิดการหยั่งรู้ (Intuitive thinking) ในชั้นเรียน ซึ่ง บรูเนอร์ (Bruner) ชี้ให้เห็นถึงความสำคัญของ “เค้าโครง” ในการสอนดังนี้

1. ทำความเข้าใจสิ่งที่เป็นพื้นฐาน จะช่วยให้เข้าใจสิ่งที่เรียนได้ดีขึ้น
2. จัดสิ่งที่เรียนให้เป็นระเบียบ จะช่วยให้จำสิ่งที่เรียนไปได้นาน

3. ทำความเข้าใจเกี่ยวกับหลักเกณฑ์ หรือความคิดที่เป็นพื้นฐานอันจะเป็นทางนำไปสู่การค้นพบ การเรียนแบบ “การถ่ายโยงความรู้”

4. การจัด โครงสร้างจะช่วยให้การเรียนรู้ต่อเนื่องกัน ไม่มีช่องว่างระหว่างความรู้ที่เป็นพื้นฐานกับความรู้ในขั้นสูง

เทคนิคต่าง ๆ ที่ Bruner (Bruner) ใช้เพื่อกระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้แบบค้นพบ คือ

1. เน้นความแตกต่าง เพื่อกระตุ้นให้แต่ละคนมีเรื่องจะอภิปราย
2. กระตุ้นให้มีการเดาและหาเหตุผล หลังจากนั้นจึงอธิบายเพื่อให้ข้อมูลในสิ่งที่ถูก
3. กระตุ้นให้มีส่วนร่วมในการเรียนการสอน โดยใช้เกมหรือกิจกรรมที่เด็กแต่ละคนจะมีส่วนร่วมมากที่สุด หัดให้เด็กสังเกต รวบรวมข้อมูลและทดสอบสมมติฐานด้วยตนเอง

4. กระตุ้นให้เด็กตระหนักถึงวิธีการแก้ปัญหา

จากข้อความข้างต้น สรุปได้ว่า การสอนแบบค้นพบนั้นมีหลายรูปแบบ แต่ทุก ๆ รูปแบบมีส่วนที่คล้ายคลึงกัน ก็คือ ผู้เรียนต้องค้นคว้าด้วยตนเองเป็นหลักเพื่อ นำไปสู่ข้อสรุป ที่ครูต้องการอาจมีการช่วยแนะแนวทางหรือ ไม่มีการแนะแนวทางจากครูก็ได้ และผู้วิจัยสามารถสรุปขั้นตอนการสอนแบบค้นพบได้ดังนี้

1. ใช้คำถามกระตุ้นหรือยกสถานการณ์ที่เป็นปัญหา
2. นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย
3. อภิปรายและแก้ปัญหา
4. ข้อสรุป
5. ประเมินผล

จุดประสงค์ของวิธีสอนแบบค้นพบ

ยูพิน พิพิธกุล (2530 : 87) กล่าวถึง จุดประสงค์ของวิธีสอนแบบค้นพบ ดังนี้

1. เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ กระบวนการในการค้นพบและเกิดความคิดสร้างสรรค์
2. เพื่อให้ผู้เรียน รู้จักสังเกต เปรียบเทียบ และพิจารณาหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง
3. เพื่อให้ผู้เรียนรู้จักการทำงานร่วมกัน และสามารถหาข้อสรุปได้

จากข้อความข้างต้น พอสรุปได้ว่า จุดประสงค์ข้อวิธีสอนแบบค้นพบ เพื่อให้ผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง ตามกระบวนการและแนวทางในการค้นพบ ฝึกกลวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา รู้จักการวิเคราะห์ กระตุ้นผู้เรียน รู้จักทำงานด้วยตนเองและการทำงานร่วมกับผู้อื่น โดยครูเป็นผู้สนับสนุนให้นักเรียนได้ค้นพบ หลักการ กฎเกณฑ์และความคิดรวบยอดด้วยตนเอง

บทบาทของครูผู้สอน

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520 : 26) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการสอนวิธีค้นพบ มีดังนี้

1. เตรียมคำถาม ปัญหาไว้มาก ๆ สำหรับป้อนให้กับเด็กเพื่อที่จะนำเด็กไปสู่การค้นพบ
2. หาวิธีการกระตุ้นและช่วยผู้ให้เด็กคิดหาเหตุผล
3. ส่งเสริมและให้โอกาสเด็กค้นหาคำตอบ และห้ามอธิบายถึงวิธีการหาคำตอบ
4. ส่งเสริมให้เด็กช่วยวิพากษ์วิจารณ์คำตอบของกันและกัน เพื่อจะเป็นทางไปสู่คำตอบที่ต้องการ
5. ครูทำหน้าที่เป็นผู้ชี้แนะให้เด็กคิดและช่วยระดมความคิดใหม่กับความรู้เดิมของเด็กเข้าด้วยกัน

6. ช่วยเด็กขัดเกลาข้อสรุปและกฎเกณฑ์ให้รัดกุมยิ่งขึ้น
7. ทำหน้าที่คอยดูแล และคอยเร่งเร้าให้เด็กเดิน ไปสู่แนวทางเดิม

อัญชติ แจ่มเจริญ และคณะ (2526 : 106) กล่าวถึงบทบาทของครูผู้สอนมีดังนี้

1. ครูเป็นผู้เตรียมบทเรียนให้นักเรียนได้ค้นพบด้วยวิธีต่างๆ และเป็นผู้กระตุ้นเตือนให้นักเรียนคิดหรือทำ
2. ครูและนักเรียนจะต้องมีส่วนร่วมในการค้นพบหาข้อเท็จจริงบางตอน ตอนใดที่ยังยากมากครูอาจช่วยชี้แนวทางให้เท่าที่จำเป็น โดยการใช้คำถามให้นักเรียนตอบ เพื่อนำไปสู่ความคิดรวบยอด
3. อย่าให้นักเรียนรีบสรุป โดยพิจารณาจากผลการค้นคว้าเพียง 2-3 ตัวอย่างควรจะให้นักเรียนเห็นตัวอย่างมากพอสมควร แล้วจึงสรุปและผลสรุปขั้นสุดท้ายต้องแน่นนอน
4. ครูต้องคอยให้กำลังใจในการค้นพบ และแสดงให้เห็นว่าการค้นพบของนักเรียนมีความสำคัญ

ยุพิน พิพิธกุล (2530 : 140) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูมีดังนี้

1. ครูจะต้องเตรียมบทเรียนให้ดีว่าจะให้นักเรียนค้นพบอะไร โดยวิธีใด
2. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนค้นพบด้วยตนเอง
3. ครูควรใช้วิธีการหลายๆ วิธีที่จะทำให้นักเรียนเกิดการค้นพบ

สรุปได้ว่าในการสอนให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้โดยการค้นพบ ครูควรมีบทบาท

ดังนี้

1. ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดและพัฒนากระบวนการคิดตลอด

2. ให้นักเรียนแต่ละคนได้แสดงความคิดเห็น โดยการอธิบายวิธีหาคำตอบ
3. ครูจะต้องมีความรู้กว้างขวางพอที่จะสรุปจากความคิดเห็นของนักเรียนหลายคนหลอมรวมให้เป็นหนึ่งเดียวที่ถูกต้อง โดยนักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการสรุป
4. ครูจะต้องเตรียมชุดคำถามเพื่อเป็นแนวทางในการสรุป
5. ให้โอกาสและเวลาแก่นักเรียนในการคิดอย่างเสรี
6. ครูเป็นผู้คอยอำนวยความสะดวกในการคิดของนักเรียน

1.5 ข้อดี และข้อจำกัดของการสอนแบบค้นพบ

ข้อดีของการสอนแบบค้นพบ

นักการศึกษาได้สรุปข้อดีของวิธีการสอนแบบค้นพบไว้ดังนี้

บรูเนอร์ (Bruner, 1960 : 179) กล่าวถึง ส่วนดีของการสอนแบบค้นพบว่า

1. เป็นวิธีการที่พัฒนาสติปัญญาของนักเรียน
2. เพิ่มแรงจูงใจภายใน
3. นักเรียนที่ได้ค้นพบด้วยตนเองจะรู้สึกศึกษาทำงานและการแก้ปัญหา
4. จำสิ่งที่เรียนไปนาน เพราะนักเรียนเป็นผู้กระทำด้วยตนเอง

ออซเบล (Ausubel, 1968 : 168) กล่าวถึง ข้อดีของการสอนแบบค้นพบสรุปได้

ดังนี้

1. ส่งเสริมการแสดงออกในการทำงาน โดยวิธีค้นคว้าให้กับหมู่เพื่อนได้
2. นักเรียนได้มีอิสระในด้านความคิด ความเข้าใจที่รับผิดชอบว่า ควรจะจัดการ

อย่างไรกับตนเอง

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520 : 27) กล่าวถึง ข้อดีของการ

สอนแบบค้นพบว่า

1. เป็นวิธีช่วยให้เด็กจดจำสิ่งที่ตนได้ค้นพบได้นาน และเข้าใจ อย่างแจ่มแจ้ง
2. เด็กมีอิสระในการคิด ได้รับการส่งเสริมให้ค้นพบ ทดสอบฐานสูตรและ

กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์

3. ส่งเสริมให้เด็กเรียนรู้เรื่องใหม่อย่างเข้าใจมั่นใจ เพราะได้เริ่มจากความรู้เดิมที่มีอยู่แล้ว แล้วค่อยๆ ก้าวไปสู่ความรู้เรื่องใหม่

4. ส่งเสริมให้เด็กได้มีโอกาสได้ใช้พลังงาน ใช้ความคิดของตนเองอันเป็นสิ่งเร้า

ให้เด็กมีกำลังใจอยากเรียน อยากทำ และก่อให้เกิดเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

ยุพิน พิพิธกุล (2530 : 88) กล่าวถึง ข้อดีการสอนแบบค้นพบ ว่า

1. ช่วยให้ผู้เรียนคิดอย่างมีเหตุผลเกิดความเข้าใจ และสามารถจำได้นาน

2. ช่วยพัฒนาความคิดของผู้เรียน
3. ช่วยให้ผู้เรียนรู้จักทำงานทั้งเป็นกลุ่ม และรายบุคคล เพื่อที่สามารถหาข้อสรุป กฎเกณฑ์ต่างๆ ได้

บุญชม ศรีสะอาด (2541 : 66) กล่าวถึง ข้อดีของการสอนแบบค้นพบว่า

1. การที่ผู้เรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเองจะทำให้สามารถจำความรู้นั้น ได้นาน มีความภาคภูมิใจ และเกิดแรงจูงใจในการเรียนรู้

2. ช่วยให้ผู้เรียนเกิดความสนใจในสิ่งที่ต้องศึกษาต่อไปอีก
3. ผู้เรียนพัฒนาทักษะและเจตคติที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ด้วยตนเอง
4. ผู้เรียนพัฒนาความสามารถทางสมองระดับสูง เช่น การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการหยั่งรู้ (Intuitive thinking)

5. ผู้เรียนเรียนรู้จากการอ้างอิงโดยคิดอย่างมีเหตุผลทั้งแบบอุปนัย (Inductive) และแบบนิรนัย (Deductive)

6. ผู้เรียนเข้าใจงานของนักปราชญ์อย่างลึกซึ้ง

จากข้อดีดังกล่าวข้างต้นของการสอนแบบค้นพบ สามารถสรุปเป็นข้อ ๆ ได้ดังนี้

1. เป็นวิธีที่ช่วยให้นักเรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล
2. เป็นวิธีที่ช่วยให้นักเรียนจำสิ่งที่ค้นพบได้นาน และเข้าใจอย่างแจ่มแจ้ง
3. ช่วยให้นักเรียนมีพัฒนาการด้านความคิด
4. ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักการทำงานกลุ่ม เป็นรายบุคคลร่วมกันศึกษาเพื่อไปสู่

การค้นพบ

5. การเรียนแบบค้นพบก่อให้เกิดแรงจูงใจ ความพึงพอใจในการเรียนต่อตนเอง

ข้อจำกัดของการสอนค้นพบ

ไฮแมน (Hyman. 1974 : 182) กล่าวถึง ข้อจำกัดของการสอนแบบค้นพบว่า

1. การค้นพบเป็นวิธีที่เพิ่มเวลาและค่าใช้จ่ายในการสอนอย่างมาก
2. วิธีการค้นพบให้ความสำคัญกับตัวนักเรียน นักเรียนต้องแก้ไขด้วยตนเอง บางครั้งครูมองข้ามตัวนักเรียนไป ทำให้เกิดความยุ่งยากที่หลัง
3. วิธีนี้ไม่เหมาะสมกับนักเรียนทุกระดับ

ออซูเบล (Ausubel. 1968 : 139-168) กล่าวถึง ผลเสียหรือข้อจำกัดของการสอนแบบค้นพบสรุปได้ว่า

1. ผู้เรียนที่อดอยเบื่อหน่าย

2. ไม่มีหลักฐานในการสร้างความคิดรวบยอดในทางปฏิบัติเกี่ยวกับการทำความเข้าใจในด้านความคิดรวบยอดที่เป็นนามธรรม

สุมิตร คุณานุกร (2523 : 142) กล่าวถึง ข้อจำกัดของวิธีสอนแบบค้นพบ ว่า วิธีการแบบนี้ต้องใช้เวลาามาก ซึ่งบางครั้งไม่คุ้มกับผลที่ได้รับ ปัญหา มักเกิดขึ้นเมื่อมีนักเรียนเรียนช้ากว่าปกติรวมอยู่ในกลุ่มหรือในชั้นเรียน ครูรับภาระหนักมากและครูต้องมีความสามารถในการนำกลุ่มให้มีการอภิปรายกันอย่างทั่วถึงและไม่ให้ความคิดเห็นของนักเรียนครอบงำความคิดของส่วนร่วม

ยูพิน พิพิธกุล (2530 : 148) กล่าวถึง ข้อจำกัดของการสอนแบบค้นพบไว้ดังนี้

1. ถ้าครูไม่รู้วิธีสอนถ่องแท้ก็จะทำให้เสียเวลา เพราะเนื้อหาคณิตศาสตร์แต่ละเรื่องนั้นจะต้องรู้จักเลือกวิธีสอนให้เหมาะสม

2. ถ้าครูให้นักเรียนค้นพบโดยวิธีอุปนัย ครูมักจะพยายามให้นักเรียนกำหนดนัยทั่วไปเมื่อให้นักเรียนดูตัวอย่างที่คล้ายๆ กัน บางทีนักเรียนก็ไม่ทราบว่าจะตอบอย่างไรเพราะครูไม่ได้แนะแนวทางก็จะแข่งขันกันด้วยการเดา

3. ครูมักจะพยายามให้นักเรียนสรุปหรือกำหนดนัยทั่วไป ทั้งๆ ที่นักเรียนไม่รู้ศัพท์ของคำที่กล่าวถึงนั้น หรือบางทีก็ไม่สรุปจากตัวอย่าง เพียง 2-3 ตัวอย่างและนักเรียนยังมองไม่เห็นแนวทาง

ภพ เลหาไพบุลย์ (2534 : 131) ได้สรุปข้อจำกัดของการสอนแบบค้นพบไว้ดังนี้คือ

1. มีข้อจำกัดในเรื่องเวลา ในการสอนแบบค้นพบครั้งหนึ่งๆ ต้องใช้เวลามาก สำหรับการที่จะให้โอกาสแก่นักเรียนได้ทำการรวบรวมข้อมูลจัดลำดับความคิดและสรุปผล

2. ในการค้นพบของนักเรียนต้องใช้กระบวนการทำให้ครูก่อนข้างลำบากในการติดตามว่านักเรียนกำลังพยายามจะค้นพบอะไร ทำให้ครูกาดหวังไม่ได้ว่านักเรียนจะได้อะไรจากการค้นพบ

3. นักเรียนที่มีสติปัญหาค่อนข้างต่ำหรือไม่ได้รับแรงจูงใจที่ดีพอ ครูจะใช้วิธีการสอนแบบค้นพบไม่ได้ผล

4. เนื้อหาวิชาบางเนื้อหาอาจไม่เหมาะกับการสอนแบบค้นพบ กล่าวคือ เนื้อหายากเกินไป

5. สติปัญญา ทักษะ ประสบการณ์และความรู้ด้านเนื้อหาของนักเรียนไม่ดีพอทำให้นักเรียนไม่สามารถค้นพบวิธีแก้ปัญหาในการเรียนได้

บุญชม ศรีสะอาด (2541 : 66) กล่าวถึง ข้อจำกัดของการสอนแบบค้นพบว่า

1. วิธีนี้ผู้เรียนจะใช้เวลา

2. ตำราและสื่อการเรียนอื่นๆ ในปัจจุบันมักทำในรูปของการบอก ความรู้ให้กับผู้เรียนมากกว่าการให้ผู้เรียนค้นพบความรู้เอง แต่ก็มีแนวโน้มดีขึ้น หนังสือเรียนที่เขียนในรูปของการส่งเสริมให้ผู้เรียนค้นพบความรู้เองอย่างชัดเจนได้แก่ หนังสือเรียนวิทยาศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาที่จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

3. ผู้เรียนมักค้นพบสิ่งต่างๆ นอกเหนือไปจากสิ่งมุ่งหวังให้ค้นพบ

4. ผู้เรียนบางคนไม่สามารถค้นพบความรู้ตามที่คาดหวังไว้

จากข้อจำกัดของการสอนแบบค้นพบดังกล่าวข้างต้น สามารถสรุปรวมเป็นข้อๆ ได้ดังต่อไปนี้

1. ต้องใช้เวลาในการสอนมาก

2. ไม่เหมาะกับชั้นเรียนที่นักเรียนมีความสามารถแตกต่างกันมาก เพราะนักเรียนที่เรียนรู้ได้ช้าจะเกิดความท้อใจ เมื่อเห็นเพื่อนในห้องทำงานได้

3. วิธีสอนแบบค้นพบเหมาะสำหรับเนื้อหาบางตอน และเนื้อหาที่ไม่เคยเรียนมาก่อนเท่านั้น

4. วิธีสอนแบบค้นพบที่ต้องคิดหาเหตุผล และตั้งสมมุติฐาน ไม่เหมาะสมกับนักเรียนในวัยที่ไม่สามารถเรียนรู้เกี่ยวกับนามธรรม

5. นักเรียนที่มีความสามารถต่ำกว่าเฉลี่ย จะมีความยุ่งยากใจมากในการเรียนด้วยวิธีนี้

6. ไม่เหมาะกับนักเรียนกลุ่มใหญ่

7. ถ้าผู้สอนไม่วางแผนและศึกษาวิธีการใช้คำถามให้ดี จะทำให้ผู้เรียนเกิดความเบื่อหน่าย

2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

วิลสัน (Wilson, 1971: 643) กล่าวว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive domain) ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นผลมาจากการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ประเมินพฤติกรรมด้านสติปัญญาในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ออกมาเป็นระดับความสามารถ

วิลสัน (Wilson, 1971: 643- 696) ได้นำเอาการจำแนกจุดประสงค์ทางการศึกษาของ เบนจามิน เอส บลูม และคณะ (Benjamin S. Bloom and Other) มาแบ่งพฤติกรรมในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทางด้านพุทธิพิสัย (Cognitive domain) ออกเป็น 4 ระดับได้ดังนี้

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำ แบ่งออกเป็น 3 ชั้นดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็นความสามารถที่จะระลึกข้อเท็จจริงต่างๆ ที่นักเรียนเคยได้รับจากการเรียนการสอนมาแล้วคำถามที่วัดความสามารถในระดับนี้จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริงตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลาอันยาวนานแล้วด้วย

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับคำศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่างๆ ได้โดยคำถามจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้ แต่ต้องไม่อาศัยการคำนวณ

1.3 ความสามารถในการทำตามขั้นตอน (Ability to Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริง หรือนิยาม หรือกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ ต้องเป็นโจทย์ง่ายๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนต้องไม่พบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) ความเข้าใจเป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนกว่า แบ่งเป็น 6 ชั้น

2.1 ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Knowledge of Concepts) ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนทัศน์เป็นนามธรรมซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่างๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนทัศน์นั้นโดยใช้คำพูดของตนเอง หรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนในรูปแบบหรือตัวอย่างใหม่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียน มิฉะนั้นจะเป็นการวัดความจำ

2.2 ความรู้เกี่ยวกับหลักการ กฎ และข้อสรุปนัยทั่วไป (Knowledge of Principles, Rules, and Generalization) พฤติกรรมในขั้นนี้เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ไปสัมพันธ์กับปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหา ถ้าคำถามนี้เป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนไม่เคยพบมาก่อน อาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความรู้เกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมในขั้นนี้เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนองค์ประกอบของปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem Elements From One Mode to Another) พฤติกรรมในขั้นนี้เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่ หรือ ภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการ ซึ่งมีความหมายคงเดิมโดยไม่รวมถึงขั้นตอน (Algorithms) ในการแก้ปัญหาหลังจากแปลแล้ว อาจกล่าวได้ว่าเป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถติดตามแนวเหตุผล (Ability to Follow a Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่วไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้ อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่น ๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหา ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) การนำไปใช้เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน หรือคล้ายกับแบบฝึกหัด นักเรียนสามารถเลือกกระบวนการแก้ปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน หรือคล้ายกับแบบฝึกหัด นักเรียนสามารถเลือกกระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้โดยไม่ยาก พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งเป็น 4 ชั้น ได้แก่

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหานั้นได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) ความสามารถในการเปรียบเทียบ เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหานี้ อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ (Ability to Analyze Data) พฤติกรรมในขั้นนี้เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งต้อง

อาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง พิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่ หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกมาพิจารณาเป็นส่วน ๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบแผน ลักษณะ โครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns, Isomorphisms, and Symmetries) พฤติกรรมในขั้นนี้เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่องตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำข้อมูล การระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาให้พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) พฤติกรรมในขั้นนี้เป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของสมรรถภาพทางพุทธิพิสัยในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งรวมพฤติกรรมส่วนใหญ่ที่บรรยายไว้ในขั้นการวิเคราะห์ การสังเคราะห์ หรือการประเมินของบลูม (Bloom) และรวมถึงสิ่งที่เรียกว่า “ การค้นคว้าอย่างอิสระ (Open Search) ” ด้วย และพฤติกรรมในระดับนี้ประกอบด้วย การแก้ปัญหาที่ไม่เคยแก้มาก่อน ประสบการณ์เกี่ยวกับการค้นพบ และพฤติกรรมสร้างสรรค์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ พฤติกรรมในระดับนี้แตกต่างจากพฤติกรรมในระดับการนำไปใช้หรือระดับความเข้าใจ ตรงที่พฤติกรรมในระดับนี้ประกอบด้วยระดับของการถอยไปยังบริบทที่ไม่เคยปฏิบัติมาก่อน การตอบข้อทดสอบในระดับนี้ต้องอาศัยพฤติกรรมการเรียนรู้ด้วยตนเอง (Heuristic Behavior) เป็นอย่างมาก วัตถุประสงค์การเรียนการสอนคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับการวิเคราะห์ซึ่งแบ่งได้เป็น 5 ขั้นดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Nonroutine Problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง นักเรียนไม่เคยเห็นมาก่อน ต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ ผสมผสานกับความเข้าใจในมโนทัศน์นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) พฤติกรรมในขั้นนี้เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา แทนการเพียงแต่นำความสัมพันธ์เดิมที่จำได้มาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อมูลพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) พฤติกรรมในขั้นนี้เป็นความสามารถในการสร้างภาษา เพื่อยืนยันข้อมูลทางคณิตศาสตร์อย่าง

สมเหตุสมผล โดยอาศัย นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วมาพิสูจน์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) พฤติกรรมในขั้นนี้เป็นความสามารถที่ควบคู่กับความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ อาจเป็นพฤติกรรมที่มีความซับซ้อนน้อยกว่าพฤติกรรมในการสร้างข้อพิสูจน์ พฤติกรรมในขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนสามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่ มีขั้นตอนใดผิดพลาด

4.5 ความสามารถในการสร้างและทดสอบความถูกต้องของข้อสรุปนัยทั่วไป (Ability to Formulate and Validate Generalizations) พฤติกรรมในขั้นนี้เป็นความสามารถในการค้นพบสูตร หรือกระบวนการแก้ปัญหา พิสูจน์ว่าใช้กรณีทั่วไปได้

3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

3.1 งานวิจัยต่างประเทศ

จอร์ดี (Jordy, 1976 : 3479-A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการใช้เนื้อหา SSMCIS II และ III (Secondary School Mathematics Curriculum Improvement Study) โดยใช้บทเรียนแบบค้นพบ ที่เรียนเป็นหน่วยย่อยๆ กลุ่มตัวอย่างมี 2 กลุ่ม

1. กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 8 จำนวน 2 ห้อง จากโรงเรียนในเมืองมอนต์โกเมอรี รัฐแมริแลนด์ ห้องหนึ่งเป็นกลุ่มทดลองที่ใช้สอนตามบทเรียนคณิตศาสตร์ย่อย 10 บท ซึ่งมีเนื้อหาตาม 4 บทแรกของ Unified Mathematics II อีกห้องหนึ่งเป็นกลุ่มควบคุมสอนโดยใช้ตำราธรรมดา ปรากฏผลการทดลองดังนี้ คะแนนผลสัมฤทธิ์ของกลุ่มทดลองต่ำกว่ากลุ่มควบคุมเพียงเล็กน้อย กลุ่มทดลองมีทัศนคติให้ทางบวกต่อวิชาคณิตศาสตร์มากกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญ แต่ในความคิดสร้างสรรค์ กลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุมได้คะแนนไม่แตกต่างกัน

2. กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 9 จำนวน 3 ห้องจากโรงเรียน 3 โรงเรียน ใช้ครูสอนห้องละคน กลุ่มทดลองมี 2 ห้อง ใช้บทเรียนแบบค้นพบย่อยตามเนื้อหา 4 บทแรกของ Unified Mathematics III ห้องที่ 3 เป็นกลุ่มควบคุมสอนโดยใช้ตำราธรรมดา ได้ผลการทดลองดังนี้ สำหรับข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ กลุ่มทดลองทำได้ถูกต้อง $\frac{1}{3}$ ของนักเรียนทั้งหมด ส่วนกลุ่มควบคุมทำถูกเพียงครึ่งหนึ่ง และทัศนคติของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน อย่างไรก็ตามจากการตอบแบบสอบถาม นักเรียนชอบเรียนบทเรียนแบบค้นพบย่อยมากกว่าจะเรียนให้ครูบรรยายหน้าชั้น

ฟีโลซี (Pelosi, 1979: 142-A) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา จำนวน 151 คน ที่เลือกเรียนแคลคูลัส นักเรียนถูกแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองสอนแบบค้นพบ และกลุ่มควบคุมที่สอนแบบปกติ

ผลการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่สอนแบบค้นพบ และกลุ่มควบคุมที่สอนแบบปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชาย และนักเรียนหญิงที่ได้รับการสอนแบบค้นพบ ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

มาร์ติน (Martin, 1971 : 5941-A) ได้ศึกษาผลของวิธีสอนแบบท่องจำ และแบบค้นพบกับนักเรียน เกรด 5 , 7 และ 9 ที่มีพื้นฐานทางสังคม เศรษฐกิจต่ำ และปานกลาง ปรากฏว่าไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างวิธีสอน 2 แบบ ผลการเรียนรู้ของนักเรียนที่มีพื้นฐานทางสังคมเศรษฐกิจกลางและต่ำ ไม่แตกต่างกัน ไม่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีสอนทั้งสองแบบ กับพื้นฐานทางเศรษฐกิจ – สังคม ของนักเรียน และไม่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีสอนทั้งสองแบบ กับระดับเกรด สรุปได้ว่าควรใช้วิธีสอนทั้ง 2 แบบด้วยกันไม่ควรเลือกอย่างใดอย่างหนึ่ง

ไฮแอท (Hiatt, 1980 : 3589-A) ได้ทำการศึกษาผลของการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้บทเรียนแบบค้นพบ โดยเปรียบเทียบกับการสอนปกติ ผลของการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนอกจากนี้การทดลองสอนโดยใช้บทเรียนแบบค้นพบทำให้เจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเปลี่ยนแปลงไป

แคกลีริส (Cagliaris, 1991 : 450-A) ได้ทำการศึกษาผลของการเรียนแบบค้นพบเป็นกลุ่มเล็ก ต่อความสามารถ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านความรู้ความจำ และความรู้ที่เกิดขึ้นภายหลัง ของนักเรียนในระดับเกรด 8 จำนวน 57 คน โดยแบ่งกลุ่มทดลองเป็น 3 กลุ่ม โดยกลุ่มแรกได้รับการสอนแบบแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล กลุ่มที่ 2 แก้ปัญหาเป็นกลุ่มใหญ่ กลุ่มที่ 3 ได้รับการสอนแบบค้นพบ เป็นกลุ่มเล็ก

ผลของการวิจัยปรากฏว่า วิธีการสอนทั้งสามกลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่อย่างไรก็ตามนักเรียนทุกกลุ่มเกิดการค้นพบด้วยตนเอง และนักเรียนมีความพยายามในการแก้ปัญหามากขึ้น และนักเรียนเชื่อว่าการสอนแบบปกติต้องใช้ความจำมากกว่าการสอนแบบแก้ปัญหา นักเรียนทุกกลุ่มมีความอดสาหะและความตั้งใจเรียนมากขึ้น

3.2 งานวิจัยในประเทศ

จารุวรรณ ยังรักษา (2542 : 83) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนเรื่อง เศษส่วน โดยวิธีการสอนแบบค้นพบ โดยใช้กิจกรรม

การเรียนแบบคอนสตรัคติวิซึม เป็นกลุ่มกับรายบุคคล และการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้รับการสอนแบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบคอนสตรัคติวิซึม เป็นกลุ่มกับกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบค้นพบ โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบคอนสตรัคติวิซึมเป็นรายบุคคล และกลุ่มที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

พิชญา พุกผาสุก (2543) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง Guided Discovery กับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัย พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เกษม คันทระกุล (2547) ได้ทำการวิจัยเพื่อสร้างชุดการเรียนแบบค้นพบ เรื่อง สถิติระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนแบบค้นพบ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนแบบค้นพบ สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ชัยยุทธ บุญธรรม (2549) ได้พัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการสอนแบบค้นพบ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการสอนแบบค้นพบ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศิริณี ศักรินพานิชกุล (2551) ได้ศึกษาผลการสร้างและใช้ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ตามวิธีสอนแบบค้นพบที่เน้นเทคนิคการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่องลำดับและอนุกรมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้ชุดการสอนตามวิธีสอนแบบค้นพบที่เน้นเทคนิคการเรียนแบบร่วมมือ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

สุวรรณ สีหาอาจ (2552) ได้ศึกษาผลการใช้ชุดการเรียนการสอนแบบค้นพบ โดยการแนะแนวทาง เรื่องสถิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์

ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน โดยใช้ชุดการเรียนการสอนแบบค้นพบ โคนการแนะ
แนวทาง เรื่องสถิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

จะเห็นว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยตนเอง แต่มีครู
เป็นผู้ช่วยเหลือ แนะนำ เพื่อให้การจัดการเรียนการสอนได้ผลดีขึ้นการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักค้นคว้าด้วย
ตนเอง มีความคิดอิสระ ส่งผลให้ผู้เรียนเกิดพัฒนาในการแก้ปัญหาและค้นพบมโนคติด้วยตนเอง
ดังนั้นการสอนแบบค้นพบ(Discovery Method) น่าจะส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการ
ค้นพบข้อเท็จจริง มโนคติ นิยาม หลักการและสรุปกฎเกณฑ์ต่างๆ ด้วยตนเอง

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ เป็นการวิจัยแบบกลุ่มทดลองกลุ่มเดียว วัดก่อนและหลังการทดลอง มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน โดยการค้นพบ ซึ่งมีวิธีการดำเนินการวิจัยดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างและหาประสิทธิภาพของสื่อ
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1 ประชากร

ประชากร คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนปรังค์ทองวิทยา จังหวัดนครราชสีมา จำนวน 3 ห้องเรียน 110 คน แต่ละห้องเรียนจัดนักเรียนตามความสามารถ

1.2 กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนปรังค์ทองวิทยา จังหวัดนครราชสีมา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 26 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่มจากจำนวนนักเรียน ทั้งหมด 3 ห้องเรียน จำนวน 110 คน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- 2.1 แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ โดยการค้นพบจำนวน 10 คาบ
- 2.2 แบบทดสอบวัดผล สัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์

3. สร้างและหาประสิทธิภาพของเครื่องมือ

3.1 การสร้างแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการค้นพบ

3.1.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของกระทรวงศึกษาธิการและคู่มือการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

3.1.2 ศึกษาขอบข่ายและทำความเข้าใจในเนื้อหา วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ แบบเรียนและคู่มือครู ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ สื่อการเรียนการสอน กิจกรรมการเรียนการสอน และการวัดผลและประเมินผล

3.1.3 ศึกษาเทคนิคการสอนแบบค้นพบในรูปแบบต่าง ๆ

3.1.4 ดำเนินการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้โดยการค้นพบ วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ จำนวน 5 แผน ใช้เวลาในการเรียน 10 คาบ

3.1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น ไปทดลองใช้ (Try-out) กับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 5 คน ในวันที่ 29 มีนาคม พ.ศ. 2553 เพื่อหาแนวทางที่เหมาะสมในการที่จะปรับปรุงเพิ่มเติมในส่วนที่บกพร่องของแผนการจัดการเรียนรู้ ด้านเทคนิคการสอน เวลาที่ใช้สอน การเตรียมการสอน

3.1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบค้นพบที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบเพื่อปรับปรุงแก้ไขความถูกต้อง เนื้อหา รูปแบบการสอน และภาษาที่ใช้ และกิจกรรมการเรียนการสอน ตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา

3.1.7 ทำการแก้ไขปรับปรุง แผนการจัดการเรียนรู้เพื่อความเหมาะสมในการจัดการเรียนการสอน

3.1.8 นำแผนการจัดการเรียนรู้ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างในระหว่างวันที่ 26-30 เมษายน พ.ศ. 2553

3.2 การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ผู้วิจัยสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามกระบวนการสร้างเครื่องมือวัด โดยทั่วไป (ประภาพร ศรีตระกูล, 2528) ดังรายละเอียดต่อไปนี้

3.2.1 ศึกษาหลักสูตร สาระการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ในแบบเรียนและหนังสือรวมทั้งคู่มือครู และวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากเอกสารต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง

3.2.2 ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากหนังสือ การพัฒนาเครื่องมือสำหรับการประเมิน

3.2.3 ศึกษาเนื้อหา จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

3.2.4 สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมให้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชา กิจกรรมการเรียนการสอน การวัดผลและประเมินผล และจัดทำแผนผังการออกข้อสอบ

3.2.3 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 60 ข้อ ให้สอดคล้องกับ จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

3.2.4 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว เสนอผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดผลและประเมินผลทางการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบ ความถูกต้อง ความสอดคล้องของเนื้อหาจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม แล้วนำไปตรวจสอบความ ตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบโดยการหาดัชนีความสอดคล้อง (IOC) และได้ข้อสอบที่มีค่า ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ตั้งแต่ 0.67-1.00 จำนวน 60 ข้อ

3.2.5 นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 24 คน ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ที่เรียนเรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ผ่าน มาแล้ว เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

3.2.5 ตรวจสอบให้คะแนน แบบทดสอบแบบเลือกตอบที่นักเรียนทำได้ โดยให้ 1 คะแนน สำหรับข้อที่นักเรียนตอบถูก และให้ 0 สำหรับนักเรียนที่ตอบผิด ไม่ตอบ หรือตอบเกิน 1 ข้อ

3.2.6 นำผลที่ได้มาวิเคราะห์รายข้อ หาค่าความยาก (p) และหาค่าอำนาจจำแนก (r) โดยเลือกแบบทดสอบที่มีค่า p ระหว่าง 0.33- 0.71 และค่า r ที่มีค่าระหว่าง 0.25-0.67 ไว้ จำนวน 30 ข้อ

3.2.7 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกไว้ จำนวน 30 ข้อ ไปทดสอบนักเรียน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 26 คน โรงเรียนปรังค์ทองวิทยา จังหวัดนครราชสีมา เพื่อ หาความเที่ยง แบบทดสอบโดยใช้สูตร KR-20 (Kuder Richardson) ล้วน สายยศ และอังศณา สายยศ (2538: 197- 199) ซึ่งได้ความเที่ยงเท่ากับ 0.58

4. การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามลำดับขั้นตอนดังนี้

4.1 ทำการทดสอบก่อนเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ จำนวน 30 ข้อ ในเวลา 90 นาที

4.2 ดำเนินการทดลองสอน โดยผู้วิจัยสอนเองใช้เวลาในการสอน สัปดาห์ละ 4 ชั่วโมง ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยดำเนินการสอน จำนวน 5 แผน รวมทั้งสิ้น 10 ชั่วโมง

4.3 ทำการทดสอบหลังเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลา 90 นาที

5. การวิเคราะห์ข้อมูล

เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการสอน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการค้นพบการสอนแบบค้นพบ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ โดยการทดสอบค่าที (t- test)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัย เรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการค้นพบ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนปรังค์ทองวิทยา จังหวัดนครราชสีมา ผู้วิจัยได้เสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ได้ดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังการทดลองโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบค้นพบ เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ผลสัมฤทธิ์ด้านความสามารถในการทำกิจกรรมระหว่างการเรียนรู้แบบค้นพบ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

1. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังการทดลอง โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบค้นพบ เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตารางที่ 4.1 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ก่อนและหลังการทดลอง โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบค้นพบ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

การทดลอง	n	\bar{X}	s	$\sum D$	$\sum D^2$	
ก่อนเรียน	26	7.27	2.20			t**
				331	4407	23.356
หลังเรียน	26	20.00	3.01			

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตารางที่ 4.1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังเรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการค้นพบสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ผลสัมฤทธิ์ด้านความสามารถในการทำกิจกรรมระหว่างการเรียนรู้แบบค้นพบ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

นักเรียนศึกษาใบงานที่ 1 จากกราฟ นักเรียนหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุดได้ด้วยตนเอง และในใบงานที่ 2 นักเรียนใช้ความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส หาระยะห่างระหว่างจุดสองจุดด้วยตนเองและในใบงานที่ 3 นักเรียนค้นพบวิธีการหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

นักเรียนศึกษาใบงานที่ 7 หาพิกัดของจุดกึ่งกลางของเส้นตรง แต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้โดยดูจากกราฟที่กำหนดให้ได้ด้วยตนเอง นักเรียนศึกษาใบงานที่ 8 นักเรียนหาจุดกึ่งกลางในรูปตัวแปร โดยครูแนะแนวทางให้นักเรียนในช่วงแรกและนักเรียนสามารถทำต่อไปเองได้และค้นพบสูตรการหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

นักเรียนศึกษาใบความรู้ที่ 13 เขียนกราฟของสมการ $y = x - 3$ และสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเล็ก ๆ และหาอัตราส่วนระหว่างความยาวด้านที่ตั้งฉากกับแกน x และความยาวด้านที่ตั้งฉากกับแกน y และในใบงานที่ 14 นักเรียนค้นพบการหาความชันของเส้นตรง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

นักเรียนศึกษาใบงานที่ 17 นักเรียนหาคู่อันดับและความชันของสมการเส้นตรงที่กำหนดให้ และในใบงานที่ 18 นักเรียนเขียนกราฟของสมการเส้นตรงแต่ละคู่ดู จะพบว่าคู่ที่มีความชันเท่ากันกราฟจะขนานกัน คู่ความชันต่างกันกราฟจะไม่ขนานกัน จึงค้นพบได้ว่าเส้นตรงที่ขนานกันจะมีความชันเท่ากัน และเส้นที่ตรงที่มีความชันเท่ากันเส้นตรงจะขนานกัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

นักเรียนศึกษาใบงานที่ 22 นักเรียนหาคู่อันดับและความชันของสมการเส้นตรงที่กำหนดให้ และนำคู่อันดับไปเขียนกราฟเส้นตรง จะพบว่า เส้นตรงที่มีความชันคูณกันได้ -1 จะตั้งฉากกัน และในทางกลับกันนักเรียนพบว่า เส้นตรงที่มีความชันคูณกันได้ -1 เส้นตรงสองเส้นจะตั้งฉาก

บทที่ 5

สรุปการวิจัย อภิปราย และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้ เป็นการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน โดยใช้การค้นพบ ซึ่งผู้วิจัยได้เสนอการสรุปการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะมีรายละเอียดดังนี้

1. สรุปการวิจัย

1.1 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ระหว่างก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยการค้นพบ

1.2 สมมติฐานการวิจัย

นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์โดยการค้นพบ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

1.3 วิธีการดำเนินการวิจัย

1.3.1 กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนปรังค์ทองวิทยา จังหวัดนครราชสีมา ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่มจากจำนวนนักเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน

1.3.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ โดยใช้การค้นพบ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์

1.3.3 การดำเนินการทดลอง

ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลอง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ระหว่างวันที่ 25-30 เมษายน 2553 มีลำดับขั้นตอนดังนี้

- 1) ผู้วิจัยทำการทดสอบก่อนเรียน ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์
- 2) ผู้วิจัยดำเนินการสอนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามเวลาที่กำหนด
- 3) ผู้วิจัยติดตามการทำงานของกลุ่มตัวอย่าง
- 4) ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบหลังเรียน ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์
- 5) เมื่อสิ้นสุดการทดลอง ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน มาทำการวิเคราะห์ด้วยวิธีทางสถิติ

1.3.4 การวิเคราะห์ข้อมูล

ใช้การทดสอบค่าที (t-test)

2. อภิปรายผล

จากผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน น่าจะมีเหตุผลสนับสนุน ดังนี้

2.1 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ โดยการค้นพบที่ผู้วิจัยจัดทำขึ้นมา โดยครูผู้สอนใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหา ให้ผู้เรียนสังเกตเห็นรูปแบบจนผู้เรียนสามารถสรุปได้ด้วยตนเอง โดยครูผู้สอนใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาคำตอบเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล ซึ่งนักเรียนค้นพบภายใต้การแนะแนวทางของผู้สอน

2.2 การทำกิจกรรมการเรียนการสอน โดยการค้นพบของนักเรียนสำหรับ ในบางกิจกรรมที่เวลาไม่เอื้ออำนวย อันเนื่องมาจากนักเรียนไม่คุ้นเคยกับการเรียนแบบค้นพบครูผู้สอนคอยกระตุ้นให้นักเรียนคิด จนผู้เรียนสังเกตเห็นรูปแบบและสามารถสรุปได้ด้วยตนเอง ก่อนที่จะให้ผู้เรียนศึกษาไปงาน และค้นพบด้วยตนเอง ภายใต้การแนะแนวทางของครูผู้สอน และให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด เพื่อให้ให้นักเรียนได้ค้นพบคำตอบด้วยตนเอง ซึ่งนักเรียนอาจจะพบปัญหาในการทำแบบฝึกหัด ซึ่งอาจไม่สามารถค้นพบด้วยตนเอง ดังนั้นครูผู้สอนควรแนะแนวทาง ซึ่งผู้เรียนอาจจะค้นพบเป็นรายบุคคลหรือให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม ครูควรจัดให้มีการนำเสนอหน้าชั้นเรียนในท้ายชั่วโมงเพื่อให้นักเรียนจะได้ทราบข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นและนำมาปรับปรุงแก้ไข ที่จะทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนดีขึ้นตามลำดับ

ผลการวิจัยที่ได้จากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ โดยใช้การค้นพบในครั้งนี้ทำให้เกิดความแปลกใหม่ ในการเรียนการสอนช่วยให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น นักเรียนมีความก้าวหน้าในการเรียนมีผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้สูงขึ้น นักเรียนสามารถค้นพบคำตอบด้วยตนเอง ช่วยทำให้บรรยากาศในการเรียนน่าสนใจ นักเรียนรู้จักการทำงานกลุ่ม และช่วยเหลือเพื่อน นักเรียนมีความเข้าใจและมีความรู้ในบทเรียนที่ดีขึ้น ซึ่งส่งผลให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียน เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ดังนั้น ผู้วิจัยมีความเห็นว่า หากครูผู้สอนคณิตศาสตร์ ได้นำวิธีการสอนแบบค้นพบไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน ให้กับนักเรียนย่อมก่อประโยชน์ต่อการศึกษาคณิตศาสตร์อย่างสมบูรณ์ต่อไป

3. ข้อเสนอแนะ

3.1 ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

3.1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย แผนกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 5 แผน ใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแผนละ 2 ชั่วโมง รวมใช้เวลาทั้งสิ้น 10 ชั่วโมง เวลายืดหยุ่นได้ขึ้นอยู่กับสภาพแวดล้อม ความสนใจใฝ่รู้และพื้นฐาน ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

3.1.2 เนื่องจาก สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ เป็นสาระเพิ่มเติม ที่จัดให้นักเรียนมีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์ ดังนั้นนักเรียนจะต้องมีพื้นฐานความรู้คณิตศาสตร์ที่จำเป็นในเรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ทั้งหมดมาก่อนจึงจะเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

3.1.3 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน จะเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญและกระบวนการกลุ่ม ดังนั้น ก่อนสอนครูผู้สอนจะต้องศึกษาแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การจัดเตรียมใบงาน และแบบฝึกหัด ให้เพียงพอกับจำนวนนักเรียน และศึกษาเอกสาร เสริมสำหรับครูเพื่อให้เกิดประสิทธิภาพการเรียนรู้สูงสุด

3.1.4 การจัดกลุ่ม นักเรียน ประกอบด้วยนักเรียนเก่ง ปานกลาง และอ่อนคละกัน ควรจัดโดยครูผู้สอนให้เพื่อให้ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม คละความสามารถ ตามคะแนนจากการทำแบบทดสอบก่อนเรียนเพื่อให้นักเรียนช่วยเหลือนักเรียนอ่อน กลุ่มละ 3-4 คน เพื่อให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการกลุ่มได้อย่างทั่วถึง

3.1.5 บรรยากาศในการเรียนการสอน ให้เป็นไปในลักษณะกัลยาณมิตร คือ มีความเอื้อเฟื้อเผื่อแผ่ การช่วยเหลือและสนับสนุนกัน มีความเป็นมิตร ไม่มุ่งเน้นการแข่งขันหรือเปรียบเทียบภายในกลุ่มนักเรียน ครูผู้สอนมีหน้าที่ให้คำปรึกษา แนะนำ ช่วยเหลือในช่วงเวลาที่เหมาะสม เช่น เมื่อนักเรียนมีข้อสงสัย หรือไม่เข้าใจ ขอคำแนะนำแนวทางในการหาคำตอบนั้น

3.2 ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

ควรมีการวิจัยเพื่อพัฒนาการเรียนการสอน โดยการค้นพบ ในระดับชั้นอื่นๆ ด้วย

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542) *การสอนคณิตศาสตร์* กรุงเทพมหานคร โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2543) *เอกสารคำสอนรายวิชาหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์โรงเรียนมัธยมศึกษา* โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน กรุงเทพมหานคร คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
- บุญชม ศรีสะอาด (2541) *การพัฒนาการสอน* พิมพ์ครั้งที่ 2 กรุงเทพมหานคร สุวีริยาสาส์น
- พรรณี ช. เจนจิต (2538) *จิตวิทยาการสอน จิตวิทยาการศึกษาสำหรับครูในชั้นเรียน* พิมพ์ครั้งที่ 3 กรุงเทพมหานคร อมรินทร์การพิมพ์
- ภพ เลหาไพบูลย์ (2534) *การสอนวิทยาศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา* เชียงใหม่ โรงพิมพ์เชียงใหม่คอนเมอร์เชียล
- ยุพิน พิพิธกุล (2534) *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์* กรุงเทพมหานคร บพิธการพิมพ์
- _____ (2530) *การสอนคณิตศาสตร์* กรุงเทพมหานคร ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- สิริพร ทิพย์คง (2536) *เอกสารประกอบคำบรรยายเรื่องการพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์* คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- สุพรรณิ สุขะสันต์ (2545) “บทบาทของครูในการพัฒนาสื่อการเรียนการสอน” *เทคโนโลยี* 5(7) : 120-126
- สมิตร คุณาการ (2523) *หลักสูตรและการสอน* กรุงเทพมหานคร ภาควิชาบริหารการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- สุรางค์ ใ้วตระกูล (2533) *จิตวิทยาการศึกษา* กรุงเทพมหานคร จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520) *เทคนิคและวิธีการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่* กรุงเทพมหานคร ไทยวัฒนาพานิช
- อัญชลี แจ่มเจริญ (2526) *วิธีสอนกลุ่มทักษะ คณิตศาสตร์ระบบชุดการสอน* กรุงเทพมหานคร เจริญผล
- Ausubel, David P. (1968). *Education Psychology: A Cognitive View*. New York: Holt Rinehart and Winston.
- Bruner, Jerome S. (1960). *The Process of Education*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University.

- De Cecco, John P. (1968). *The Psychology of Learning and Instruction*. New Jersey: Prentice Hall.
- Henson, Kenneth T. (1966). "Methods and Strategies for Teaching in Secondary and Middle School" 3rd ed. United States of America : Longman Publishers.
- Hyman, Ronald T. (1974). *Teaching*. New York: Harper & Row Publisher.
- Krulik, Stephen & Weise, Ingrid B. (1975). *Teaching Secondary School Mathematics*. Philadelphia: W.B. Saunders.
- Wilson, James W. (1971) "Evolution of Learning in Secondary School Mathematics" In Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning. P643 – 685. ed. by Benjamin S. Bloom . New York: McGraw. Hill Book.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบเลือกตอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. แผนการจัดการเรียนรู้ โดยการค้นพบ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แผนผังการออกข้อสอบ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์
รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค 31202
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 จำนวน 30 ข้อ เวลา 90 นาที

.....
การวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้เพื่อสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เนื้อหา / จุดประสงค์การเรียนรู้	ความรู้/ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์
1. ระยะทางระหว่างจุดสองจุด 1.1 หาระยะทางระหว่างจุดสองจุดได้ 1.2 นำความรู้เรื่องการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุดไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้		4	3	
2. จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด 2.1 หาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุดได้ 2.2 เมื่อกำหนดจุดกึ่งกลางและจุดปลายหนึ่งจุดสามารถหาจุดปลายอีกจุดได้ 2.3 นำความรู้เรื่องการหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุดไปแก้โจทย์ปัญหาได้		3 2	2	
3. ความชัน 3.1 หาความชันของเส้นตรงได้ 3.2 นำความรู้เรื่องความชันไปแก้โจทย์ปัญหาได้		4	1	
4. เส้นขนาน 4.1 หาความชันของเส้นตรงที่ขนานกันได้ 4.2 นำความรู้เรื่องเส้นขนานไปแก้โจทย์ปัญหาได้		3	2	
5. เส้นตั้งฉาก 5.1 หาความชันของเส้นตรงที่ตั้งฉากกันได้ 5.2 นำความรู้เรื่องเส้นตั้งฉากไปแก้โจทย์ปัญหาได้	-	4	2	
รวม	-	20	10	

แบบทดสอบการวัดสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

รหัส ค 31202

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์

จำนวน 30 ข้อ

เวลา 90 นาที

คำสั่ง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย (X) ลงบนตัวอักษรที่ถูกต้องที่สุดในกระดาษคำตอบ

<p>1. ระยะทางระหว่างจุด A (2,3), B(5,7) คือข้อใด</p> <p>ก. 3</p> <p>ข. 4</p> <p>ค. 5</p> <p>ง. 6</p>	<p>5 วงกลมวงหนึ่ง มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (-4,5) และผ่านจุด (6,5) รัศมีของวงกลมยาวเท่าใด</p> <p>ก. 6 หน่วย</p> <p>ข. 8 หน่วย</p> <p>ค. 10 หน่วย</p> <p>ง. 12 หน่วย</p>
<p>2. ระยะห่างระหว่างจุด A(3,4) , B(-5,4) คือข้อใด</p> <p>ก. 4</p> <p>ข. 6</p> <p>ค. 8</p> <p>ง. 10</p>	<p>6. วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0) และวงกลมวงนี้ผ่านจุด (3,4) จงหาความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมวงนี้</p> <p>ก. 6</p> <p>ข. 8</p> <p>ค. 10</p> <p>ง. 12</p>
<p>3. ระยะห่างระหว่างจุด A (-2,3) B(-2,-8) คือข้อใด</p> <p>ก. 9</p> <p>ข. 10</p> <p>ค. 11</p> <p>ง. 12</p>	<p>7 วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (-4,7) และผ่านจุด (6,7) จงหารัศมีของวงกลมวงนี้</p> <p>ก. 10</p> <p>ข. 20</p> <p>ค. 30</p> <p>ง. 40</p>
<p>4. ระยะทาง 5 หน่วย เป็นระยะทางของจุดคู่ใด</p> <p>ก. (9,5) และ (-6,2)</p> <p>ข. (4, 8) และ (3,2)</p> <p>ค. (-5,6) และ (-2,2)</p> <p>ง. (9,-5) และ (6,1)</p>	<p>8 จุดกึ่งกลางของเส้นตรงที่เชื่อมจุด (-2,5) และจุด (8,-1) เป็นเท่าใด</p> <p>ก. (2,3)</p> <p>ข. (3,2)</p> <p>ค. (6,4)</p> <p>ง. (4,6)</p>

<p>9. จุดกึ่งกลางระหว่างจุด A (4,5), B(8,5) เป็นเท่าใด</p> <p>ก. (5,6)</p> <p>ข. (6,5)</p> <p>ค. (4,8)</p> <p>ง. (5,5)</p> <p>10 จุดกึ่งกลางระหว่างจุด (-2,4) และ B(8,-10) เป็นเท่าใด</p> <p>ก. (-3,4)</p> <p>ข. (-3,3)</p> <p>ค. (3,-3)</p> <p>ง. (-3,-4)</p> <p>11 ถ้า P เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง P_1P_2 ถ้า P มีพิกัด (1,2) และ P_1 มีพิกัด (3,4) จงหาพิกัดของจุด P_2</p> <p>ก. (1,0)</p> <p>ข. (1,1)</p> <p>ค. (-1,0)</p> <p>ง. (0,-1)</p> <p>12 . ถ้าจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรงหนึ่ง เป็น (3,1) และจุดปลายข้างหนึ่งเป็น (5,-7) จงหาจุดปลายอีกข้างหนึ่ง</p> <p>ก. (2,5)</p> <p>ข. (4,-3)</p> <p>ค. (1,9)</p> <p>ง. (8,-6)</p>	<p>13. . กำหนดให้ (4,y) เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด (-5,2) และ (13,-6) ค่า y มีค่าเป็นเท่าใด</p> <p>ก. -1</p> <p>ข. -2</p> <p>ค. -3</p> <p>ง. -4</p> <p>14. . ความยาวของเส้นตรงที่เชื่อมจุด (4,5) กับจุดกึ่งกลางของ (1,6) และ (-3,4) เป็นเท่าใด</p> <p>ก. 2 หน่วย</p> <p>ข. 3 หน่วย</p> <p>ค. 4 หน่วย</p> <p>ง. 5 หน่วย</p> <p>15. เส้นตรงที่ผ่านจุด A (-1,4) และ B (2, -5) มีความชันเป็นเท่าใด</p> <p>ก. 1</p> <p>ข. -1</p> <p>ค. 3</p> <p>ง. -3</p> <p>16. เส้นตรงที่ลากผ่านจุด A(6,3) และ B(9,k) มีความชัน $\frac{2}{3}$ จงหาค่า k</p> <p>ก. 3</p> <p>ข. 4</p> <p>ค. 5</p> <p>ง. 6</p>
--	--

<p>18. . . เส้นตรงที่ผ่านจุด $A(x,5)$ และ $B(4,3)$ ซึ่งมีความชันเท่ากับ $\frac{1}{3}$ จำนวนจริง x มีค่าเท่าใด</p> <p>ก. 8</p> <p>ข. 9</p> <p>ค. 10</p> <p>ง. 11</p> <p>19. . ถ้าเส้นตรงที่ลากผ่านจุด $(2,k)$ และ $(5,6)$ มีความชันเท่ากับเส้นตรงที่ลากผ่านจุด $(-2,1)$ และ $(1,5)$ จงหาค่า k</p> <p>ก. 2</p> <p>ข. 4</p> <p>ค. 6</p> <p>ง. 8</p> <p>20. ความชันของเส้นตรงซึ่งขนานกับเส้นตรง $A(3,4) B(2,5)$ เป็นเท่าใด</p> <p>ก. 1</p> <p>ข. -1</p> <p>ค. 2</p> <p>ง. -2</p> <p>21. เส้นตรงที่ลากผ่านจุด $A(-4,1), B(-5,-4)$ จะขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุดใด</p> <p>ก. $C(3,2), D(2,-5)$</p> <p>ข. $C(1,-2), D(2,3)$</p> <p>ค. $C(1,2), D(5,6)$</p> <p>ง. $C(-2,-3), D(1,2)$</p>	<p>17. . ถ้าเส้นตรงที่ผ่านจุด $(5,6)$ และ $(9, k)$ มีความชันเท่ากับ $\frac{1}{2}$ จงหาค่า k</p> <p>ก. 4</p> <p>ข. 6</p> <p>ค. 8</p> <p>ง. 10</p> <p>23 ถ้าจุด $(6,-1) (3,k)$ และ $(-3, -7)$ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน จงหาค่า k</p> <p>ก. -1</p> <p>ข. -2</p> <p>ค. -3</p> <p>ง. -4</p> <p>24. กำหนด $A(-3,2), B(1,6), C(5,4)$ และ $D(3,0)$ เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมชนิดใด</p> <p>ก. รูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า</p> <p>ข. รูปสี่เหลี่ยมคางหมู</p> <p>ค. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส</p> <p>ง. รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน</p> <p>25. ความชันของเส้นตรงซึ่งตั้งฉากกับเส้นตรง $(-3,-5)$ และ $(3,4)$ เป็นเท่าใด</p> <p>ก. $\frac{2}{3}$</p> <p>ข. $-\frac{2}{3}$</p> <p>ค. $\frac{3}{2}$</p> <p>ง. $-\frac{3}{2}$</p>
--	--

<p>22.. ถ้าเส้นตรงที่ผ่านจุด $(k,6)$ และ $(-2,-3)$ ขนานกันเส้นตรงที่ผ่านจุด $(1,2)$ และ $(-2,5)$ จำนวนจริง k มีค่าเท่าใด</p> <p>ก. -5 ข. -7 ค. -9 ง. -11</p> <p>27. . ความชันของเส้นตรงที่ลากมาตั้งฉากกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $A(1,3)$ และ $B(-1,-1)$ เป็นเท่าใด</p> <p>ก. 1 ข. -1 ค. $\frac{1}{2}$ ง. $-\frac{1}{2}$</p> <p>28. . ความชันของเส้นตรงที่ลากมาตั้งฉากกับเส้นตรงที่ลากผ่านจุด $(-1,5)$ และ $(4,8)$</p> <p>ก. $\frac{3}{5}$ ข. $-\frac{3}{5}$ ค. $\frac{5}{3}$ ง. $-\frac{5}{3}$</p>	<p>26. ความชันของเส้นตรงซึ่งตั้งฉากกับเส้นตรง $(1,5)$ และ $(-2,-7)$ เป็นเท่าใด</p> <p>ก. 4 ข. -4 ค. $-\frac{1}{4}$ ง. -1</p> <p>29. ถ้าเส้นตรงที่ลากผ่านมาตั้งฉากกับเส้นตรงที่ลากผ่าน $(1,3)$ และ $(-3,k)$ มีความชัน เท่ากัน $\frac{-2}{3}$ จงหาค่า k</p> <p>ก. -1 ข. -3 ค. -5 ง. -7</p> <p>30. ถ้าจุด $A(-2,1)$, $B(5,5)$ และ $C(9,y)$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ซึ่งมี ABC เป็นมุมฉาก ค่า y เท่ากับข้อใด</p> <p>ก. -1 ข. -2 ค. -3 ง. -4</p>
--	---

เฉลยแบบทดสอบ

1. ค	16. ค
2. ค	17. ค
3. ค	18. ค
4. ค	19. ก
5. ค	20. ข
6. ค	21. ข
7. ก	22. ง
8. ข	23. ค
9. ข	24. ก
10. ค	25. ข
11. ค	26. ค
12. ค	27. ง
13. ข	28. ง
14. ง	29. ข
15. ง	30. ข

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

รหัส ค 31202

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง ระยะทางระหว่างจุดสองจุด

เวลา 2 คาบ

1. สาระสำคัญ

ทฤษฎีบท ถ้า $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ เป็นจุดใดๆ ระยะทางระหว่างจุด P_1 และ P_2 เท่ากับ

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

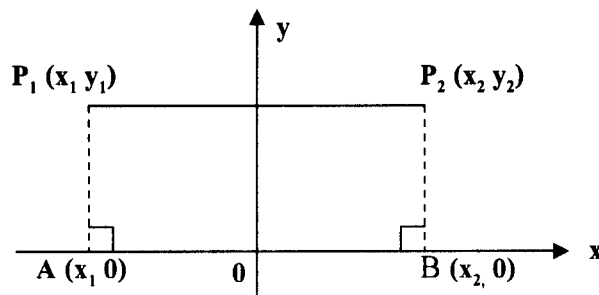
2.1 ทหาระยะทางระหว่างจุดสองจุดได้

2.2 นำความรู้เรื่องการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุดไปแก้โจทย์ปัญหาได้

3. สาระการเรียนรู้

ระยะทางระหว่างจุดสองจุด

สำหรับจุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ ใดๆ ที่ $\overline{P_1P_2}$ ขนานกับแกน x หรือขนานกับแกน y จะได้ว่า

1) ถ้า $\overline{P_1P_2}$ ขนานกับแกน xจะได้ $P_1P_2 = |x_1 - x_2|$ 

รูปที่ 1

ดังนั้น $AB = |x_1 - x_2|$

แต่ $\overline{P_1 P_2}$ และ \overline{AB} เป็นด้านตรงข้ามกับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ดังนั้น $P_1 P_2 = AB$

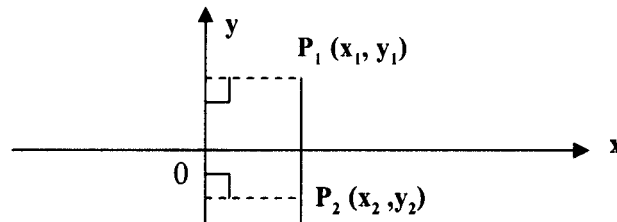
นั่นคือ $P_1 P_2 = |x_1 - x_2|$

2) ถ้า $P_1 P_2$ ขนานกับแกน y

จะได้ $P_1 P_2 = |y_1 - y_2|$

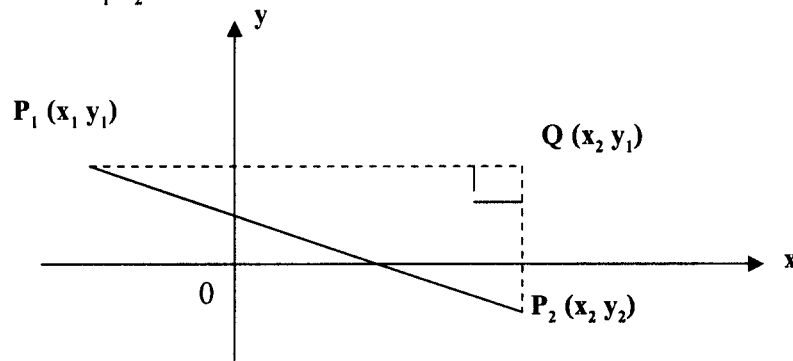
ดังรูปที่ 2 ถ้าจุด $P_1(x_1, y_1)$ และจุด $P_2(x_2, y_2)$

อยู่บนเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y



รูปที่ 2

ในกรณีที่จุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ อยู่บนเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน X และไม่ขนานกับแกน y (ดังรูปที่ 3) เราจะหา $P_1 P_2$ ได้ดังนี้



รูปที่ 3

ลากส่วนของเส้นตรง P_1, Q และ P_2, Q ให้ขนานกับแกน x และ y ตามลำดับจะมีพิกัดเป็น (x_2, y_1) และมุม $P_1 Q P_2$ เป็นมุมฉาก จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$(P_1 P_2)^2 = (P_1 Q)^2 + (P_2 Q)^2$$

4. กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 1

ขั้นนำ (5 นาที)

1. แจงจุดประสงค์การเรียนรู้
2. ทบทวนความรู้เดิม เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยใช้การถาม – ตอบ

ขั้นสอน (25 นาที)

1. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยคณะกรรมการประกอบด้วย เก่ง ปานกลาง และอ่อน ให้แต่ละกลุ่ม แบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบ ประธาน กรรมการ และเลขานุการ ลงในแบบฟอร์มที่ครูแจกให้
2. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบงานที่ 1-4 พร้อมคำอธิบายใน สิ่งที่นักเรียนจะต้องปฏิบัติตามอย่างละเอียด ชักถาม อภิปราย ภายในกลุ่ม
3. ครูเดินดูการปฏิบัติงาน ของนักเรียนพร้อมทั้ง ตอบคำถาม ของนักเรียนหากมีข้อสงสัย
4. นักเรียนแต่ละกลุ่ม ร่วมกันเฉลยคำตอบในใบงานที่ 1-4 จากความคิดเห็นในกลุ่มของตนเอง

ขั้นสรุป (10 นาที)

5. ครูให้ นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้รับจากใบงานที่ 1-4 โดยการซักถาม
4. นักเรียนช่วยกัน สรุปความรู้เกี่ยวกับการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุด

ทฤษฎีบท ถ้า $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ เป็นจุดใด ๆ ระยะทางระหว่างจุด P_1 และ P_2 เท่ากับ

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

ขั้นประเมินผล (10 นาที)

5. ครูให้นักเรียน แต่ละคนทำแบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง ระยะทางระหว่างจุดสองจุด เพื่อเป็นการประเมินผลความรู้ในสิ่งที่ได้เรียนมา

คาบที่ 2**ขั้นนำ (5 นาที)**

ทบทวนความรู้เดิมจากคาบที่แล้ว เรื่อง การหาระยะทางระหว่างจุดสองจุด โดยใช้การซักถาม

ขั้นสอน (25 นาที)

1. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยแต่ละความสามารถประกอบด้วย เก่ง ปานกลาง และอ่อน ให้แต่ละกลุ่ม แบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบ ประชาน กรรมการ และเลขานุการ ลงในแบบฟอร์มที่ครูแจกให้

2. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบงานที่ 5 พร้อมคำอธิบายใน สิ่งที่นักเรียนจะต้องปฏิบัติตามอย่างละเอียด ซักถาม อภิปราย ภายในกลุ่ม

3. ครูเดินดูการปฏิบัติงาน ของนักเรียนพร้อมทั้ง ตอบคำถาม ของนักเรียนหากมีข้อสงสัย

4. ให้แต่ละกลุ่มตั้งโจทย์ปัญหา เรื่อง การหาระยะทางระหว่างจุดสองจุด กลุ่มละ 1 ข้อ และให้ตัวแทนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน

ขั้นสรุป (10 นาที)

5. . .ครูให้ นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้รับจากใบงานที่ 5 โดยการซักถาม

4. นักเรียนช่วยกัน สรุปความรู้เกี่ยวกับการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุด

ทฤษฎีบท ถ้า $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ เป็นจุดใด ๆ ระยะทางระหว่างจุด P_1 และ P_2 เท่ากับ

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

ขั้นประเมินผล (10 นาที)

ครูให้นักเรียน แต่ละคนทำแบบฝึกหัดที่ 2 เรื่อง ระยะทางระหว่างจุดสองจุด เพื่อเป็นการประเมินผลความรู้ในสิ่งที่ได้เรียนมา

5. สื่อการเรียนรู้

- 5.1 ใบงานที่ 1-6
- 5.2 แบบฝึกหัดที่ 1-2

6. การวัดผลและประเมินผล

6.1 วิธีวัด

- 6.1.1 ตรวจใบงานที่ 1-6
- 6.1.2 ตรวจแบบฝึกหัดที่ 1-2

6.2 เครื่องมือวัด

- 6.2.1 ใบงานที่ 1-6
- 6.2.2 แบบฝึกหัดที่ 1-2

6.3 การประเมินผล

- 6.1.1 นักเรียนทำใบงานที่ 1-6 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 70 %
- 6.1.2. นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1-2 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 70%

แบบฝึกหัดที่ 1

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาระยะทางระหว่างจุดสองจุดที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. $A(0,0)$, $B(1,4)$

.....
.....

2. $A(-1,-2)$, $B(-3,-4)$

.....
.....

3. $A(3,4)$, $B(-5,4)$

.....
.....

4. $A(-2,3)$, $B(-2,-8)$

.....
.....

5. $A(2,3)$, $B(5,7)$

.....
.....

6. $A(-3,4)$, $B(3,-4)$

.....
.....

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1

1. $\sqrt{17}$
2. $\sqrt{8}$
3. 8
4. 11
5. 5
6. 10

แบบฝึกหัดที่ 2

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียน ตอบคำถามข้อต่อไปนี้

1. จงหาระยะทางระหว่างจุด $(-3,-4)$ กับจุด $(0,0)$

.....

.....

.....

.....

2. วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(-3,2)$ และผ่านจุด $(7,4)$ จงหารัศมีของวงกลมนี้

.....

.....

.....

3. จงแสดงค่าจุด $A(-3,-2)$, $B(5,2)$ และ $C(9,4)$ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

.....

.....

.....

.....

4. จงแสดงค่า $A(0-2)$, $B(-9,9)$ และ $C(9,9)$ เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

.....

.....

.....

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 2

1. 5 หน่วย

2. $\sqrt{104}$

$$3. AB = \sqrt{(-3-5)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(5-9)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{(-3-9)^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{144+36} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

$$AB + BC = AC$$

$$4. AB = \sqrt{(0-9)^2 + (-2-9)^2} = \sqrt{81+121} = \sqrt{202} = \lambda$$

$$BC = \sqrt{(-9-9)^2 + (9-9)^2} = (18)^2 = 18$$

$$AC = \sqrt{(9-0)^2 + (-2-9)^2} = \sqrt{81+121} = \sqrt{202}$$

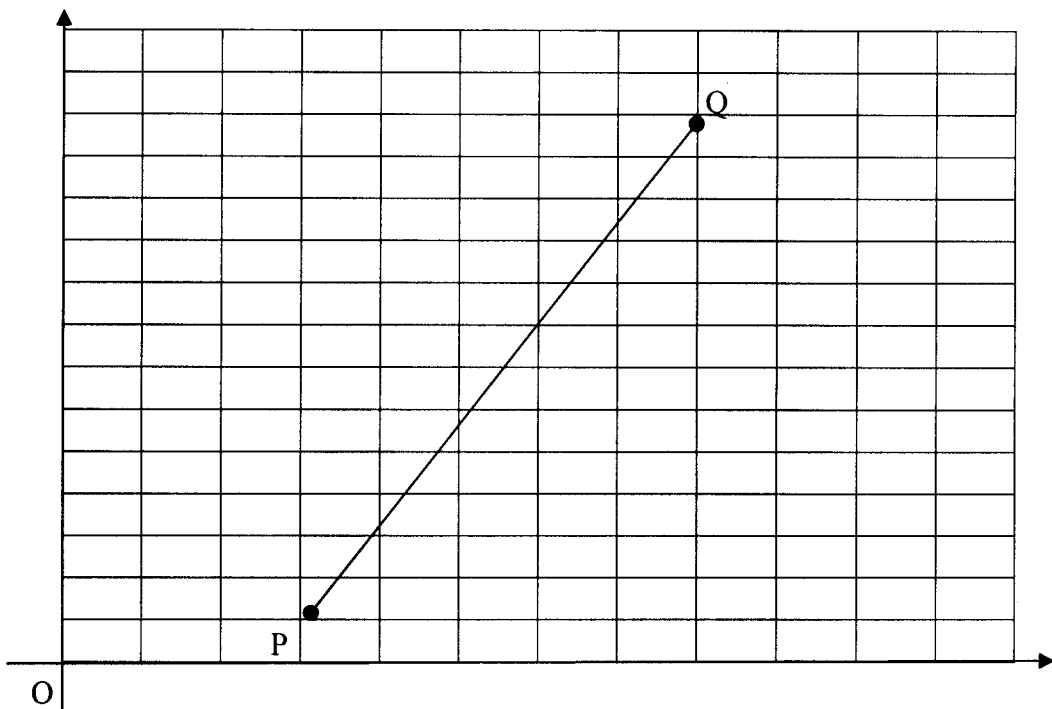
$$AB = CA$$

นั่นคือ ABC เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ใบงานที่ 1

ชื่อ ชั้น เลขที่

ให้นักเรียนตอบคำถามจากกราฟข้างล่างต่อไปนี้



กำหนดจุด P และ Q ดังรูป จงใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสนหาระยะทางระหว่างจุด P และ Q

.....

.....

.....

.....

.....

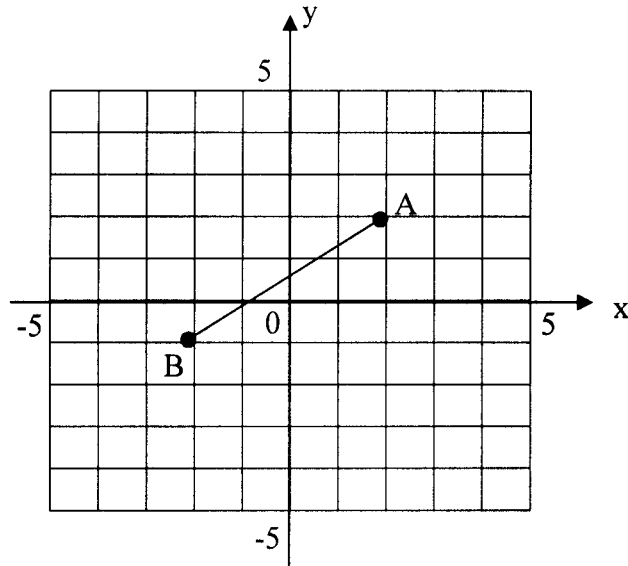
.....

.....

.....

ใบงานที่ 2

ชื่อ ชั้น เลขที่



กำหนดจุด A และ จุด B ดังกราฟ จงแสดงการใช้ความรู้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
หาระยะทางระหว่างจุดสองจุด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

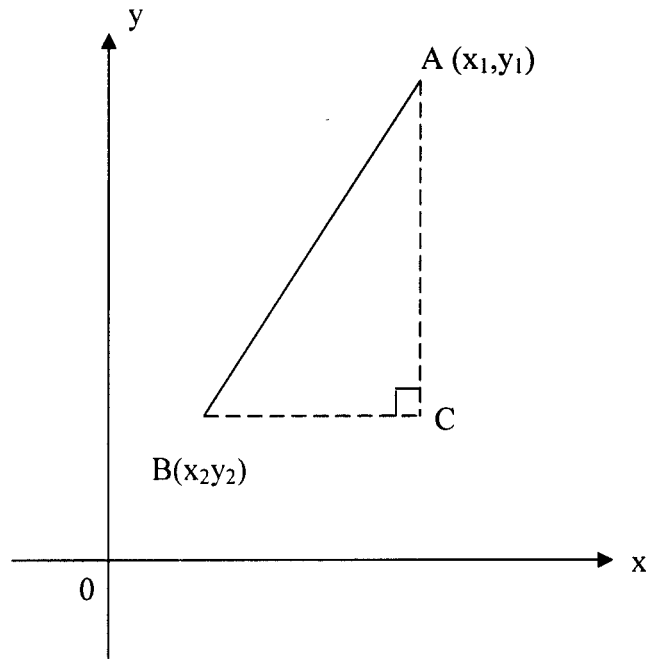
.....

.....

ใบงานที่ 3

ชื่อ ชั้น เลขที่

ถ้าให้ A มีพิกัด (x_1, y_1) และ B มีพิกัด (x_2, y_2) จงหาระยะทางระหว่างจุด A และ B



1. จงหาพิกัดของจุด C

.....

2. ระยะ BC มีขนาดเท่าใด

.....

3. ระยะ AC มีขนาดเท่าใด

.....

4. โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ $|AB|^2 = |BC|^2 + |AC|^2$

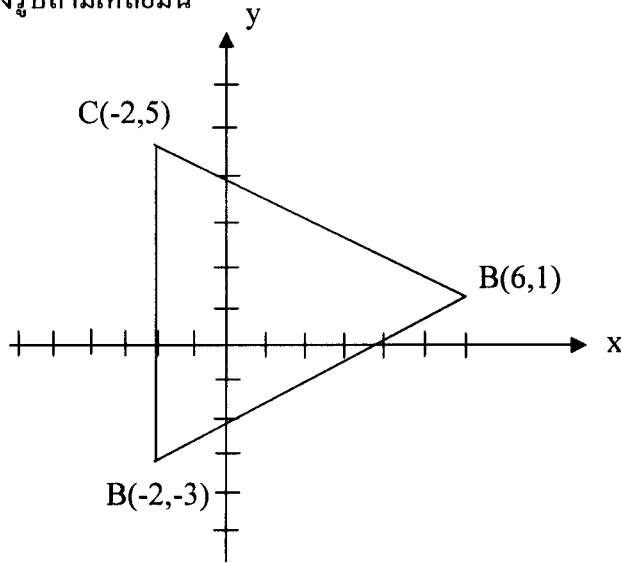
ระยะทางระหว่างจุด A และ B มีค่าเท่าใด

.....

ใบงานที่ 5

ชื่อ ชั้น เลขที่

1. กำหนดรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีจุดยอดที่ $A(-2,-3)$, $B(6,1)$ และ $C(-2,5)$.ให้นักเรียนหาความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมนี้



ความยาวด้าน AB =
 =
 =

ความยาวด้าน BC =
 =
 =

ความยาวด้าน AC =
 =
 =

2. กำหนดจุดยอดมุมของรูปสามเหลี่ยม ABC จุด A(-2,-3) ,B(4,3) และ C(-3,4)
รูปสามเหลี่ยมนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

ความยาวด้าน AB =
.....
.....

ความยาวด้าน BC =
.....
.....

ความยาวด้าน AC =
.....
.....

ดังนั้น ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม

3. กำหนดให้วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลาง (-4,7) และผ่านจุด (6,7) รัศมีของวงกลมนี้เป็นเท่าใด

รัศมีของวงกลม =

.....
.....
.....
.....
.....
.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

รหัสวิชา ค 31202

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสอง

เวลา 2 คาบ

สาระสำคัญ

ทฤษฎีบท ถ้าจุด $P(x, y)$ เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ แล้ว

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{และ} \quad \bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

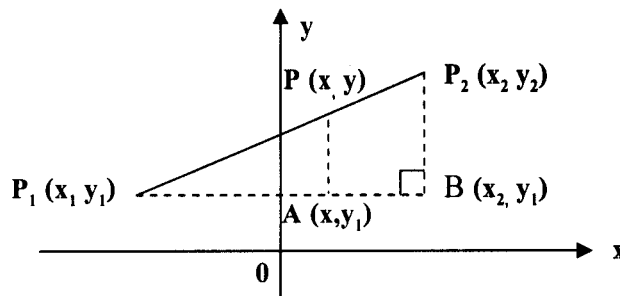
- 2.1 หาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุดได้
- 2.2 เมื่อกำหนดจุดกึ่งกลางและจุดปลายหนึ่งจุด สามารถหาจุดปลายอีกจุดได้
- 2.3 นำความรู้เรื่องการหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุดไปแก้โจทย์ปัญหาได้

3. สาระการเรียนรู้

จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด

กำหนดจุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ ต้องการหาจุด $P(x, y)$ ซึ่งเป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง P_1P_2 ดังรูป

ดังรูป (1)



ให้ $\overline{P_1B}$ เป็นส่วนของเส้นตรงที่ขนานกับแกน x ตั้งฉากกับ \overline{PA}

P_1A และ P_2A เป็นส่วนของเส้นตรงที่ขนานกับแกน y ที่จุด A และ B ตามลำดับ

จะได้ A มีพิกัด เป็น (x_1, y_1)

B มีพิกัด เป็น (x_2, y_1)

และ ΔP_1AP คล้ายกับ ΔP_1BP_2

จะได้ $\frac{P_1P}{P_1P_2}$ และ P_1P เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{P_1P_2}$ จะได้

$$\frac{P_1P}{P_1P_2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{นั่นคือ } \frac{P_1A}{P_1B} = \frac{1}{2}$$

$$\text{จะได้ } P_1A = \frac{1}{2} P_1B \quad \text{นั่นคือ } P_1A = P_1P = AB$$

$$\text{หรือ } |x - x_1| = |x_2 - x|$$

$$\text{ดังนั้น } x - x_1 = x_2 - x$$

$$2x = x_1 + x_2$$

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

ในทำนองเดียวกันจะได้ค่า y ดังนี้

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 1

ขั้นนำ (5 นาที)

1. แจงจุดประสงค์การเรียนรู้
2. ครูทบทวนความรู้เดิม เรื่อง การหาระยะทางระหว่างจุดสองจุด โดยใช้การ

ถาม - ตอบ

ขั้นสอน (25 นาที)

1. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยแต่ละความสามารถประกอบด้วย เก่ง ปานกลาง และอ่อน ให้แต่ละกลุ่ม แบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบ ประชาน กรรมการ และเลขานุการ ลงในแบบฟอร์มที่ครูแจกให้

2. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบงานที่ 7-10 พร้อมคำอธิบายใน สิ่งที่นักเรียน จะต้องปฏิบัติตามอย่างละเอียด ชักถาม อภิปราย ภายในกลุ่ม

3. ครูเดินดูการปฏิบัติงาน ของนักเรียนพร้อมทั้ง ตอบคำถาม ของนักเรียนหากมีข้อสงสัย

4. นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันเฉลยคำตอบใบงานที่ 7-10 โดยครูใช้การซักถาม
ขั้นสรุป (10 นาที)

5. . .ครูให้ นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้รับจากใบงานที่ 7-10 โดยการซักถาม

6. นักเรียนช่วยกัน สรุปความรู้เกี่ยวกับการหา จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุดให้

ทฤษฎีบท ถ้าจุด $P(x, y)$ เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ แล้ว

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{และ} \quad \bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

ขั้นประเมินผล (10 นาที)

7. ครูให้นักเรียน แต่ละคนทำแบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด เพื่อเป็นการประเมินผลความรู้ในสิ่งที่ได้เรียนมา

คาบที่ 2

ขั้นนำ (5 นาที)

1. แจงจุดประสงค์การเรียนรู้

2. ครูทบทวนความรู้เดิม เรื่อง การหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด โดยใช้การ

ถาม – ตอบ

ขั้นสอน (25 นาที)

1. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยคณะกรรมการประกอบด้วย เก่ง ปานกลาง และอ่อน ให้แต่ละกลุ่ม แบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบ ประธาน กรรมการ และ เลขานุการ

2. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบงานที่ 11-12 พร้อมคำอธิบายใน สิ่งที่นักเรียน จะต้องปฏิบัติตามอย่างละเอียด ซักถาม อภิปราย ภายในกลุ่ม

3. ครูเดินดูการปฏิบัติงาน ของนักเรียนพร้อมทั้ง ตอบคำถาม ของนักเรียนหากมีข้อสงสัย

4. นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันเฉลยคำตอบใบงานที่ 11-12 โดยครูใช้การซักถาม

ขั้นสรุป (10 นาที)

5. .ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้รับจากใบงานที่ 11-12 โดยการซักถาม
6. นักเรียนช่วยกัน สรุปความรู้เกี่ยวกับการหา จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุดให้

ทฤษฎีบท ถ้าจุด $P(x, y)$ เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ แล้ว

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{และ} \quad \bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

ขั้นประเมินผล (10 นาที)

7. ครูให้นักเรียน แต่ละคนทำแบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด เพื่อเป็นการประเมินผลความรู้ในสิ่งที่ได้เรียนมา

5. สื่อการเรียนรู้

- 5.1 ใบงานที่ 7-12
- 5.2 แบบฝึกหัดที่ 3-4

6. การวัดผลและประเมินผล**6.1 วิธีวัด**

- 6.1.1 ตรวจใบงานที่ 7-12
- 6.1.2 ตรวจแบบฝึกหัดที่ 3-4

6.2 เครื่องมือวัด

- 6.2.1 ใบงานที่ 7-12
- 6.2.2 แบบฝึกหัดที่ 3-4

6.3 การประเมินผล

- 6.1.1 นักเรียนทำใบงานที่ 7-12 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 70 %
- 6.1.2. นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3-4 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 70%

แบบฝึกหัดที่ 4

ชื่อ.....สกุล.....กลุ่ม.....เลขที่.....

คำชี้แจง จงแสดงวิธีหาคำตอบต่อไปนี้

1. ถ้าจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่งเป็น (1,3) และ (7,11) จงหาพิกัดของจุดศูนย์กลางและความยาวของรัศมีของวงกลมนี้

.....
.....
.....
.....

.....2. จงหาความยาวของเส้นรอบวงกลมซึ่งเชื่อมจุด A (8,4) กับจุดกึ่งกลางระหว่าง P(2,1) และ Q(6,5)

.....
.....
.....

3. จงแสดงว่าจุดกึ่งกลางของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมซึ่งมีจุด A(2,1) และ B(7,1) C(9,3) และ D(4,3) เป็นจุดเดียวกัน

.....
.....
.....

4. ถ้าจุดกึ่งกลางของเส้นตรงหนึ่ง คือ (-7,4) และจุดปลายข้างหนึ่ง คือ (1,-11) จงหาจุดปลายอีกข้างหนึ่ง

.....
.....

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 4

1. จุดศูนย์กลาง (4,7)

รัศมียาว 5 หน่วย

2. $\sqrt{7}$

3. จุดกึ่งกลาง AC = $\left[\frac{2+9}{2}, \frac{1+3}{2} \right] = \left[\frac{11}{2}, 2 \right]$

$$BD = \left[\frac{7+4}{2}, \frac{1+3}{3} \right] = \left[\frac{11}{2}, 2 \right]$$

4.

$$-7 = \frac{1+x_2}{2}$$

$$-7 \times 2 = 1 + x_2$$

$$-14 = 1 + x_2$$

$$x_2 = -14 - 1$$

$$= -15$$

$$4 = \frac{-11+y_2}{2}$$

$$4 \times 2 = -11 + y_2$$

$$8 = -11 + y_2$$

$$y_2 = 8 + 11$$

$$= 19$$

จุดปลายอีกข้างหนึ่ง (-15,19)

แบบฝึกหัดที่ 3

ชื่อ.....สกุล.....กลุ่ม.....เลขที่.....

1. จงหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุด $A(5,-2)$ และจุด $B(9,-10)$

.....

.....

.....

2. จงหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุด $A(7,-4)$ และ $B(-9,6)$

.....

.....

.....

3. จงหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุด $A(5,7)$ และ $B(-3,-3)$

.....

.....

.....

3. จุด $P(5,1)$ เป็นจุดกึ่งกลางของจุด $A(4,2)$ และจุด B จงหาพิกัดของจุด B

.....

.....

.....

4. จุด $P(0,-4)$ เป็นจุดกึ่งกลางของจุด A และจุด $B(-5,-4)$ จงหาพิกัดของจุด A

.....

.....

.....

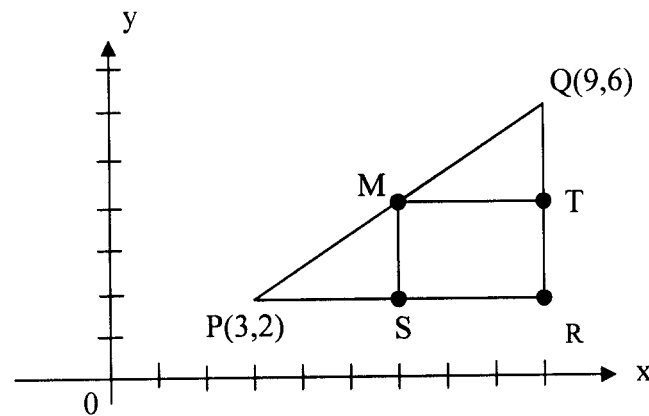
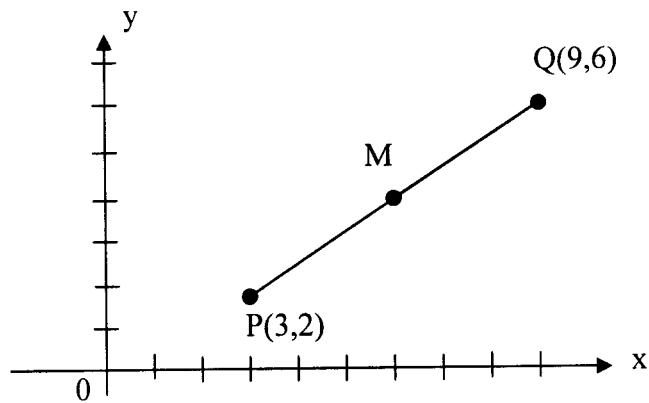
เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3

1. $(7,-6)$
2. $(-1,1)$
3. $(1,2)$
4. $(6,0)$
5. $(5,-4)$

ใบงานที่ 7

ชื่อ ชั้น เลขที่

ให้ M เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด $P(3,2)$ และ $Q(9,6)$ จงแสดงวิธีหาพิกัดของจุด M

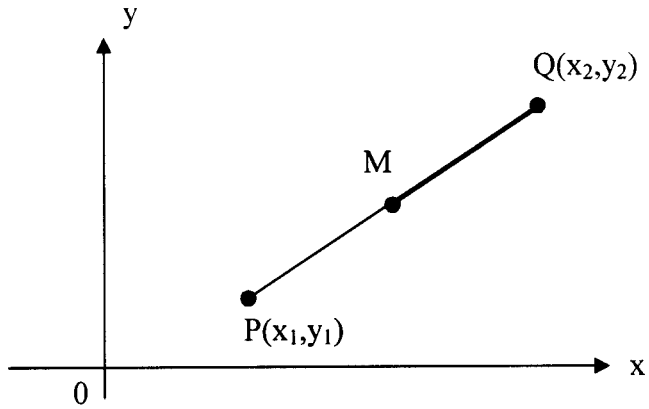


1. พิกัดของ R คือ
2. PR ยาวเท่าใด
3. S เป็นจุดกึ่งกลางของ PR เพราะ
4. พิกัดของ S คือ
5. QR ยาวเท่าใด
6. T เป็นจุดกึ่งกลางของ QR เพราะ
7. พิกัดของ T คือ
8. พิกัดของ M คือ

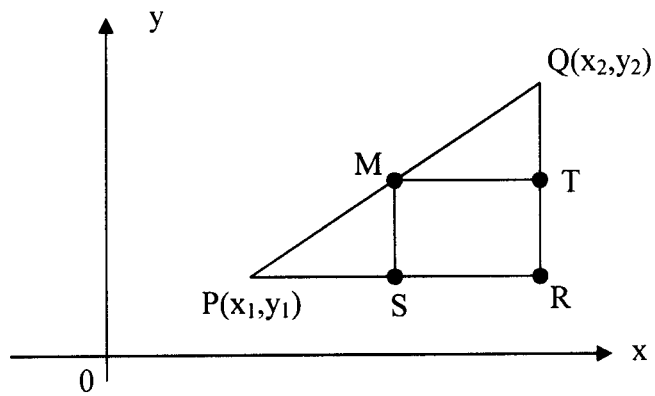
ใบงานที่ 8

ชื่อ ชั้น เลขที่

ให้ M เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด $P(x_1, y_1)$ และ $Q(x_2, y_2)$ จงแสดงวิธีหาพิกัดของจุด M



ให้สร้างรูปและระบุพิกัดของจุดต่าง ๆ ในรูป



ให้นักเรียน เขียนทฤษฎีบทเกี่ยวกับจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด $P(x_1, y_1)$ และ $Q(x_2, y_2)$ โดยใช้ประพจน์ ถ้าแล้ว

.....

.....

.....

ใบงานที่ 9

ชื่อ ชั้น เลขที่

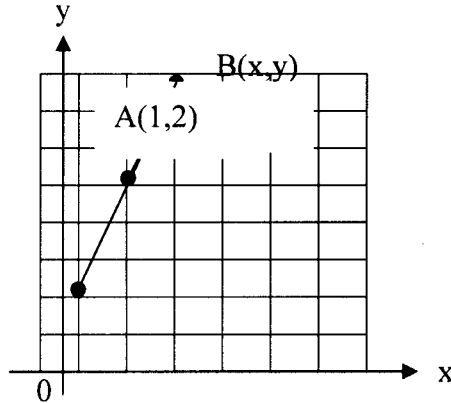
ให้นักเรียนหาพิกัดของจุดสองจุด จำนวน 10 คู่ พร้อมทั้งหาจุดกึ่งกลาง

พิกัดของจุดสองจุด	จุดกึ่งกลาง
1. (-3,0) และ (7,0)	$\left(\frac{-3+7}{2}, \frac{0+0}{2} \right) = (2, 0)$
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	
10.	

ใบงานที่ 10

ชื่อ ชั้น เลขที่

1. กำหนดให้ $M(2,5)$ เป็นจุดกึ่งกลางของ \overline{AB} และให้จุด A มีพิกัด $(1,2)$ จงหาพิกัดของจุด B



2. ถ้าจุด $(3,5)$ เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด $(6,m)$ กับจุด $(n,2)$ จงหาค่าของ $m+n$

ใบงานที่ 11

ชื่อ ชั้น เลขที่

1. ถ้าจุดปลายเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่งเป็น $(1,4)$ และ $(5,10)$ จงหาพิกัดของจุดศูนย์กลางและความยาวของรัศมี

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงหาความยาวของเส้นตรงที่เชื่อมจุด $(4,5)$ กับจุดกึ่งกลางของ $(1,6)$ และ $(-3,4)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลางที่จุด $(-1,2)$ ถ้าจุดปลายเส้นผ่านศูนย์กลางข้างหนึ่งของวงกลมนี้อยู่ที่จุด $(-3,-2)$ แล้ว จงหาจุดปลายเส้นผ่านศูนย์กลางอีกข้างหนึ่ง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

รหัส วิชา ค 31202

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง ความชันของเส้นตรง

เวลา 2 คาบ

1.สาระสำคัญ

บทนิยาม ให้ l เป็นเส้นตรงที่มีจุดผ่าน $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ โดยที่ $x_1 \neq x_2$ m เป็นความชันของเส้นตรง l ก็ต่อเมื่อ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

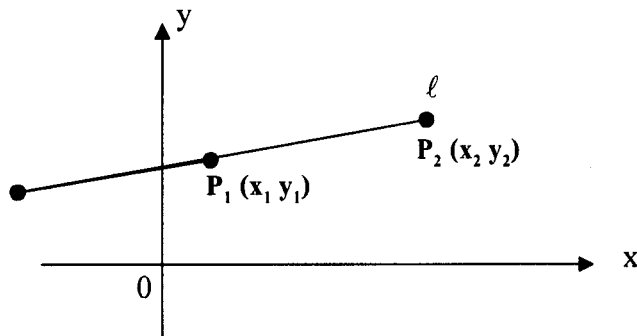
2.จุดประสงค์การเรียนรู้

2.1 หาความชันของเส้นตรงและนำไปใช้ได้

2.2 นำความรู้เรื่องความชันไปแก้โจทย์ปัญหาได้

3. สาระการเรียนรู้

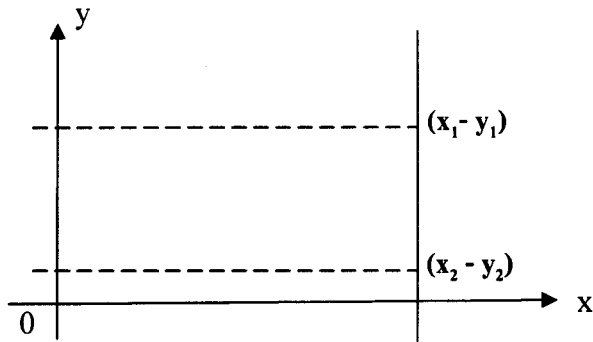
ความชันของเส้นตรง



รูปที่ 1

บทนิยาม ให้ l เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ โดยที่ $x_1 \neq x_2$ m เป็นความชันของเส้นตรง l ก็ต่อเมื่อ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ดังรูปที่ 1

ถ้า $x_1 = x_2$ เป็นตรงจะขนานกับแกน y หรือตั้งฉากกับแกน x (ดังรูปที่ 2) และหาความชันของเส้นตรงไม่ได้เนื่องจากไม่นิยามความชันของเส้นตรงเมื่อ $x_1 = x_2$ หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งว่าเส้นตรงไม่มีความชัน



รูปที่ 2

$$\text{ค่า } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{หรือ} \quad \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

4. กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 1

ขั้นนำ (5 นาที)

1. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้
2. ทบทวนความรู้เดิม เรื่อง การเขียนกราฟของสมการเส้นตรง โดยใช้การถาม -

ตอบ

ขั้นสอน (25 นาที)

3. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยลดความสามารถประกอบด้วย เก่ง ปานกลาง และอ่อน ให้แต่ละกลุ่ม แบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบ ประธาน กรรมการ และเลขานุการ
4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบงานที่ 13-14 พร้อมคำอธิบายใน สิ่งที่นักเรียนจะต้องปฏิบัติตามอย่างละเอียด ชักถาม อภิปราย ภายในกลุ่ม
3. ครูเดินดูการปฏิบัติงาน ของนักเรียนพร้อมทั้ง ตอบคำถาม ของนักเรียนหากมีข้อสงสัย
4. นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันเฉลยคำตอบใบงานที่ 13-14 โดยครูใช้การชักถาม

ขั้นสรุป (10 นาที)

5. .ครูให้ นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้รับจากใบงานที่ 13-14 โดยการซักถาม
6. นักเรียนช่วยกัน สรุปความรู้เกี่ยวกับการหา ความชันของเส้นตรง

บทนิยาม ให้ l เป็นเส้นตรงที่มีจุดผ่าน $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ โดยที่ $x_1 \neq x_2$

$$m \text{ เป็นความชันของเส้นตรง } l \text{ ก็ต่อเมื่อ } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ขั้นประเมินผล (10 นาที)

7. ครูให้นักเรียน แต่ละคนทำแบบฝึกหัดที่ 5 เรื่อง ความชัน เพื่อเป็นการประเมินผลความรู้ในสิ่งที่ได้เรียนมา

คาบที่ 2**ขั้นนำ (5 นาที)**

1. แจงจุดประสงค์การเรียนรู้
2. ทบทวนความรู้เดิม เรื่อง การหาความชันของเส้นตรง โดยใช้การถาม – ตอบ

ขั้นสอน (25 นาที)

3. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยคณะกรรมการประกอบด้วย เก่ง ปานกลาง และอ่อน ให้แต่ละกลุ่ม แบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบ ประธาน กรรมการ และเลขานุการ

4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบงานที่ 15-16 พร้อมคำอธิบายใน สิ่งที่นักเรียนจะต้องปฏิบัติตามอย่างละเอียด ซักถาม อภิปราย ภายในกลุ่ม

3. ครูเดินดูการปฏิบัติงาน ของนักเรียนพร้อมทั้ง ตอบคำถาม ของนักเรียนหากมีข้อสงสัย

4. นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันเฉลยคำตอบใบงานที่ 15-16 โดยครูใช้การซักถาม

ขั้นสรุป (10 นาที)

5. .ครูให้ นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้รับจากใบงานที่ 15-16 โดยการซักถาม

6. นักเรียนช่วยกัน สรุปความรู้เกี่ยวกับการหา การหาความชันของเส้นตรง

บทนิยาม ให้ l เป็นเส้นตรงที่มีจุดผ่าน $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ โดยที่ $x_1 \neq x_2$

$$m \text{ เป็นความชันของเส้นตรง } l \text{ ก็ต่อเมื่อ } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ขั้นประเมินผล (10 นาที)

7. ครูให้นักเรียน แต่ละคนทำแบบฝึกหัดที่ 6 เรื่อง ความชัน เพื่อเป็นการประเมินผลความรู้ในสิ่งที่ได้เรียนมา

5. สื่อการเรียนรู้

5.1 ใบงานที่ 13-16

5.2 แบบฝึกหัดที่ 5-6

6. การวัดผลและประเมินผล

6.1 วิธีวัด

6.1.1 ตรวจใบงานที่ 13-16

6.1.2 ตรวจแบบฝึกหัดที่ 5-6

6.2 เครื่องมือวัด

6.2.1 ใบงานที่ 13-16

6.2.2 แบบฝึกหัดที่ 5-6

6.3 การประเมินผล

6.1.1 นักเรียนทำใบงานที่ 13-16 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 70 %

6.1.2 นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 5-6 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 70%

แบบฝึกหัดที่ 5

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง จงหาคำตอบของข้อต่อไปนี้

1. จงหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด (3,8) และ (-5,7)

.....

.....

.....

.....

2. จงหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด (5,-4) และ (7,-5)

.....

.....

.....

.....

3. จุด A(1,3) และ B(8,k) เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุดทั้งสองมีความชัน $\frac{5}{2}$ จงหาค่า k

.....

.....

.....

.....

4. เส้นตรงที่ลากผ่านจุด (x,5) และ (-2,8) มีความชันเท่ากับ $-\frac{1}{2}$ จงหาค่า k

.....

.....

.....

.....

แบบฝึกหัดที่ 6

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

1. จงหาค่า x ที่ทำให้เส้นตรงที่ผ่านจุด $A(2,3)$ และ $B(x,5)$ มีความชันเท่ากับ 3

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงหาค่า y ที่ทำให้เส้นตรงที่ผ่านจุด $(4,y)$ และ $(-3,1)$ มีความชันเท่ากับ $\frac{1}{2}$

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงหาค่า a ที่ทำให้ $A(4,0)$, $B(-4,6)$ และ $C(a,-3)$ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

.....

.....

.....

.....

.....

4 จงหาความชันและความยาวของรูปสามเหลี่ยม ABC ที่มีจุด $A(1,2)$, $B(7,5)$ และ $C(10,8)$ เป็นจุดยอด

.....

.....

.....

.....

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 5

1. $\frac{1}{8}$
2. $-\frac{1}{2}$
3. $\frac{29}{2}$
4. 4

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 6

1. $\frac{8}{3}$

2. $\frac{7}{2}$

3. 14

4. m_1 แทนความชันด้าน AB = $\frac{1}{2}$

m_2 แทนความชันด้าน BC = 1

m_3 แทนความชันด้าน AC = $-\frac{2}{3}$

ความยาวด้าน AB เท่ากับ $\sqrt{45}$

ความยาวด้าน BC เท่ากับ $\sqrt{18}$

ความยาวด้าน AC เท่ากับ $\sqrt{117}$

ความยาวรอบรูปสามเหลี่ยม $\sqrt{45} + \sqrt{18} + \sqrt{117}$

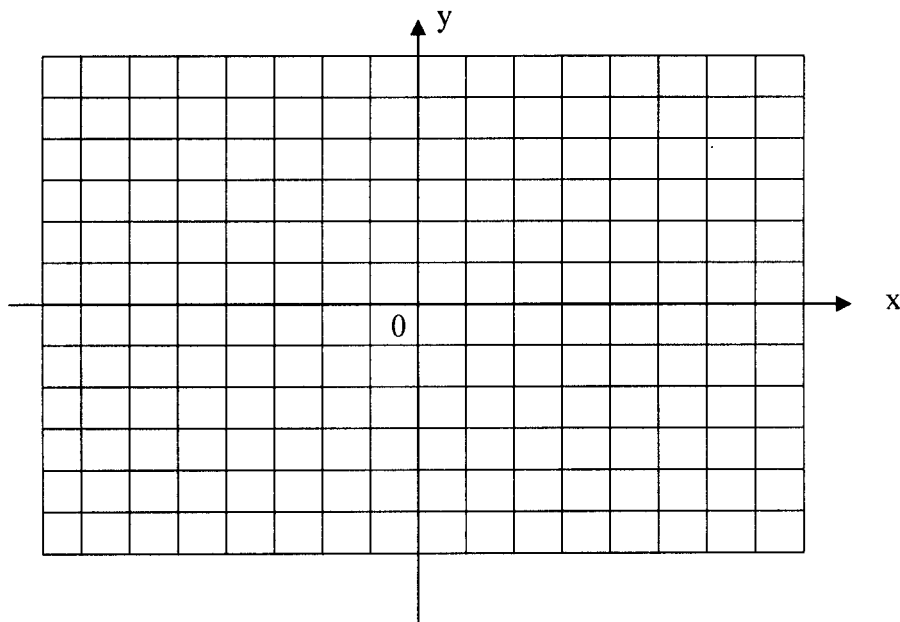
ใบงานที่ 13

ชื่อ ชั้น เลขที่

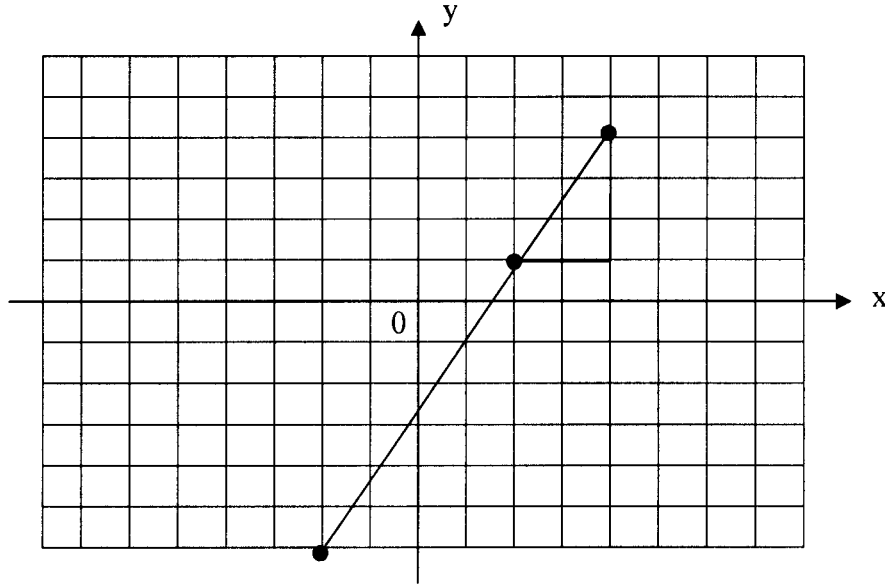
1. ให้เส้นตรง L มีสมการเป็น $y = 2x - 3$ จงหาจุดอันดับ (x,y) มาอีก 6 คู่อันดับ ซึ่งสอดคล้องกับสมการของเส้นตรง L เป็นคู่อันดับที่หาได้ในตารางข้างล่างนี้

X	Y = 2x - 3	(x,y)
0	$Y = 2(0) - 3 = -3$	(0,-3)
1	$Y = 2(1) - 3 = -1$	(1,-1)
2	$Y = 2(2) - 3 = 1$	(2,1)
3		
4		
5		
6		
7		
8		

2. เขียนกราฟของสมการ $y = 2x - 3$ และลงตำแหน่งของคู่อันดับในตารางกราฟบนเส้นกราฟ



3. เลือกจุด 2 จุดใด ๆ บนเส้นกราฟ สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเล็ก ๆ และหาอัตราส่วนระหว่างความยาวด้านที่ตั้งฉากกับแกน x และความยาวด้านที่ตั้งฉากกับแกน y ให้หาค่าอัตราส่วนมา 5 ค่า และให้สังเกตอัตราส่วนที่ได้



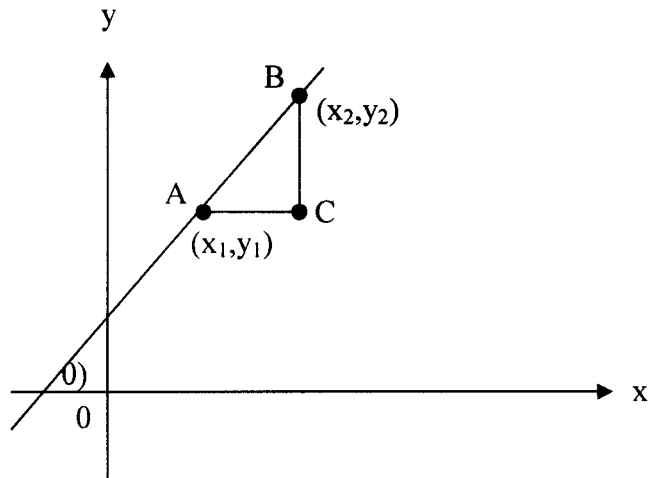
เลือกจุด สองจุดใด บนเส้นกราฟ	อัตราส่วน
1. (2,1) และ (4,5)	$\frac{5-1}{4-2} = 2$
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	

- ค่าอัตราส่วนทุกค่าเป็นอย่างไร เพราะเหตุใด
- ค่าอัตราส่วนที่ได้สัมพันธ์กับสมการ $y = 2x - 3$ อย่างไร

ใบงานที่ 14

ชื่อ ชั้น เลขที่

ให้จุด $A(x_1, y_1)$ และ $B(x_2, y_2)$ อยู่บนเส้นตรง L และ L ทำมุม θ กับแกน x ในทิศทาง
เข็มนาฬิกา



- สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดย AB เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก
- มุม CAB มีขนาดเท่าใด
- พิกัดของจุด C เป็นเท่าใด
- ขนาดของด้าน BC เท่ากับเท่าไร
- ขนาดของ AC เท่ากับเท่าไร
- ดังนั้น $\frac{BC}{AC} =$

$\frac{BC}{AC}$ สัมพันธ์กับมุม θ อย่างไร

เราเรียกอัตราส่วน $\frac{BC}{AC}$ ว่าความชันของเส้นตรง

- จงเขียนนิยามความชันของเส้นตรงมาให้ครอบคลุม

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม
เรื่อง เส้นขนาน

รหัส ค 31202

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
เวลา 2 คาบ

1. สาระสำคัญ

ทฤษฎีบท เส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน y จะขนานกันก็ต่อเมื่อความชันของเส้นตรงทั้งสองเท่ากัน

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 2.1 หาความชันของเส้นตรงที่ขนานกันได้
- 2.2 นำความรู้เรื่องเส้นขนานแก้โจทย์ปัญหาได้

3. สาระการเรียนรู้

เส้นขนาน

ทฤษฎีบท เส้นตรงสองเส้นจะขนานกันก็ต่อเมื่อ เส้นตรงทั้งสองมีความชันเท่ากัน โดยที่เส้นตรงทั้งสองจะต้อง ไม่ขนานกับแกน y

โดยที่เส้นตรง L_1 ขนานกับเส้นตรง L_2 และ มีความชันเท่ากับ m_1 และ m_2 ตามลำดับจากทฤษฎี ถ้า $L_1 \parallel L_2$ แล้วจะได้ว่า $m_1 = m_2$ หรือกล่าวได้อีกว่า ถ้า $m_1 = m_2$ แล้วจะได้ $L_1 \parallel L_2$

4. กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 1

ขั้นนำ (5 นาที)

1. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้
2. ทบทวนความรู้เดิม เรื่อง ความชัน โดยใช้การถาม – ตอบ

ขั้นสอน (25 นาที)

1. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยคณะกรรมการประกอบด้วย เก่ง ปานกลาง และอ่อน ให้แต่ละกลุ่ม แบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบ ประธาน กรรมการ และเลขานุการ
 2. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบงานที่ 17-19 พร้อมคำอธิบายใน สิ่งที่นักเรียนจะต้องปฏิบัติตามอย่างละเอียด ชักถาม อภิปรายภายในกลุ่ม
 3. ครูเดินดูการปฏิบัติงาน ของนักเรียนพร้อมทั้ง ตอบคำถาม ของนักเรียนหากมีข้อสงสัย
 4. นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันเฉลยคำตอบใบงานที่ 17-19 โดยครูใช้การชักถาม
- ขั้นสรุป (10 นาที)**
5. ครูให้ นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้รับจากใบงานที่ 17-19 โดยการชักถาม
 6. นักเรียนช่วยกัน สรุปความรู้เกี่ยวกับ เส้นขนาน

ทฤษฎีบท เส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน y จะขนานกันก็ต่อเมื่อความชันของเส้นตรงทั้งสองเท่ากัน

โดยที่เส้นตรง L_1 ขนานกับเส้นตรง L_2 และ มีความชันเท่ากับ m_1 และ m_2 ตามลำดับ จากทฤษฎี ถ้า $L_1 \parallel L_2$ แล้วจะได้ว่า $m_1 = m_2$ หรือกล่าวได้อีกว่า ถ้า $m_1 = m_2$ แล้วจะได้ $L_1 \parallel L_2$

ขั้นประเมินผล (10 นาที)

7. ครูให้นักเรียน แต่ละคนทำแบบฝึกหัดที่ 7 เรื่อง เส้นขนาน เพื่อเป็นการประเมินผลความรู้ในสิ่งที่ได้เรียนมา

คาบที่ 2

ขั้นนำ (5 นาที)

1. แจงจุดประสงค์การเรียนรู้
2. ทบทวนความรู้เดิม เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้การถาม – ตอบ

ขั้นสอน (25 นาที)

1. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยคละความสามารถประกอบด้วย เก่ง ปานกลาง และอ่อน ให้แต่ละกลุ่ม แบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบ ประธาน กรรมการ และเลขานุการ
2. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบงานที่ 20-21 พร้อมคำอธิบายใน สิ่งที่นักเรียน จะต้องปฏิบัติตามอย่างละเอียด ชักถาม อภิปราย ภายในกลุ่ม
3. ครูเดินดูการปฏิบัติงาน ของนักเรียนพร้อมทั้ง ตอบคำถาม ของนักเรียนหากมีข้อสงสัย
4. นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันเฉลยคำตอบใบงานที่ 20-21 โดยครูใช้การชักถาม

ขั้นสรุป (10 นาที)

5. ครูให้ นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้รับจากใบงานที่ 20-21 โดยการชักถาม
6. นักเรียนช่วยกัน สรุปความรู้เกี่ยวกับ เส้นขนาน

ทฤษฎีบท เส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน y จะขนานกันก็ต่อเมื่อความชันของเส้นตรงทั้งสองเท่ากัน

โดยที่เส้นตรง L_1 ขนานกับเส้นตรง L_2 และ มีความชันเท่ากับ m_1 และ m_2
ตามลำดับ จากทฤษฎี ถ้า $L_1 \parallel L_2$ แล้วจะได้ว่า $m_1 = m_2$ หรือกล่าวได้อีกว่า
ถ้า $m_1 = m_2$ แล้วจะได้ $L_1 \parallel L_2$

ขั้นประเมินผล (10 นาที)

7. ครูให้นักเรียน แต่ละคนทำแบบฝึกหัดที่ 8 เรื่อง เส้นขนาน เพื่อเป็นการประเมินผลความรู้ในสิ่งที่ได้เรียนมา

5. สื่อการเรียนรู้

- 5.1 ใบงานที่ 17-21
- 5.2 แบบฝึกหัดที่ 7-8

6. การวัดผลและประเมินผล

6.1 วิธีวัด

- 6.1.1 ตรวจสอบงานที่ 17-21
- 6.1.2 ตรวจสอบแบบฝึกหัดที่ 7-8

6.2 เครื่องมือวัด

- 6.2.1 ใบงานที่ 17-21
- 6.2.2 แบบฝึกหัดที่ 7-8

6.3 การประเมินผล

- 6.3.1 นักเรียนทำใบงานที่ 17-21 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 70 %
- 6.3.2. นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 7-8 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 70%

แบบฝึกหัดที่ 7

ชื่อ.....สกุล.....กลุ่ม.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบข้อต่อไปนี้

1. เส้นตรงที่ผ่านจุด $(1,2)$ และ $(5,6)$ ขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $(-3,-4)$ และ $(4,3)$ หรือไม่

.....

.....

.....

.....

.....

2. ถ้าเส้นตรงที่ผ่านจุด $(k,6)$ และ $(-2,-3)$ ขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $(1,2)$ และ $(-2,5)$ จงหาค่า k

.....

.....

.....

.....

.....

3. ถ้าเส้นตรงลากผ่านจุด $(6,y)$ และ $(1,-2)$ ขนานกับเส้นตรงที่ลากผ่านจุด $(-2,-4)$ และ $(3,3)$

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 7

1. ให้เส้นตรง L_1 ผ่านจุด (1,2) และ (5,6)
 เส้นตรง L_2 ผ่านจุด (-3,-4) และ (4,3)

$$\text{จะได้ความชันของเส้นตรง } L_1 = \frac{6-2}{5-1} = 1$$

$$\text{จะได้ความชันของเส้นตรง } L_2 = \frac{3+4}{4+3} = 1$$

ความชันของเส้นตรง L_1 เท่ากับ L_2

ดังนั้น เส้นตรง L_1 ขนานกับเส้นตรง L_2

2.
$$m_1 = \frac{-3-6}{-2-k}$$

$$m_2 = \frac{5-2}{-2-1}$$

เส้นตรงทั้งสองเส้นขนานกัน $m_1 = m_2$

$$m_1 = m_2 = \frac{-9}{2-k} = -1$$

$$k = -7$$

3. ความชันของเส้นตรงผ่านจุด (6,y) และ (1,-2) = $\frac{-2-y}{-5}$

ความชันของเส้นตรงผ่านจุด (-2,-4) และ (3,3) = $\frac{3+4}{3+2} = \frac{7}{5}$

เส้นตรงสองเส้นนี้ขนานกันย่อมมีความชันเท่ากับ

$$-\frac{2-y}{-5} = \frac{7}{5}$$

$$5(2-y) = -5 \times 7$$

$$-10+5y = -35$$

$$-5y = -35+10 = -25$$

$$y \frac{-25}{-5} = 5$$

แบบฝึกหัดที่ 8

ชื่อ.....สกุล.....กลุ่ม.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบข้อต่อไปนี้

1. จงแสดงว่าจุด $A(2,3)$, $B(1,-3)$ และ $C(3,9)$ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. . จงหาค่า y ที่ทำให้จุด $(2,y)$, $(1,-5)$ และ $(4,-2)$ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.. จงหาค่า a ที่ทำให้จุด $(4,0)$, $(-4,6)$ และ $(a,-3)$ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 8

1. ให้ $A(2,3), B(1,-3)$ และ $C(3,9)$

$$\text{ความชัน } AB = \frac{-3-3}{1-2} = 6$$

$$\text{ความชัน } BC = \frac{9+3}{3-1} = 6$$

$$\therefore \text{ความชัน } AB = \text{ความชัน } BC$$

2. $y = -4$

3. $a = 8$

ใบงานที่ 17

ชื่อ ชั้น เลขที่

ให้นักเรียนหาจุดตัด และ ความชันของสมการที่กำหนดให้ในตารางข้างล่างนี้

สมการเส้นตรง	หาจุดตัด 2 จุด	หาความชัน
1. $y = 2x + 1$	$(0,1), (1,3)$	$\frac{3-1}{1-0} = 2$
2. $y = 2x$	$(0,0), (1,2)$	$\frac{2-0}{1-0} = 2$
3. $y = x - 2$		
4. $y = x + 1$		
5. $y = 2x - 3$		
6. $y = 3x$		
7. $y = -5x + 2$		
8. $y = x - 5$		
9. $y = 3x - 3$		
10. $y = -4x + 2$		

ใบงานที่ 18

ชื่อ ชั้น เลขที่

ให้นักเรียนหาตรวจสอบว่า เส้นตรงสองเส้นที่กำหนดให้ ขนานกันหรือไม่โดยหาความชันจากเส้นตรง

$Y = mx + c$ ซึ่ง m เป็นความชัน และเส้นตรง $AX + BY + C = 0$ มีความชันเท่ากับ $-\frac{A}{B}$

ข้อ	สมการเส้นตรง	ความชัน	ขนานกัน	ไม่ขนานกัน
1	$Y = 3x + 7$ $Y = 3x - 4$	3 3	✓	
2	$3x - 4y + 5 = 0$ $3x - 7y + 9 = 0$	$\frac{3}{4}$ $\frac{3}{7}$		✓
3	$2x - 3y + 4 = 0$ $2x - 3y + 5 = 0$			
4	$3x + 4y - 3 = 0$ $2y = -x + 1$			
5	$3x + 2y + 5 = 0$ $2x + 3y + 5 = 0$			
6	$Y = -\frac{3}{2}x + 5$ $Y = 1 - \frac{3}{2}x$			
7	$Y = 7$ $Y + 5 = 0$			
8	$X + y + 10 = 0$ $2x + 2y = 6$			

ใบงานที่ 19

ชื่อ ชั้น เลขที่

กำหนดให้ L_1 ผ่านจุด (2,4) กับ จุด (6,0)

L_2 ผ่านจุด (-5,6) กับ จุด (-1,8)

และ L_3 ผ่านจุด(3,9) กับ จุด (5,5)

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. L_1 ขนานกับ L_2 หรือไม่เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. L_1 ขนานกับ L_3 หรือไม่เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. L_2 ขนานกับ L_3 หรือไม่เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค 31202 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง เส้นตั้งฉาก

เวลา 2 คาบ

1. สาระสำคัญ

ทฤษฎีบท เส้นตรงสองเส้นที่ไม่ขนานกัน คือ แกน y จะตั้งฉาก กันก็ต่อเมื่อ ผลคูณของความชันของเส้นตรงทั้งสอง เท่ากับ -1

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 2.1 หาความชันของเส้นตรงที่ตั้งฉากกัน
- 2.2 นำความรู้เรื่องเส้นตั้งฉากไปแก้โจทย์ปัญหาได้

3. สาระการเรียนรู้

เส้นตั้งฉาก

ทฤษฎีบท เส้นตรงสองเส้นที่ไม่ขนานกับ แกน y จะตั้งฉาก กันก็ต่อเมื่อ ผลคูณของความชันของเส้นตรงทั้งสอง เท่ากับ -1

โดยที่เส้นตรงทั้งสองจะต้องไม่ขนานกับแกน y ให้ l_1 และ l_2 เป็นเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน y มีความชันเท่ากับ m_1 และ m_2 ตามลำดับแล้วถ้า l_1 ตั้งฉากกับ l_2 แล้วจะได้ว่า $m_1 \cdot m_2 = -1$

4. กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 1

ขั้นนำ (5 นาที)

1. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้
2. ทบทวนความรู้เดิม เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้การถาม – ตอบ

ขั้นสอน (25 นาที)

1. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยคณะกรรมการประกอบด้วย เก่ง ปาน กลาง และอ่อน ให้แต่ละกลุ่ม แบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบ ประธาน กรรมการ และเลขานุการ
 2. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบงานที่ 22-23 พร้อมคำอธิบายในสิ่งที่นักเรียนจะต้องปฏิบัติตามอย่างละเอียด ชักถาม อภิปราย ภายในกลุ่ม
 3. ครูเดินดูการปฏิบัติงาน ของนักเรียนพร้อมทั้ง ตอบคำถาม ของนักเรียนหากมีข้อสงสัย
 4. นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันเฉลยคำตอบใบงานที่ 22-23 โดยครูใช้การชักถาม
- ขั้นสรุป (10 นาที)**
5. ครูให้ นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้รับจากใบงานที่ 22-23 โดยการชักถาม
 6. นักเรียนช่วยกัน สรุปความรู้เกี่ยวกับ เส้นตั้งฉาก

เส้นตั้งฉาก

ทฤษฎีบท เส้นตรงสองเส้นที่ไม่ขนานกับ แกน y จะตั้งฉาก กันก็ต่อเมื่อ ผลคูณของความชันของเส้นตรงทั้งสอง เท่ากับ -1

โดยที่เส้นตรงทั้งสองจะต้องไม่ขนานกับแกน y ให้ l_1 และ l_2 เป็นเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน y มีความชันเท่ากับ m_1 และ m_2 ตามลำดับแล้วถ้า l_1 ตั้งฉากกับ l_2 แล้วจะได้ว่า $m_1 \cdot m_2 = -1$

ขั้นประเมินผล (10 นาที)

7. ครูให้นักเรียน แต่ละคนทำแบบฝึกหัดที่ 9 เรื่อง เส้นตั้งฉาก เพื่อเป็นการประเมินผลความรู้ในสิ่งที่ได้เรียนมา

คาบที่ 2

ขั้นนำ (5 นาที)

1. แจงจุดประสงค์การเรียนรู้
2. ทบทวนความรู้เดิม เรื่อง เส้นตั้งฉาก โดยใช้การถาม – ตอบ

ขั้นสอน (25 นาที)

1. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยละความสามารถประกอบด้วย เก่ง ปานกลาง และอ่อน ให้แต่ละกลุ่ม แบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบ ประธาน กรรมการ และเลขานุการ
2. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบงานที่ 24-25 พร้อมคำอธิบายใน สิ่งที่นักเรียนจะต้องปฏิบัติตามอย่างละเอียด ชักถาม อภิปราย ภายในกลุ่ม
3. ครูเดินดูการปฏิบัติงาน ของนักเรียนพร้อมทั้ง ตอบคำถาม ของนักเรียนหากมีข้อสงสัย
4. นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันเฉลยคำตอบใบงานที่ 24-25 โดยครูใช้การซักถาม

ขั้นสรุป (10 นาที)

5. ครูให้ นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้รับจากใบงานที่ 24-25 โดยการซักถาม
6. นักเรียนช่วยกันสรุป สรุปความรู้เกี่ยวกับ เส้นตั้งฉาก

ทฤษฎีบท เส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน y จะขนานกันก็ต่อเมื่อความชันของเส้นตรงทั้งสองเท่ากัน

โดยที่เส้นตรง L_1 ขนานกับเส้นตรง L_2 และ มีความชันเท่ากับ m_1 และ m_2
ตามลำดับ จากทฤษฎี ถ้า $L_1 \parallel L_2$ แล้วจะได้ว่า $m_1 = m_2$ หรือกล่าวได้อีกว่า
ถ้า $m_1 = m_2$ แล้วจะได้ $L_1 \parallel L_2$

ขั้นประเมินผล (10 นาที)

7. ครูให้นักเรียน แต่ละคนทำแบบฝึกหัดที่ 10 เรื่อง เส้นตั้งฉาก เพื่อเป็นการประเมินผลความรู้ในสิ่งที่ได้เรียนมา

5. สื่อการเรียนรู้

5.1 ใบงานที่ 22-25

5.2 แบบฝึกหัดที่ 9-10

6. การวัดผลและประเมินผล

6.1 วิธีวัด

6.1.1 ตรวจใบงานที่ 22-25

6.1.2 ตรวจแบบฝึกหัดที่ 9-10

6.2 เครื่องมือวัด

6.2.1 ใบงานที่ 22-25

6.2.2 แบบฝึกหัดที่ 9-10

6.3 การประเมินผล

6.1.1 นักเรียนทำใบงานที่ 22-25 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 70 %

6.1.2. นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 9-10 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 70%

แบบฝึกหัดที่ 9

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

จงหาคำตอบของข้อต่อไปนี้

1. จงแสดงค่าเส้นตรงที่ลากผ่านจุด (4,3) และ (9,7) ตั้งฉากกับเส้นตรงที่ลากผ่านจุด (-3,-2) และ (1,-7)

.....

2. จงหาความชันของเส้นตรงที่ลากมาตั้งฉากกับเส้นตรงที่ลากผ่านจุด (-1,5) และ (4,8)

.....

3. ถ้าเส้นตรงที่ลากผ่านจุด (3,k) และ (-3,-5) ตั้งฉากกับเส้นตรงที่ลากผ่านจุด (1,1) และ (6,7) จงหาค่า k

.....

4. ถ้าความชันของเส้นตรง $L_1 = \frac{-5}{6}$ เส้นตรง L_2 ซึ่งตั้งฉากกับ L_1 จะมีความชันเท่าใด

.....

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 9

1. ความชันของเส้นตรงที่ลากผ่านจุด (4,3) และ (9,7)

$$= \frac{7-3}{9-4} = \frac{4}{5}$$

ความชันของเส้นตรงที่ลากผ่านจุด (-3,-2) และ (1,-7)

$$= \frac{-7+2}{1+3} = \frac{-5}{4}$$

ผลคูณของความชันของเส้นตรงทั้งสอง $\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{-5}{4}\right) = -1$

เส้นตรงทั้งสองตั้งฉากกัน

2. ความชันของเส้นตรงที่ลากผ่านจุด (-1,5) และ (4,8)

$$= \frac{8-5}{4+1} = \frac{3}{5}$$

ความชันของเส้นตรงที่ลากมาตั้งฉากกับเส้นตรงที่ลากผ่านจุด (-1,5) และ(4,8) เท่ากับ

$$\frac{-5}{3}$$

3. ความชันของเส้นตรงที่ลากผ่านจุด (3,4) และ (-3,k)

$$\frac{-5-k}{-3-3} = \frac{-5-k}{-6}$$

$$\frac{7-1}{6-1} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{-5-k}{-6} \times \frac{6}{5} = -1$$

$$\frac{-5-k}{-5} = -1$$

$$-5-k = 5$$

$$K = 10$$

4. ความชัน $L_2 = \frac{6}{5}$

แบบฝึกหัดที่ 10

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบของข้อต่อไปนี้

1. จงแสดงว่า $(-1,3)$ $(3,5)$ และ $(5,1)$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

.....

.....

.....

.....

2. จงแสดง $A(2,1)$, $B(6,4)$, $C(3,8)$ และ $D(-1,5)$ เป็นจุดยอดมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

.....

.....

.....

3. จงแสดงให้เห็นว่าเส้นทแยงมุมทั้งสองของรูปสี่เหลี่ยม ซึ่งมีจุดยอดมุมเป็น $A(-2-4)$, $B(-3,4)$, $C(0,20)$ และ $D(5,10)$ ตั้งฉากกัน

.....

.....

.....

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 10

$$1. \text{ ความชัน } AB = \frac{3-5}{-1-3} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ความชัน } BC = \frac{5-1}{3-5} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$\text{ความชัน } AB \times \text{ความชัน } BC = \frac{1}{2}(-2) = -1$$

ดังนั้นจุด A,B,C เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$2. \text{ ความชัน } AB = \frac{4-1}{6-2} = \frac{3}{4}$$

$$\text{ความชัน } BC = \frac{8-4}{3-6} = -\frac{4}{3}$$

$$\text{ความชัน } CD = \frac{5-8}{-1-3} = \frac{3}{4}$$

$$\text{ความชัน } DA = \frac{1-5}{2+1} = -\frac{4}{3}$$

ความชัน AB = ความชัน CD ดังนั้น \therefore AB ขนานกับ CD

ความชัน BC = ความชัน DA ดังนั้น BC ขนานกับ DA

$$\text{และความชัน } AB \times \text{ความชัน } BC = \left(\frac{3}{4}\right)\left(-\frac{4}{3}\right) = -1$$

AB ตั้งฉากกับ BC

$$\text{ความชัน } CD \times \text{ความชัน } AD = \left(-\frac{4}{3}\right)\left(\frac{3}{4}\right) = -1$$

CD ตั้งฉากกับ DA

\therefore ดังนั้น ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

$$3. \text{ ความชัน } AC = \frac{20+4}{10+2} = \frac{24}{12} = 2$$

$$\text{ความชัน } BD = \frac{0-4}{5+3} = \frac{-4}{8} = \frac{-1}{2}$$

$$\text{ความชัน } AC \times \text{ความชัน } BD = (2) \left(\frac{-1}{2}\right) = -1$$

\therefore AC ตั้งฉากกับ BD

ใบงานที่ 22

ชื่อ ชั้น เลขที่

ให้นักเรียนหาจุดอันดับ และความชันของสมการเส้นตรงที่กำหนดให้ในตารางข้างล่างนี้

สมการเส้นตรง	หาจุดอันดับ มา 2 คู่	หาความชัน
1. $y = 2x$	(0,0) ,(1,2)	$\frac{2-0}{1-0} = 2$
2. $y = -2x + 1$	(0,1) ,(1,-1)	$\frac{-1-1}{1-0} = -2$
3. $y = x + 2$		
4. $y = 3x$		
5. $y = -x$		
6. $y = -\frac{1}{3}x + 3$		
7. $y = 4x$		
8. $y = -\frac{1}{4}x$		
9. $y = \frac{1}{2}x$		
10. $y = \frac{1}{3}x + 1$		

ใบงานที่ 23

ชื่อ ชั้น เลขที่

กำหนดให้ L_1 ผ่านจุด (2,4) กับ จุด (6,0)

L_2 ผ่านจุด (-5,6) กับ จุด (-1,8)

และ L_3 ผ่านจุด(3,9) กับ จุด (5,5)

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. L_1 ตั้งฉากกับ L_2 หรือไม่เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. L_1 ตั้งฉากกับ L_3 หรือไม่เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. L_2 ตั้งฉากกับ L_3 หรือไม่เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบงานที่ 24

ชื่อ ชั้น เลขที่

1. เส้นตรงผ่านจุด $(4,3)$ และ $(-3,-5)$ ตั้งฉากกับ เส้นตรงที่ผ่านจุด $(-2,-3)$ และ $(-8,2)$ หรือไม่

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ถ้าเส้นตรงที่ลากผ่านจุด $(4,1)$ และ $(1,4)$ ตั้งฉากกับเส้นตรงที่ลากผ่านจุด $(m,5)$ และ $(-2,6)$ แล้ว จงหาค่า m

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จุด $(-7,2)$, $(1,6)$ และ $(8,8)$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

.....

.....

.....

.....

.....

.....

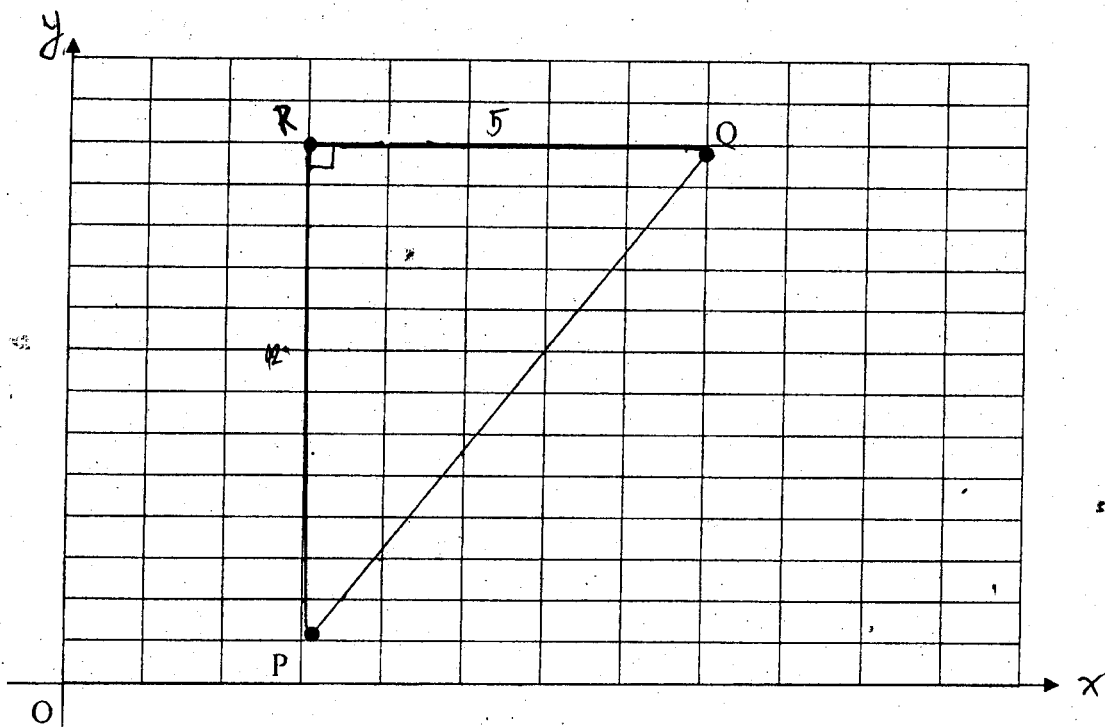
.....

.....

ใบงานที่ 1

 ชื่อ สุภาพ 006200 ชั้น ส. 4 เลขที่

ให้นักเรียนตอบคำถามจากกราฟข้างล่างต่อไปนี้



กำหนดจุด P และ Q ดังรูป จงใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสหาระยะทางระหว่างจุด P และ Q

$$c^2 = 5^2 + 12^2$$

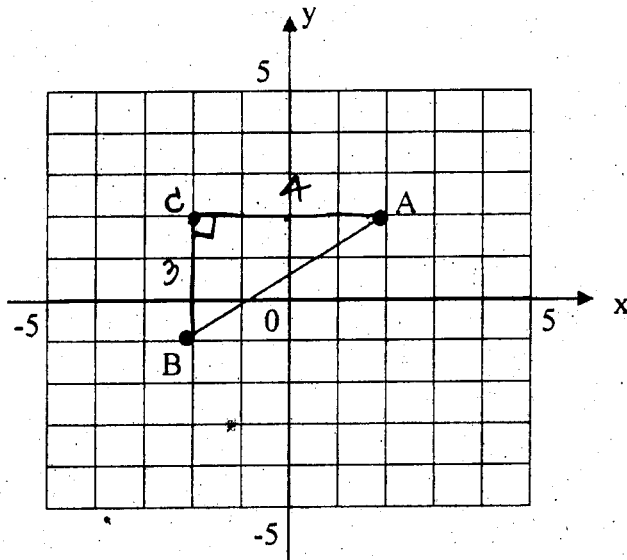
$$c^2 = 25 + 144$$

$$c^2 = 169$$

$$c^2 = 13^2$$

$$c = 13$$

ใบงานที่ 2

 ชื่อ ศุภมาส งามนร เลขที่ ๑๐๕๖๑๐๕ ชั้น ๙. ๖ เลขที่.....


กำหนดจุด A และ จุด B ดังกราฟ จงแสดงการใช้ความรู้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
หาระยะทางระหว่างจุดสองจุด

$$c^2 = 3^2 + 4^2$$

$$c^2 = 9 + 16$$

$$c^2 = 25$$

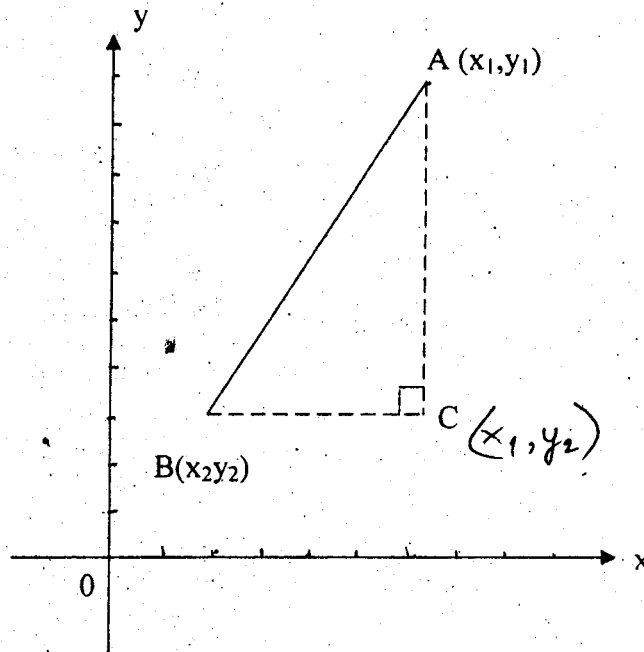
$$c = 5$$

$$c = 5$$

ใบงานที่ 3

ชื่อ นางสาว นภาพร ดอนดอน ชั้น ฉ. ๕ เลขที่

ถ้าให้ A มีพิกัด (x_1, y_1) และ B มีพิกัด (x_2, y_2) จงหาระยะทางระหว่างจุด A และ B



1. จงหาพิกัดของจุด C (x_1, y_2)

2. ระยะ BC มีขนาดเท่าใด $|x_2 - x_1|$

3. ระยะ AC มีขนาดเท่าใด $|y_1 - y_2|$

4. โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ $|AB|^2 = |BC|^2 + |AC|^2$

ระยะทางระหว่างจุด A และ B มีค่าเท่าใด $|AB|^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$
 $= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

ใบงานที่ 4

ชื่อ อ.ท. อรุณพร ออสมอน ชั้น อ.4 เลขที่

ถ้าจุด A มีพิกัด (x_1, y_1) และ B มีพิกัด (x_2, y_2) A และ B อยู่ในจุดภาคหนึ่ง จะได้ว่า

ระยะทางระหว่างจุด A และ B คือ $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

ให้นักเรียนยกตัวอย่างเพื่อแสดงว่าสูตรนี้ใช้ได้เสมอไม่ว่า A หรือ B จะอยู่ในจุดภาคใด

(ยกตัวอย่าง 3 ข้อ)

1. $A(8, 8) \quad B(6, 6)$

$$AB = \sqrt{(8-6)^2 + (8-6)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 4}$$

$$= \sqrt{8}$$

2. $A(-4, 1) \quad B(-1, -2)$

$$AB = \sqrt{(-4 - (-1))^2 + (1 - (-2))^2}$$

$$= \sqrt{9 + 4}$$

$$= \sqrt{13}$$

3. $A(8, 3) \quad B(5, 5)$

$$AB = \sqrt{(8-5)^2 + (3-5)^2}$$

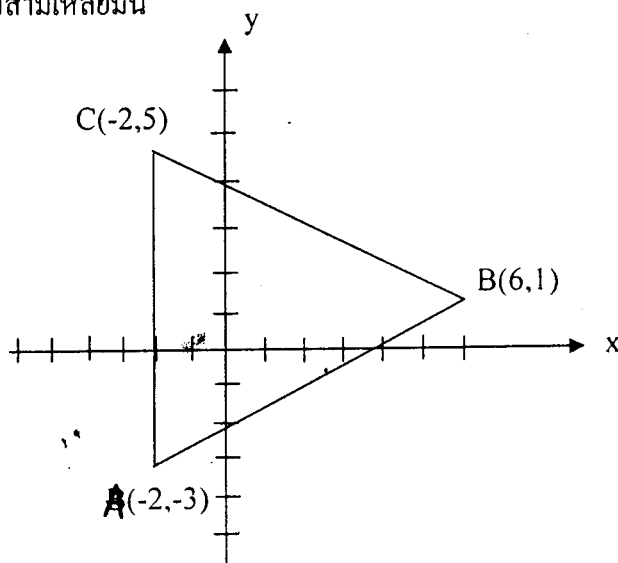
$$= \sqrt{9 + 4}$$

$$= \sqrt{13}$$

ใบงานที่ 5

ชื่อ ส.ศ. ช่างไม้ ชั้น อ. ๖ เลขที่

1. กำหนดรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีจุดยอดที่ A(-2,-3), B(6,1) และ C(-2,5) .ให้นักเรียนหาความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมนี้



$$\begin{aligned}
 \text{ความยาวด้าน AB} &= \sqrt{(6-(-2))^2 + (1-(-3))^2} \\
 &= \sqrt{64 + 16} \\
 &= \sqrt{80} = 4\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ความยาวด้าน BC} &= \sqrt{(6-(-2))^2 + (1-5)^2} \\
 &= \sqrt{64 + 16} \\
 &= \sqrt{80} = 4\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ความยาวด้าน AC} &= \sqrt{((-2)-(-2))^2 + ((-3)-5)^2} \\
 &= \sqrt{0 + 64} \\
 &= \sqrt{64} \\
 &= 8
 \end{aligned}$$

ความยาวรอบรูปสามเหลี่ยม $4\sqrt{5} + 4\sqrt{5} + 8$

2. กำหนดจุดยอดมุมของรูปสามเหลี่ยม ABC จุด A(-2,-3) ,B(4,3) และ C(-3,4)

รูปสามเหลี่ยมนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

$$\begin{aligned} \text{ความยาวด้าน AB} &= \sqrt{(-2-4)^2 + (-3-3)^2} \\ &= \sqrt{36 + 36} \\ &= \sqrt{72} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ความยาวด้าน BC} &= \sqrt{(4-(-3))^2 + (3-4)^2} \\ &= \sqrt{49 + 1} \\ &= \sqrt{50} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ความยาวด้าน AC} &= \sqrt{(-2-(-3))^2 + (-3-4)^2} \\ &= \sqrt{1 + 49} \\ &= \sqrt{50} \end{aligned}$$

ดังนั้น ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม หน้าจั่ว

3. กำหนดให้วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลาง (-4,7) และผ่านจุด (6,7) รัศมีของวงกลมนี้เป็นเท่าใด

$$\begin{aligned} \text{รัศมีของวงกลม} &= \sqrt{(-4-6)^2 + (7-7)^2} \\ &= \sqrt{100 + 0} \\ &= \sqrt{100} \\ &= 10 \end{aligned}$$

ใบงานที่ 6

ชื่อ น.ท. สุภาพร ดอนดอน ชั้น 8.4 เลขที่

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตั้งโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุด กลุ่มละ 1 ข้อ
พร้อมแสดงวิธีทำคำตอบ

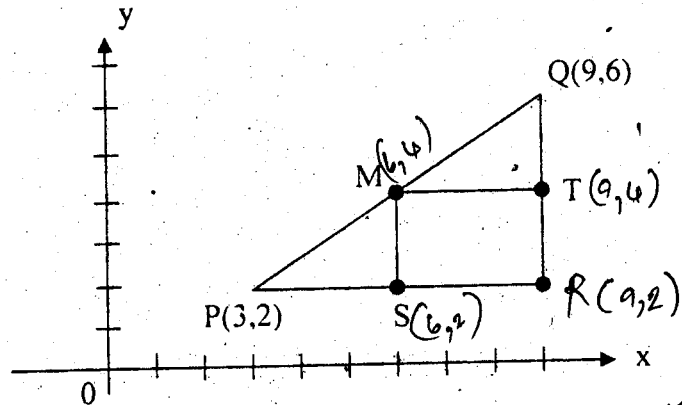
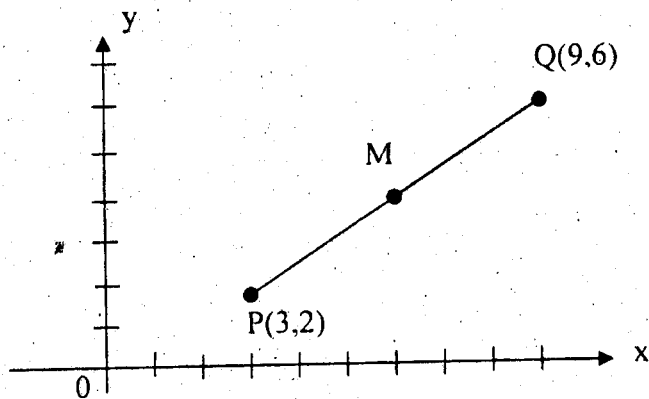
กำหนด 2 พ้อยท์ A และ B อยู่บนเส้นตรง (8, 6) และพ้อยท์ C (-1, 6)
เส้นผ่านศูนย์กลาง วงกลม สัมผัสกับเส้น AB

$$\begin{aligned}
 \text{เส้นผ่านศูนย์กลาง} &= \sqrt{(8 - (-1))^2 + (6 - 6)^2} \\
 &= \sqrt{81 + 0} \\
 &= \sqrt{81} \\
 &= 9 \times 2 \\
 &= 18
 \end{aligned}$$

ใบงานที่ 7

ชื่อ พ.ส. อรุณพร ๐๐๖๐๑๐๗ ชั้น ม. 4 เลขที่

ให้ M เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด P(3,2) และ Q(9,6) จงแสดงวิธีหาพิกัดของจุด M

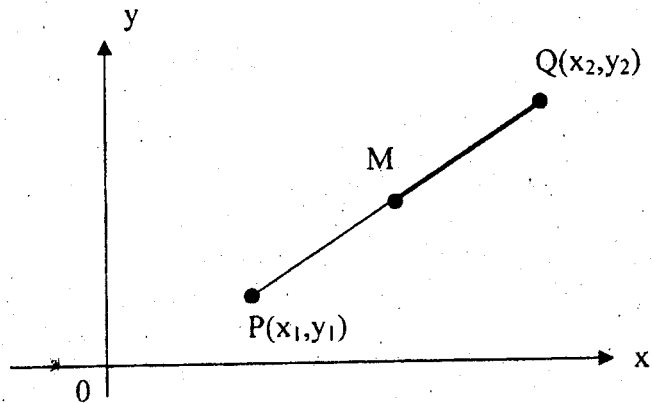


1. พิกัดของ R คือ (9, 2)
2. PR ยาวเท่าใด 6
3. S เป็นจุดกึ่งกลางของ PR เพราะ S แบ่ง PR ออกเป็น ๒ ส่วนเท่าๆ กัน
4. พิกัดของ S คือ (6, 2)
5. QR ยาวเท่าใด 4
6. T เป็นจุดกึ่งกลางของ QR เพราะ T แบ่ง QR ออกเป็น ๒ ส่วนเท่าๆ กัน
7. พิกัดของ T คือ (9, 4)
8. พิกัดของ M คือ (6, 4)

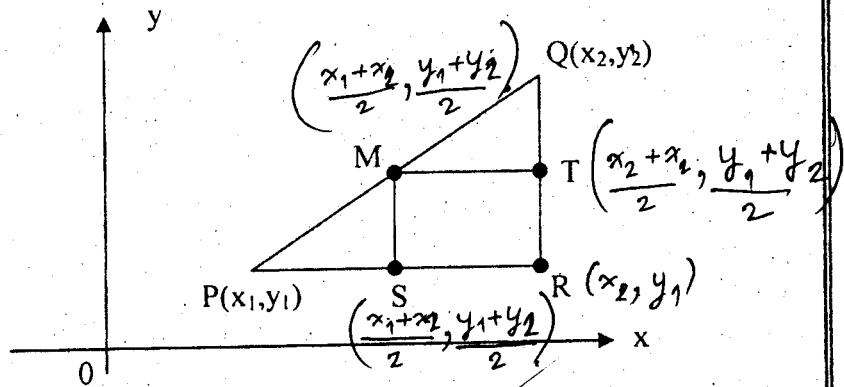
ใบงานที่ 8

ชื่อ พ.ศ. ๑๒๓๔๕๖๗๘๙๐ ชั้น ๘.๕ เลขที่

ให้ M เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด $P(x_1, y_1)$ และ $Q(x_2, y_2)$ จงแสดงวิธีหาพิกัดของจุด M



ให้สร้างรูปและระบุพิกัดของจุดต่างๆ ในรูป



ให้นักเรียน เขียนทฤษฎีบทเกี่ยวกับจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด $P(x_1, y_1)$ และ $Q(x_2, y_2)$

โดยใช้ประพจน์ ถ้า P.....แล้ว

ถ้า M เป็นจุดกึ่งกลางของ $P(x_1, y_1)$ และ $Q(x_2, y_2)$ แล้ว M มีพิกัดเป็น $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right)$

ใบงานที่ 9

 ชื่อ น.ศ. ศ. สุภาพร อดุลย์ ชั้น ๑-๔ เลขที่

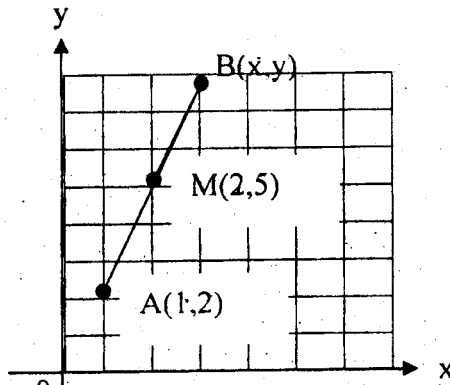
ให้นักเรียนหาพิกัดของจุดสองจุด จำนวน 10 คู่ พร้อมทั้งหาจุดกึ่งกลาง

พิกัดของจุดสองจุด	จุดกึ่งกลาง
1. (-3,0) และ (7,0)	$\left(\frac{-3+7}{2}, \frac{0+0}{2}\right) = (2, 0)$
2. (6,8) และ (-5,-9)	$\frac{6+(-5)}{2}, \frac{8+(-9)}{2} = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
3. (5,5) และ (1,0)	$\frac{5+1}{2}, \frac{5+0}{2} = \left(3, \frac{5}{2}\right)$
4. (-1,4) และ (0,-1)	$\frac{-1+0}{2}, \frac{4+(-1)}{2} = \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$
5. (-7,5) และ (7,-5)	$\frac{-7+7}{2}, \frac{5+(-5)}{2} = (0, 0)$
6. (5,9) และ (-4,-8)	$\frac{5+(-4)}{2}, \frac{9+(-8)}{2} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
7. (7,-7) และ (5,-5)	$\frac{7+5}{2}, \frac{(-7)+(-5)}{2} = (1, -6)$
8. (-8,5) และ (6,-3)	$\frac{-8+6}{2}, \frac{5+(-3)}{2} = (-2, 1)$
9. (0,9) และ (0,-7)	$\frac{0+0}{2}, \frac{9+(-7)}{2} = (0, 1)$
10. (-8,-3) และ (-2,-5)	$\frac{(-8)+(-2)}{2}, \frac{(-3)+(-5)}{2} = (-5, -4)$

ใบงานที่ 10

ชื่อ ว.ศ. ชัยนรินทร์ อาชวณกุล ชั้น ม. 4 เลขที่

1. กำหนดให้ $M(2,5)$ เป็นจุดกึ่งกลางของ \overline{AB} และให้จุด A มีพิกัด $(1,2)$ จงหาพิกัดของจุด B



$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$2 = \frac{1 + x_2}{2}$$

$$5 = \frac{2 + y_2}{2}$$

$$4 \times 2 = 1 + x_2$$

$$10 \times 2 = 2 + y_2$$

$$4 - 1 = x_2$$

$$10 - 2 = y_2$$

$$3 = x_2$$

$$8 = y_2$$

พิกัดของจุด B คือ $(3, 8)$

2. ถ้าจุด $(3,5)$ เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด $(6,m)$ กับจุด $(n,2)$ จงหาค่าของ $m+n$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$3 = \frac{6 + n}{2}$$

$$5 = \frac{m + 2}{2}$$

$$3 \times 2 = 6 + n$$

$$5 \times 2 = m + 2$$

$$6 - 6 = n$$

$$10 - 2 = m$$

$$0 = n$$

$$8 = m$$

$$m + n = 8$$

ใบงานที่ 11

ชื่อ น.ส. สุภาพร ๐๐๖๗๐๐๗ ชั้น ๗.๔ เลขที่

1. ถ้าจุดปลายเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่งเป็น (1,4) และ (5,10) จงหาพิกัดของจุดศูนย์กลางและความยาวของรัศมี

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x_1 + x_2}{2} & \bar{y} &= \frac{y_1 + y_2}{2} & \text{รัศมี} &= \sqrt{(3-1)^2 + (7-4)^2} \\ \bar{x} &= \frac{1+5}{2} & \bar{y} &= \frac{4+10}{2} & &= \sqrt{4+9} \\ \bar{x} &= \frac{6}{2} & \bar{y} &= \frac{14}{2} & &= \sqrt{13} \\ \bar{x} &= 3 & \bar{y} &= 7 & & \end{aligned}$$

พิกัดของจุดศูนย์กลางคือ (3,7) ความยาวของรัศมีคือ $\sqrt{13}$

2. จงหาความยาวของเส้นตรงที่เชื่อมจุด (4,5) กับจุดกึ่งกลางของ (1,6) และ (-3,4)

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x_1 + x_2}{2} & \bar{y} &= \frac{y_1 + y_2}{2} & \text{ความยาวของเส้นตรง} &= \sqrt{(-1-4)^2 + (5-5)^2} \\ \bar{x} &= \frac{1+(-3)}{2} & \bar{y} &= \frac{6+4}{2} & &= \sqrt{25+0} \\ \bar{x} &= \frac{-2}{2} & \bar{y} &= \frac{10}{2} & &= \sqrt{25} \\ \bar{x} &= -1 & \bar{y} &= 5 & &= 5 \end{aligned}$$

จุดกึ่งกลางคือ (-1,5) ความยาวของเส้นตรงคือ 5

3. วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลางที่จุด (-1,2) ถ้าจุดปลายเส้นผ่านศูนย์กลางข้างหนึ่งของวงกลมนี้อยู่ที่จุด (-3,-2) แล้ว จงหาจุดปลายเส้นผ่านศูนย์กลางอีกข้างหนึ่ง

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x_1 + x_2}{2} & \bar{y} &= \frac{y_1 + y_2}{2} \\ -1 &= \frac{-3 + x_2}{2} & 2 &= \frac{-2 + y_2}{2} \end{aligned}$$

$$-1 \times 2 = -3 + x_2 \quad 2 \times 2 = -2 + y_2$$

$$-2 + 3 = x_2 \quad 4 + 2 = y_2$$

$$1 = x_2 \quad 6 = y_2$$

ปลายเส้นผ่านศูนย์กลางอีกข้างคือ (1,6)

ใบงานที่ 12

ชื่อ ศรภัทร ๑๐๖๕๐๐๓ ชั้น ๘.๔ เลขที่

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตั้งโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด กลุ่มละ 1 ข้อ พร้อมแสดงวิธีทำหาคำตอบ

..... ออกผลหารหัวต่อจุดศูนย์กลางที่จุด $(5, -5)$ ถ้าจุดปลายเส้นผ่านศูนย์กลาง
 ฝั่งหนึ่งต่อจุดศูนย์กลางที่จุด $(3, -3)$ แล้ว จงหาจุดปลายเส้นผ่าน
 ศูนย์กลางอีกข้างหนึ่ง

วิธีทำ $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}$ $\bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}$

$5 = \frac{3 + x_2}{2}$ * $-5 = \frac{-3 + y_2}{2}$

$5 \times 2 = 3 + x_2$ $-5 \times 2 = -3 + y_2$

$10 - 3 = x_2$ $-10 + 3 = y_2$

$7 = x_2$ $-7 = y_2$

..... ดังนั้น ปลายเส้นผ่านศูนย์กลางอีกข้างหนึ่งคือ $(7, -7)$

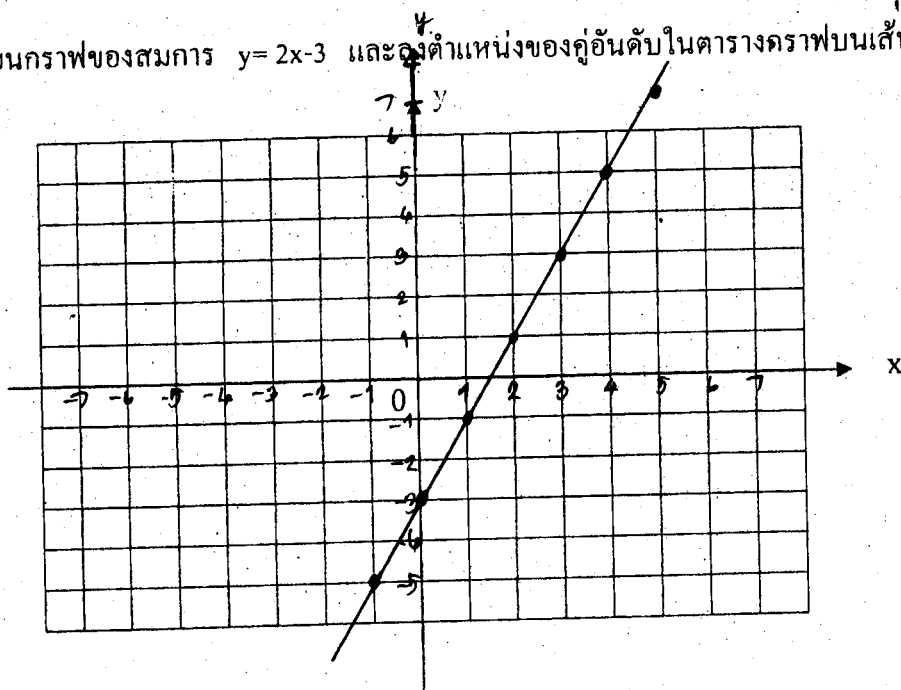
ใบงานที่ 13

ชื่อ น.ส. สุภาพร เลขที่ ๐๐๖๐๐๗ ชั้น ผ.๕ เลขที่

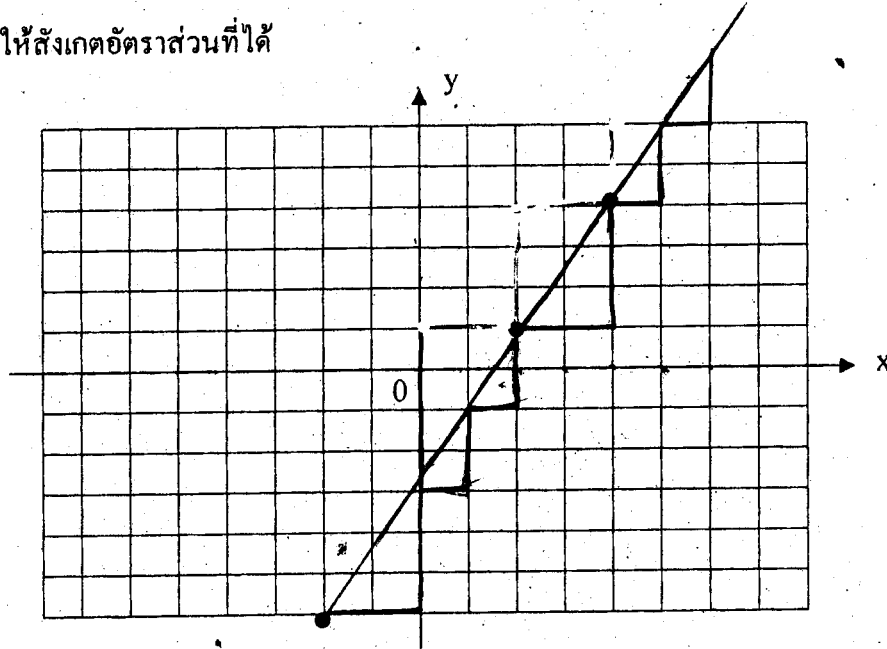
1. ให้เส้นตรง L มีสมการเป็น $y = 2x - 3$ จงหาจุดอันดับ (x,y) มาอีก 6 จุดอันดับ ซึ่งสอดคล้องกับสมการของเส้นตรง L เป็นจุดอันดับที่หาได้ในตารางข้างล่างนี้

X	Y = 2x - 3	(x,y)
0	$Y = 2(0) - 3 = -3$	(0,-3)
1	$Y = 2(1) - 3 = -1$	(1,-1)
2	$Y = 2(2) - 3 = 1$	(2,1)
3	$y = 2(3) - 3 = 3$	(3,3)
4	$y = 2(4) - 3 = 5$	(4,5)
5	$y = 2(5) - 3 = 7$	(5,7)
6	$y = 2(6) - 3 = 9$	(6,9)
7	$y = 2(7) - 3 = 11$	(7,11)
8	$y = 2(8) - 3 = 13$	(8,13)

2. เขียนกราฟของสมการ $y = 2x - 3$ และจุดตำแหน่งของจุดอันดับในตารางกราฟบนเส้นกราฟ



3. เลือกจุด 2 จุดใด ๆ บนเส้นกราฟ สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเล็ก ๆ และหาอัตราส่วนระหว่างความยาวด้านที่ตั้งฉากกับแกน x และความยาวด้านที่ตั้งฉากกับแกน y ให้หาค่าอัตราส่วนมา 5 ค่า และให้สังเกตอัตราส่วนที่ได้



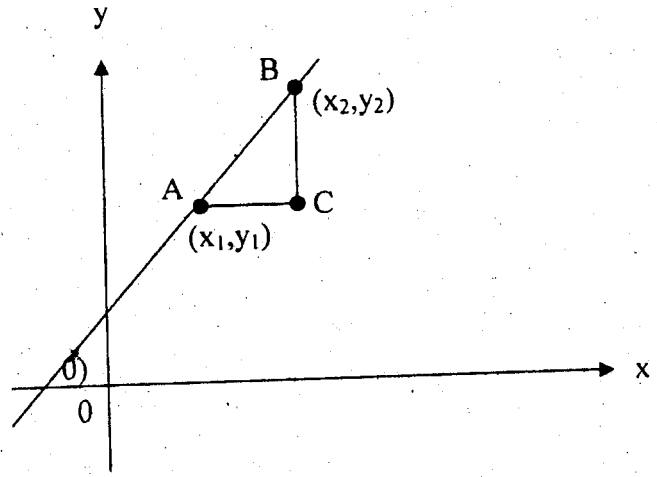
เลือกจุด สองจุดใด บนเส้นกราฟ	อัตราส่วน
1. (2,1) และ (4,4)	$\frac{4-1}{4-2} = \frac{3}{2}$
2. (4,4) และ (5,6) (3,1) และ (2,3)	$\frac{6-4}{5-4} = 2$
3. (5,6) และ (7,9)	$\frac{9-6}{7-5} = \frac{3}{2}$
4. (2,1) และ (0,2)	$\frac{-2-1}{-2-2} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$
5.	
6.	

- ค่าอัตราส่วนทุกค่าเป็นอย่างไร เพราะเหตุใด
 - ค่าอัตราส่วนที่ได้สัมพันธ์กับสมการ $y = 2x - 3$ อย่างไร

ใบงานที่ 14

ชื่อ พ.ล. ชญาพร 0000000000 ชั้น อ. 6 เลขที่

ให้จุด $A(x_1, y_1)$ และ $B(x_2, y_2)$ อยู่บนเส้นตรง L และ L ทำมุม θ กับแกน x ในทิศทวนเข็มนาฬิกา



- สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดย AB เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก
- มุม CAB มีขนาดเท่าใด $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- พิกัดของจุด C เป็นเท่าใด (x_2, y_1)
- ขนาดของด้าน BC เท่ากับเท่าไร $y_2 - y_1$
- ขนาดของด้าน AC เท่ากับเท่าไร $x_2 - x_1$
- ดังนั้น $\frac{BC}{AC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- $\frac{BC}{AC}$ สัมพันธ์กับมุม θ อย่างไร อัตราค่าตรีโกณมิติ
- เราเรียกอัตราส่วน $\frac{BC}{AC}$ ว่าความชันของเส้นตรง
- จงเขียนนิยามความชันของเส้นตรงมาให้ครอบคลุม
- กำหนดจุด $A(x_1, y_1)$ $B(x_2, y_2)$ ตามเข็มนาฬิกาบนเส้นตรง AB θ $^\circ$
- $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

ใบงานที่ 15

ชื่อ ... น.ส. ... เลขที่ ...

1. ถ้าเส้นตรงที่ลากผ่านจุด $(2, k)$ และ $(5, 6)$ มีความชันเท่ากับเส้นตรงที่ลากผ่านจุด $(-2, 1)$ และ $(1, 5)$

จงหาค่า k

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{6 - k}{5 - 2}$$

$$k = 2$$

$$m = \frac{5 - 1}{1 - (-2)}$$

$$4 \times 3 = 3(6 - k)$$

$$12 = 18 - 3k$$

$$m = \frac{4}{3}$$

$$3k = 18 - 12$$

$$k = \frac{6}{3}$$

2. กำหนดจุด $A(1, 3)$ และ $B(8, k)$ เส้นตรงที่ผ่านจุดทั้งสองมีความชัน $\frac{2}{5}$ จงหาค่า k

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$14 + 15 = 5k$$

$$\frac{29}{5} = k$$

$$\frac{2}{5} = \frac{k - 3}{8 - 1}$$

$$2 \times 7 = 5(k - 3)$$

$$14 = 5k - 15$$

3. กำหนดรูปสามเหลี่ยม ABC ที่มีจุด $A(1, 2)$ $B(7, 5)$ และ $C(10, 8)$ จงหาความชัน

ของรูปสามเหลี่ยม

$$AB = \frac{5 - 2}{7 - 1}$$

$$BC = \frac{8 - 5}{10 - 7}$$

$$AC = \frac{8 - 2}{10 - 1}$$

$$AB = \frac{3}{6}$$

$$BC = \frac{3}{3}$$

$$AC = \frac{6}{9}$$

$$AB = \frac{1}{2}$$

$$BC = 1$$

$$AC = \frac{2}{3}$$

ใบงานที่ 16

ชื่อ จุฑามาศ ๐๐๖๐๐๖ ชั้น ๑-๖ เลขที่

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตั้งโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ความชันของเส้นตรง กลุ่มละ 1 ข้อ พร้อม
แสดงวิธีทำหาคำตอบ

กำหนดจุด A (4, 8) และ B (b, k) เส้นตรงที่ผ่านจุด A และ B มีความชัน

$\frac{1}{2}$ จงหา k

วิธีทำ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$\frac{1}{2} = \frac{k - 8}{b - 4}$$

$$1 \times 2 = 2(k - 8)$$

$$2 = 2k - 16$$

$$2 + 16 = 2k$$

$$\frac{18}{2} = k$$

$$9 = k$$

ดังนั้น k เท่ากับ 9

ใบงานที่ 17

 ชื่อ ชญาพร อสงสาอสง ชั้น ๘-๔ เลขที่

ให้นักเรียนหาจุดตัด และความชันของสมการที่กำหนดให้ในตารางข้างล่างนี้

สมการเส้นตรง	หาจุดตัด 2 จุด	หาความชัน
1. $y = 2x + 1$	$(0, 1), (1, 3)$	$\frac{3-1}{1-0} = 2$
2. $y = 2x$	$(0, 0), (1, 2)$	$\frac{2-0}{1-0} = 2$
3. $y = x - 2$	$(3, 1), (5, 3)$	$\frac{3-1}{5-3} = 1$
4. $y = x + 1$	$(2, 3), (4, 5)$	$\frac{5-3}{4-2} = 1$
5. $y = 2x - 3$	$(0, -3), (1, -1)$	$\frac{-1-(-3)}{1-0} = 2$
6. $y = 3x$	$(-2, -6), (0, 0)$	$\frac{0-(-6)}{0-(-2)} = 3$
7. $y = -5x + 2$	$(2, -8), (0, 2)$	$\frac{2-(-8)}{0-2} = -5$
8. $y = x - 5$	$(4, -1), (5, 0)$	$\frac{0-(-1)}{5-4} = 1$
9. $y = 3x - 3$	$(1, 0), (3, 6)$	$\frac{6-0}{3-1} = 3$
10. $y = -4x + 2$	$(4, 18), (0, 2)$	$\frac{2-18}{0+4} = -4$

ใบงานที่ 18

ชื่อ ศุภพร ๑๐พ๑๐๘ ชั้น ๘-๕ เลขที่

ให้นักเรียนหาตรวจสอบว่า เส้นตรงสองเส้นที่กำหนดให้ ขนานกันหรือไม่โดยหาความชันจากเส้นตรง

 $Y = mx + c$ ซึ่ง m เป็นความชัน และเส้นตรง $AX + BY + C = 0$ มีความชันเท่ากับ $-\frac{A}{B}$

ข้อ	สมการเส้นตรง	ความชัน	ขนานกัน	ไม่ขนานกัน
1	$Y = 3x + 7$ $Y = 3x - 4$	3 3	✓	
2	$3x - 4y + 5 = 0$ $3x - 7y + 9 = 0$	$\frac{3}{4}$ $\frac{3}{7}$		✓
3	$2x - 3y + 4 = 0$ $2x - 3y + 5 = 0$	$\frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}$	✓	
4	$3x + 4y - 3 = 0$ $2y = -x + 1$	$\frac{3}{4}$ $-\frac{1}{2}$		✓
5	$3x + 2y + 5 = 0$ $2x + 3y + 5 = 0$	$-\frac{3}{2}$ $-\frac{2}{3}$		✓
6	$Y = -\frac{3}{2}x + 5$ $Y = 1 - \frac{3}{2}x$	$-\frac{3}{2}$ $-\frac{3}{2}$	✓	
7	$Y = 7$ $Y + 5 = 0$	0 0	✓	
8	$X + y + 10 = 0$ $2x + 2y = 6$	1 1	✓	

ใบงานที่ 19

ชื่อ สุภาภค ออสมอย ชั้น อ. 4 เลขที่

กำหนดให้ L_1 ผ่านจุด (2,4) กับ จุด (6,0)

L_2 ผ่านจุด (-5,6) กับ จุด (-1,8)

และ L_3 ผ่านจุด (3,9) กับ จุด (5,5)

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. L_1 ขนานกับ L_2 หรือไม่เพราะเหตุใด

$$L_1 \quad m = \frac{0-4}{6-2} \quad L_2 \quad m = \frac{8-6}{-1+5}$$

$$= \frac{-4}{4} \quad = \frac{2}{4}$$

$$= -1 \quad = \frac{1}{2}$$

ดังนั้น เพราะ ความชันไม่เท่ากัน

2. L_1 ขนานกับ L_3 หรือไม่เพราะเหตุใด

$$L_1 \quad m = \frac{0-4}{6-2} \quad L_3 \quad m = \frac{9-5}{5-3}$$

$$= \frac{-4}{4} \quad = \frac{-4}{2}$$

$$= -1 \quad = -2$$

ดังนั้น เพราะ ความชันไม่เท่ากัน

1. L_2 ขนานกับ L_3 หรือไม่เพราะเหตุใด

$$L_2 \quad m = \frac{8-6}{-1+5} \quad L_3 \quad m = \frac{9-5}{5-3}$$

$$= \frac{2}{4} \quad = \frac{-4}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \quad = -2$$

ดังนั้น เพราะ ความชันไม่เท่ากัน

ใบงานที่ 20

ชื่อ สุภากร 00660002 ชั้น ๔-4 เลขที่

1. จงหาค่า k ที่ทำให้เส้นตรง $A(-3,-1)$ และ $B(2,3)$ ขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $C(-4,-5)$ และ $D(k,3)$

$$\begin{array}{l}
 m = \frac{3+1}{2-3} \quad \left| \quad \frac{4}{5} = \frac{3+5}{k+4} \quad \right| \quad k = 6 \\
 \\
 = \frac{4}{-1} \quad \left| \quad 4(k+4) = 5 \times 8 \quad \right| \\
 \\
 \quad \quad \quad 4k + 16 = 40 \\
 \quad \quad \quad 4k = 40 - 16 \\
 \quad \quad \quad k = \frac{24}{4}
 \end{array}$$

2. จุด $A(1,3)$, $B(4,6)$ และ $C(7,9)$ อยู่บนเส้นตรงเดียวกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

$$\begin{array}{l}
 AB \quad m = \frac{6-3}{4-1} \quad \quad BC \quad m = \frac{9-6}{7-4} \\
 \\
 = \frac{3}{3} \quad \quad \quad = \frac{3}{3} \\
 \\
 = 1 \quad \quad \quad = 1
 \end{array}$$

อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน เพราะ: ค่ามตรงเท่ากัน

3. จงแสดงว่า จุด $A(-2,-1)$, $B(1,0)$, $C(4,3)$ และ $D(1,2)$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

$$\begin{array}{l}
 AB \quad m = \frac{0+1}{1+2} \quad \quad CD \quad m = \frac{2-3}{1-4} \quad \quad BC \quad m = \frac{3-0}{4-1} \\
 \\
 = \frac{1}{3} \quad \quad \quad = \frac{-1}{-3} \quad \quad \quad = \frac{3}{3} \\
 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad = 1
 \end{array}$$

$$AD \quad m = \frac{-2+2}{1+2}$$

$$= \frac{0}{3}$$

$$= 0$$

ค่ามตรงเท่ากัน จึง $AB \parallel CD$ และ $BC \parallel AD$

สรุป รูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ใบงานที่ 21

ชื่อ ชญพร เลขที่ ๑๐๖๑๐๘ ชั้น ๘.๕ เลขที่

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตั้งโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ เส้นขนาน กลุ่มละ 1 ข้อ พร้อมแสดงวิธีทำ

หาคำตอบ

เส้นตรงที่ผ่านจุด $(3, 6)$ และ $(4, 5)$ ขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $(5, 6)$ และ $(4, -5)$ หรือใด

$$\text{วิธีทำ} \quad m = \frac{5-4}{4-3}$$

$$m = \frac{-5-6}{-4-5}$$

$$= \frac{1}{1}$$

$$= \frac{-11}{-9}$$

$$= 1$$

$$= \frac{11}{9}$$

ตอบ ไม่ขนาน เพราะ มีความชันไม่เท่ากัน

ใบงานที่ 22

 ชื่อ สุวิมล ๑๐๖ มคอ๓ ชั้น ม 4 เลขที่

ให้นักเรียนหาจุดตัด และความชันของสมการเส้นตรงที่กำหนดให้ในตารางข้างล่างนี้

สมการเส้นตรง	หาจุดตัด มา 2 จุด	หาความชัน
1. $y = 2x$	$(0,0), (1,2)$	$\frac{2-0}{1-0} = 2$
2. $y = -2x + 1$	$(0,1), (1,-1)$	$\frac{-1-1}{1-0} = -2$
3. $y = x + 2$	$(0,2), (1,3)$	$\frac{3-2}{1-0} = 1$
4. $y = 3x$	$(0,0), (1,3)$	$\frac{3-0}{1-0} = \frac{3}{1} = 3$
5. $y = -x$	$(0,0), (1,-1)$	$\frac{-1-0}{1-0} = -1$
6. $y = -\frac{1}{3}x + 3$	$(0,3), (3,2)$	$\frac{2-3}{3-0} = -\frac{1}{3}$
7. $y = 4x$	$(0,0), (1,4)$	$\frac{4-0}{1-0} = 4$
8. $y = -\frac{1}{4}x$	$(0,0), (4,-1)$	$\frac{-1-0}{4-0} = -\frac{1}{4}$
9. $y = \frac{1}{2}x$	$(0,0), (2,1)$	$\frac{1-0}{2-0} = \frac{1}{2}$
10. $y = \frac{1}{3}x + 1$	$(0,1), (3,2)$	$\frac{2-1}{3-0} = \frac{1}{3}$

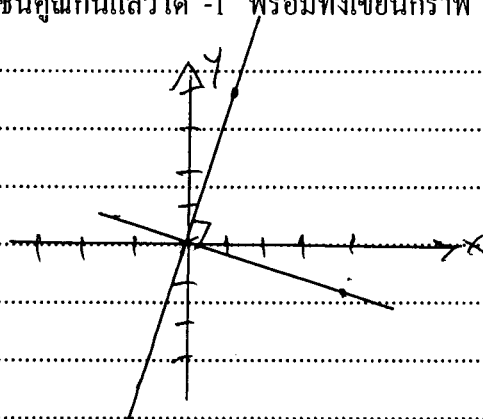
ใบงานที่ 22

ชื่อ ชญาพร ดอนนอม ชั้น ๕-๔ เลขที่

-- ให้นักเรียนจัดกลุ่มสมการเส้นตรงที่มีความชันคู่กันแล้วได้ -1 พร้อมทั้งเขียนกราฟ

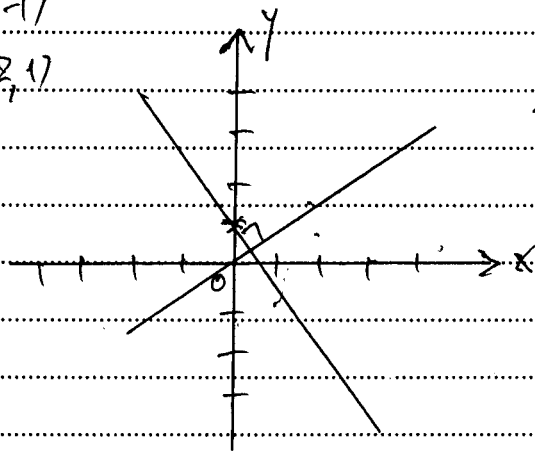
$$y = 4x$$

$$y = -\frac{1}{4}x$$



$$y = -2x + 1 \quad (0, 1), (1, -1)$$

$$y = \frac{1}{2}x \quad (0, 0), (2, 1)$$



- นักเรียนจะพบว่าสมการเส้นตรงที่มีความชันคู่กันกันได้ -1 จะมีลักษณะกราฟเป็นอย่างไร
ให้นักเรียนสรุปเส้นตรงสองเส้นที่มีความชันคู่กันได้ -1 จะทำให้เส้นตรงสองเส้นนั้น เป็นอย่างไร

ตั้งฉากกัน เส้นตรงสองเส้นที่มีความชันคู่กันได้ -1 เส้นตรง
สองเส้นนั้นจะตั้งฉากกัน
เส้นตรงสองเส้นตั้งฉากกัน ตามที่ชันคู่กันได้ -1

ใบงานที่ 23

ชื่อ ชฎาพร ศอวณ ชั้น ศ.4 เลขที่

กำหนดให้ L_1 ผ่านจุด (2,4) กับ จุด (6,0)

L_2 ผ่านจุด (-5,6) กับ จุด (-1,8)

และ L_3 ผ่านจุด (3,9) กับ จุด (5,5)

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. L_1 ตั้งฉากกับ L_2 หรือไม่เพราะเหตุใด

$$L_1 \quad m = \frac{0-4}{6-2}$$

$$= \frac{-4}{4}$$

$$= -1$$

$$L_2 \quad m = \frac{8-6}{-1+5}$$

$$= \frac{2}{4}$$

$$= \frac{1}{2}$$

ตั้งฉากกัน เพราะ ความชันคูณกัน ได้ -1

2. L_1 ตั้งฉากกับ L_3 หรือไม่เพราะเหตุใด

$$L_1 \quad m = \frac{0-4}{6-2}$$

$$= \frac{-4}{4}$$

$$= -1$$

$$L_3 \quad m = \frac{5-9}{5-3}$$

$$= \frac{-4}{2}$$

$$= -2$$

ตั้งฉากกัน เพราะ ความชันคูณกัน ได้ -1

1. L_2 ตั้งฉากกับ L_3 หรือไม่เพราะเหตุใด

$$L_2 \quad m = \frac{8-6}{-1+5}$$

$$= \frac{2}{4}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$L_3 \quad m = \frac{5-9}{5-3}$$

$$= \frac{-4}{2}$$

$$= -2$$

ตั้งฉากกัน เพราะ ความชันคูณกัน ได้ -1

ใบงานที่ 24

ชื่อ นามสกุล เลขที่

1. เส้นตรงผ่านจุด (4,3) และ (-3,-5) ตั้งฉากกับ เส้นตรงที่ผ่านจุด (-2,-3) และ (-8,2) หรือไม่

$$m = \frac{-5-3}{-3-4}$$

$$m = \frac{2+3}{-8+2}$$

$$= \frac{-8}{-7}$$

$$= \frac{5}{-6}$$

$$= \frac{8}{7}$$

ไม่ตั้งฉากกัน เพราะ ความชันคูณกันไม่ได้ -1

2. ถ้าเส้นตรงที่ลากผ่านจุด (4,1) และ (1,4) ตั้งฉากกับเส้นตรงที่ลากผ่านจุด (m,5) และ (-2,6) แล้ว

จงหาค่า m

$$m = \frac{4-1}{1-4}$$

$$-1 = \frac{6-5}{-2-m}$$

$$= \frac{3}{-3}$$

$$1(-2-m) = 1$$

$$-2+m = 1$$

$$= -1$$

$$-2+1 = m$$

$$-1 = m$$

3. จุด (-7,2) , (1,6) และ (8,8) เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

$$m = \frac{6-2}{1+7}$$

$$m = \frac{8-6}{8-1}$$

$$m = \frac{8-2}{8+7}$$

$$= \frac{4}{8}$$

$$= \frac{2}{7}$$

$$= \frac{6}{15}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2}{5}$$

ไม่เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

ใบงานที่ 25

ชื่อ ชญาตส อภิระดม ชั้น ศ.4 เลขที่

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตั้งโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ เส้นตั้งฉาก กลุ่มละ 1 ข้อ พร้อมแสดงวิธีทำ

หาคำตอบ

จุด $A(-3, -5)$ $B(2, 6)$ และ $C(8, -8)$ เหน้ฉากต่อตรง/สามเหลี่ยม
มุมฉากที่ใด

$$\text{วิธีทำ } AB \quad m = \frac{5+5}{2+3}$$

$$= \frac{10}{5}$$

$$= 2$$

$$BC \quad m = \frac{-8-6}{8-2}$$

$$= \frac{-14}{6}$$

$$AC \quad m = \frac{-8+5}{8+3}$$

$$= \frac{-3}{11}$$

ตอบ เหน้ฉาก สามเหลี่ยม มุมฉาก

ประวัติผู้ศึกษา

ชื่อ	นางสาวเพลินพิศ รุจิราวรรณ
วัน เดือน ปี	10 มิถุนายน พ.ศ. 2507
สถานที่เกิด	อำเภอคง จังหวัดนครราชสีมา
ประวัติการศึกษา	ค.บ. (คณิตศาสตร์) จากวิทยาลัยครูจันทระเกษม ปีที่สำเร็จการศึกษา 2528
สถานที่ทำงาน	โรงเรียนปรางค์ทองวิทยา อำเภอคง จังหวัดนครราชสีมา
ตำแหน่ง	ครู อันดับ คศ3 วิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษ